

ФИЗИЧЕСКИЙ  
ПРАКТИКУМ

# ФИЗИЧЕСКИЙ ПРАКТИКУМ







# ФИЗИЧЕСКИЙ ПРАКТИКУМ

ПОД РЕДАКЦИЕЙ  
проф. В. И. ИВЕРОНОВОЙ

СОСТАВЛЕНО:  
А. Г. БЕЛЯНКИНЫМ, Г. П. МОТУЛЕВИЧ,  
Е. С. ЧЕТВЕРИКОВОЙ, И. А. ЯКОВЛЕВЫМ

*Допущено Министерством  
высшего и среднего специального образования РСФСР  
в качестве учебного пособия  
для университетов*



ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО  
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ  
МОСКВА 1962

**Физический практикум**

Под редакцией проф. *Валентины Ивановны Ивероновой.*

М., Физматгиз, 1962 г., 956 стр. с илл.

Редактор *Е. Б. Кузнецова.*

Техн. редактор *В. Н. Крючкова.*

Корректор *З. В. Автонева.*

Сдано в набор 5/V 1962 г. Подписано к печати 27/IX 1962 г. Бумага  $60 \times 90^{1/16}$ . Физ. печ. л. 59,75 + 3 вкл. Условн. печ. л. 60,38. Уч.-изд. л. 60,75. Тираж 25 000 экз. Т-10949. Цена книги 1 р. 97 к. Заказ № 1495.

---

Государственное издательство физико-математической литературы.  
Москва, В-71, Ленинский проспект, 15.

---

Ленинградский Совет народного хозяйства Управление полиграфической промышленности.  
Типография № 1 «Печатный Двор» имени А. М. Горького. Ленинград. Гатчинская, 26.

Отпечатано с матриц в типографии «Вайздас» г. Вильнюс, ул. Страздялио, 1.  
Заказ № 2809.



## СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие . . . . .	9
Введение . . . . .	13

### ЧАСТЬ ПЕРВАЯ

#### МЕХАНИКА

1. Изучение нониусов . . . . .	35
2. Определение толщины пластинки и радиуса кривизны линзы сферометром . . . . .	43
3. Изучение законов падения на машине Атеуда . . . . .	46
4. Определение ускорения силы тяжести с помощью маятника . . . . .	49
5. Точное взвешивание . . . . .	57
6. Определение плотности твердых тел пикнометром и гидростатическим взвешиванием . . . . .	69
7. Определение плотности жидкостей пикнометром и гидростатическим взвешиванием . . . . .	73
8. Определение модуля упругости из растяжения и изгиба . . . . .	76
9. Определение модуля сдвига из кручения . . . . .	81
10. Изучение вращательного движения тела . . . . .	86
11. Определение момента инерции и проверка теоремы Штейнера методом крутильных колебаний . . . . .	90
12. Определение коэффициента восстановления и времени соударения упругих шаров . . . . .	93
13. Измерение скорости полета пули с помощью баллистического маятника . . . . .	97
14. Крутильный баллистический маятник . . . . .	100
15. Движение маятника Максвелла . . . . .	105
16. Движение центра масс . . . . .	107
17. Изучение движения гироскопа (прецессия) . . . . .	113
18. Движение тела переменной массы (ракета) . . . . .	115
19. Изучение собственных колебаний сосредоточенной системы . . . . .	120
20. Изучение явления резонанса на крутильном маятнике . . . . .	122
21. Изучение колебаний связанных систем . . . . .	126
22. Исследование собственных колебаний струны методом резонанса . . . . .	131
23. Определение скорости звука в твердых телах методом Кундта . . . . .	136
24. Определение скорости звука и модуля Юнга в твердых телах . . . . .	138

### ЧАСТЬ ВТОРАЯ

#### МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

25. Изготовление и градуировка термопар . . . . .	142
26. Определение механического эквивалента тепла . . . . .	145
27. Определение теплоемкости металлов методом охлаждения . . . . .	148

28. Определение коэффициента теплопроводности (сравнительный метод) . . . . .	150
29. Определение коэффициента теплопроводности металлов . . . . .	153
30. Определение коэффициента теплопроводности воздуха . . . . .	158
31. Определение коэффициента внутреннего трения жидкостей по методу Стокса . . . . .	163
32. Определение коэффициента внутреннего трения жидкости капиллярным вискозиметром . . . . .	167
33. Определение коэффициента внутреннего трения газа капиллярным вискозиметром . . . . .	169
34. Определение коэффициента внутреннего трения вязких сред ротационным вискозиметром М. П. Воляровича . . . . .	172
35. Определение коэффициента поверхностного натяжения по высоте поднятия жидкости в капиллярных трубках . . . . .	176
36. Определение коэффициента поверхностного натяжения при помощи горизонтального капилляра . . . . .	181
37. Изучение зависимости коэффициента поверхностного натяжения раствора от его концентрации и температуры по методу максимального давления в пузырьке . . . . .	183
38. Определение коэффициента теплоотдачи при естественной конвекции . . . . .	186
39. Измерение теплоты испарения жидкого азота . . . . .	190
40. Определение коэффициента поверхностного натяжения волновым методом . . . . .	193
41. Определение критической температуры . . . . .	200
42. Определение коэффициента поверхностного натяжения в большом интервале температур . . . . .	202
43. Определение влажности воздуха . . . . .	208
44. Определение отношения удельных теплоемкостей газов . . . . .	214
45. Определение скорости звука в газах и отношения удельных теплоемкостей методом стоячей волны . . . . .	218
46. Техника получения и измерения высокого вакуума . . . . .	221
47. Измерение средней длины свободного пробега атомов металла в вакууме . . . . .	230
48. Определение числа Авогадро . . . . .	235
49. Изучение броуновского движения газового пузырька . . . . .	239
50. Ознакомление со статистическими закономерностями на механических моделях . . . . .	247

## ЧАСТЬ ТРЕТЬЯ

### ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

51. Изучение электростатического поля . . . . .	257
52. Градуирование электростатического вольтметра по абсолютному электрометру . . . . .	264
53. Определение элементарного заряда методом измерения скорости перемещения заряженных частиц в поле конденсатора . . . . .	270
54. Градуирование амперметра и вольтметра . . . . .	277
55. Измерение сопротивлений при помощи моста постоянного тока . . . . .	283
56. Изучение зависимости сопротивления металлов от температуры . . . . .	288
57. Изучение зависимости сопротивления электролитов от температуры . . . . .	290
58. Измерение сопротивления гальванометра и внутреннего сопротивления гальванического элемента . . . . .	293
59. Измерения малых сопротивлений при помощи двойного моста . . . . .	298
60. Изучение принципа электрических компенсационных измерений . . . . .	300

61. Изучение вакуумного диода и определение удельного заряда электрона . . . . .	308
62. Определение работы выхода электрона методом компенсации охлаждения нити . . . . .	312
63. Изучение явления термоэлектронной эмиссии и определение работы выхода электрона . . . . .	316
64. Изучение распределения термоэлектронов по скоростям . . . . .	321
65. Ознакомление с работой трехэлектродной лампы . . . . .	325
66. Ознакомление с работой многосеточных радиоламп и наблюдение явления вторичной эмиссии электронов . . . . .	330
67. Изучение работы тиратрона . . . . .	334
68. Определение электрохимических эквивалентов и градуирование амперметра при помощи вольтметра . . . . .	339
69. Изучение гальванометра магнитоэлектрической системы . . . . .	343
70. Определение емкости конденсатора посредством баллистического гальванометра . . . . .	355
71. Исследование магнитной индукции в железе баллистическим методом . . . . .	361
72. Измерение напряженности магнитного поля соленоида на его оси . . . . .	369
73. Изучение влияния геометрической формы тела на магнитную восприимчивость и петлю гистерезиса ферромагнетика . . . . .	373
74. Магнитомерический метод измерения кривой намагничивания, петли гистерезиса и точки Кюри . . . . .	380
75. Феррорезонансный стабилизатор напряжения . . . . .	385
76. Измерение концентрации и подвижности носителей заряда в полупроводниках . . . . .	391
77. Изучение процессов зарядки и разряда конденсатора . . . . .	397
78. Измерение емкости конденсаторов при помощи мостовой схемы на переменном токе . . . . .	399
79. Измерение емкости мостовым методом с учетом утечки в конденсаторах . . . . .	402
80. Измерение индуктивности катушек при помощи мостовой схемы . . . . .	407
81. Определение индуктивности мостовым методом с использованием постоянной емкости . . . . .	413
82. Измерение коэффициента самоиндукции, емкости и проверка закона Ома для переменного тока . . . . .	417
83. Измерение мощности переменного тока и сдвига фаз между током и напряжением . . . . .	423
84. Изучение работы полупроводниковых выпрямителей . . . . .	432
85. Изучение кенотронного выпрямителя . . . . .	447
86. Изучение собственных электромагнитных колебаний в контуре . . . . .	458
87. Ознакомление с работой лампового генератора электромагнитных колебаний и исследование вынужденных колебаний в контурах с разной добротностью . . . . .	467
88. Изучение вынужденных колебаний и явления резонанса в колебательном контуре . . . . .	477
89. Изучение явлений в колебательном контуре, включенном параллельно источнику электродвижущей силы переменной частоты . . . . .	483
90. Изучение работы электронного осциллографа . . . . .	490
91. Релаксационные колебания в схеме с неоновой лампой . . . . .	509
92. Изучение характеристик усилителя низкой частоты на сопротивлениях . . . . .	517
93. Гармонический анализ . . . . .	524
94. Определение отношения заряда электрона к его массе методом магнетрона . . . . .	540
95. Электромагнитные волны в двухпроводной линии . . . . .	543
96. Изучение работы мотора и генератора постоянного тока . . . . .	549



## ЧАСТЬ ЧЕТВЕРТАЯ

## ОПТИКА

97. Определение фокусного расстояния собирающей и рассеивающей линз	553
98. Определение увеличения оптической трубы и микроскопа	559
99. Изучение зрительной трубы	571
100. Исследование сложных оптических систем	576
101. Изучение погрешностей линз	582
102. Определение показателя преломления, дисперсии и разрешающей силы стеклянной призмы спектрометром	588
103. Определение показателя преломления жидких и твердых тел рефрактометром Пульфриха	597
104. Определение показателя преломления и средней дисперсии жидкостей и твердых тел с помощью рефрактометра Аббе	602
105. Определение длины световой волны при помощи билинзы и бипризмы	607
106. Определение радиуса кривизны линзы и длины световой волны с помощью колец Ньютона	615
107. Измерение показателей преломления газов с помощью интерферометра Релея	620
108. Изучение с помощью интерферометра зависимости показателя преломления газа от давления	631
109. Изучение основных явлений интерференции света с помощью интерферометра Майкельсона	642
110. Изучение дифракционной решетки и определение длины световой волны	657
111. Изучение явлений дифракции в параллельных лучах на отдельной щели и на простейших дифракционных решетках	662
112. Изучение явлений дифракции света на круглых и прямоугольных отверстиях и дисках	670
113. Зонная пластинка	680
114. Изучение роли дифракционных явлений в формировании оптического изображения	689
115. Дифракция света на ультразвуковых волнах	701
116. Изучение основных явлений поляризации света в параллельных световых пучках	716
117. Получение и исследование поляризованного света	729
118. Измерение показателя преломления кристаллов при помощи кристалл-рефрактометра	740
119. Изучение кристаллооптических явлений при помощи поляризационного микроскопа	748
120. Спектроскопическое исследование явлений хроматической поляризации света	760
121. Изучение явления естественного вращения плоскости поляризации света	766
122. Изучение явления магнитного вращения плоскости поляризации	772
123. Изучение спектров излучения паров и газов и спектральный анализ смесей солей щелочных металлов	778
124. Изучение серийных закономерностей в спектре водорода	783
125. Изучение спектрографа и измерение длин волн спектральных линий	786
126. Фотометрирование линейчатого спектра при помощи стилометра и спектральный анализ состава стали	798
127. Спектральная фотометрия	809
128. Исследование спектров поглощения растворов с помощью фотометра	821

129. Изучение спектров поглощения при помощи поляризационного спектрофотометра . . . . .	827
130. Исследование дисперсии показателя преломления «методом кривых» Рождественского . . . . .	836
131. Изучение эффекта Зеемана . . . . .	848
132. Изучение основных законов внешнего фотоэлектрического эффекта . . . . .	856
133. Изучение фотоэлементов с внутренним усилением фототока при помощи вторичной эмиссии электронов (фотоэлектронные умножители) . . . . .	868
134. Измерение высоких температур с помощью оптического пирометра с исчезающей нитью . . . . .	883
135. Определение коэффициента диффузии оптическим методом . . . . .	890
136. Определение потенциалов возбуждения и ионизации . . . . .	897
137. Дифракция рентгеновских лучей на монокристалле . . . . .	901
138. Дифракция рентгеновских лучей в поликристаллах . . . . .	911
139. Измерение скорости света . . . . .	917

## ТАБЛИЦЫ

1. Международная система единиц . . . . .	921
2. Приведение показаний барометра к 0° С . . . . .	923
3. Поправка отсчета барометра на капиллярность . . . . .	924
4. Приведение веса тела к пустоте . . . . .	924
5. Плотность сухого воздуха при разных температурах . . . . .	925
6. Плотность воды при разных температурах . . . . .	926
7. Плотность ртути при разных температурах . . . . .	926
8. Плотность некоторых жидкостей . . . . .	927
9. Плотность некоторых водных растворов . . . . .	927
10. Плотность некоторых твердых веществ . . . . .	929
11. Некоторые постоянные газов . . . . .	930
12. Некоторые постоянные жидких тел . . . . .	931
13. Некоторые тепловые постоянные твердых тел . . . . .	932
14. Приведение объема газа к 0° и давлению 760 мм рт. ст. . . . .	933
15. Температура кипения воды при разных давлениях . . . . .	934
16. Теплоемкость воды при различных температурах . . . . .	934
17. Теплоемкость меди при разных температурах . . . . .	934
18. Давление и плотность насыщенного водяного пара при разных температурах . . . . .	935
19. Психрометрическая таблица относительной влажности воздуха . . . . .	936
20. Растворимость некоторых солей в воде . . . . .	936
21. Поверхностное натяжение воды при температурах от 0 до 80° С . . . . .	937
22. Коэффициент внутреннего трения воды при разных температурах . . . . .	937
23. Ускорение силы тяжести $g$ для разных широт на уровне моря . . . . .	937
24. Упругие свойства твердых тел . . . . .	938
25. Сопротивления и веса медных проводов . . . . .	939
26. Удельное сопротивление некоторых изоляторов . . . . .	939
27. Удельное сопротивление некоторых металлов и сплавов . . . . .	940
28. Удельное сопротивление некоторых водных растворов при 18° С . . . . .	940
29. Электропроводность водных растворов серной кислоты . . . . .	941
30. Температурные коэффициенты сопротивлений некоторых металлов и сплавов . . . . .	941
31. Диэлектрические постоянные при 18° С . . . . .	941
32. Термоэлектродвижущие силы . . . . .	942
33. Электродвижущие силы элементов . . . . .	943
34. Электрохимические эквиваленты . . . . .	944
35. Длины волн некоторых спектральных линий . . . . .	944
36. Длины волн спектральных линий ртутно-кадмиево-цинковой лампы . . . . .	945
37. Длины волн некоторых линий в спектре неона . . . . .	945

38. Спектры водорода, гелия, лития, натрия, ртути и солнца . . . . .	946
39. Длины волн главных фраунгоферовых линий . . . . .	946
40. Коэффициенты преломления некоторых твердых тел при 18° С относительно воздуха и вращательная способность кварца в 1 мм толщины . . . . .	946
41. Показатели преломления некоторых жидкостей . . . . .	947
42. Интерференционные окраски кварцевого клина при скрещенных и параллельных николях . . . . .	947
43. Геометрические, механические и тепловые единицы . . . . .	948
44. Формулы размерностей электромагнитных единиц . . . . .	950
45. Плотность водных растворов сахара в интервале температур от 0 до 50° С . . . . .	952
46. Цветная номограмма двойного светопреломления . . . . .	952
47. Тепловые единицы в системе LMT $\Theta$ . . . . .	953
48. Периодическая система элементов Д. И. Менделеева . . . . .	954
49. Универсальные физические константы . . . . .	956

---



## ПРЕДИСЛОВИЕ

Экспериментальное обучение студентов физического и механико-математического факультетов Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова проходит в значительной мере в общем физическом практикуме, описание которого охватывает настоящее руководство. Московский университет не впервые составляет подобное руководство. Однако после переезда в новое здание на Ленинских горах физический практикум был существенно изменен. Практикум обогатился новым оборудованием, выпускаемым нашей промышленностью. Бурное развитие физики заставило повысить требования к экспериментальному обучению студентов. Практикум для физиков и математиков был отделен от практикума для прочих естественных факультетов. В связи с этим было поставлено много новых задач и изъят из практикума ряд более простых задач. Настоящая книга является итогом семилетней работы сотрудников кафедры общей физики физического факультета. Книга написана в соответствии с программой по физическому практикуму и в основном в соответствии с настоящим состоянием физической лаборатории, хотя уже сейчас в практикуме имеются некоторые новые задачи, не вошедшие в книгу.

В практикуме представлены задачи трех типов, во-первых, задачи чисто измерительные, знакомящие студента с отдельными приборами (например, нониус, баллистический гальванометр, катодный вольтметр и т. д.), во-вторых, и это основная часть практикума, задачи, в которых студент осваивает методы измерений тех или иных физических величин и наряду с точными измерениями знакомится с физическими явлениями. Наконец, есть задачи, в которых студент индивидуально знакомится в основном с некоторыми физическими явлениями. В этом случае трудно ожидать, чтобы студент за время выполнения задачи мог получить точные результаты (определение числа Авогадро, распределение молекул по скоростям на механической модели, определение элементарного заряда методом Милликена, прецессии гироскопа и т. д.).

Не все разделы практикума представлены одинаково полно. Трудность постановки задач в разделах механики и молекулярной физики заключается в том, что большинство современных методов

измерения основано на переходе к измерению электрических величин. Вместе с тем использование студентами первого курса, работающими в этих разделах, ряда электронизмерительных приборов и схем нежелательно, так как в этом случае сложность измерительной установки может помешать правильному пониманию изучаемого явления.

По объему отдельные задачи практикума далеко не одинаковы. На одной и той же установке можно во многих случаях осуществить целый ряд упражнений. Выполнить все эти упражнения за одно, даже шестичасовое занятие не представляется возможным. Однако мы поместили описания всех этих упражнений в книгу. Задачей преподавателя в дальнейшем является определить объем работы каждого студента на данной установке.

При написании физического практикума авторы считали, что настоящая книга отнюдь не должна освободить студента от работы над учебником и сама не должна превратиться в учебник по общему курсу физики. Поэтому теоретические вопросы, знание которых необходимо студенту при выполнении работы, не вошли в описание задачи, если их изложение можно найти в каком-либо из существующих и достаточно распространенных учебников. Однако ряд задач практикума потребовал более детального рассмотрения некоторых теоретических вопросов, чем это можно найти в учебниках, или выходит за рамки излагаемого в них материала. В этом случае теоретические вопросы вставлены в описания задач. Это обстоятельство привело к известной пестроте изложения.

При производстве и обработке физических измерений важную роль играет правильное пользование системами физических единиц.

В настоящее время на практикум возлагается также обучение студентов вновь принятой международной системе физических единиц (SI). Поэтому в конце книги наряду с таблицами физических единиц приведена и таблица новых международных единиц. Но надо иметь в виду, что большая учебная и справочная литература, которой пользуются студенты, работающие в практикуме, использует прежние системы единиц. Поэтому и мы были вынуждены сохранить в книге также и прежние системы единиц.

В постановке задач, как уже сказано, принимало участие большое число сотрудников физического факультета, некоторые из которых в настоящее время там уже не работают. Приводим алфавитный список авторов публикуемых описаний задач, указывая в скобках номера работ по оглавлению книги. В тех случаях, когда в составлении описания задачи участвовал не один автор, соответствующий номер задачи указан при фамилиях обоих авторов. Однако в ряде случаев задачи многократно модернизировались и восстановить фамилии всех лиц, участвовавших в их создании, не представляется возможным. Прочие необходимые замечания к списку авторов даны в примечаниях.

В. Г. Алексеева (76), А. В. Афанасьева (46), К. Г. Ахметзянов (24), К. Н. Баранский (112, 139), А. Г. Белянкин (1, 3, 4, 8, 10—12, 14—18, 20, 22, 23, 25, 34, 35, 38, 41, 83 — упражнение 2), Б. Б. Буховцев (53)<sup>1)</sup>, Т. С. Величкина (13, 49, 118, 122, 126), Е. Н. Волкова (90), Н. М. Гегечкори (113), М. В. Дехтяр (73—75), О. И. Замша (103), А. П. Звягина (50), Л. М. Иванцов (101), В. П. Ионов (51, 69, 88, 89), Е. В. Карчагина (19, 45), П. Е. Краснушкин (91), Я. А. Крафтмахер (61—64, 136, 139), А. А. Кузовников (67), Е. Ф. Курицына (30), А. А. Лучина (40), Г. П. Мотулевич (100, 120, 125, 127, 130), В. С. Никольский (52), Н. А. Пенин (79), В. К. Петерсон (20, 21, 79, 81, 101), А. И. Пильщиков (92), А. А. Померанцев (29), И. И. Попова (28, 47, 67), В. Н. Слудский (93), Л. П. Стрелкова (95, 96), Е. В. Талалаева (99), В. П. Тарасова (137, 138), Я. А. Туровский (27, 42), А. В. Устинова (33, 43, 48, 77), Е. С. Четверикова (9<sup>2)</sup>, 31, 102—106, 110, 116, 119, 128<sup>3)</sup>), С. Э. Хайкин (91), О. А. Шустин (131), И. А. Яковлев (39, 51, 54—57, 60, 65, 66, 68 — упражнение 2; 69, 71, 72, 78, 80, 83 — упражнение 1; 85<sup>4)</sup>, 88, 89, 94, 107—109<sup>5)</sup>, 111, 114, 115<sup>6)</sup>, 117, 124, 132<sup>7)</sup>, 133, 134) — введение в книге написано В. И. Ивероновой. Разделы книги, посвященные механике и молекулярной физике, составлены и подготовлены к печати А. Г. Белянкиным, электричества — И. А. Яковлевым, оптики Г. П. Мотулевич, Е. С. Четвериковой и И. А. Яковлевым.

Кроме задач, описанных в настоящей книге, физический практикум Московского университета располагает следующими задачами:

1. Определение момента инерции колеса (Белянкин А. Г.).
2. Изучение эллипсоида инерции твердого тела (Белянкин А. Г.).
3. Изучение ламинарного и турбулентного течения жидкостей (Белянкин А. Г.).
4. Измерение коэффициентов трения покоя, скольжения, качения (Белянкин А. Г.).
5. Изучение изотермического сжатия и расширения паров воды (Булкин П. С.).
6. Измерение средней теплоты парообразования воды (Булкин П. С.).
7. Определение температуры фазового перехода в титанате бария (Васильев Е. И.).
8. Измерение теплоемкости жидкостей (Керженцев В. В. и Булкин П. С.).
9. Изучение работы кристалличе-

<sup>1)</sup> Первоначальная постановка эксперимента осуществлена В. П. Ионовым на приборе, сконструированном в ФТИ.

<sup>2)</sup> В постановке эксперимента участвовал Г. В. Астапов.

<sup>3)</sup> Первоначальный текст описания задачи принадлежит С. Л. Мандельштаму.

<sup>4)</sup> В составлении первоначального текста описания задачи 85 принимал участие В. И. Шестаков.

<sup>5)</sup> В постановке эксперимента участвовала Л. Ф. Михеева.

<sup>6)</sup> Радиотехническая часть задачи поставлена К. Н. Баранским.

<sup>7)</sup> Усилитель к фотодинатрону сконструирован К. Н. Баранским.



ских диодов и триодов (Ланда П. С. и Степанова Н. В.). 10. Изучение зависимости диэлектрической проницаемости титаната бария от напряженности поля и температуры (Кононкова Г. Е.). 11. Исследование генератора синусоидальных колебаний типа «RC» (Слудский В. Н.). 12. Тиратронный генератор релаксационных колебаний (Слудский В. Н. и Л. П. Стрелкова). 13. Электромагнитные волны — Цикл задач, состоящих из трех частей: 1. Отражение и преломление, 2. Дифракция, 3. Интерференция (Стрелкова Л. П.). 14. Изучение тонкой структуры спектральных линий с помощью эталона Фабри — Перо (О. Л. Шустин и О. Н. Френкель).

Кафедра общей физики приносит глубокую благодарность всем лицам, принимавшим участие в создании лабораторий общего физического практикума и составлении описаний его задач.

*В. И. Иверонова*

## ВВЕДЕНИЕ

Физика, одна из важнейших отраслей естествознания, есть опытная наука.

Первый шаг для установления закономерностей физических явлений состоит в *наблюдении*. Научное наблюдение представляет, однако, далеко не простую задачу. Для выяснения закономерностей какого-либо физического явления надо уметь выделять наиболее важные его элементы и по возможности изменять условия, в которых протекает явление, т. е. перейти от простого наблюдения к *эксперименту*. Поэтому крайне важно найти количественные поддающиеся измерению характеристики явления. Надо установить, каким образом и с помощью каких приборов мы будем измерять те или иные характеристики и устанавливать количественные законы. Установление количественных законов, показывающих, как изменяются одни из измеряемых величин при изменении других, является одной из важнейших задач. Из изложенного ясно, какое значение имеет эксперимент для физической науки.

Диалектический материализм рассматривает *эксперимент* как необходимую часть всего процесса *научного познания*, который в целом схематически можно представить себе состоящим из трех основных частей:

1. *Восприятия*, т. е. первичного изучения исследуемого явления при помощи наблюдения.

2. *Обобщения*, т. е. создания гипотезы, связывающей отдельные результаты наблюдений между собой и с ранее известными фактами и устанавливающей между ними определенные соотношения (в физике — преимущественно количественные). При этом по возможности полностью отбрасываются все побочные, приводящие обстоятельства с тем, чтобы в изучаемом явлении выделить самое существенное.

В процессе этого обобщения часто возникает необходимость в дополнительных данных, для получения которых производятся новые наблюдения или ставятся специальные эксперименты.

3. *Проверки истинности гипотезы на практике* или опыте в реальных условиях, т. е. уже с учетом всех отброшенных ранее второстепенных обстоятельств. В случае положительного ответа

эта проверка возводит гипотезу в ранг теории и устанавливаемые ею соотношения — в ранг законов.

В. И. Ленин пишет: «Для материалиста «успех» человеческой практики доказывает соответствие наших представлений с объективной природой вещей, которые мы воспринимаем » <sup>1)</sup>).

Нельзя, однако, считать, что проверкой гипотезы на опыте и заканчивается процесс научного познания данного явления. По истечении некоторого промежутка времени новые наблюдения, новые опыты приходят в противоречие с теорией, созданной еще до их открытия, и заставляют пересмотреть всю совокупность фактов с новой точки зрения. Тогда возникает новая на данном этапе развития науки, более полная теория, которая со временем заменяется еще более полной, и т. д. Процесс познания продолжится бесконечно.

Ленин пишет: «Каждая ступень в развитии науки прибавляет новые зерна в эту сумму абсолютной истины, но пределы истины каждого научного положения относительны, будучи то раздвигаемы, то сужаемы дальнейшим ростом знания» <sup>2)</sup>).

Отсюда видно, что хотя опыт отнюдь не является единственным средством научного исследования, но роль его, особенно как источника и критерия истинности, решающая. Поэтому ясно, что на экспериментаторе, производящем тот или иной опыт, лежит всегда громадная ответственность, ибо от его слова зависит не только судьба соответствующей теории, но, как это неоднократно бывало в истории физики, и все направление развития науки на более или менее продолжительный отрезок времени. Ответственность эта относится не только к правильности получаемых результатов, но и, что особенно важно, к самой трактовке опыта.

Эксперимент должен по возможности ставиться так, чтобы не допускать не только ошибок, но и неоднозначного истолкования его результатов.

Итак, мы установили роль физического эксперимента как одного из средств научного познания. Но этим отнюдь не исчерпывается применение его в человеческой практике.

Мы уже указывали, что развитие физики целиком определяется развитием техники, но и, наоборот, развитие техники в свою очередь возможно лишь на базе развивающихся точных наук, а следовательно и физики. Действительно, ведь целый ряд отраслей техники созданся вообще лишь в результате развития тех или иных областей физики, например, техника, связанная с использованием ядерной энергии. В этом процессе проникновения физики в технику физический эксперимент играет тоже чрезвычайно важную роль;

---

<sup>1)</sup> В. И. Ленин, Материализм и эмпириокритицизм, Госполитиздат, 1948, стр. 123.

<sup>2)</sup> В. И. Ленин, там же, стр. 118.

прежде чем использовать на практике изученные физикой явления, их следует проверить в тех конкретных условиях, в которых они должны будут протекать, с тем, чтобы учесть возможные влияния обыкновенно многочисленных побочных факторов. Проверка эта в большинстве случаев производится при помощи соответствующего физического эксперимента.

Кроме того, большое значение для техники имеет знание всевозможных физических постоянных, характеризующих различные свойства вещества. Определение последних путем расчетов далеко не всегда возможно или экономично, хотя бы в отношении времени. Поэтому в громадном большинстве случаев эти постоянные находятся измерением также при помощи соответствующего физического эксперимента.

Наконец, следует отметить, что физический эксперимент имеет также громадное значение в качестве орудия исследования в целом ряде смежных с физикой естественных дисциплин, особенно в механике, химии, биологии и т. д.

**Об измерениях вообще.** Практические занятия по физике для начинающих имеют в виду две цели: во-первых, дать возможность практикантам познакомиться с наиболее важными приборами и овладеть основными методами точных физических измерений, во-вторых, дать возможность более подробно ознакомиться с некоторыми явлениями и законами природы, для полного понимания которых одних демонстраций на лекциях по физике обыкновенно бывает недостаточно; задачи этого второго рода тоже носят характер измерительный, хотя здесь на первое место выступает не производство измерений, а изучение самого явления; к числу таких задач можно отнести определение числа Авогадро методом Перрена (задача 48), определение заряда электрона (задача 94) и ряд других.

Измерить какую-либо величину — значит узнать, сколько раз заключается в ней однородная с ней величина, принятая за единицу меры. Измерять непосредственно данную величину обыкновенно приходится лишь в редких случаях; это имеет место, например, при измерении длин масштабами или масс-весами. В большинстве же случаев измеряют непосредственно не искомую величину, а некоторые другие величины, которые связаны с нею известными соотношениями; последние определяются законами наблюдаемых явлений, а искомая величина вычисляется из результатов непосредственных измерений величин, входящих в формулы, выражающие закон явления или соотношение между измеренными величинами и искомой величиной. Например, ускорение силы тяжести  $g$  определяется по длине маятника и времени его качания на основании известной формулы маятника; коэффициент внутреннего трения жидкости методом Стокса определяется путем измерения диаметра падающего шарика и скорости его установившегося движения, т. е. измерения расстояния и времени и т. д. Таким образом,

измерение искомой величины обыкновенно требует непосредственного измерения нескольких вспомогательных величин, которые вместе с искомой величиной характеризуют наблюдаемое физическое явление. В этих случаях все необходимые измерения следует производить в определенной последовательности, которая указывается в руководстве.

В большинстве случаев при физических измерениях приходится иметь дело с тремя последовательными операциями: установкой приборов, наблюдением и отсчетом.

Установка приборов требует их правильного размещения, при котором должны быть приняты во внимание те или иные внешние и внутренние обстоятельства и условия измерения; очень часто, например, требуется установить прибор так, чтобы определенное направление в нем было вертикально или определенная плоскость горизонтальна, или требуется правильно расположить в электрической цепи несколько отдельных приборов и т. д. При установке приборов необходимо определить влияние различных внешних факторов на действие приборов, например температуры, давления и т. д.; если их влияние оказывается значительным, то оно должно быть или устранено, или принято во внимание.

В последнем случае наблюдаемые величины приводят к определенным внешним условиям, например к температуре  $0^{\circ}\text{C}$ , к нормальному атмосферному давлению или к пустоте и т. д. Чтобы это приведение можно было сделать, надо при решении задачи определить те внешние условия, при которых производятся измерения, иначе последние потеряют свое значение; например, очень часто бывает необходимо определить температуру и барометрическое давление в момент производства измерений.

Второй операцией является наблюдение, которое по характеру своему может быть весьма разнообразным; иногда, например, требуется определить момент исчезновения какого-нибудь физического явления — электрического тока в цепи, звукового впечатления и т. д.; или требуется определить момент достижения максимальной температуры в некоторой системе; или подыскать расстояние, при котором наблюдается одинаковая яркость освещения двух половин поля зрения в оптической трубе; или довести до возможно полного совпадения две точки, две черты и т. д.

Когда это достигнуто, следует отсчет, чаще всего длины или угла по некоторым масштабам — линейным или дуговым; из результатов отсчетов определяется, наконец, измеряемая величина.

**О погрешностях измерений.** Благодаря несовершенству измерительных приборов, которыми мы пользуемся, и несовершенству наших органов чувств все измерения можно делать только с известной степенью точности; поэтому результаты измерений дают нам не истинное значение измеряемой величины, а лишь приближенное. Если, например, вес тела определен с точностью до  $0,1\text{ мГ}$ , то это

значит, что найденный вес отличается от истинного веса тела менее, чем на  $0,1 \text{ мГ}$ .

Точность измерения определяется той наименьшей частью единицы меры, до которой с уверенностью в правильности результата можно произвести измерение. Степень точности измерений зависит от употребляемых при измерениях приборов и от общих методов измерений, и было бы совершенно напрасной тратой времени стремиться при измерениях в данных условиях перейти за этот предел точности. Обыкновенно приходится довольствоваться точностью в  $0,1\%$  измеряемой величины. В некоторых случаях можно достичь значительно большей точности; так, на хороших весах, взвешивая тело весом около  $200 \text{ Г}$ , нетрудно достичь точности до  $0,1 \text{ мГ}$ , т. е. точности до  $0,00005\%$ . В других же случаях получение точности в  $0,1\%$  является почти недостижимым; таковы, например, обычные измерения температуры и ее изменений при помощи термометров. Обыкновенными термометрами можно отсчитывать температуру с точностью лишь до  $0,1^\circ$ , иногда с точностью до  $0,05^\circ$ ; если, следовательно, измеряемое изменение температуры составляет приблизительно  $5^\circ$ , то степень точности не будет превышать  $1\text{--}2\%$  измеряемой величины.

Отсюда следует, что прежде, чем приступить к измерениям, необходимо предварительно определить пределы точности, которые могут быть получены с данными приборами. Это достигается внимательным изучением приборов, определением точности каждого из них в отдельности и общей точности данного метода измерений. Если приходится в задаче измерять различные величины и пределы возможной точности оказываются для каждой измеряемой величины различными, то нет оснований при отдельных измерениях выходить далеко за пределы точности наименее точно определяемой величины. Например, при калориметрических измерениях определение массы воды и калориметра из взвешивания можно было бы сделать с точностью, как уже сказано, около  $0,0001\%$ . Однако в данном случае нет оснований производить взвешивание с такой точностью, и можно ограничиться взвешиванием на менее совершенных весах с точностью, например, до  $0,1\%$ , так как измерение изменений температуры калориметра может быть сделано, как сказано, с точностью лишь  $1\text{--}2\%$ .

Для того чтобы повысить точность окончательного результата, всякое физическое измерение необходимо делать не один, а несколько раз при одинаковых условиях опыта. В самом деле, выше уже было сказано, что при измерениях и отсчетах мы всегда совершаем более или менее значительные ошибки (погрешности); эти ошибки могут происходить по двум причинам, а потому делятся на две группы: систематические и случайные. Систематические погрешности происходят вследствие

неисправности измерительных приборов, ошибочности самого метода измерений или какого-нибудь упущения со стороны наблюдателя; само собой разумеется, что увеличение числа измерений влияния этих ошибок не уменьшит; их можно избежать, только относясь критически к самим методам измерений, следя за исправным состоянием приборов и строго придерживаясь выработанных практикой правил выполнения работ. Что же касается случайных ошибок, то они вызываются неточностью отсчетов, которую совершенно произвольно может внести всякий экспериментатор; причины их кроются как в несовершенстве наших органов чувств, так и во многих других обстоятельствах, сопровождающих измерения, которые заранее нельзя учесть. Случайные ошибки подчиняются законам вероятности, а это значит, что если при каком-нибудь измерении результат получился больше истинного, то при одном из последующих измерений столь же вероятно может получиться результат меньше истинного. Совершенно очевидно в таком случае, что многократное повторение одного и того же измерения уменьшит влияние этих случайных ошибок, так как нет основания считать уклонение от истинного значения в одну сторону более вероятным, чем в другую. Поэтому среднее арифметическое из большого числа результатов, несомненно, ближе всех этих измерений подойдет к истинному значению измеряемой величины.

Теория вероятностей дает возможность подсчитать вероятную погрешность среднего результата по отклонениям отдельных измерений от этого среднего. В курсе теории вероятностей можно подробно ознакомиться с этим вопросом <sup>1)</sup>. Наша цель — дать ряд практических указаний, необходимых хотя бы для приближенного определения точности полученного результата, т. е. для определения на основании нескольких повторных измерений погрешности среднего результата.

Пусть, например,  $N_1, N_2, \dots, N_k$  будут результаты отдельных измерений; здесь  $k$  есть число отдельных измерений. Тогда

$$N = \frac{N_1 + N_2 + \dots + N_k}{k} \quad (1)$$

будет являться наиболее близким к истинному значению измеряемой величины. Отклонения  $\Delta N_i$  каждого отдельного измерения от этого среднего, т. е. величины  $N - N_1 = \pm \Delta N_1$ ,  $N - N_2 = \pm \Delta N_2$ , ..., носят название *абсолютных ошибок отдельных измерений*. Нас интересует не знак этих ошибок, а лишь их численное значение.

Средняя арифметическая из численных значений отдельных ошибок — обозначим ее через  $\Delta N$  — носит название *средней абсо-*

<sup>1)</sup> См. по этому вопросу книгу К. П. Яковлева, Математическая обработка результатов наблюдений, Гостехиздат, М.—Л., 1953.

*лотной ошибки измерений*

$$\Delta N = \frac{\Delta N_1 + \Delta N_2 + \dots + \Delta N_k}{k}. \quad (2)$$

Отношения  $\frac{\Delta N_1}{N_1}$ ,  $\frac{\Delta N_2}{N_2}$ , ... носят названия *относительных ошибок отдельных измерений*, и, наконец, отношение средней абсолютной ошибки  $\Delta N$  к среднему значению измеряемой величины  $N$  называется *средней относительной ошибкой измерений* ( $E$ )

$$\frac{\Delta N}{N} = \pm E. \quad (3)$$

Относительные ошибки выражаются обычно в процентах.

Выше уже было сказано, что результат работы весьма редко может быть получен путем измерения одной только физической величины. В большинстве случаев для получения результата надо произвести ряд измерений и с полученными численными значениями измеряемых величин произвести различные математические вычисления. Зная погрешности, которые допущены при измерении величин, входящих в результат, необходимо определить и погрешности самого результата.

Рассмотрим несколько основных примеров.

1. Абсолютная и относительная ошибки результата, являющегося суммой (или разностью) двух измеряемых величин:  $N = A \pm B$ . Пусть абсолютная ошибка измерения величины  $A$  равна  $\Delta A$ , а абсолютная ошибка измерения величины  $B$  есть  $\Delta B$ . Тогда, очевидно,

$$N \pm \Delta N = (A \pm \Delta A) \pm (B \pm \Delta B).$$

Ошибки  $\Delta A$  и  $\Delta B$  могут быть любого знака, но их следует рассчитывать, рассматривая наиболее невыгодный случай. При измерении суммы двух величин  $A$  и  $B$  наибольшую ошибку мы получим, если ошибки измерения величины  $A$  и  $B$  будут одного знака, в случае измерения разности величин, — если их ошибки будут разного знака. В обоих случаях, следовательно, абсолютная ошибка  $\Delta N$  измерений величины  $N$  будет равна сумме абсолютных ошибок измерений величин  $A$  и  $B$ :

$$\pm \Delta N = \pm (\Delta A + \Delta B). \quad (4)$$

Таким образом вычисленную среднюю ошибку измерений называют предельной, а иногда максимальной ошибкой. Относительные ошибки измерений будут выражаться следующими формулами:

$$\text{для суммы } E = \frac{\Delta N}{N} = \frac{\Delta A + \Delta B}{A + B}, \quad (5)$$

$$\text{для разности } E = \frac{\Delta A + \Delta B}{A - B}. \quad (6)$$



Отсюда если мы измеряем какую-либо величину, равную разности двух величин, то относительная ошибка измерения тем больше, чем ближе значения измеряемых величин.

2. Абсолютная и относительная ошибки произведения или частного двух величин:  $N = AB$  или  $N = \frac{A}{B}$ . Если  $A$  измерено с ошибкой  $\pm \Delta A$ , а  $B$  — с ошибкой  $\pm \Delta B$ , то, очевидно,

$$N \pm \Delta N = (A \pm \Delta A)(B \pm \Delta B) = AB \pm A\Delta B \pm B\Delta A \pm \Delta A\Delta B.$$

Величиной  $\Delta A\Delta B$  можно пренебречь, так как  $\Delta A$  и  $\Delta B$  малы по сравнению с величинами  $A$  и  $B$ , поэтому

$$\Delta N = A\Delta B + B\Delta A. \quad (7)$$

Мы опять рассматриваем наиболее невыгодный случай, когда обе ошибки имеют одинаковый знак. Таким образом, абсолютная ошибка произведения равна сумме произведений абсолютной ошибки первого множителя на второй множитель и ошибки второго множителя на первый. Отсюда

$$E = \frac{\Delta N}{N} = \frac{A\Delta B + B\Delta A}{AB} = \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B}. \quad (8)$$

Относительная ошибка произведения равна сумме относительных ошибок множителей.

Аналогично если  $N = \frac{A}{B}$ , то

$$N \pm \Delta N = \frac{A \pm \Delta A}{B \pm \Delta B} = \frac{(A \pm \Delta A)(B \pm \Delta B)}{B^2 - (\Delta B)^2} = \frac{AB \pm \Delta AB \pm \Delta BA}{B^2}.$$

Мы опять пренебрегаем квадратами и произведением ошибок и рассматриваем наиболее невыгодный случай, когда ошибки в измерении числителя и знаменателя сделаны с обратным знаком. Отсюда

$$\Delta N = \frac{B\Delta A + A\Delta B}{B^2}. \quad (9)$$

Абсолютная ошибка частного равна сумме произведений абсолютной ошибки числителя на знаменатель и абсолютной ошибки знаменателя на числитель, деленной на квадрат знаменателя. Относительная ошибка частного, очевидно, равна сумме относительных ошибок делимого и делителя.

Действительно,

$$E = \frac{\Delta N}{N} = \frac{B}{A} \frac{B\Delta A + A\Delta B}{B^2} = \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B}. \quad (10)$$

Здесь следует иметь в виду, что автоматическое применение данных правил может привести к ошибке в тех случаях, когда измеряемая величина входит в формулу для вычисления результата несколько раз. Рассмотрим следующий пример. Пусть

$$N = \frac{A+B}{B}.$$

Можно, автоматически пользуясь приведенными формулами, рассматривать  $N$  как частное от деления двух величин:  $C = A + B$  и  $B$ . Тогда

$$\Delta N = \frac{B\Delta C + C\Delta B}{B^2},$$

но

$$\Delta C = \Delta A + \Delta B,$$

откуда

$$\Delta N = \frac{B(\Delta A + \Delta B) + (A+B)\Delta B}{B^2} = \frac{B\Delta A + (A+2B)\Delta B}{B^2}.$$

С другой стороны, очевидно, что  $\Delta N = \frac{B\Delta A + A\Delta B}{B^2}$ , так как  $N$  может быть представлено как  $N = \frac{A}{B} + 1$ .

Ошибка, сделанная нами при первом способе подсчета, произошла потому, что мы считали знаки абсолютной ошибки измерения, повторяющейся в формуле величины  $B$  в знаменателе и числителе, различными аналогично тому, как мы поступали при вычислении ошибки для частного от двух независимо измеренных величин. В данном же случае абсолютную ошибку  $\Delta B$  в числителе и знаменателе, очевидно, надо брать с одинаковым знаком. Учтя это, мы и при первом способе подсчета пришли бы к правильному результату.

Таким образом, в случае повторения некоторой величины в формулах несколько раз следует в каждом данном случае специально вычислить среднюю ошибку измерения. Общий метод вычисления с помощью дифференциального исчисления, не требующий рассмотрения отдельных случаев, будет изложен ниже.

3. Абсолютная и относительная ошибки для степенной функции. Пусть  $N = A^n$ , где  $n$  — точное число. Очевидно,  $N$  можно представить как произведение  $n$  множителей  $A$ . Тогда относительная ошибка будет, очевидно, равна

$$E = n \frac{\Delta A}{A}, \quad (11)$$

т. е. относительная ошибка степени равна относительной ошибке основания, умноженной на показатель

степени, а средняя абсолютная ошибка измерений —

$$\Delta N = n A^{n-1} \Delta A. \quad (12)$$

Пусть

$$N = \sqrt[n]{A},$$

тогда

$$N + \Delta N = \sqrt[n]{A + \Delta A}.$$

Возведем обе части равенства в  $n$ -ю степень

$$(N + \Delta N)^n = A + \Delta A.$$

Пренебрегая высшими степенями  $\Delta N$ , получим

$$N^n + n N^{n-1} \Delta N = A + \Delta A,$$

откуда абсолютная ошибка —

$$\Delta N = \frac{\Delta A}{n N^{n-1}} = \frac{\Delta A \sqrt[n]{A}}{n A}; \quad (13)$$

относительная ошибка —

$$E = \frac{\Delta N}{N} = \frac{1}{n} \frac{\Delta A}{A}, \quad (14)$$

т. е. относительная ошибка корня  $n$ -й степени равна относительной ошибке подкоренного выражения, деленной на показатель корня.

4. Абсолютная и относительная ошибки тригонометрических величин. Вычислим абсолютную и относительную ошибки в случаях, если искомая величина есть тригонометрическая функция измеряемой величины.

Пусть  $N = \sin \alpha$ , тогда, очевидно,  $N + \Delta N = \sin(\alpha + \Delta \alpha)$ , где  $\Delta \alpha$  есть абсолютная ошибка измерения угла. Полагая в виду малости  $\Delta \alpha$ , что  $\cos \Delta \alpha = 1$  и  $\sin \Delta \alpha = \Delta \alpha$ , получим

$$N + \Delta N = \sin \alpha + \cos \alpha \cdot \Delta \alpha,$$

откуда

$$\Delta N = \cos \alpha \cdot \Delta \alpha, \quad (15)$$

$$E = \frac{\Delta N}{N} = \operatorname{ctg} \alpha \cdot \Delta \alpha. \quad (16)$$

Аналогично можно вычислить абсолютные и относительные ошибки и для прочих тригонометрических функций. Если определяемая величина является сложной функцией тригонометрических величин, можно использовать ранее выведенные формулы; только и в этом случае надо каждый раз следить за тем, чтобы был правильно учтен знак ошибки. Однако следует отметить, что если искомая величина определяется путем измерения многих величин, то вычисленная предельная ошибка фактически оказывается завы-

шенной, так как при подборе знаков ошибок мы всегда рассматриваем наиболее невыгодный случай. В этом случае следует, повторив эксперимент несколько раз, оценить ошибку измерения непосредственно по разбросу результатов отдельных измерений.

В нижеследующей таблице приведены выведенные выше и некоторые другие формулы.

Математическая операция	Погрешность	
	абсолютная	относительная
1. $N = A + B + C \dots$	$\pm (\Delta A + \Delta B + \Delta C \dots)$	$\pm \frac{\Delta A + \Delta B + \Delta C + \dots}{A + B + C + \dots}$
2. $N = A - B$	$\pm (\Delta A + \Delta B)$	$\pm \frac{\Delta A + \Delta B}{A - B}$
3. $N = A \cdot B$	$\pm (A\Delta B + B\Delta A)$	$\pm \left( \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B} \right)$
4. $N = A \cdot B \cdot C$	$\pm (BC\Delta A + AC\Delta B + AB\Delta C)$	$\pm \left( \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B} + \frac{\Delta C}{C} \right)$
5. $N = A^n$	$\pm nA^{n-1} \Delta A$	$\pm n \frac{\Delta A}{A}$
6. $N = \sqrt[n]{A}$	$\pm \frac{1}{n} A^{\frac{1}{n}-1} \Delta A$	$\pm \frac{1}{n} \frac{\Delta A}{A}$
7. $N = \frac{A}{B}$	$\pm \frac{B\Delta A + A\Delta B}{B^2}$	$\pm \left( \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B} \right)$
8. $N = \sin A$	$\pm \cos A \cdot \Delta A$	$\pm \operatorname{ctg} A \cdot \Delta A$
9. $N = \cos A$	$\pm \sin A \cdot \Delta A$	$\pm \operatorname{tg} A \cdot \Delta A$
10. $N = \operatorname{tg} A$	$\pm \frac{\Delta A}{\cos^2 A}$	$\pm \frac{2\Delta A}{\sin 2A}$
11. $N = \operatorname{ctg} A$	$\pm \frac{\Delta A}{\sin^2 A}$	$\pm \frac{2\Delta A}{\sin 2A}$

Так как ошибки измерения, как правило, достаточно малы по сравнению с измеряемыми величинами, что позволяет пренебречь квадратами их величин, то можно для вычисления ошибок измерения пользоваться дифференциальным исчислением, что значительно упрощает подсчет ошибки для сложных функций. При этом не возникает уже никаких затруднений с повторяющимися в формуле величинами.

Пусть, например, для измерения искомой величины  $N$ , которую не удастся определить непосредственно, пришлось измерить

некоторую другую величину  $x$ , связанную с первой функциональной зависимостью:

$$N = f(x). \quad (17)$$

Пусть, далее, средняя абсолютная ошибка измерения величины  $x$  есть  $\pm dx$ ; эта ошибка вызовет соответствующую ошибку в искомой величине  $\pm dN$ . Очевидно,

$$N \pm dN = f(x \pm dx). \quad (18)$$

Разлагая правую часть равенства (18) в ряд Тейлора, получим

$$N \pm dN = f(x) \pm dx \frac{df(x)}{dx} \pm \frac{(dx)^2}{2!} \frac{d^2f(x)}{dx^2} \pm \dots$$

Пренебрегая членами разложения, содержащими  $dx$  в степени выше первой, получим

$$N \pm dN = f(x) \pm \frac{df(x)}{dx} dx$$

или, принимая во внимание равенство (17),

$$dN = \pm dx \frac{df(x)}{dx}, \quad (19)$$

т. е. абсолютная ошибка функции равна абсолютной ошибке аргумента, умноженной на производную этой функции.

Относительная ошибка измерения определится из выражения

$$E = \pm \frac{dN}{N},$$

или

$$E = \pm \frac{dx}{f(x)} \frac{df(x)}{dx}. \quad (20)$$

Если измеряемая величина  $N$  является функцией не одного, а многих переменных, т. е. если

$$N = f(x_1, x_2, \dots, x_n),$$

то необходимо найти, как было указано выше, ошибки в величине  $N$ , вызванные ошибками в каждой отдельной величине  $x$ ; обозначим эти частные погрешности в величине  $N$  соответственно через  $\partial N_1, \partial N_2, \dots, \partial N_n$ . Имея в виду самый неблагоприятный случай, т. е. находя максимально возможное значение абсолютной погрешности конечного результата, надо сложить арифметически все частные погрешности (независимо от результатов дифференцирования). Итак,

$$dN = \pm \left( |dx_1| \cdot \left| \frac{\partial N}{\partial x_1} \right| + |dx_2| \cdot \left| \frac{\partial N}{\partial x_2} \right| + \dots + |dx_n| \cdot \left| \frac{\partial N}{\partial x_n} \right| \right). \quad (21)$$

Само собой разумеется, что, дифференцируя величину  $N$  по  $x_1$ , необходимо величины  $x_2, x_3, \dots, x_n$  считать постоянными, дифференцируя по  $x_2$  — считать  $x_1, x_3, \dots, x_n$  постоянными и т. д.

Относительная погрешность измерений найдется из соотношения

$$E = \pm \frac{dN}{N} = \pm \frac{1}{f(x_1, x_2, \dots, x_n)} \left( |dx_1| \cdot \left| \frac{\partial N}{\partial x_1} \right| + \right. \\ \left. + |dx_2| \cdot \left| \frac{\partial N}{\partial x_2} \right| + \dots + |dx_n| \cdot \left| \frac{\partial N}{\partial x_n} \right| \right). \quad (22)$$

Пользуясь уравнениями (21) и (22), легко получить формулы для определения абсолютных и относительных ошибок при различных математических операциях.

Рассмотрим один пример, аналогичный уже выше разобранным, в котором одна из измеряемых величин входит как в числитель, так и в знаменатель функции. Пусть

$$N = \frac{A^2}{2B} + \frac{B}{2},$$

тогда

$$\frac{\partial N}{\partial A} = \frac{A}{B}, \quad \frac{\partial N}{\partial B} = -\frac{A^2}{2B^2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{B^2 - A^2}{B^2};$$

отсюда

$$dN = \frac{A}{B} dA + \frac{1}{2} \frac{|B^2 - A^2|}{B^2} dB = \frac{2A \cdot B dA + |B^2 - A^2| dB}{2B^2}, \\ E = \frac{2A \cdot B \cdot dA + |B^2 - A^2| dB}{(A^2 + B^2)B}.$$

В числителе множителем при  $dB$  стоит модуль разности  $B^2 - A^2$ ; это значит, что эта разность всегда считается положительной.

Степень точности результата. Если искомая величина измеряется всего несколько раз, то о степени точности отклонения среднего арифметического от истинного значения этой величины можно судить лишь по средней ошибке измерения, и она определяет точность измерения результата. Однако если одна и та же искомая величина определялась многократно, степень точности результата можно, воспользовавшись теорией вероятностей, определить гораздо точнее.

Случайные ошибки измерения подчиняются законам теории вероятности. Предполагая, что вероятность появления случайной ошибки убывает с величиной ошибки и что эта вероятность не зависит от знака ошибки, можно ввести функцию распределения вероятности ошибок. Эта функция записывается в виде

$$\Delta n = y \Delta x = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 x^2} \Delta x;$$

здесь  $x$  — величина ошибки, а  $\Delta n = y \Delta x$  — число ошибок, значения которых лежат между  $x$  и  $x + \Delta x$ . Кривая  $y = f(x)$  носит

название кривой Гаусса. Если число измерений достаточно велико и по данным этих измерений можно построить кривую Гаусса, то можно для заданной величины вероятности  $w$  вычислить такую величину  $F_w$ , что с вероятностью  $w$  истинное значение измеряемой величины  $N$  будет лежать в пределах от  $N_0 - F_w$  до  $N_0 + F_w$  ( $N_0$  — среднее арифметическое из результатов отдельных измерений). В частности, если  $w = 50\%$ , то величина  $F_w$  называется *вероятной погрешностью* результата или *вероятной ошибкой* среднего арифметического.

Не давая выводов и отсылая интересующихся к курсам теории вероятностей, приводим только конечные формулы. Средняя ошибка измерения  $E$  может быть записана в виде

$$E = \frac{\sum_i |\Delta N_i|}{n} \approx \pm 0,8 \sqrt{\frac{\sum (\Delta N)^2}{n-1}}; \quad (23)$$

$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (\Delta N)^2}{n-1}}$  носит название средней квадратичной ошибки измерений. Средняя квадратичная ошибка измерений величины, являющейся суммой независимо измеряемых величин, равна квадратному корню из суммы квадратов средних квадратичных ошибок этих величин, т. е. если  $A = A_1 + A_2$ , то  $\sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$ . Для вероятной погрешности результата  $F_w$  получено выражение

$$F_w = \pm 0,6745 \sqrt{\frac{\sum (\Delta N)^2}{n(n-1)}}, \quad (24)$$

где  $\sum (\Delta N)^2$  есть сумма квадратов абсолютных ошибок отдельных измерений искомой величины, а  $n$  есть число произведенных измерений. В этом случае окончательный результат измерений записывается так:

$$N = N_0 \pm 0,6745 \sqrt{\frac{\sum (\Delta N)^2}{n(n-1)}}, \quad (24a)$$

где  $N_0$  есть среднее арифметическое из всех полученных результатов.

Следует иметь в виду, что последние формулы справедливы лишь для достаточно большого числа произведенных измерений; если же мы пользуемся ею и в случае ограниченного числа произведенных измерений, то только потому, что для случая небольшого числа наблюдений мы не имеем иных средств к решению поставленной задачи.

**О погрешности измерений и точности прибора.** Многократно повторять измерения для исключения случайных ошибок имеет, конечно, смысл только в том случае, если случайные ошибки отдельных измерений превышают погрешность, даваемую прибором.

*Точностью прибора* называется точность измерения, которая может быть достигнута с этим прибором в случае, когда способ его применения не вызывает дополнительных ошибок. Как правило, точность прибора ниже точности отсчета, который можно сделать по шкале прибора. Точность прибора указывается либо на самом приборе, либо в прилагаемом паспорте прибора.

Например, если мы измеряем длину миллиметровым масштабом, мы легко можем отсчитать на глаз десятые доли миллиметра, но обычная линейка может и не обеспечивать такой точности. Сколько бы раз мы ни повторяли измерения, точность полученного нами результата не превысит точности, обеспеченной при изготовлении линейки. Но если даже расстояние между миллиметровыми делениями линейки нанесено с большой точностью (скажем, до  $0,001\text{ мм}$ ), то измерить, например, отрезок между двумя метками с такой точностью при оценке положения меток между штрихами линейки на глаз нельзя. В этом случае лимитирующим точность измерений прибором является глаз экспериментатора, и точность измерения определится точностью отсчета, которая, как правило, не превышает  $0,1$  деления всякой шкалы.

Работая же, например, на сферометре (см. задачу 2), мы имеем возможность производить измерения с точностью до  $0,002\text{ мм}$ , но за счет случайных ошибок измерений значения отдельных промеров разнятся обычно друг от друга до нескольких сотых миллиметра. В этом случае следует повторять измерение многократно, чтобы средняя абсолютная ошибка измерения по возможности приблизилась к значению  $0,002\text{ мм}$ .

Производя измерения, надо стремиться к тому, чтобы точность измерений приблизилась к точности прибора. Если такое положение достигнуто и при повторных измерениях получается одно и то же значение, то при вычислении погрешности результата вместо абсолютных ошибок измерений отдельных величин подставляются точности приборов.

**Обработка результатов измерений.** Когда все измерения, необходимые для данной задачи, закончены, предстоит сделать на основании их вычисление искомой величины. Обыкновенно в результаты измерений необходимо бывает ввести различного рода поправки, которые зависят от температуры, внешнего давления, иногда от некоторых систематических ошибок в показаниях прибора и т. д. (вообще говоря, они бывают невелики сравнительно со всей измеряемой величиной). Поправки на температуру и давление обыкновенно даются в таблицах; некоторые из них приложены в конце руководства. Другие поправки и исправления наблюдаемых величин вычисляются по формулам, которые также приводятся в руководстве, когда это необходимо. Для сокращения времени поправочные члены, как малые, следует вычислять обязательно или по



правилам сокращенных арифметических действий, или при помощи логарифмической линейки, или, в более редких случаях, с помощью четырехзначных таблиц логарифмов.

Когда все поправки введены в отдельные измерения, приступают к вычислению искомой величины по формулам, которые приведены в задачах.

Производя вычисления на основании результатов измерений, нет никакого смысла вести вычисления дальше того предела точности, который обеспечивается точностью определения непосредственно измерявшихся величин.

Точность измерения определяет поэтому и те способы, с помощью которых следует вести те или иные вычисления. В ряде случаев достаточно пользоваться логарифмической линейкой<sup>1)</sup>, в других надо пользоваться таблицами логарифмов. Опять-таки в зависимости от точности измерения иногда вполне достаточны четырехзначные таблицы логарифмов, иногда же следует использовать пяти- или семизначные<sup>2)</sup>. Рекомендуются также, где возможно, пользоваться различными вспомогательными таблицами.

Пусть, например, определяя ускорение силы тяжести, после внимательного изучения имевшихся в нашем распоряжении приборов и на основании произведенных нами измерений и изложенных выше указаний мы установили, что относительная ошибка конечного результата при применявшемся нами методе равна 0,2%. В этом случае абсолютная ошибка результата будет равна 2 см/сек<sup>2</sup>. Совершенно очевидно, что вычислять результат с точностью до тысячных совершенно бесполезно, так как ошибка содержится уже в целых единицах и все дальнейшие знаки являются излишними. Определить следующий за последним знак (в данном примере первый десятичный) полезно только потому, что принято, отбрасывая ненужные цифры, увеличивать последнюю значащую цифру на единицу, если отбрасываемая больше пяти. В данном случае результат измерений следует записать так:  $g = 982 \text{ см/сек}^2$ . Если же мы захотели бы указать точность наших измерений, то мы могли бы указать предельную ошибку нашего результата и в таком случае записать этот результат так:

$$g = 982 \pm 2 \text{ см/сек}^2.$$

---

<sup>1)</sup> Описание логарифмической линейки и изложение способов работы с ней можно найти в книге Д. Ю. П а н о в а, Счетная линейка, Физматгиз, М., 1960.

<sup>2)</sup> Способы приближенных вычислений изложены в книге М. Л. Ф р а н к а, Элементарные приближенные вычисления, ГТТИ, М.—Л., 1933, и в книге К. П. Я к о в л е в а, Математическая обработка результатов наблюдений, Гостехиздат, М.—Л., 1953.

**О графическом способе представления результатов эксперимента.** В ряде случаев при обработке результатов измерений пользуются графическим методом. Так, очень часто требуется проследить зависимость одной какой-либо физической величины от другой, например, зависимость плотности раствора от его концентрации или температуры, зависимость угла отклонения луча от длины его волны, электродвижущей силы элемента от температуры и пр. Для этого делают ряд наблюдений искомой величины  $y$  для различных значений переменной  $x$ , т. е. измеряют, например, значение плотности ( $y$ ) раствора при определенных значениях ( $x$ ) его концентрации или температуры, или величины угла ( $y$ ) отклонения луча для определенных значений ( $x$ ) длин волн и т. д. Для наглядного представления этой зависимости ее изображают графически, пользуясь в громадном большинстве случаев прямоугольной системой координат; именно на миллиметровой бумаге откладывают по оси абсцисс в произвольно выбранном масштабе значения одной из величин, а по оси ординат также в произвольном масштабе — значения другой величины и полученные на плоскости точки соединяют между собой непрерывной плавной кривой.

Такая кривая дает нам возможность производить графическим путем интерполяцию, т. е. находить значения  $y$  даже для таких значений  $x$ , которые непосредственно не наблюдались, так как из любой точки оси абсцисс можно провести ординату до пересечения с кривой; длина этих ординат и будет представлять значения величины  $y$  для соответствующих значений  $x$ . Кроме того, можно определять, например, значения одной величины, которые соответствуют максимальным или минимальным значениям другой, хотя бы последние и не определялись непосредственно. Такие графики или диаграммы оказываются особенно полезными при калибровании какого-либо прибора, при градуировании шкалы спектро스코па и пр. Сравнительно реже приходится пользоваться другими системами координат; так, иногда пользуются полярными координатами, например, в задаче 117.

На рис. 1 приведен пример построения гипотетической кривой по экспериментальным точкам. Размер экспериментальных точек, наносимых на графике, не является произвольным, а должен быть выбран в соответствии с точностью измерений. В данном примере измерения величины  $x$ , отложенные по оси абсцисс, производились точнее, чем измерения величины  $y$ , поэтому экспериментальные точки приняли вид штрихов. При построении графика следует заранее выбрать масштаб, нанести деления масштаба по осям координат и лишь после этого приступить к нанесению на график экспериментальных точек.

**Определение наивыгоднейших условий измерения.** Наивыгоднейшими условиями измерения называют такие условия, при

которых погрешность измерений получается наименьшей.

В тех случаях, когда измеряемая величина является функцией одной переменной, определение таких условий не представляет никаких затруднений. Предположим, что мы определяем длину волны с помощью дифракционной решетки, помещенной на столике спектрометра. Если лучи падают на дифракционную решетку нор-

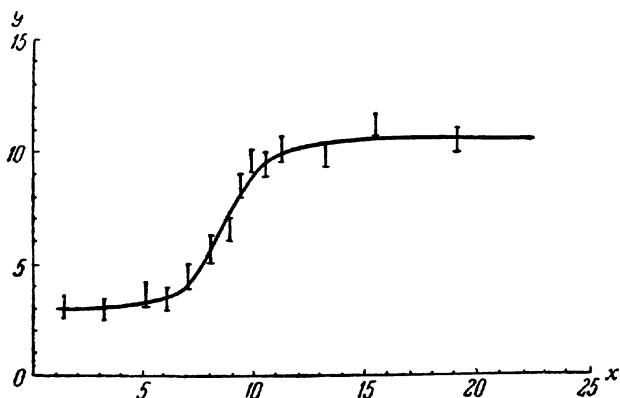


Рис. 1.

мально, то направление дифрагированных лучей, определяемое на опыте, связано с искомой длиной волны соотношением

$$b \sin \varphi = n \cdot \lambda, \quad (25)$$

где  $b$  — постоянная решетки,  $n$  — порядок дифракционного спектра,  $\lambda$  — длина волны. Ошибка  $\Delta\varphi$  в измерении угла  $\varphi$  определяет ошибку  $\Delta\lambda$  измерения величины  $\lambda$ . Из (25) следует

$$b \cos \varphi \cdot d\varphi = n \cdot d\lambda$$

или

$$\operatorname{ctg} \varphi \cdot d\varphi = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}. \quad (26)$$

Отсюда видно, что меньшая ошибка при измерении длины волны достигается, если наблюдаются большие углы дифракции.

Если измеряемая величина является функцией многих переменных, то относительная погрешность измерения определяется по формуле (22) и наивыгоднейшими условиями измерения будут такие условия, при которых правая часть уравнения (22) будет иметь наименьшее значение. Для отыскания этого минимума пользуются обычными средствами дифференциального исчисления, т. е. определяют частные производные правой части этого уравнения и, приравнявая их нулю, получают  $n$  искомых условий.

Во многих частных случаях отыскание условий минимума погрешности допускает значительные упрощения. Рассмотрим пример измерения сопротивления с помощью мостика.

Как известно, при измерениях с помощью мостика (см. задачу 55) сопротивление  $R_x$  вычисляется по формуле

$$R_x = R \frac{l_1}{l_2}, \quad (27)$$

где  $R$  есть известное сопротивление, а  $l_1$  и  $l_2$  — длины плеч калиброванной струны. Определим положение скользящего контакта, при котором относительная погрешность измерения является наименьшей.

Если длина всей калиброванной струны есть  $L$ , то  $l_1 = L - l_2$  и, следовательно,

$$R_x = R \frac{L - l_2}{l_2}.$$

Частная абсолютная погрешность  $\partial R_x$  будет равна

$$\partial R_x = \pm dl \frac{\partial R_x}{\partial l} = \pm dl \frac{\partial \left[ R \frac{L - l_2}{l_2} \right]}{\partial l} = \pm \frac{RL}{l_2^2} dl. \quad (28)$$

Относительная погрешность измерения —

$$E = \pm \frac{\partial R_x}{R_x} = \pm \left( \frac{RL}{l_2^2} dl : R \frac{L - l_2}{l_2} \right) = \pm \frac{L}{(L - l_2) l_2} dl. \quad (29)$$

Погрешность  $E$  будет наименьшая при максимальном значении выражения  $(L - l_2) l_2$ , так как  $L = \text{const}$ . Этот максимум можно определить, взяв первую производную выражения  $(L - l_2) l_2$  по  $l_2$  и приравняв ее нулю (вторая производная по  $l_2$  отрицательна):

$$\frac{d}{dl_2} [(L - l_2) l_2] = 0 \text{ или } L - 2l_2 = 0,$$

откуда

$$l_2 = \frac{L}{2}.$$

Таким образом, наименьшая погрешность получается при условии

$$l_1 = l_2. \quad (30)$$

**Советы и указания.** Приступая к решению задачи, следует прежде всего очень внимательно прочесть все, что написано относительно этой задачи в настоящем руководстве. После этого необходимо обратиться к общим руководствам по физике или к специальной литературе, указанной в конце задачи, чтобы подробнее ознакомиться с явлением и вспомнить его теорию. Затем необхо-

димо не менее внимательно ознакомиться с приборами, употребляемыми для решения задачи, т. е. с их устройством и действием, и с планом измерений, которые предстоит сделать.

Н и к о г д а не следует приступать к выполнению задачи, если в ней что-либо остается неясным. Успешное решение задач всегда требует значительной доли навыка и умения обращаться с приборами; поэтому очень часто вначале решение задач кажется очень трудным, отнимает много времени, а результаты измерений часто бывают совершенно ошибочными. Этими обстоятельствами никогда не следует смущаться, так как умение производить точные и правильные измерения приобретается далеко не сразу и требует значительной работы. В особенности при этом необходимо обращать внимание на ту операцию, которая называется установкой приборов. Эту часть задачи в большинстве случаев приходится выполнять особенно тщательно, так как очень часто можно получить ошибочные результаты измерений, если установка прибора сделана недостаточно внимательно. Например, если желают измерить поверхностное натяжение, измеряя высоту столба жидкости в капилляре катетометром, то необходимо прежде всего тщательно установить катетометр; если же это не будет сделано, то может получиться результат, который будет очень далек от истинного; может даже случиться, что полученный результат будет менее точным, чем при измерении высоты столбов жидкости масштабной линейкой. Часто даже главная трудность задачи состоит именно в установке приборов, а измерения производятся очень просто и быстро приводят к правильным результатам, если установка была сделана достаточно тщательно.

Очень нежелательно, чтобы, выполнив задачу, убеждались в правильности ее решения только потому, что результат соответствует табличному значению искомой величины или результатам, уже раньше полученным другими работающими. Н е о б х о д и м о, чтобы уверенность в правильном решении задачи была следствием сознания, что все измерения сделаны правильно и что в них не было допущено ошибок, — иначе говоря, у выполнившего лабораторную работу должна быть уверенность, что результат правилен потому, что по всему ходу решения он не может быть ошибочен. К этому приводит как внимательное выполнение задачи во всех ее отдельных частях, так и безусловно необходимое повторение всех отдельных измерений несколько раз, причем всегда эти измерения должны производиться одинаково тщательно.

После этих общих советов следует еще сделать несколько более детальных указаний, которые могут быть полезны и которых следует поэтому придерживаться.

1. Приступая к выполнению задачи, необходимо прежде всего убедиться в наличии всех принадлежностей, необходимых для ее решения; никогда не следует брать принадлежности одной задачи для выполнения другой, так как они могут быть совершенно непригодны для второй задачи, хотя бы по внешнему виду и были одинаковы.

2. Следует очень осторожно обращаться с приборами, не разбирать и не развинчивать их, даже если бы казалось, что они не в исправности; в последнем случае следует всегда обращаться за разъяснением к руководителю занятий. Никогда не следует приступать к измерениям, не будучи совершенно уверенным, что установка собрана вполне правильно.

В частности, особенную осторожность следует проявлять в обращении с электрическими приборами, в которых повреждение может произойти не только вследствие механических причин, но по чисто электрическим: в случае неправильного соединения проводов. Поэтому при выполнении задач по электричеству следует:

а) все соединения производить исключительно целыми с неповрежденной изоляцией проводниками, зажимая их в клеммы. Соединения проводников путем скрутки не допускаются;

б) ни в каком случае не начинать соединений с источника тока (аккумулятора, рубильника на щите и т. п.). Наоборот, источник тока разрешается присоединять лишь перед началом измерений, после обязательной проверки соединений преподавателем;

в) в случае обнаружения чрезмерного нагревания отдельных частей схемы (нельзя держать рукой), а тем более появления запаха гари немедленно выключить ток и заявить об этом преподавателю.

При изучении зависимости одной физической величины от другой  $y = f(x)$  (например, при снятии вольт-амперных характеристик электронных ламп) следует сначала, не производя точных измерений, проследить за ходом кривой  $y = f(x)$  в широком интервале изменения измеряемых величин. Это позволит заранее обнаружить области значений аргумента, при которых функция существенно меняется. Очевидно, в этой области измерения надо производить чаще, т. е. переходить от точки к точке при меньших изменениях аргумента. Наоборот, в области, где функция имеет примерно постоянное значение или является линейной, экспериментальные точки можно располагать реже.

О записи измерений и оформлении отчета о выполнении лабораторной работы. Успех всякой экспериментальной работы зависит не только от правильности выбора методики измерения, точности используемых приборов, тщательности выполнения измерений, но и от правильной систематической записи результатов измерений. С этой целью для работы в физическом практикуме необходимо иметь специальную тетрадь — *журнал экспериментальной работы*, — в которой записываются наименование работы, метод и

схема измерения, необходимые формулы для обработки результатов измерений, а также обозначения измеряемых и расчетных величин, входящих в эти формулы.

Для записи измеряемых величин необходимо заранее составить соответствующую таблицу, в которой полностью записываются результаты отдельных измерений, выполняемых в данной работе. Необходимо с особой тщательностью записывать в этой таблице результаты всех первичных измерений, с помощью которых в дальнейшем вычисляется окончательный результат с его средней или вероятной ошибкой.

Необходимо систематически воспитывать в себе навыки не только тщательного производства измерений, но и их точной и своевременной фиксации. Небрежности, допущенные в записи результатов отдельных измерений, в дальнейшем могут привести к грубым ошибкам и неправильным выводам при обработке результатов эксперимента.

На основании результатов измерений, занесенных в журнал экспериментальной работы, производится окончательная обработка результатов измерений, вычисляются ошибки измерений и составляется законченный отчет по работе.

При сдаче лабораторной работы преподавателю предъявляются как записи отдельных измерений (журнал экспериментальной работы), так и результаты их обработки.

---

# ЧАСТЬ ПЕРВАЯ

## МЕХАНИКА

### ЗАДАЧА 1

#### ИЗУЧЕНИЕ НОНИУСОВ

**Нониус.** Нониусом называется дополнение к обычному масштабу (линейному или круговому), позволяющее повысить точность измерения с данным масштабом в 10—20 раз.

Техника непосредственного измерения длин и углов достигла к настоящему времени большого совершенства. Сконструирован ряд специальных приборов, так называемых *компараторов*, позволяющих измерять длину с точностью до 1 микрона ( $1 \text{ мк} = 10^{-4} \text{ см}$ ). Большинство из них основано на применении микроскопа и некоторых других оптических приспособлений. Но при этом почти



Рис. 2.

всегда отсчетные приспособления снабжаются нониусами или микрометрами. В ряде случаев требуемая относительная точность измерения длины бывает такова, что можно удовлетвориться абсолютной точностью в сотые или даже в десятые доли миллиметра <sup>1)</sup>, а для углов — минутами или долями минут. В этом случае можно для измерения пользоваться обычными масштабными линейками и угломерами, снабженными нониусами. Примерами таких приборов являются *штангенциркуль*, *буссоль*, *кипрегель*.

**Линейный нониус** называется маленькая линейка с делениями, которая может скользить вдоль большой линейки так же с делениями, называемой масштабом (рис. 2).

Деления на нониусе наносятся обычно, так что одно деление нониуса составляет  $\frac{m-1}{m} = 1 - \frac{1}{m}$  делений масштаба, где  $m$  —

<sup>1)</sup> Десятые доли миллиметра можно, правда, отсчитывать на глаз, но возможность безошибочной оценки этих долей достигается только в результате длительной тренировки и навыка.



число делений нониуса. Именно это позволяет, пользуясь нониусом, производить отсчеты с точностью до  $\frac{1}{m}$  части наименьшего деления масштаба. Пусть расстояние между соседними штрихами масштаба  $y$ , а между соседними штрихами нониуса  $x$ .

Можно написать, что  $x = y - \frac{y}{m}$ , откуда получаем  $mx = (m - 1)y$ . Величина

$$\Delta x = y - x = \frac{y}{m} \quad (1)$$

носит название точности нониуса, она определяет максимальную погрешность нониуса. При достаточно мелких делениях масштаба деления нониуса делают более крупными, например  $x_1 = 2y - \frac{y}{m}$ , что дает

$$mx_1 = (2m - 1)y.$$

Точностью нониуса по-прежнему является величина

$$\Delta x_1 = 2y - x_1 = \frac{y}{m}.$$

В любом положении нониуса относительно масштаба одно из делений первого совпадает с каким-либо делением второго. Отсчет по

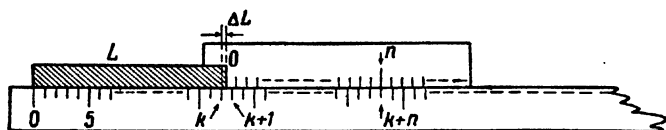


Рис. 3.

нониусу основан именно на способности глаза фиксировать это совпадение делений нониуса и масштаба.

Рассмотрим теперь процесс измерения при помощи линейного нониуса. Пусть  $L$  — измеряемый отрезок (рис. 3). Совместим с его началом нулевое деление основного масштаба. Пусть при этом конец его окажется между  $k$  и  $(k + 1)$ -м делением этого масштаба. Тогда можно написать

$$L = ky + \Delta L,$$

где  $\Delta L$  — неизвестная пока еще доля  $k$ -го деления масштаба.

Приложим теперь к концу отрезка  $L$  наш нониус так, чтобы нуль нониуса совпал с концом этого отрезка. Так как деления нониуса не равны делениям масштаба, то обязательно найдется на нем такое деление  $n$ , которое будет ближе всего подходить к соответствующему  $(k + n)$ -му делению масштаба. Как видно из рис. 3,

$$\Delta L = ny - nx = n(y - x) = n \cdot \Delta x,$$

и вся длина будет равна, следовательно,

$$L = ky + n \cdot \Delta x$$

или согласно (1)

$$L = ky + n \frac{y}{m}, \quad (2)$$

что можно сформулировать следующим образом: *длина отрезка, измеряемого при помощи нониуса, равна числу целых делений масштаба плюс точность нониуса, умноженная на номер деления нониуса, совпадающего с некоторым делением масштаба.*

Погрешность, которая может возникнуть при таком методе отсчета, будет обуславливаться неточным совпадением  $n$ -го деления нониуса с  $(k+n)$ -м делением масштаба, и величина ее не будет превышать, очевидно,  $\frac{1}{2} \Delta x$ , ибо при большем несовпадении этих делений одно из соседних делений (справа или слева) имело бы несовпадение, меньшее чем на  $\frac{1}{2} \Delta x$ , и мы произвели бы отсчет по нему. Таким образом, можно сказать, что *погрешность нониуса равна половине его точности.*

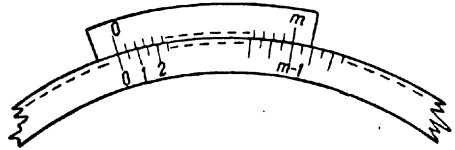


Рис. 4.

Длина делений масштаба и число делений нониуса, а следовательно и точность нониуса, бывают самые разнообразные.

Круговой нониус в принципе ничем не отличается от линейного. Он представляет собой небольшую дуговую линейку, скользящую вдоль круга (лимба), разделенного на градусы или на еще более мелкие деления (рис. 4). На линейке нанесены деления также в количестве  $m$ , общая длина которых равна  $(m-1)$ -м делениям лимба, т. е.

$$ma = (m-1)\beta,$$

где  $\alpha$  и  $\beta$  — выраженные в градусах или минутах цены делений нониуса ( $\alpha$ ) и наименьшего деления лимба ( $\beta$ ).

Точность кругового нониуса будет выражаться формулой, совершенно аналогичной формуле (1),

$$\Delta\alpha = \frac{\beta}{m};$$

отсчитываемые от нуля лимба углы (рис. 5) будут вычисляться, очевидно, по формуле

$$\varphi = k\beta + n\Delta\alpha.$$

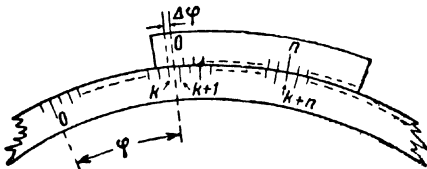


Рис. 5.

Часто круговые нониусы в приборах, в которых необходимо отсчитывать углы в обоих направлениях (по часовой стрелке и против нее), состоят из двух совершенно одинаковых шкал, расположенных по обе стороны нуля. Легко сообразить, что при отсчетах следует всегда пользоваться той шкалой, которая идет вперед по направлению отсчетов.

Более точные нониусы применяются лишь в особо прецизионных приборах, в частности в астрономических. Иногда, но довольно редко применяются нониусы, указывающие десятичные доли градуса.

Во многих случаях для облегчения отсчета нониусы (обоих родов) снабжаются скрепленными с ними лупами, при отсутствии же таковых рекомендуется пользоваться для отсчета обыкновенными ручными лупами.

### Упражнение 1

#### Измерение толщины металлической пластинки микрометром

Принадлежности: 1) микрометр, 2) металлическая пластинка.

**Описание микрометра.** Микрометр (рис. 6) служит для измерений диаметра проволок, небольших толщин пластинок и т. п. Он имеет вид тисков, в которых измеряемый объект зажимается с помощью винта. Ход винта обыкновенно бывает равен 1 мм или 0,5 мм. На стержне винта *A* укреплен барабан *C* с нанесенной на нем шкалой, имеющей 50 или 25 делений. При зажатом винте нуль барабана стоит против нуля линейной шкалы *D*.

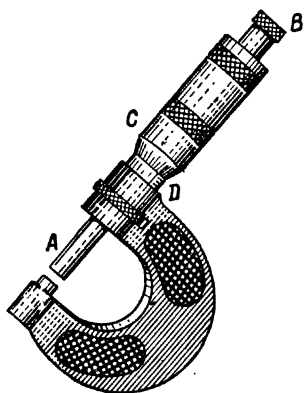


Рис. 6.

Измеряемый предмет помещают между винтом и противоположным ему упором, затем, вращая винт за головку *B*, доводят его до соприкосновения с исследуемым предметом. По линейной шкале отсчитываются миллиметры, а по шкале барабана — сотые доли миллиметра.

Главным источником ошибок является неравномерность нажатия винта на измеряемый предмет. Для устранения этого недостатка современные микрометры снабжаются специальным приспособлением, не допускающим слишком сильного нажатия. Действие подобных приспособлений основано на трении, возникающем между стержнем винта *A* и рукояткой *B*, поворачивающей винт.

**Измерения.** Прежде чем пользоваться микрометром, необходимо убедиться, что микрометр исправен — нули его шкал совпадают.

Пластинку помещают между винтом и противоположным упором и вращением барабана *C* подводят торец винта к плоскости пластинки. Окончательное нажатие винтом на пластинку следует делать только рукояткой *B*.

Момент нажатия фиксируется слабым треском. После этого треска дальнейшее вращение рукоятки *B* бесполезно, а барабана *C* недопустимо. Производят отсчет по шкалам, миллиметры по линейной шкале, доли миллиметра по шкале на барабане.

Толщину пластинки необходимо измерить вблизи каждого из ее четырех углов не менее трех раз. За истинное значение принимают среднее арифметическое.

### Упражнение 2

#### Определение объема трубки и плотности ее материала при помощи штангенциркуля

Принадлежности: 1) штангенциркуль, 2) измеряемая трубка, 3) лупа.

**Описание прибора.** Штангенциркуль (рис. 7) состоит из разделенного на миллиметры масштаба *LM*, вдоль которого может перемещаться перпендикулярная к его длине ножка *CB* с зажимным винтом *C*, служащим для ее закрепления; в ее обойме против деле-

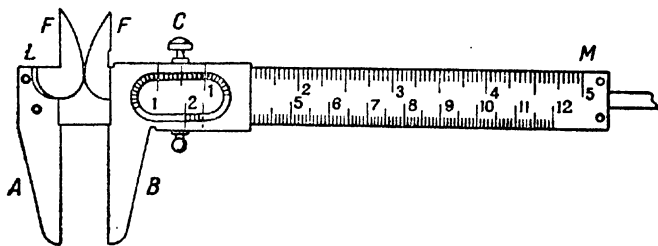


Рис. 7.

ний масштаба сделан вырез, на скошенном краю которого, прилегающем к масштабу, нанесен нониус; когда ножки сдвинуты вплотную, то нуль нониуса совпадает с нулем масштаба. Неподвижная ножка *LA*, укрепленная в начале масштаба также перпендикулярно к его длине, служит упором для измеряемого тела. Части *FF* обеих ножек служат для измерения внутренних размеров тел.

**Измерения.** Для определения объема трубки необходимо определить ее геометрические размеры — ее длину и внутренний и внешний диаметры. Для определения плотности трубки необходимо, кроме объема трубки, определить ее массу.

**Определение объема.** Измерение длины производят следующим образом. Раздвинув достаточно ножки штангенциркуля, помещают между ними продольно трубку вблизи шкалы, ножку *В* подводят так, чтобы трубка была слегка зажата, и производят отсчет. Так как ножка *В*, а следовательно, и нуль нониуса переместились на длину трубки, то отсчитывают по масштабу целое число миллиметров до нуля нониуса и смотрят, какое деление нониуса совпадает с некоторым делением масштаба. Измерение повторяют несколько раз, повернув перед каждым из них трубку около ее оси на некоторый угол (около  $45^\circ$ ). Из всех полученных результатов берут среднее арифметическое.

Далее производят измерение внешнего диаметра трубки. Измеряют одинаковое число раз на том и другом конце трубки два взаимно-перпендикулярных диаметра, слегка зажимая трубку между ножками штангенциркуля и держа ее при этом перпендикулярно к длине масштаба. Из всех результатов берут среднее.

При измерении внутреннего диаметра трубки вводят части *FF* ножек штангенциркуля в трубку и разводят их настолько, чтобы обе они прилегали к внутренним стенкам трубки; производят отсчет; потом измеряют другой, перпендикулярный к первому, внутренний диаметр трубки. Такие же два измерения производят на другом конце. Берут из всех измерений среднее.

Если штангенциркуль не приспособлен специально для измерения внутреннего диаметра трубок, то необходимо принять во внимание толщину обеих его ножек; эта толщина обычно указывается на самом штангенциркуле.

Из результатов измерений по элементарным геометрическим формулам вычисляют объем трубки.

**Определение плотности вещества трубки.** Взвешивая трубку (на простых весах) с точностью до  $0,1 \text{ г}$ , находят ее массу и, зная ее объем, вычисляют плотность вещества трубки.

### Упражнение 3

#### Измерение углов

**Принадлежности:** угломерный инструмент.

Измерение углов, наряду с измерением длин, относится к числу наиболее распространенных измерений не только в физическом эксперименте (главным образом в области оптики), но в целом ряде других смежных дисциплин (астрономия, геодезия, минералогия и т. д.). Приборы, служащие для этих измерений, состоят обыкновенно из двух основных частей: *лимба*, по которому производятся отсчеты направлений двух радиусов, заключающих между собою искомый угол, и *визирного приспособления* (оптической трубы и т. п.), при помощи которого определяются направления этих радиусов.

Визирное приспособление имеет возможность вращаться вокруг оси, проходящей через центр лимба, и направление его при помощи скрепленного с ним указателя отсчитывается по шкале лимба. Искомый угол находится затем как разность двух отсчетов соответствующих положений визира. Иногда встречается обратное расположение лимба и указателя: лимб, скрепленный с визиром, вращается вместе с ним, и положение его отсчитывается при помощи неподвижного указателя.

Для точного отсчета направлений визира по шкале лимба применяются круговые нониусы.

Особенно важное значение в этих приборах имеет правильная центрировка, т. е. совмещение оси вращения визира с центром лимба. При отсутствии должной центрировки величина углов, отсчитываемых по лимбу, не будет соответствовать их истинному значению. Справедливость этого утверждения вытекает из рассмотрения рис. 8, на котором изображены два положения двух радиусов, образующих равные углы, но в одном случае

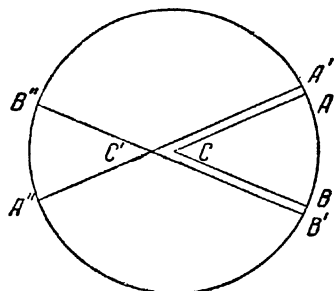


Рис. 8.

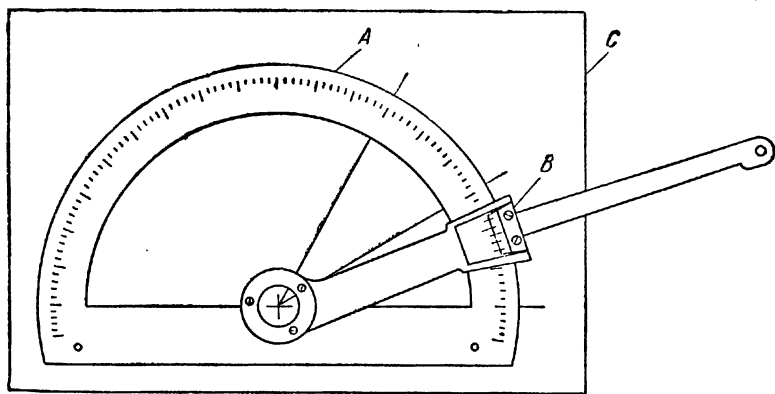


Рис. 9.

точка  $C$  пересечения этих радиусов точно совпадает с центром лимба, в другом она значительно эксцентрична (точка  $C'$ ). На рисунке видно, что в то время как отсчет угла  $A'C'B'$  больше его истинного значения  $AB$ , отсчет равного ему вертикального угла  $A''C'B''$  меньше его. Это обстоятельство может быть использовано для полного устранения влияния эксцентриситета, который все же имеется в той или иной степени у каждого прибора. Для этого

с трубой связывают не один нониус, а два, расположенных на концах одного и того же диаметра. Таким образом, один из нониусов даст нам преувеличенный отсчет, измеряемый дугою  $A'B'$ , другой даст преуменьшенный, измеряемый дугою  $A''B''$ . Среднее значение из этих двух отсчетов даст результат, не зависящий от эксцентриситета установки

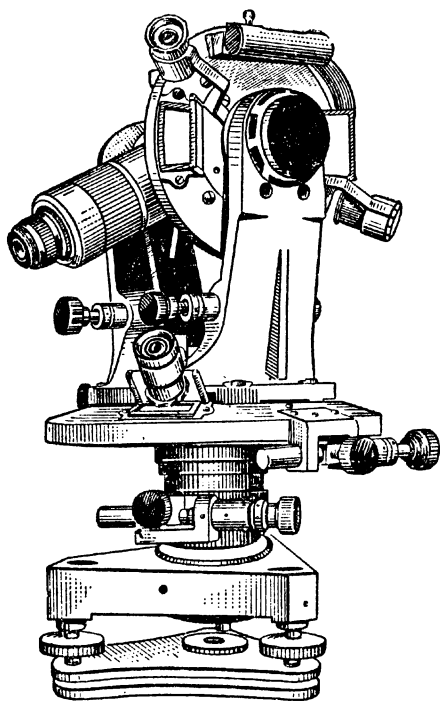


Рис. 10.

Простейший угломерный инструмент (угловой нониус) изображен на рис. 9. Он состоит из лимба  $A$  и визирного приспособления  $B$  с нониусом. Прибор изображен в положении, готовом для измерения углов, нанесенных на металлической пластинке  $C$ .

Измерение величины углов производится не менее трех раз, за истинное значение величины принимается среднее арифметическое значение.

Одним из весьма совершенных приборов для измерения углов является теодолит. Он позволяет измерять углы в вертикальной и горизонтальной плоскостях. Зрительная труба теодолита (рис. 10) может вращаться в двух взаимно-перпендикулярных направлениях. Отсчет углов производится по шкалам двух лимбов с угловыми нониусами.

В лаборатории применяется теодолит ТТ-50, его детальное описание, имеющееся в лаборатории, необходимо прочесть.

**Измерения.** Установив прибор по уровню, наводят трубу на одну из треугольных меток, наклеенных на стенах комнаты, так, чтобы крест нитей трубы совпал с верхней вершиной этой метки. Произведя отсчет по обоим нониусам, сбивают наводку и, вновь восстановив ее, повторяют отсчет. Таких измерений производят не менее пяти, причем чем больше расхождения отдельных отсчетов, тем больше их следует повторять. Берут среднее из отсчетов по каждому нониусу.

Затем переходят к отсчету направления на вторую, третью и так далее точки, расположенные с первой точкой на одной горизонтали или одной вертикали.

После этого вычисляют разности отсчетов каждого направления по каждому из двух нониусов и наконец берут среднее из полученных пар значений углов между этими направлениями.

## ЗАДАЧА 2

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТОЛЩИНЫ ПЛАСТИНКИ И РАДИУСА КРИВИЗНЫ ЛИНЗЫ СФЕРОМЕТРОМ

**Описание сферометра.** Сферометр служит для точного измерения толщины пластинок, а также для определения радиуса кривизны сферических поверхностей (например, оптических линз). Он состоит (рис. 11) из металлического треножника  $AA$ , в котором ходит вертикально стальной микрометрический винт  $B$ , шаг которого точно определен и обычно бывает равен 1 мм или 0,5 мм. Внизу винт оканчивается острием или шариком, а наверху несет диск  $D$ , разделенный по окружности на 250, 500 или 1000 частей. Сбоку треножника укреплена верти-

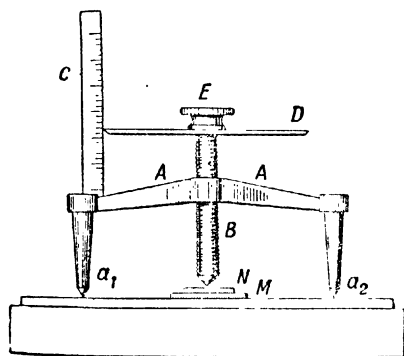


Рис. 11.

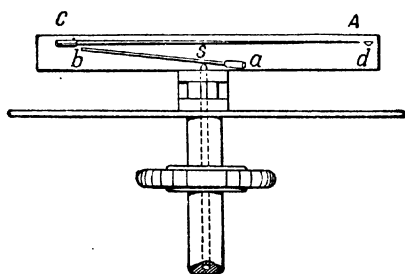


Рис. 12.

кальная линейка  $C$  с нанесенными на ней делениями, по которой отсчитывается число полных оборотов винта; доли же оборота отсчитывают по диску  $D$ , замечая, какое деление диска стоит против ребра линейки. Винт вращают за головку  $E$ . Ножки сферометра  $a_1, a_2, a_3$  (последняя из них не видна на рисунке) оканчиваются остриями, находящимися на равных расстояниях одно от другого. Весь прибор помещается на пластинке зеркального стекла, и если не употребляется для измерений, то закрывается стеклянным колпаком, чтобы предохранить прибор от пыли и загрязнения.

При измерениях сферометром труднее всего точно уловить момент первого соприкосновения конца микрометрического винта



с плоскостью, находящейся под ним. Для этого очень часто пользуются явлением интерференции света. Иногда пользуются также особым приспособлением, которое состоит в следующем: микрометрический винт (рис. 12) просверлен вдоль оси, и в этом канале ходит почти без трения стальной стержень, оканчивающийся внизу острием, а сверху — острым ребром  $s$ ; которое при соприкосновении стержня с подложенным под него предметом упирается в короткое плечо чувствительного рычага  $ab$ ; этот последний, нажимая на выступ второго рычага  $CA$ , приподнимает его свободный конец  $A$ , что дает возможность производить весьма точную установку, доводя конец рычага  $A$  до одной высоты с ребром указательной призмы  $d$ .

### Упражнение 1

#### Измерение толщины пластинки

Принадлежности: 1) сферометр, 2) черное плоское зеркало, 3) измеряемая стеклянная пластинка и вспомогательная пластинка зеркального стекла.

**Измерения.** 1. На черное зеркало кладут зеркальную пластинку  $M$  (рис. 11), несколько придавливая ее, чтобы между нею и зеркалом оставался по возможности очень тонкий слой воздуха.

2. При некотором положении глаза наблюдателя видна система цветных полос, возникающих вследствие интерференции световых лучей, отраженных от нижней и верхней поверхностей, ограничивающих указанный тонкий слой воздуха.

3. Ставят сферометр на черное зеркало так, чтобы конец винта приходился над серединой пластинки  $M$  (винт предварительно должен быть вывинчен настолько, чтобы он не касался пластинки).

4. Вращают медленно и плавно винт до тех пор, пока он не коснется пластинки  $M$ , что обнаруживается по смещению интерференционных полос. Следует останавливать винт в тот момент, когда полосы только что начинают смещаться.

5. В этом положении производят отсчет оборотов и долей оборота винта. Затем, вывернув немного винт, снова приводят его в соприкосновение с пластинкой  $M$  и снова отсчитывают. Повторив эту операцию несколько раз, берут из всех полученных таким образом отсчетов среднее.

6. Вывинтив достаточно винт и не трогая пластинки, накладывают на нее измеряемую пластинку  $N$  так, чтобы конец винта пришелся над ее серединой.

7. Приводят винт в соприкосновение с измеряемой пластинкой и делают отсчет, как и прежде. Повторив операцию отсчетов несколько раз, берут из всех среднее.

8. Вычтя из этого отсчета предыдущий (отсчет нулевого положения), получают значение толщины пластинки  $N$  в ее середине.

Таким же образом измеряют ее толщину в четырех точках, лежащих вблизи четырех углов пластинки. Полученные результаты покажут, является ли измеряемая пластинка плоскопараллельной или призматической. В последнем случае находят среднюю толщину пластинки  $N$ .

По окончании работы сферометр ставят на подставку и закрывают колпаком.

### Упражнение 2

#### Определение радиуса кривизны линзы

Принадлежности: 1) сферометр, 2) зеркальное стекло, 3) плоско-выпуклая линза, 4) миллиметровая линейка.

**Измерения.** 1. Ставят сферометр на зеркальное стекло, ввинчивают медленно винт и замечают, когда конец рычажка  $A$  (рис. 12), поднявшись, установится против ребра призмы  $d$ ; в этом положении делают отсчет на линейке и диске  $D$ . Записав отсчет, вывинчивают немного винт и снова повторяют измерение. Среднее арифметическое из 3—5 отдельных отсчетов даст средний отсчет  $h_0$ , соответствующий нулевому положению винта.

2. Затем, вывинтив достаточно винт (не менее 6—8 оборотов), переносят сферометр на исследуемую линзу и, установив его приблизительно на ее середине, ввинчивают винт до его соприкосновения с линзой, что улавливается указанным выше способом. Здесь делают также 3—5 отдельных отсчетов, из которых затем получают средний отсчет  $h_1$ . Затем сдвигают сферометр на линзе несколько в сторону и для этого нового его положения также получают средний отсчет  $h_2$  из отдельных наблюдений. Таких положений сферометра на линзе берут не менее трех. Среднее из результатов этих трех измерений и представит собой положение винта  $h$ , соответствующее вершине сферического сегмента, основанием которого служит круг, проходящий через острия ножек сферометра. Отсюда находится высота сегмента  $H = h - h_0$ .

Наконец, сферометр ставят на лист бумаги, нажимают слегка на весь прибор и измеряют штангенциркулем расстояния между отпечатками трех ножек сферометра.

**Вычисления.** Из последнего измерения вычисляют радиус сферического сегмента на линзе, вырезаемого ножками сферометра, пользуясь формулой

$$r = \frac{abc}{4 \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}},$$

где  $a$ ,  $b$  и  $c$  обозначают расстояния между ножками сферометра и  $p$  — полусумму этих расстояний; зная  $r$  и  $H$ , вычисляют радиус кривизны  $R$  линзы по формуле

$$R = \frac{r^2}{2H} + \frac{H}{2}.$$

По окончании всех измерений следует вывинтить несколько винт в сферометре и покрыть прибор колпаком.

### ЗАДАЧА 3

#### ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОВ ПАДЕНИЯ НА МАШИНЕ АТВУДА

Принадлежности: 1) машина Атвуда (при ней кольцевая платформа, сплошная платформа, электромагнит, основные грузы и набор добавочных грузов), 2) секундомер, 3) замыкатель тока.

Машина состоит из прикрепленного вертикально к стене металлического стержня  $A$  (рис. 13), на котором нанесена шкала, разделенная на сантиметры. На верхнем конце стержня имеется легкий алюминиевый блок  $B$ , вращающийся с малым трением. Через блок перекинута тонкая нить с грузами  $C$  и  $C'$  одинаковой массы  $m$ . Груз  $C'$  имеет внутри железную пластинку и поэтому может удерживаться электромагнитом  $M$ . Масса грузов  $C$  и  $C'$  может быть увеличена добавочными небольшими грузами (перегрузками)  $D$  и  $E$ . Если на груз  $C$  положить один из этих перегрузков массы  $m_1$ , то вся система начнет двигаться равноускоренно.

Величину ускорения можно установить из следующих соображений. На каждый груз будут действовать две силы — сила тяжести и натяжение нити, под действием которых грузы и начнут двигаться (пренебрегаем силами трения и считаем нить невесомой). Если предположить, что нить нерастяжима, то ускорения правого и левого грузов будут равны по величине и обратны по знаку. Если предположить, кроме того, что блок невесом, то натяжения нити будут одинаковы и справа и слева. На основании второго закона Ньютона можно написать

$$(m + m_1)a = (m + m_1)g - T$$

и

$$-ma = mg - T,$$

где  $a$  — ускорение системы,  $T$  — натяжение нити,  $g$  — ускорение силы тяжести. Решение этих уравнений дает величину натяжения

нити и величину ускорения

$$a = g \frac{m_1}{2m + m_1}, \quad (1)$$

$$T = gm \frac{2m + 2m_1}{2m + m_1} = gm \left( \frac{1 + \frac{m_1}{m}}{1 + \frac{m_1}{2m}} \right). \quad (2)$$

Более точное определение ускорения движения системы требует учета весомости блока. Натяжения нити по обе стороны блока в этом случае будут различными. Написанные ранее уравнения должны быть дополнены еще уравнением моментов, определяющим закон вращательного движения блока. Если по-прежнему будем считать нить невесомой и нерастяжимой, получим следующую систему уравнений:

$$(m + m_1) a_1 = (m + m_1) g - T_2,$$

$$-ma_1 = mg - T_1,$$

$$J\varepsilon = am_0 r^2 \varepsilon = (T_2 - T_1) r.$$

Здесь  $J$ , равное  $am_0 r^2$ , — момент инерции блока,  $m_0$  — масса блока,  $r$  — радиус блока,  $\varepsilon$  — угловое ускорение,  $a$  — коэффициент, зависящий от распределения массы блока. Если скольжение нити по блоку исключено, то угловое и линейное ускорения связаны уравнением

$$a_1 = \varepsilon r.$$

Решение приведенной выше системы уравнений дает ускорение

$$a_1 = g \frac{m_1}{2m + m_1 + am_0}$$

и значения натяжений нити  $T_1$  и  $T_2$ .

Сила трения еще уменьшает величину ускорения.

Как видно из приведенных выше формул, система будет двигаться с ускорением, меньшим чем ускорение свободного падения. Увеличивая перегрузок  $m_1$ , можно увеличить и ускорение системы. Если груз  $m_1$  во время движения снять, то дальнейшее движение системы будет происходить с постоянной скоростью, равной скорости в момент снятия перегрузка. На стержне  $A$  (рис. 13) имеются две платформы:  $G$  — сплошная и  $F$  — кольцевая (для снятия перегрузка

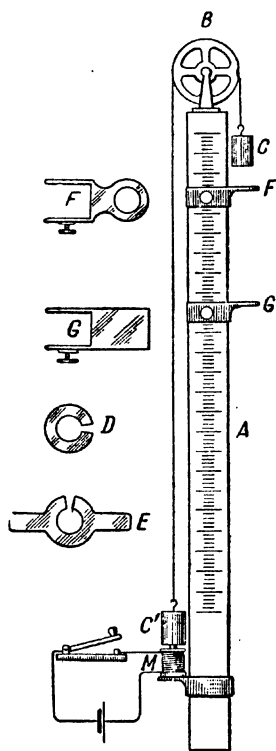


Рис. 13.

формы  $E$ ); обе платформы могут быть закреплены при помощи зажимных винтов в любом месте стержня.

Измерение промежутков времени производится по секундомеру. На машине Атвуда можно проверить законы равноускоренного движения и второй закон Ньютона, что и является целью работы. Эта проверка носит, однако, приближенный характер из-за наличия сил трения.

**Измерения.** 1. Проверка закона пути:  $S = \frac{1}{2} at^2$ . На груз  $C$  кладут добавочные грузы  $D$  (один, два и т. д.), замыкают ток в цепи электромагнита и устанавливают систему в начальном положении так, чтобы груз  $C_1$  находился внизу и удерживался электромагнитом. Затем устанавливают сплошную платформу  $G$  на некотором определенном расстоянии  $S$  от нижнего основания груза  $C$ . После этого размыкают ток в цепи электромагнита (нажатием ключа) и одновременно пускают в ход секундомер. Секундомер останавливают в момент удара груза  $C$  о площадку; его показание дает время движения  $t$ .

Изменяя положение площадки на стержне, получают для разных расстояний  $S$  времена  $t$ , определяемые как среднее минимум из трех измерений при одном и том же значении  $S$ .

При одном и том же перегрузке ускорение системы будет одинаковым. Поэтому должно иметь место соотношение (приближенно)

$$a = \frac{2S_1}{t_1^2} = \frac{2S_2}{t_2^2} = \dots = \frac{2S_n}{t_n^2}.$$

2. Проверка закона скорости:  $v = at$ . Для проверки этого соотношения на груз  $C$  кладут перегрузок  $E$  и удерживают систему в состоянии покоя электромагнитом. Несколько ниже висящего груза помещают кольцевую платформу, а еще ниже — сплошную платформу. Размыкают цепь электромагнита, одновременно пускают в ход секундомер. Измеряют время  $t_1$  от момента начала движения грузов до снятия перегрузки кольцевой платформой. Измеряют также время  $t'_1$  от момента снятия перегрузки до момента удара груза о сплошную платформу. Зная расстояние между платформами и высоту гирьки  $C$ , определяют скорость  $v_1$  равномерного движения гирьки. Промежуток времени  $t_1$  следует взять как среднее минимум из трех отдельных измерений.

При увеличении расстояния между висящим грузом и кольцевой платформой растет и скорость равномерного движения. При одном и том же перегрузке ускорение системы одинаково, поэтому (приближенно)

$$a = \frac{v_1}{t_1} = \frac{v_2}{t_2} = \dots = \frac{v_n}{t_n}.$$

3. Проверка второго закона Ньютона:  $f = Ma$ . Если перекладывать добавочные грузы с одной стороны

на другую, то масса всей системы не изменится, но результирующая внешняя сила, приложенная к системе, будет меняться, а с ней и ускорение движения системы. Для двух различных случаев будем иметь

$$\begin{aligned} f_1 &= Ma_1, & f_2 &= Ma_2, \\ S_1 &= \frac{1}{2} a_1 t_1^2, & S_2 &= \frac{1}{2} a_2 t_2^2. \end{aligned}$$

Делением этих выражений соответственно получим

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{a_1}{a_2} \quad \text{и} \quad \frac{S_1}{S_2} = \frac{a_1 t_1^2}{a_2 t_2^2},$$

что дает

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{S_1 t_2^2}{S_2 t_1^2}.$$

Это выражение и подлежит проверке, проводимой так же, как и в упражнении 1.

Сначала на груз  $C_1$  кладут, например, 1 г, а на груз  $C$  3 г, что дает  $f_1 = 2 \Gamma$ . Определяют при таком расположении перегрузков несколько значений  $S_1$  и  $t_1$  (при различных положениях сплошной платформы). После этого все 4 г накладывают на груз  $C$ , что дает  $f_2 = 4 \Gamma$  (масса всей системы при этом останется неизменной), и снова определяют несколько значений  $S_2$  и  $t_2$ . Все выражения типа  $\frac{S_1 t_2^2}{S_2 t_1^2}$  должны быть примерно равны между собой и в данном частном случае близки к  $1/2$ , что и является проверкой второго закона Ньютона.

#### ЛИТЕРАТУРА

С. П. Стрелков, Механика, § 22, Гостехиздат, 1956.

#### ЗАДАЧА 4

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ С ПОМОЩЬЮ МАЯТНИКА

**Введение.** Каждое тело, подвешенное в точке, лежащей выше его центра тяжести, может колебаться и представляет собой физический маятник. Период простого колебания такого маятника определяется с достаточной точностью выражением

$$T = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \left( 1 + \frac{1}{4} \sin^2 \frac{\alpha}{2} \right), \quad (1)$$

где  $g$  — ускорение силы тяжести,  $\alpha$  — угол отклонения маятника от вертикали и  $l$  — приведенная длина физического маятника, т. е.

длина математического маятника с периодом колебаний, равным периоду данного физического маятника. Эта величина определяется соотношением

$$l = \frac{J}{ma}, \quad (2)$$

где  $J$  — момент инерции физического маятника относительно оси подвеса,  $m$  — масса маятника,  $a$  — расстояние между осью вращения и центром тяжести маятника.

Если  $\alpha < 4^\circ$ , то величиной  $\frac{1}{4} \sin^2 \frac{\alpha}{2}$  можно пренебречь по сравнению с единицей и для величины  $g$  получаем выражение

$$g = \pi^2 \frac{l}{T^2}. \quad (3)$$

Для определения  $g$  необходимо, следовательно, измерение двух величин: периода колебаний  $T$  и приведенной длины  $l$ . Первая величина определяется или непосредственным измерением, по секундомеру, промежутка времени определенного числа (100—200) колебаний маятника и делением этого промежутка на число колебаний или, лучше, по методу совпадения, описанному ниже. Что касается величины  $l$ , то ее можно либо вычислить, зная размеры и массу маятника, либо непосредственно определить, пользуясь так называемым обратным маятником.

Точное определение ускорения силы тяжести требует учета многих обстоятельств, что приводит к наличию и введению в расчет многих поправок. Этими поправками учитываются влияния: величины амплитуды колебаний, окружающей атмосферы, температурных изменений, точности хода часов, закругления ребра опорной призмы, качаний штатива и др.

Ниже описываются три различных способа определения ускорения силы тяжести, без указанных поправок.

### *Упражнение 1*

#### **Определение ускорения силы тяжести с помощью секундного маятника**

**П р и н а д л е ж н о с т и:** 1) часы с секундным маятником, 2) секундомер, 3) железный шарик с петелькой, 4) подвес к нему, 5) линейка с двумя зеркальными шкалами на концах, 6) штангенциркуль, 7) переносная лампа, 8) тонкая нить, 9) оптическая труба, 10) электромагнит с ключом.

**Описание прибора.** Маятник, которым здесь пользуются, состоит из железного шарика (рис. 14) с крючком, подвешиваемого к подвесу  $L$  на тонкой нити перед часами с секундным маятником. Подвес состоит из стальной призмы  $p$ , укрепленной в верхней части корпуса часов; ребро призмы горизонтально.

На верхней площадке призмы находится стерженек  $c$  с отверстием для закрепления нити, стерженек может вращаться (для наматывания нити) и закрепляться зажимным винтом  $b$ . Перед маятником на расстоянии около 1,5 м устанавливается оптическая труба так, чтобы ось ее была перпендикулярна к плоскости качания маятника.

Чтобы подвесить шарик, берут нить достаточной длины (около 110 см) и на одном конце ее делают петлю для крючка шарика. Другой конец нити продевают в отверстие стерженька  $c$  и закрепляют его перекручиванием или завязав узлом, затем накручивают нить на стерженек настолько, чтобы расстояние от точки привеса (ребра призмы) до центра шарика было около 101—102 см.

В плоскости колебания маятника имеется электромагнит, к которому притягивается маятник, отклоненный из положения равновесия в начальный момент. Нажатием ключа цепь электромагнита размыкается, маятник освобождается и совершает колебания.

Момент инерции физического маятника, имеющего форму шара, подвешенного на длинной нити, определяется по формуле

$$J = m \left( a^2 + \frac{2}{5} r^2 \right),$$

где  $m$  и  $a$  — прежние значения,  $r$  — радиус шара (массой нити пренебрегают).

При длине нити около 100 см и радиусе шара 1 см величиной, содержащей квадрат радиуса, можно, естественно, пренебречь, что позволяет считать маятник математическим.

Приведенная длина в этом случае сводится к обычной длине, т. е. к длине между точкой подвеса и центром шара.

**Измерения. 1. Измерение длины маятника.** Чтобы измерить длину маятника, позади него подвешивают зеркальную линейку и отсчитывают на ней положение ребра призмы, служащего осью качания; для этого помещают глаз так, чтобы ребро призмы и его изображение в зеркале лежали на одной прямой. Отсчет положения точки подвеса на линейке производят с точностью до миллиметра на глаз. Точно так же отсчитывают положение верхнего края шарика; последний отсчет можно дать посредством оптической трубы, поместив ее на высоте верхнего края шарика. Из этих отсче-

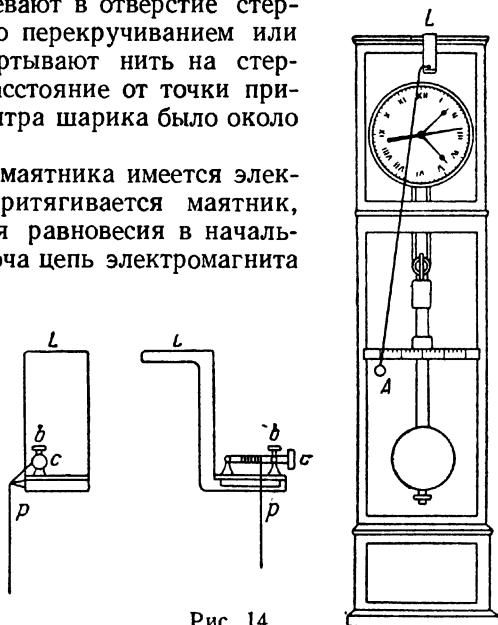


Рис. 14.



гов легко определить длину нити маятника, так как взаимное расстояние между нулевыми делениями на зеркальных шкалах дано.

Диаметр шарика измеряют штангенциркулем по трем взаимно-перпендикулярным направлениям, берут из них среднее и определяют его радиус. Длина маятника равна длине нити плюс радиус шарика.

2. Измерение периода колебания маятника. Взяв в руки секундомер, смотрят в трубу и выжидают момент, когда нить и черта на листе, наклеенном на маятнике часов, проходят в поле зрения совпадая. В этот момент пускают в ход секундомер. По прошествии некоторого времени маятники, разойдясь сначала, снова начнут сближаться и наконец вновь совпадут, пройдя поле зрения одновременно в одном направлении. В этот момент секундомер останавливают. Таким образом находится промежуток времени между двумя последовательными совпадениями ( $n$  сек). За это время секундный маятник сделал  $n$  простых колебаний, а исследуемый маятник, качающийся по предположению медленнее, —  $(n - 2)$  простых колебаний; поэтому можно написать

$$T_1(n - 2) = n,$$

где  $T_1$  — искомый период колебания. Из этой формулы имеем

$$T_1 = \frac{n}{n - 2}.$$

Опыт повторяют три раза.

Укоротив маятник настолько, чтобы он качался быстрее секундного (расстояние от точки привеса до центра шара около 98 см), измеряют длину его и снова производят три опыта, из которых аналогично находят

$$T_2 = \frac{n}{n + 2}.$$

Величину ускорения находят по формуле  $g = \pi^2 \frac{l}{T^2}$ , подставляя значения  $l$  и  $T$  для обоих случаев отдельно. Определяют среднее арифметическое значение величины ускорения из двух полученных величин.

### Упражнение 2

#### Определение ускорения силы тяжести обратным маятником (метод Бесселя)

Принадлежности: 1) маятник, 2) секундомер.

**Теория.** Применение обратного маятника основано на свойстве сопряженности центра качания и точки подвеса. Это свойство заключается в том; что во всяком физическом маятнике можно найти такие две точки, что при последовательном подвешивании

вании маятника за ту или другую из них период колебаний его остается одним и тем же. Расстояние между этими точками определяет собой приведенную длину данного маятника.

Если амплитуда колебаний маятника мала, то время одного простого колебания его, т. е. период колебания, определяется формулой

$$T = \pi \sqrt{\frac{J}{mga}}. \quad (4)$$

По теореме о моментах инерции

$$J = J_0 + ma^2, \quad (5)$$

где  $J_0$  — момент инерции относительно оси, проходящей через центр тяжести и параллельной оси качаний, а величины  $J$ ,  $m$  и  $a$  те же, что в формуле (2).

Из уравнений

$$T_1 = \pi \sqrt{\frac{J_0 + ma_1^2}{mga_1}}, \quad T_2 = \pi \sqrt{\frac{J_0 + ma_2^2}{mga_2}}$$

имеем

$$T_1^2 ga_1 - T_2^2 ga_2 = \pi^2 (a_1^2 - a_2^2).$$

Для величины ускорения из последней формулы после преобразований получаем уравнение, данное Бесселем:

$$g = \frac{2\pi^2 l}{T_1^2 + T_2^2} \frac{1}{1 + \frac{(T_1^2 - T_2^2) l}{(T_1^2 + T_2^2)(a_1 - a_2)}}, \quad (6)$$

где  $l = a_1 + a_2$  — приведенная длина.

Если периоды равны между собой ( $T_1 = T_2 = T$ ), уравнение примет вид (3)

$$g = \pi^2 \frac{l}{T^2}.$$

Добиться полного равенства периодов нелегко. Формула Бесселя позволяет достаточно просто и с наименьшей степенью точности определить величину ускорения при приближенном равенстве периодов колебаний.

Пусть  $T_1$  и  $T_2$  близки друг к другу, а величины  $a_1$  и  $a_2$  сильно отличаются одна от другой (одна чечевица полая, другая сплошная). В этом случае, как видно из формулы, нет необходимости определять величины  $a_1$  и  $a_2$  с большой степенью точности (не точнее чем до 1 мм).

**Описание прибора.** Обратные маятники в зависимости от предъявляемых к ним требованиям имеют самую различную форму. Они обычно состоят из металлического стержня длиной свыше 1 м, на поверхности которого нанесены миллиметровые деления. По стержню

могут передвигаться и закрепляться в том или ином положении тяжелые и легкие чечевицы (грузы) и опорные призмы. Различные комбинации чечевиц и их положений на стержне с опорными призмами дают различные типы оборотных маятников.

В настоящей задаче применяется оборотный маятник, изображенный на рис. 15.

На металлическом стержне  $A$  опорные призмы  $B$  жестко закреплены и не перемещаются. Жестко закреплена и чечевица  $C$ , находящаяся между ними. Вторая чечевица  $D$  находится на конце стержня (не между призмами) и может перемещаться по шкале с нониусом и закрепляться в нужном положении.

Расстояние между призмами постоянно, его значения выбиты на стержне.

**Измерения.** Пользуясь секундомером, определяют периоды колебаний маятника для различных положений чечевицы  $D$  на шкале. Это следует проделать, перемещая чечевицу в пределах от 7 до 12 делений (сантиметров) основной шкалы. В этом интервале необходимо промерить периоды через каждые 5 миллиметров, т. е. получить одиннадцать значений периодов. Каждый период определяется дважды из 100 колебаний, каждый раз пользуются средним арифметическим значением.

Необходимо построить график зависимости периода колебаний от положения чечевицы на стержне маятника, откладывая по оси абсцисс деление шкалы, указывающее положение чечевицы, а по оси ординат величину периода колебаний.

После этого ось вращения маятника изменяют, т. е. заставляют маятник колебаться на другой опорной призме. Вновь, в тех же пределах, с тем же числом измерений, совершенно так же измеряют периоды колебаний. На той же миллиметровой бумаге полученный материал также представляют в виде графика. Точка пересечения кривых определяет местонахождение подвижной чечевицы, которое дает наиболее близкие друг к другу значения периодов.

Для этого положения определяют периоды колебаний  $T_1$  и  $T_2$  (в прямом и перевернутом положении маятника) с наибольшей тщательностью. Определяют время 200 колебаний маятника не менее трех раз, откуда вычисляют период колебаний. Совершенно так же поступают и при определении второго периода (перевернутый маятник).

Для определения величин  $a_1$  и  $a_2$  маятник снимают с консоли и осторожно кладут его стержнем на специальную подставку. На

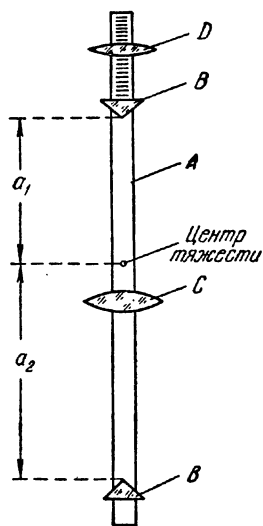


Рис. 15.

подставке, которая имеет острую грань, маятник необходимо уравновесить.

Расстояния от точки центра тяжести маятника, находящейся над гранью, до опорных призм дают величины  $a_1$  и  $a_2$ . Измерения их производятся масштабной линейкой с точностью до миллиметра.

По полученным данным, пользуясь формулой Бесселя, определяют величину ускорения силы тяжести.

Выполнение работы требует внимания и тщательности. Недопустимы колебания маятника с углом отклонения больше чем  $4^\circ$ .

### Упражнение 3

#### Определение $g$ по кривой зависимости периода колебаний от положения точки подвеса маятника-стержня

Принадлежности: 1) маятник, 2) секундомер, 3) металлическая линейка.

Теория. Маятник представляет собой металлический однородный стержень длиной более метра, диаметром в 14 мм.

На стержне имеется шкала и передвижная, закрепляющаяся в любом месте стержня, опорная призма.

В выражении для периода колебаний физического маятника

$$T = \pi \sqrt{\frac{J_0 + ma^2}{mga}} \quad (7)$$

величина  $J_0$  (момент инерции относительно оси, проходящей через центр тяжести) имеет вид

$$J_0 = ma_0^2, \quad (8)$$

где  $m$  — масса тела,  $a_0$  — радиус инерции маятника.

Из уравнений (7) и (8) получаем

$$T = \pi \sqrt{\frac{a_0^2 + a^2}{ga}}. \quad (9)$$

Из этого уравнения видно, что период колебаний физического маятника равен бесконечности в двух случаях: при  $a = 0$  и  $a = \infty$ . График зависимости  $T = \varphi(a)$  между его предельными значениями состоит из двух ветвей, падающей и нарастающей.

Каждой стороне от точки центра тяжести стержня соответствует свой график, двум сторонам — два графика, симметричных относительно середины стержня (рис. 16).

Наименьшее значение величины периода колебаний получается при  $a = a_0$  (точки А и В, симметричные относительно центра тяжести маятника). В этом можно убедиться, если определить минимальное значение функции  $l = \frac{a_0^2 + a^2}{a}$ , являющейся приведенной длиной маятника.

Для однородного стержня  $J_0 = ma_0^2 = m \frac{1}{12} L^2$ , где  $m$  — масса стержня,  $L$  — его длина,  $a_0 = \frac{1}{\sqrt{12}} L$  — радиус инерции.

Пользуясь этим, находим, что точки с минимальным периодом колебаний находятся от центра стержня на расстоянии  $a_0 = 0,29 L$ .

Равные периоды колебаний имеются при двух значениях  $a$ : одно  $a < a_0$  (на падающей ветви — точки  $M, D$ ), другой  $a_2 > a_0$  (на возрастающей ветви — точки  $C, N$ ).

Для этих точек

$$T = \pi \sqrt{\frac{a_0^2 + a_1^2}{a_1 g}} = \pi \sqrt{\frac{a_0^2 + a_2^2}{a_2 g}},$$

что приводит к равенству  $a_1 \times a_2 = a_0^2$ . Пользуясь этим для величины приведенной длины маятника, получаем

$$l = \frac{a_0^2 + a_1^2}{a_1} = a_1 + a_2.$$

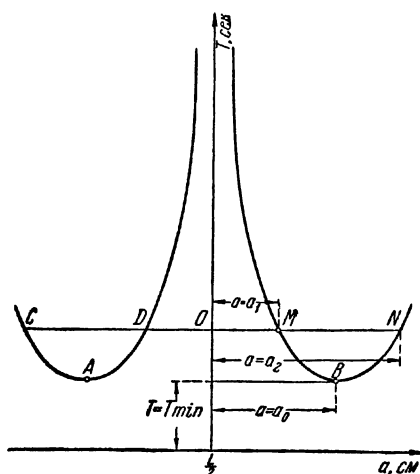


Рис. 16.

В маятнике может быть найдено большое число пар точек (асимметричных относительно центра тяжести маятника), периоды колебаний вокруг которых равны между собой.

На рис. 16 такими точками (с периодом колебаний  $T$ ) являются точки  $C, D, M, N$ .

Приведенной длиной маятника, при этом периоде колебаний, является длина прямых  $CM$  или  $DN$ .

Любая другая прямая, параллельная оси абсцисс, дает также две пары точек пересечения с двумя кривыми. Каждой паре этих точек будет соответствовать другое значение величины периода колебаний и другая величина приведенной длины маятника.

По графику можно, следовательно, определять и период колебаний  $T$ , и приведенную длину маятника  $l$ . Пользуясь таким графиком по формуле  $g^2 = \pi^2 \frac{l}{T^2}$ , можно определить ускорение силы тяжести.

**Измерения.** Опорную призму укрепляют на конце маятника, на крайнем делении шкалы. Ребром опорной призмы маятник помещают на подставку и приводят в колебание.

Амплитуда колебаний не должна превышать  $4^\circ$ .

С помощью секундомера определяют время десяти колебаний маятника, откуда вычисляют величину периода колебаний. Совер-

шенно так же определяют величину периода, перемещая каждый раз опорную призму на три сантиметра. Необходимо получить значения не менее пятнадцати периодов.

По полученным данным строят график, откладывая по оси абсцисс расстояние (в см), на котором находится от конца стержня грань опорной призмы, по оси ординат значение периода  $T$  (в сек).

Для определения величины приведенной длины маятника нет необходимости перевертывать маятник, измерять периоды вновь и строить второй график. На уже построенном графике отмечают середину стержня (длина его должна быть измерена масштабной линейкой) и через эту отметку проводят прямую, параллельную оси ординат (оси периодов).

Из соображений симметрии явствует, что приведенная длина маятника для любого периода колебаний является суммой расстояний от проведенной прямой до двух точек, лежащих на кривой ( $l = OM + ON = OD + OC$ ).

Ускорение определяется по формуле  $g = \pi^2 \frac{l}{T^2}$  минимум для трех значений приведенной длины и периода. За истинное значение принимают среднее арифметическое.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. С. П. Стрелков, Механика, § 124, Гостехиздат, 1956.

#### СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

2. Я. В. Сорокин, Гравиметрия и гравиметрическая разведка, стр. 45—86, Гостоптехиздат, 1951.

### ЗАДАЧА 5

#### ТОЧНОЕ ВЗВЕШИВАНИЕ

Принадлежности: 1) аналитические весы, 2) разновес, 3) взвешиваемое тело.

**Описание весов.** Речь идет о точных аналитических весах, т. е. о таких, которые употребляются при химических анализах. Такие весы заключены в ящик (с подъемными стеклянными стенками для доступа большого количества света), предохраняющий их от пыли и воздушных токов (рис. 17). Весы состоят из равноплечего рычага  $BB$ , называемого коромыслом, опорой которого служит ребро стальной закаленной призмы  $a$ , вставленной в середину коромысла перпендикулярно к его плоскости. Ребро призмы опирается на агатовую полированную пластинку (подушку), укрепленную наверху

колонки  $A$ . На концах коромысла, на равных расстояниях от средней призмы, имеются приспособления для подвешивания чашек  $CC$ , обыкновенно — призмы  $bb$ . Ребра средних и крайних призм должны быть параллельны между собой. Если на чашках нет грузов, то коромысло должно устанавливаться горизонтально или почти горизонтально. Для определения положения коромысла служит длинная стрелка  $J$ , прикрепленная к его середине перпендикулярно к линии, соединяющей две крайние призмы. Конеч стрелки дви-

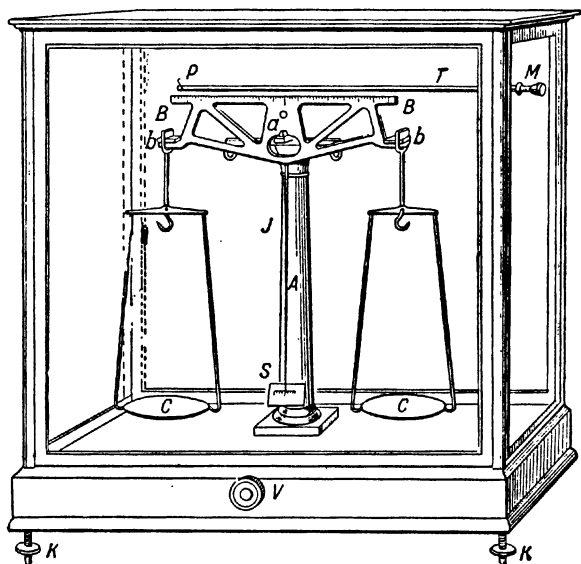


Рис. 17.

жется перед шкалой  $S$ , находящейся у основания колонки. При горизонтальном положении коромысла стрелка должна указывать на среднее деление шкалы.

Основной величиной, характеризующей весы, является их *чувствительность*. Чувствительностью весов называется отношение тангенса угла отклонения стрелки к весу того добавочного перегрузка  $p$ , который вызывает это отклонение, или пропорциональное этой величине отношение числа делений, на которые перемещается стрелка по шкале  $S$  к тому же добавочному перегрузку  $p$  (обыкновенно  $p = 1$  мг); выражается она формулой

$$\omega = \frac{L \cos \alpha}{(2P + p) L \sin \alpha + Kh},$$

где  $L$  — длина плеч коромысла,  $K$  — его вес,  $h$  — расстояние центра тяжести коромысла от нижнего ребра средней призмы,

$P$  — нагрузка весов,  $\alpha$  — угол прогиба для прямолинейного рычага. Из формулы видно, что чувствительность вообще зависит от нагрузки, но если ребра всех трех призм коромысла лежат в одной плоскости и прогибом плеч можно пренебречь, то чувствительность  $\omega$  будет постоянна и выразится формулой

$$\omega = \frac{L}{Kh}.$$

В готовых весах мы можем изменять только величину  $h$ , т. е. перемещать центр тяжести коромысла кверху или книзу и изменять таким образом чувствительность весов. Это достигается особыми приспособлениями, различными на различных весах, состоящими обычно из грузиков, перемещающихся в вертикальном направлении.

Чтобы не употреблять при взвешивании разновесок меньше 1 г, представляющих большое неудобство по своей малости, пользуются так называемым *рейтером*, т. е. подвижным грузом, согнутым в виде крючка из тонкой проволоки, вес которого равен 1 г. Рейтер сажается верхом на одно из плеч коромысла, разделенное на равные части. Обыкновенно каждое плечо коромысла разделено на десять равных частей. Если рейтер помещен на первое, второе, третье и т. д. деления плеча коромысла, считая от средней призмы, то его действие равносильно действию положенного на чашку груза в 1, 2, 3 и т. д. миллиграммов. Накладывание и снятие рейтера производятся при закрытых дверцах посредством особого приспособления. Оно состоит из латунного стержня  $T$  (рис. 17), проходящего сквозь боковую стенку ящика весов и перемещающегося параллельно коромыслу. Стержень может вращаться около своей оси; на внешнем конце он снабжен головкой  $M$ , а на внутреннем — боковым рычажком  $P$  с выступающим штифтом; этот последний вводится в ушко (петлю) рейтера и подхватывает его.

Когда весы не находятся в работе, их необходимо *арретировать*; это производится действием особого приспособления внутри колонки весов, при помощи которого коромысло и чашки несколько приподнимаются кверху, вследствие чего их призмы освобождаются от давления на плоскость опоры и неизбежного при этом напрасного изнашивания. Устройство арретиров у разных весов бывает различно. Обыкновенно арретирование и освобождение коромысла производятся посредством головки  $V$ , помещающейся в нижней части весов, вращением ее в ту или иную сторону.

Каждые весы рассчитаны на определенную *предельную нагрузку*, которая обыкновенно указывается на самих весах и переходить которую ни в коем случае не следует во избежание опасных для весов прогибов их коромысла. Соответственно этому при каждом весе прилагается деревянный футляр с полным набором необходимых разновесок до определенной величины.



**Установка весов.** Колонка весов должна быть установлена вертикально. Это проверяется по отвесу, помещенному позади колонки; нить отвеса должна находиться точно в центре маленького кольца, через которое она проходит. Добиваются этого соответствующим вращением установочных винтов  $K$  (рис. 17). Если колонка весов установлена вертикально, то конец стрелки  $J$  коромысла при ненагруженных и освобожденных весах должен указывать приблизительно на среднее деление шкалы  $S$ . Если это не наблюдается, т. е. если конец стрелки  $J$  коромысла отклоняется больше, чем на 2—3 деления от среднего, то весы можно исправить, вращая в ту или другую сторону небольшие латунные грузы на концах коромысла  $BB$ ; эта операция требует большой осторожности и навыка.

При большом числе взвешиваний сказываются недостатки обычных (описанных выше) аналитических весов, а именно длительность взвешивания и утомляемость глаз работающего.

Для уменьшения времени движения коромысла весов снабжаются успокоителем — демпфером. Он состоит из двух пар легких металлических стаканов, два из которых укреплены неподвижно на колснке весов, два подвешены к коромыслу.

При движении коромысла стаканы, прикрепленные к нему, движутся внутри неподвижных стаканов. Сжатие воздуха в стаканах создает дополнительное усилие, приводящее к уменьшению времени движения коромысла.

Для этой же цели и сохранения гирь от износа при взятии их пинцетом применяется специальный механизм. Он состоит из двух дисков (на общей оси), поворотом одного из них осуществляется наложение на рейку, скрепленную с коромыслом весов, и удаление с нее гирь в виде колец. Вес накладываемой (или убираемой) гирьки отсчитывается по цифрам, нанесенным на диске.

Утомляемость зрения при отсчете делений шкалы почти устраняется специальным оптическим приспособлением с ярко освещенным экраном — вейтографом.

Освещение производится электрической лампочкой, включение и выключение которой производится вращением ручки арретира. На рис. 18 приведено фото весов АДВ-200, снабженных демпфером, вейтографом и механизмом для наложения гирь-колец.

**Правила обращения с весами.** При обращении с весами необходимо соблюдать следующие правила.

1. Пока весы не арретированы, нельзя класть на чашки или снимать с них грузы (не следует даже прикасаться к чашкам), нельзя производить перестановку рейтера на коромысле весов.

2. Грузы накладывать на чашки следует так, чтобы общий центр тяжести грузов приходился по возможности по середине чашки.

3. Нельзя брать разновески руками; для этого служит пинцет; мелкие разновески плоской формы (подразделения грамма) берут пинцетом за загнутые уголки.

4. Снимая разновески с весов, следует их класть непременно в ящик, каждую на предназначенное ей место.

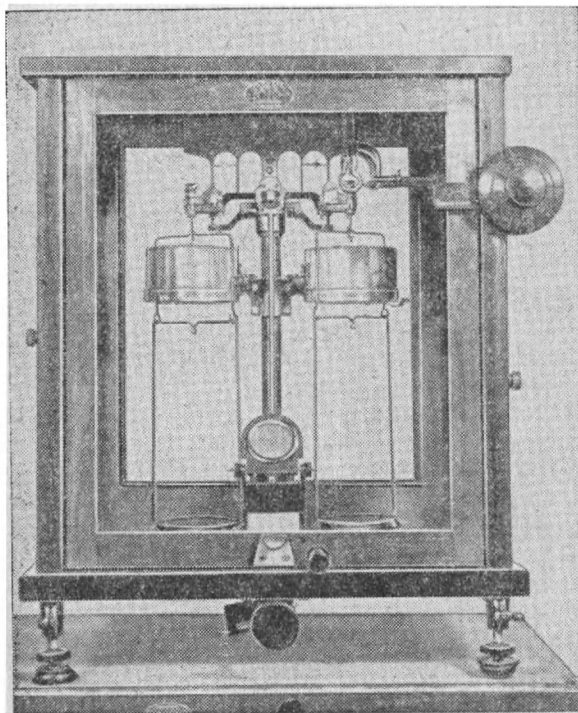


Рис. 18.

5. Не следует освобождать вполне коромысла, пока чашки еще мало уравновешены; его освобождают лишь настолько, чтобы можно было судить, которая из чашек легче, замечая, куда отклоняется стрелка; после этого тотчас арретируют коромысло и прибавляют или убавляют разновески. (При малой разнице между весами взвешиваемого тела и разновесок коромысло начинает уже маятникообразно качаться.)

6. Освобождать и арретировать коромысло следует всегда медленно и плавно; если весы качаются, то арретировать надо весьма осторожно, в то время, когда стрелка проходит через положение равновесия; иначе коромысло получает толчки.

7. Если чашки качаются маятникообразно, то их следует прежде успокоить прикосновением листка бумаги к их краю и уже только после этого вполне освободить коромысло.

8. При наблюдении качания весов дверцы их должны быть непременно закрыты.

9. Если по освобождении коромысла окажется, что амплитуда колебания слишком мала (можно считать достаточной амплитуду в 3—4 деления в ту и другую сторону от середины шкалы), то, приотворив немного дверцу, можно слегка махнуть перед весами рукой; тогда струя воздуха обыкновенно сообщает коромыслу достаточную амплитуду.

10. Не следует оставлять надолго грузы на чашках, в особенности, когда весы не арретированы. Когда взвешивание окончено, весы надо арретировать, нагрузки снять и закрыть дверцы.

**Измерения.** Для того чтобы произвести точное взвешивание, необходимо: 1) определить нулевую точку весов, 2) определить их чувствительность, 3) произвести самое взвешивание и 4) ввести поправки на кажущуюся потерю веса тела в воздухе.

**Определение нулевой точки весов.** Перед началом каждого взвешивания необходимо определить положение равновесия ненагруженных весов, т. е. то деление  $e_0$  шкалы, против которого остановилась бы стрелка при отсутствии трения. Это деление называют *нулевой точкой* или нулем весов. В целях исключения влияния трения нулевая точка определяется по методу качаний.

При качании коромысла указатель весов колеблется подобно маятнику. Положим, что при своем размахе влево конец указателя доходит до черты  $a_1$  шкалы, считая от ее крайней левой черты, а при следующем размахе вправо он доходит до положения  $a_2$  шкалы. Если бы указатель совершал одинаковой величины размахи в ту и в другую сторону от своего положения равновесия, то оно определилось бы как полусумма величин  $a_1$  и  $a_2$ ; в действительности размахи указателя с течением времени уменьшаются: первый размах влево более следующего размаха вправо, в свою очередь этот последний более следующего размаха влево и т. д., поэтому полусумма величин  $a_1$  и  $a_2$  не дала бы истинного положения нуля весов.

Возьмем теперь три последовательных размаха указателя  $a_1$ ,  $a_2$  и  $a_3$ , из которых два,  $a_1$  и  $a_3$ , будут в левую сторону, а один,  $a_2$ , — в правую. Взяв полусумму величин  $a_1$  и  $a_3$ , мы получим число, которое относительно  $a_2$  будет более удовлетворять условию равенства размахов в ту и другую сторону от положения равновесия, чем одно  $a_1$  или  $a_3$ . Следовательно, нуль весов, вычисленный как

$$\frac{\frac{a_1 + a_3}{2} + a_2}{2},$$

будет уже ближе к действительному его положению.

Так как изменение амплитуды происходит не пропорционально времени, а по экспоненциальному закону, то, взяв, например, пять последовательных размахов —  $a_1, a_2, a_3, a_4$  и  $a_5$ , три,  $a_1, a_3, a_5$ , в одну сторону и два,  $a_2$  и  $a_4$ , в другую, и выведя среднее из размахов в каждую сторону, мы, очевидно, найдем числа, еще более удовлетворяющие условию равенства размахов от положения равновесия в ту и другую сторону; нуль  $e_0$  весов, вычисленный как

$$e_0 = \frac{\frac{a_1 + a_3 + a_5}{3} + \frac{a_2 + a_4}{2}}{2},$$

будет еще ближе к положению истинного равновесия.

В случае, если размахи  $a$  будут отсчитаны не от крайнего левого, а от среднего деления шкалы, то само собой разумеется, что отсчетам, произведенным в разные стороны, следует приписывать разные знаки; обычно отрицательными считают отсчеты, произведенные в левую сторону.

Обыкновенно при определениях нуля весов ограничиваются наблюдением пяти последовательных качаний. При записывании наблюдаемых размахов левые размахи пишут в левом столбце, правые — в правом. Всегда берется одним качанием более в ту сторону, с которой начали наблюдения первого качания. Если по освобождении арретира размахи колебаний весов очень малы, то их увеличивают, производя над одной из чашек весов слабые взмахи листом бумаги, после чего пропускают несколько колебаний весов без наблюдения и затем уже начинают наблюдать. Части делений шкалы при колебании указателя оцениваются на глаз до десятых долей деления.

Одним определением нуля весов нельзя удовлетвориться, а надо сделать еще по крайней мере два и взять за нуль весов среднее арифметическое из всех определений. Зная точку нуля весов, можно приступить к определению их чувствительности.

При пользовании демпферными весами нулевая точка определяется по шкале после их полной остановки. Следует проделать три отсчета и взять из них среднее арифметическое. Каждый раз весы арретируют, а затем медленно освобождают.

О п р е д е л е н и е ч у в с т в и т е л ь н о с т и в е с о в. Если на одну чашку (правую) ненагруженных весов мы положим 1 мг, что достигается навешиванием рейтера на первое деление коромысла (при арретированных весах), и определим теперь из качаний положение равновесия, или у с т а н о в к у, весов так, как мы только что определяли нуль весов, то получим уже не прежнее число, а несколько иное, например  $e$ , которое укажет нам на перемещение положения равновесия весов на  $(e - e_0)$  делений шкалы. Абсолютная величина этого перемещения и будет выражать чувствительность н е н а г р у ж е н н ы х весов при перегрузке в 1 мг.

Определив точку нуля весов и их чувствительность, приступают к взвешиванию.

**Взвешивание.** Всегда можно путем последовательного накладывания разновесок найти два числа,  $a$  и  $(a + 1)$  граммов, между которыми будет заключаться вес взвешиваемого тела, если он целым числом граммов выражен быть не может; после граммов кладут дециграммы, потом сантиграммы. Если вес тела целым числом сантиграммов выражен быть не может, то переходят к нагрузке весов миллиграммами, пользуясь рейтером. Передвигая его по коромыслу весов и ставя на деления, отмеченные цифрами, мы можем найти такие два последовательных деления, что помещение рейтера на одном будут давать общую нагрузку, все еще меньшую веса тела, а помещение на другом — большую.

Необходимо заметить, что при большой разнице в весе тела и положенных разновесок перевес одной из чашек наблюдается легко: коромысло весов при освобождении арретира тотчас наклоняется в какую-нибудь сторону и не колеблется. При малой разнице в весе коромысло продолжает колебаться, и если нельзя во время качания заметить ясно, что размах указателя в одну сторону от найденной нулевой точки весов больше, чем в другую, то необходимо определить в таком случае из качаний точку равновесия весов, т. е. то деление шкалы, на которое указывала бы при отсутствии трения стрелка, когда прекратились бы колебания коромысла. Определение точки равновесия ведется точно так же, как определение нуля весов. Прибегать к определению точки равновесия непременно приходится при употреблении рейтера. Смотри по тому, будет ли найденная точка равновесия весов лежать вправо или влево от точки нуля весов, мы можем указать, какая чашка весов перевешивает.

Пусть мы нашли два таких положения рейтера, отличающихся одно от другого на одно целое деление коромысла, т. е. 1 мг нагрузки,

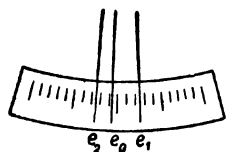


Рис. 19.

для которых соответствующие точки равновесия будут  $e_1$  и  $e_2$ , причем точка  $e_1$  лежит правее найденного нуля весов, точка  $e_2$  — левее (рис. 19). Если взвешиваемое тело лежит на левой чашке весов, то очевидно, что нагрузка, соответствующая положению указателя весов  $e_1$ , меньше, чем вес тела, а нагрузка, вызывающая отклонение  $e_2$ , — больше. Если количество разновесок

при положении равновесия  $e_1$  будет  $P$  мг, то, очевидно, для приведения весов в нулевую точку  $e_0$  надо на правую чашку весов добавить еще какое-то количество разновеса, какие-то доли  $p$  мг.

Предполагаем, что при малых углах отклонение указателя от нулевой точки пропорционально нагрузке, вызывающей отклонение. Это предположение позволит вычислить величину  $p$ . Положе-

ние  $e_1$  отвечает равновесу  $P$  мг, положение  $e_2$  — равновесу  $P + 1$  мг; следовательно, отклонение  $e_1 - e_2$  отвечает равновесу в 1 мг. Величина  $e_1 - e_2$ , очевидно, будет *чувствительностью нагруженных весов*. Нам необходимо вычислить ту добавочную нагрузку  $p$ , которая наклонила бы коромысло весов и связанный с ним указатель от положения  $e_1$  в положение  $e_0$ , т. е. на  $e_1 - e_0$  делений. Если 1 мг вызывает отклонение на  $e_1 - e_2$  делений, то  $p$  мг вызовут отклонение на  $e_1 - e_0$  делений, откуда

$$\frac{1}{p} = \frac{e_1 - e_2}{e_1 - e_0}, \quad p = \frac{e_1 - e_0}{e_1 - e_2} \text{ мг}$$

и видимый вес тела

$$Q = P + p.$$

Таким образом производится на точных весах взвешивание до десятых долей миллиграммов.

Если бы чувствительность весов была постоянна при всякой нагрузке, то при нахождении миллиграммов и их десятых долей нам не нужно было бы добиваться, как мы это только что делали, определения двух положений равновесия по обе стороны нуля весов. Достаточно было бы определить какое-нибудь одно положение равновесия и вычислить нужное для равновесия число миллиграммов. Но так как чувствительность с нагрузкой меняется, то определенная перед началом взвешивания чувствительность ненагруженных весов будет нам *только помогать* скорее определить, сколько приблизительно надо прибавить миллиграммов к уже положенным, чтобы скорее найти оба положения равновесия.

Если весы не имеют рейтера, то взвешивание с точностью до долей миллиграммов можно произвести следующим образом. Пусть на правую чашку наложено столько равновеса, что весы находятся почти в равновесии, так что при освобождении коромысла стрелка не слишком удаляется от среднего деления шкалы. Допустим, что правая чашка еще немного легче левой. Определяем положение равновесия совершенно так же, как определяли нулевую точку. Обозначим найденное таким образом положение равновесия по-прежнему через  $e_1$ , а положение нулевой точки — через  $e_0$ . Теперь прибавляем на правую чашку 1 мг и снова определяем положение равновесия, которое обозначим через  $e_2$ . Следует делать так, чтобы  $e_1$  и  $e_2$  лежали по разные стороны  $e_0$ , т. е. чтобы было:  $e_1 > e_0 > e_2$ . Очевидно, что  $(e_1 - e_2)$  есть чувствительность весов на 1 мг добавочной нагрузки. Вновь предполагая, что перемещение стрелки пропорционально добавочному грузу, вычисляем совершенно так же, как и в предыдущем случае, величину той нагрузки в миллиграммах, которая привела бы весы из положения  $e_1$  к их нулевой точке  $e_0$ , пользуясь той же формулой; следует только помнить, что величина  $(e_1 - e_2)$  в данном случае обозначает чувствительность 1 мг,

поэтому, переходя к миллиграммам, необходимо ввести множитель 10.

После окончания взвешивания необходимо вновь определить нулевую точку весов и при вычислении  $p$  пользоваться ее средним арифметическим.

Взвешивание необходимо произвести на правой и левой чашках весов (см. ниже: метод двойного взвешивания).

Поправки на кажущуюся потерю веса тела в воздухе. При взвешивании в воздухе тело как бы теряет в своем весе столько, сколько весит вытесненный им воздух. Чтобы получить истинный вес тела, поступают следующим образом.

Пусть  $V$  будет объем взвешиваемого тела в кубических сантиметрах,  $v$  — объем разновесок,  $\lambda$  — вес  $1 \text{ см}^3$  воздуха в граммах (при температуре и давлении атмосферы, существующих во время взвешивания). При взвешивании в воздухе тело как бы теряет  $V\lambda$  граммов, а разновески —  $v\lambda$  граммов. Пусть  $P$  — истинный вес тела, а  $p$  — истинный вес разновесок, отмеченный на них цифрами. Тогда при равновесии в воздухе

$$P - V\lambda = p - v\lambda$$

или

$$P = p + (V - v)\lambda.$$

Пусть  $D$  есть истинный вес  $1 \text{ см}^3$  взвешиваемого тела (численно равный плотности), а  $d$  — такая же величина для разновесок; тогда имеем

$$VD = P \text{ и } vd = p.$$

Подставляя эти значения  $V$  и  $v$  в предыдущее уравнение, получаем

$$P = p + \left( \frac{P}{D} - \frac{p}{d} \right) \lambda,$$

откуда, решая относительно  $P$ ,

$$P = p \frac{1 - \frac{\lambda}{d}}{1 - \frac{\lambda}{D}}.$$

Производя деление числителя на знаменатель по правилам деления многочленов, получим

$$\frac{1 - \frac{\lambda}{d}}{1 - \frac{\lambda}{D}} = 1 - \frac{\lambda}{d} + \frac{\lambda}{D} - \frac{\lambda^2}{d \cdot D} + \frac{\lambda^2}{D^2} - \dots$$

Так как величины  $\frac{\lambda}{d}$  и  $\frac{\lambda}{D}$  всегда весьма малы, то можно отбросить все члены, начиная с  $\frac{\lambda^2}{dD}$  и дальше, и тогда последнее уравнение

примет вид

$$P = p \left( 1 - \frac{\lambda}{d} + \frac{\lambda}{D} \right). \quad (1)$$

Величина  $\lambda$  зависит от давления, температуры и влажности воздуха, но обыкновенно ее считают постоянной и равной  $0,0012 \text{ г/см}^3$ , такая точность в большинстве случаев бывает достаточна. Разновески приготавливаются обыкновенно из латуни, для которой

$$d = 8,4 \text{ г/см}^3.$$

Подставляя для  $d$  и  $\lambda$  их величины в уравнение (1), получаем

$$P = p + p \cdot 0,0012 \left( \frac{1}{D} - 0,12 \right),$$

где  $p$  обозначает неисправленный вес тела, т. е. полученный непосредственно из взвешивания, и  $P$  — его истинный вес, т. е. вес, приведенный к пустоте.

**Особые методы взвешивания.** Все сказанное выше относится к простому взвешиванию, т. е. такому, которое дает число, точное в пределах чувствительности и постоянства весов, когда длины обоих плеч коромысла одинаковы. Если длины плеч различны, то вес разновесок, помещенных на одной чашке весов, не будет выражать собою веса взвешиваемого тела, помещенного на другой чашке. В последнем случае уплотняются другие методы взвешивания, в частных подробностях вполне схожие с простым взвешиванием; таких методов известно три: 1) метод двойного взвешивания, 2) метод тарирования и 3) метод постоянной нагрузки.

1. *Метод двойного взвешивания* (Гаусса). При этом методе неравенство плеч коромысла несколько не влияет на полученный результат взвешивания.

Обозначим длины правого и левого плеч коромысла соответственно через  $l_1$  и  $l_2$ . Кладем взвешиваемое тело на левую чашку и уравновешиваем его на правой чашке со всей возможной точностью весом разновесок  $p_1$ , производя взвешивание по всем правилам, сообщенным выше. Вследствие неравенства плеч вес тела  $P$  не будет равен  $p_1$ . Прилагая теорему моментов сил, приложенных к точкам подвеса чашек, имеем

$$Pl_2 = p_1 l_1.$$

Производим новое взвешивание, причем кладем тело  $P$  на правую чашку, а разновески — на левую. Вес последних, необходимый для уравновешивания тела  $P$ , пусть будет  $p_2$ . По теореме моментов сил имеем в этом случае

$$Pl_1 = p_2 l_2.$$

Из последних уравнений находим

$$P = \sqrt{p_1 p_2};$$



вес тела равен корню квадратному из произведения обоих весов разновесок. Из тех же уравнений можно найти уравнение длин плеч коромысла

$$\frac{l_1}{l_2} = \sqrt{\frac{p_2}{p_1}}.$$

Но так как величины  $p_1$  и  $p_2$  очень мало отличаются друг от друга, то, пользуясь формулой бинома Ньютона, можно положить

$$P = \frac{p_1 + p_2}{2}, \quad (2)$$

$$\frac{l_1}{l_2} = 1 + \frac{p_2 - p_1}{2p_1}. \quad (3)$$

Этот метод взвешивания необходимо применять при проверке разновесок. В таблице приведены допустимые погрешности при изготовлении гирь для весов разного разряда.

Допустимые погрешности для гирь в мг

Масса гирь	Образцовые гири первого разряда		Аналитические гири		Технические гири первого класса
	допустимая погрешность	погрешность определения	допустимая погрешность	погрешность определения	
г	в мг				
500	+ 5	1,0	—	—	+ 10
200	+ 2	0,2	—	—	+ 4
100	+ 1	0,2	+ 1	0,3	+ 3
50	+ 1	0,2	+ 1	0,2	+ 3
20	+ 1	0,1	+ 1	0,2	+ 2
10	+ 0,5	0,1	+ 0,6	0,2	+ 2
5	+ 0,5	0,1	+ 0,6	0,1	+ 2
2	+ 0,5	0,05	+ 0,6	0,1	+ 1
1	+ 0,5	0,05	+ 0,6	0,1	+ 1
мг					
500	± 0,4	0,02	± 0,3	0,05	± 0,5
200	± 0,4	0,02	± 0,3	0,05	± 0,5
100	± 0,4	0,02	± 0,3	0,05	± 0,5
50	± 0,4	0,02	± 0,3	0,05	± 0,5
20	± 0,2	0,02	± 0,2	0,03	± 0,5
10	± 0,2	0,01	± 0,2	0,03	± 0,5
5	± 0,1	0,01	± 0,1	0,02	± 0,5
2	± 0,1	0,01	± 0,1	0,02	± 0,2
1	± 0,1	0,01	± 0,1	0,02	± 0,1

Примечание. Погрешности рейтеров не должны превышать допустимых погрешностей для гирь той же номинальной массы. Разность в массе одноименных рейтеров из одного набора не должна превышать 0,1 мг

II. *Метод тарирования* (Борда). На правую чашку весов помещают взвешиваемое тело, а на левую кладут тару (тарой называется предмет, имеющий одинаковый вес со взвешиваемым телом; в качестве тары часто пользуются мелкой дробью) и прибавляют к этой таре для окончательного уравнивания кусочки листового олова до тех пор, пока положение равновесия, найденное из качаний коромысла, не будет одинаково с определенным перед началом взвешивания нулем весов. После этого снимают тело и на его место кладут такое количество гири, какое необходимо для уравнивания тары, что снова определяется из качаний весов. Вес гири будет равен в таком случае весу тела. При этом методе взвешивания влияние неравенства плеч коромысла на результат взвешивания будет устранено, а точность взвешивания будет лежать в пределах чувствительности весов.

III. *Метод постоянной нагрузки* (Менделеева). При этом методе на левую чашку весов кладется гиря предельного веса, указанного для взвешивания на данных весах, а на правую чашку — тара, точно уравнивающая эту гирю. Равновесия стараются достигнуть с возможной тщательностью.

Когда приходится взвешивать, то взвешиваемое тело помещают на левую чашку и на эту чашку кладут разновески до тех пор, пока не уравновесят тары, лежащей на правой чашке. Вес тела и разновесок, положенных для равновесия на левую чашку, будет равен весу той гири, которая первоначально лежала на ней; следовательно, вес тела равен весу гири без веса тех разновесок, которые были положены для уравнивания. Кроме постоянства чувствительности<sup>1)</sup> этот способ имеет еще следующие выгоды: он требует каждый раз только одного взвешивания, следовательно, сокращает время и уменьшает погрешность, могущую происходить от многократного взвешивания.

#### СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Н. М. Рудо, Весы, теория, устройство, регулировка и проверка, Машгиз, 1957.
2. Н. М. Рудо, Точное взвешивание, Машгиз, 1945.

#### ЗАДАЧА 6

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОТНОСТИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ ПИКНОМЕТРОМ И ГИДРОСТАТИЧЕСКИМ ВЗВЕШИВАНИЕМ

*Плотностью* называется масса, заключенная в единице объема какого-либо тела, поэтому определение плотности сводится к определению массы тела и его объема. Определение массы тела может

<sup>1)</sup> Нагрузка весов остается все время постоянной, а следовательно, постоянной остается и чувствительность весов.

быть произведено путем его взвешивания <sup>1)</sup>, т. е. путем сравнения с массой разновесок известной величины. Непосредственное измерение объема тела, если оно ограничено сложной поверхностью, затруднительно, поэтому поступают так: тело взвешивают в воде и, пользуясь законом Архимеда, определяют массу воды, вытесненную телом; зная плотность воды, вычислением находят объем. Плотность воды соответствующей температуры берется из табличных данных.

С понятием плотности тела не следует смешивать понятие об удельном весе тела. *Удельным весом* называется вес единицы объема тела. Легко видеть, что удельный вес  $d$  и плотность  $\rho$  любого тела связаны между собой соотношением

$$d = \rho g,$$

где  $g$  — ускорение силы тяжести, т. е. между удельным весом и плотностью имеется та же самая связь, что и между весом и массой тела. Если численные значения удельного веса выражать в  $\text{Г/см}^2$ , а плотность выражать в  $\text{г/см}^3$ , то удельный вес тела будет численно равен его плотности.

### Упражнение 1

#### Определение плотности твердого тела при помощи пикнометра

**Принадлежности:** 1) аналитические весы, 2) разновес, 3) пикнометр, 4) известковый шпат или другое твердое тело, 5) сосуд с дистиллированной водой комнатной температуры, 6) термометр, 7) фильтровальная бумага.

**Описание прибора.** Описание весов — см. задачу 5; описание пикнометров — см. задачу 7 (из указанных в этой задаче типов пикнометров для определения плотности твердых тел применимы первый и третий типы).

**Измерения.** 1. Определяют массу  $m$  (без поправки на кажущуюся потерю веса в воздухе) возможно большего количества кусочков исследуемого твердого тела (известкового шпата), предварительно убедившись, что все они проходят через горлышко пикнометра.

2. Наполнив пикнометр дистиллированной водой комнатной температуры, определяют массу пикнометра с водой:  $M$ .

3. Высыпают кусочки твердого тела в пикнометр, отбирают излишек воды (при помощи фильтровальной бумаги) и опреде-

---

<sup>1)</sup> Конечно, только в том случае, если взвешивание производится в пустоте или если введена соответствующая поправка на кажущуюся потерю веса тела в воздухе.

ляют массу пикнометра с остатком воды и твердым телом:  $M_0$ . При этом следует обратить особое внимание на то, чтобы на кусочках не оставались пузырьки воздуха. Наличие последних ввиду малости самих кусочков может весьма значительно исказить результат.

Взвешивание производится по всем правилам точного взвешивания (см. задачу 5).

**Вычисления.** Непоправленная плотность, т. е. плотность, определенная без учета потери веса при взвешивании в воздухе, будет

$$\rho_1 = \frac{m}{M - M_0 + m} \delta,$$

где  $\delta$  — плотность воды при температуре опыта (берется из таблиц в конце книги).

Для получения исправленной плотности проведем следующие рассуждения. Введем обозначения:  $v$  — суммарный объем кусочков испытуемого тела,  $\rho$  — их истинная плотность,  $\lambda$  — плотность воздуха, которая принимается равной  $0,0012 \text{ г/см}^3$ ,  $\Delta$  — плотность разновесок. Тогда  $v\rho$  будет истинная масса кусочков испытуемого тела,  $v\delta$  — истинная масса вытесненной ими воды,  $v\lambda$  — масса воздуха, вытесненного кусочками и водой,  $\frac{m}{\Delta} \lambda$  — масса воздуха, вытесненного разновесками, уравновешивающими кусочки,  $\frac{M - M_0 + m}{\Delta} \lambda$  — масса воздуха, вытесненного разновесками, уравновешивающими воду. Отсюда

$$v\rho - v\lambda = m - \frac{m}{\Delta} \lambda$$

или

$$v(\rho - \lambda) = m \left( 1 - \frac{\lambda}{\Delta} \right). \quad (1)$$

Для воды соответственно имеем

$$v(\delta - \lambda) = (M - M_0 + m) \left( 1 - \frac{\lambda}{\Delta} \right). \quad (2)$$

Деля почленно равенство (1) на (2), получим

$$\frac{\rho - \lambda}{\delta - \lambda} = \frac{m}{M - M_0 + m},$$

откуда

$$\rho = \frac{m}{M - M_0 + m} (\delta - \lambda) + \lambda. \quad (3)$$

## Упражнение 2

Определение плотности твердого тела гидростатическим  
взвешиванием

П р и н а д л е ж н о с т и: 1) точные весы, 2) разновес, 3) скамеечка к весам, 4) твердое тело, плотность которого определяется, 5) стеклянный цилиндр, 6) тонкая проволока.

Описание весов см. в задаче 5.

**Измерения.** Взвешивают исследуемое тело в воздухе с точностью до 1 мг (см. задачу 5), а потом, подвесив его на тонкой проволоке надлежащей длины на крючок левой чашки весов, опять уравнивают гири. Обозначим неисправленное значение массы исследуемого тела через  $m$ , а через  $m_1$  — его массу вместе с проволокой.

Ставя затем на треножник над чашкой весов (см. рис. 21, стр. 76) стакан с достаточным количеством дистиллированной воды, при арретированных весах погружают в него испытуемое тело. При этом наблюдают, во-первых, чтобы тело не касалось стенок и дна стакана, во-вторых, чтобы через поверхность воды проходила только одна неперекрученная (для уменьшения капиллярного действия) проволока и, наконец, чтобы не было на поверхности тела прилипших пузырьков воздуха. Сняв часть гирек с другой чашки весов, приводят весы в равновесие. Пусть кажущаяся масса тела с проволокой при погружении в воду будет  $m_2$ . Таким образом, масса вытесненной телом воды

$$W = m_1 - m_2;$$

тогда непоправленная плотность тела будет равна

$$\rho_1 = \frac{m}{W} \delta.$$

**Вычисления.** Полученная плотность должна быть исправлена, так как не принята в расчет кажущаяся потеря веса тела и воды в воздухе. Если при температуре взвешивания плотность воды равна  $\delta$ , плотность воздуха —  $\lambda$ , то, очевидно, для исправленной величины плотности  $\rho$  тела следует написать, что

$$\rho = \frac{m + V\lambda}{W + V\lambda} \delta, \quad (4)$$

где  $V$  есть объем тела, равный объему вытесненной им воды. Величина этого объема определится из уравнения

$$W = V(\delta - \lambda).$$

Таким образом, исправленная плотность  $\rho$  тела будет равна

$$\rho = \frac{m + \frac{W\lambda}{\delta - \lambda}}{W + \frac{W\lambda}{\delta - \lambda}} \delta = \frac{m}{W} (\delta - \lambda) + \lambda. \quad (5)$$

Поправкой на потерю веса проволоки в воде ввиду ее малости можно пренебречь.

#### СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

См. литературу к задаче 5.

### ЗАДАЧА 7

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОТНОСТИ ЖИДКОСТЕЙ ПИКНОМЕТРОМ И ГИДРОСТАТИЧЕСКИМ ВЗВЕШИВАНИЕМ

### Упражнение 1

#### Определение плотности жидкости при помощи пикнометра

Принадлежности: 1) аналитические весы, 2) разновес, 3) пикнометр, 4) сосуд с испытуемой жидкостью, 5) сосуд с дистиллированной водой, 6) сосуд с водой комнатной температуры, 7) термометр, 8) фильтровальная бумага.

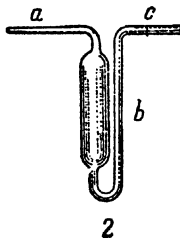
**Описание прибора.** Описание весов см. в задаче 5.

**Пикнометр** в принципе представляет собой сосуд вполне определенного неизменного объема. Наполняя его последовательно исследуемой жидкостью и водой и взвешивая, можно определить плотность жидкости. Действительно, пусть неисправленное на потерю веса в воздухе значение массы пикнометра с жидкостью будет  $P$ , масса его с водою  $Q$  и масса самого пикнометра —  $p$ . Тогда масса жидкости, заключенной в пикнометре, будет  $P - p$ , а масса воды  $Q - p$ . Плотность же (непоправленная) вследствие равенства объемов будет равна

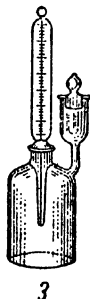
$$\rho_1 = \frac{P - p}{Q - p} \delta. \quad (1)$$



1



2



3

Рис. 20.

Пикнометры, изготовляющиеся почти исключительно из стекла (вследствие его малой химической активности), имеют весьма разнообразные формы; некоторые из них изображены на рис. 20.

Наиболее простым является пикнометр первой формы, наполнение которого до верхнего края горлышка производится с помощью пипетки; горлышко затем закрывается пришлифованной пробкой, имеющей узкий канал, через который излишняя жидкость сама вытекает. При наполнении нужно следить за тем, чтобы внутри пикнометра не оставалось пузырьков воздуха, для чего лучше всего заставлять жидкость стекать в пикнометр по его стенкам. После этого пикнометр должен быть тщательно высушен снаружи при помощи фильтровальной бумаги; при этом особое внимание следует обратить на то, чтобы удалить всю жидкость из зазора между горлышком и пробкой. Возможность испарения жидкости через открытый конец канала является до некоторой степени недостатком этой формы пикнометра. Для устранения этого иногда на пробке пикнометра, приблизительно посередине, наносят метку, на уровне которой должна устанавливаться жидкость. Но добиться этого довольно затруднительно.

Гораздо удобнее пикнометр второй формы. Удобство заключается в особой простоте его наполнения, которое производится путем всасывания жидкости через узкий конец трубки  $a$  до метки  $c$  в трубке  $b$ . Если будет набрано слишком много жидкости, то излишек удаляется прикладыванием к отверстию трубки  $a$  кусочка фильтровальной бумаги; если слишком мало, то подносят к этому же отверстию  $a$  на кончике стеклянной палочки каплю жидкости; капиллярные силы сами втягивают ее внутрь.

Однако оба эти типа пикнометров обладают тем общим недостатком, что объем их зависит вследствие расширения стекла от температуры. Ошибка, возникающая при этом, может быть устранена, если пикнометры перед взвешиванием поместить на некоторое время (минут на 10—20 в зависимости от объема) в стакан воды комнатной температуры и после этого пополнить или убавить количество жидкости в зависимости от изменения объема.

Наиболее совершенной является третья форма пикнометров. Наличие пробки, закрывающей узкое горло сосуда, и термометра, позволяющего учитывать изменение его объема, устраняет недостатки, присущие первым двум формам.

**Измерения.** 1. Определяют неисправленное значение массы  $p$  высушенного внутри и снаружи пикнометра (просушивание производится либо продуванием струи горячего воздуха, либо нагреванием всего пикнометра в сушильном шкафу).

2. Определяют массу  $Q$  пикнометра, наполненного дистиллированной водой.

3. Определяют массу  $P$  пикнометра, наполненного исследуемой жидкостью.

Взвешивания производятся по всем правилам точного взвешивания (см. задачу 5), причем достаточно производить их лишь на одной чашке весов.

**Вычисления.** Приведенная выше формула (1), примененная к полученным данным, даст так называемую *непоправленную плотность* жидкости, так как в ней не учитываются потери веса в воздухе.

Выведем точную формулу, учитывающую это обстоятельство. Обозначим через  $v$  внутренний объем пикнометра (его емкость) при температуре опыта,  $\delta$  — плотность воды при той же температуре (находится из таблиц),  $\rho$  — истинную плотность исследуемой жидкости,  $\lambda$  — плотность воздуха, которая принимается равной  $0,0012 \text{ г/см}^3$ ,  $\Delta$  — плотность разновесок; тогда  $v\rho$  будет истинная масса жидкости, заключенной в пикнометре,  $v\delta$  — истинная масса воды в том же объеме,  $v\lambda$  — масса воздуха, вытесняемого жидкостью и водой,  $\frac{P-\rho}{\Delta}\lambda$  (или  $\frac{Q-\rho}{\Delta}\lambda$ ) — масса воздуха, вытесняемого разновесками, уравнивающими жидкость. На основании факта равновесия имеем

$$v\rho - v\lambda = P - p - \frac{P-\rho}{\Delta}\lambda$$

или

$$v(\rho - \lambda) = (P - p) \left(1 - \frac{\lambda}{\Delta}\right). \quad (2)$$

Для воды же соответственно

$$v(\delta - \lambda) = (Q - p) \left(1 - \frac{\lambda}{\Delta}\right). \quad (3)$$

Деля почленно равенства (2) и (3), получим

$$\frac{\rho - \lambda}{\delta - \lambda} = \frac{P - p}{Q - p}.$$

откуда

$$\rho = \rho_1 \left(1 - \frac{\lambda}{\delta}\right) + \lambda. \quad (4)$$

### Упражнение 2

#### Определение плотности жидкости гидростатическим взвешиванием

Принадлежности: 1) точные весы, 2) разновес, 3) стеклянный запаянный баллончик, 4) металлический треножник, 5) два стакана, 6) сосуд с исследуемой жидкостью, 7) тонкая проволока.

Описание весов см. в задаче 5.

**Измерения.** 1. Подвешивают баллончик на тонкой проволоке на крючок одной из чашек весов (рис. 21) и уравнивают его разновесками на другой чашке с точностью до 1 мг.

2. Ставят над чашкой весов на треножник стакан с дистиллированной водой и погружают баллончик в воду, наблюдая, чтобы он не касался ни дна, ни стенок стакана, чтобы к нему не прилипли, особенно в ушке, пузырьки воздуха и чтобы через поверхность воды проходила только одна неперекрытая проволока. Уравнивают



вают весы и отсюда находят непоправленное значение массы вытесненной воды  $\rho$ .

3. Удалив стакан с водою, осушают баллончик фильтровальной бумагой, ставят на место воды стакан с испытуемой жидкостью, погружают в него баллончик и опять уравнивают весы. Пусть непоправленное значение массы вытесненной жидкости будет  $q$ . Отсюда находят непоправленную плотность ее

$$\frac{q}{\rho} \delta.$$

**Вычисления.** Обозначим через  $v$  объем баллончика, через  $\delta$  — плотность воды во время опыта (температура ее должна быть отмечена) и через  $\lambda$  — плотность воздуха. Объем баллончика, равный объему вытесненной им воды, определится из равенства

$$\rho = v(\delta - \lambda).$$

Исправленная величина плотности

$$\rho = \frac{q + v\lambda}{\rho + v\lambda} \delta,$$

откуда, подставив значение  $v$ , найдем, что исправленная плотность жидкости выразится так:

$$\rho = \frac{q}{\rho} (\delta - \lambda) + \lambda. \quad (5)$$

Величина  $\delta$  находится из таблиц,  $\lambda$  можно принять равной  $0,0012 \text{ г/см}^3$ . Поправкой на потерю веса проволоки в жидкости ввиду ее малости можно пренебречь.

Если известен коэффициент расширения жидкости, то можно вычислить ее плотность при  $0^\circ \text{C}$ .

#### СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

См. литературу к задаче 5.

### ЗАДАЧА 8

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ УПРУГОСТИ ИЗ РАСТЯЖЕНИЯ И ИЗГИБА

**Введение.** Рассмотрим деформации, встречающиеся в настоящей работе.

1. **Р а с т я ж е н и е.** Под влиянием груза  $P$  проволока или стержень длиной  $L$  и поперечного сечения  $S$  растягивается (или

укорачивается) на величину  $\Delta L$ . Имеем по закону Гука

$$\Delta L = \alpha \frac{PL}{S}, \quad (1)$$

где  $\alpha$  — коэффициент упругости при растяжении (сжатии), или коэффициент продольного удлинения (сжатия). *Модуль упругости при растяжении*, или *модуль Юнга*, равен

$$E = \frac{1}{\alpha} = \frac{PL}{S\Delta L}. \quad (2)$$

2. И з г и б. Если прямой упругий стержень неподвижно закрепить одним концом в твердой стене, а другой конец нагрузить грузом  $P$ , то этот конец опустится, т. е. стержень согнется. Легко понять, что при таком изгибе верхние слои стержня будут растягиваться, нижние — сжиматься, а некоторый средний слой, который называют *нейтральным слоем*, сохранит длину и только перенесет искривление.

Перемещение  $\lambda$ , которое получает свободный конец стержня, называется *стрелой прогиба*. Стрела прогиба будет тем больше, чем больше нагрузка, и, кроме того, она должна зависеть от формы и размеров стержня и от его модуля упругости. Для стержня длины  $L$ , ширины  $a$  и высоты  $b$  стрела прогиба выражается формулой (см. литературу)

$$\lambda = \frac{4PL^3}{Eab^3}, \quad (3)$$

где  $E$  — модуль Юнга материала стержня, а  $P$  — нагрузка, приложенная к незакрепленному концу стержня. В случае если стержень будет обоими концами свободно положен на твердые опоры и нагружен в середине весом  $P$  (см. рис. 23), то стрела прогиба найдется также из уравнения (3), но только вместо величины  $P$  надо будет поставить  $\frac{P}{2}$ , а вместо  $L$  — подставить  $\frac{L}{2}$ . В самом деле, в этом случае изгиба каждая из опор оказывает на стержень противодействие, равное  $\frac{P}{2}$ , тогда как средняя часть остается горизонтальной. Таким образом, стержень, опирающийся обоими концами, ведет себя точно так же, как если бы он был закреплен посередине, а на каждый из обоих концов, находящихся на расстоянии  $\frac{L}{2}$  от середины его, действовала бы вверх сила  $\frac{P}{2}$ . Следовательно, в этом случае стрела прогиба будет равна

$$\lambda = \frac{PL^3}{4Eab^3},$$

откуда

$$E = \frac{PL^3}{4ab^3\lambda}. \quad (4)$$

## Упражнение 1

## Определение модуля упругости из растяжения

П р и н а д л е ж н о с т и: 1) прибор, 2) линейка, 3) зрительная труба, 4) микрометр.

**Описание прибора.** Прибор состоит из двух кронштейнов  $A$  и  $B$  (рис. 22), расположенных один над другим и служащих для укрепления проволоки из исследуемого материала. При нагрузке, осуществляемой грузами  $PP$ , проволока удлиняется и стержень  $r$ , несущий зеркальце  $M$  и опирающийся на цилиндр  $d$ , вращается вскруг оси  $O$ .

При удлинении проволоки на  $\Delta l$  зеркальце повернется на угол  $\alpha$  и будет иметь место соотношение

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta l}{b},$$

где  $b$  — длина стержня  $r$ . Изменение положения зеркальца может фиксироваться по шкале  $S$ , изображение которой рассматривают в зеркальце через трубу  $R$ , имеющую в окуляре крест нитей или одну горизонтальную нить. Если  $\Delta n$  — разность делений шкалы при повороте зеркальца на угол  $\alpha$ , а  $D$  — расстояние от зеркала до шкалы, то можно написать

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{\Delta n}{D}.$$

Так как величина  $\Delta l$  очень мала, то очень мал и угол  $\alpha$ ; это дает  $\operatorname{tg} 2\alpha = 2 \operatorname{tg} \alpha$ . Сопоставлением полученных формул получаем

$$\Delta l = \frac{\Delta n}{2D} b. \quad (5)$$

Нижний кронштейн  $B$  имеет арретир  $f$ , пользуясь которым, ввертывая винт  $c$ , можно освобождать проволоку от нагрузки. Грузы, необходимые для нагрузки проволоки, берут с особого подвеса, укрепленного на верхнем кронштейне; при снятии нагрузки грузы укладывают на подвес. Этим достигается постоянство нагрузки на верхний кронштейн и тем самым — постоянство прогиба последнего. Нагрузку проволоки и снятие нагрузки нужно всегда производить при поднятом арретире.

**Измерения.** Длина проволоки  $l$  измеряется линейкой при опущенном арретире, а ее диаметр, необходимый для определения сечения  $S$ , — микрометром. Измерение диаметра проволоки следует проделать несколько раз в разных местах и из полученных значений взять среднее арифметическое.

Сначала проволоку нагружают половиной имеющихся грузов, находят в трубе изображение шкалы, фокусируют трубу, а шкалу

устанавливают так, чтобы была видна ее середина. Затем измеряют линейкой расстояние  $D$  между зеркалом и шкалой (и уже больше не сдвигают ни шкалу, ни трубу). После этого, подняв арретир, снимают все грузы и, опустив арретир, отмечают нулевую точку на шкале.

Последовательно нагружая проволоку грузами один за другим (на каждом из них указан его вес), производят отсчеты делений шкалы, наблюдаемых в трубу, и заключают, на сколько делений перемещается изображение шкалы. Так проделывают для всех грузов, снимая их с подвеса, а после этого также последовательно идут в обратном порядке, снимая грузы и перекладывая их на подвес.

Если нулевая точка не совпадает с прежней, берут среднее значение из двух показаний; так же поступают с каждым двумя отсчетами, получаемыми при одинаковых нагрузках.

Необходимо построить график изменения удлинения проволоки с изменением величины нагрузки и убедиться, что имеет место линейная зависимость (закон Гука).

Произведенные измерения дают возможность определить удлинение проволоки  $\Delta l$  по формуле (5) (величина  $b$  дается как постоянная прибора) и затем величину модуля упругости по формуле (2) для каждой нагрузки. Истинное значение  $E$  получается как среднее арифметическое из отдельных значений ( $E$  выражается в  $\text{кг}/\text{мм}^2$ ).

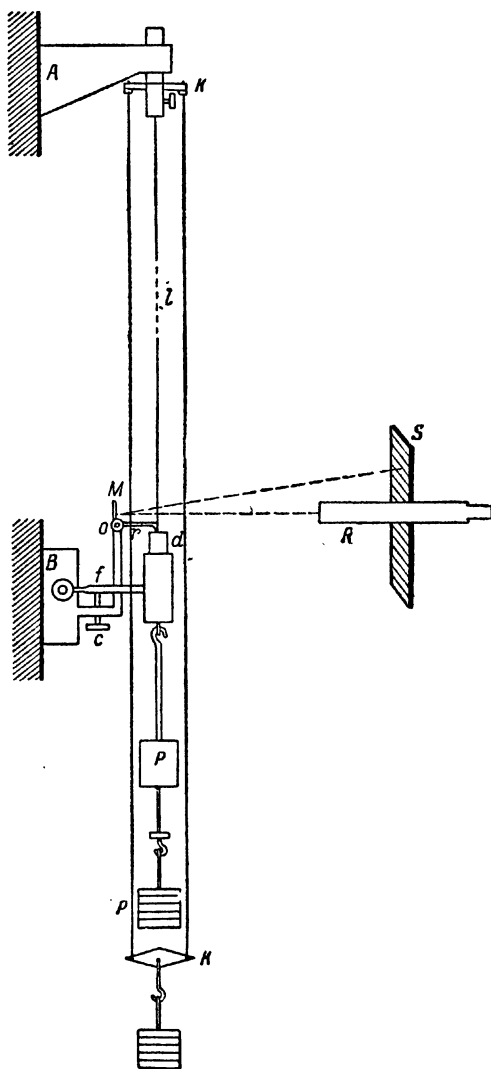


Рис. 22.

## Упражнение 2

## Определение модуля упругости из изгиба

**Принадлежности:** 1) прибор для определения модуля упругости из изгиба, к нему набор стержней с прямоугольным сечением, 2) микроскоп для измерения вертикальных расстояний, 3) штангенциркуль, 4) линейка со шкалой.

**Описание прибора.** Прибор для определения модуля упругости из изгиба состоит из массивной платформы  $ss'$  (рис. 23) с двумя стойками на концах. На стойках укреплены стальные призмы так, что ребра их параллельны между собою.

Микроскоп для измерения вертикальных расстояний состоит из раздвижной стойки, основанием которой служит треножник с установочными винтами. Наверху стойки укреплен в горизонтальном положении микроскоп, снабженный окулярным микрометром, свободно вращающийся около вертикальной оси. Стойка имеет деления и раздвигается при помощи кремальеры. При грубых измерениях и измерениях таких расстояний, которые не помещаются в пределах окулярного микрометра, пользуются шкалой на стойке. При измерении малых расстояний пользуются одним окулярным микрометром.

**Измерения.** На призмы прибора накладывают стержень из исследуемого материала так, чтобы середина его  $C$  совпала с серединой расстоя-

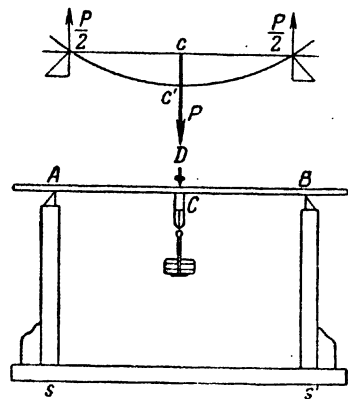


Рис. 23.

ния между  $A$  и  $B$  (рис. 23). В точке  $C$  на стержень подвешивают стремя для накладки грузов.

На конец вертикального заостренного штифта, укрепленного на стремени, направляют микроскоп, установленный предварительно горизонтально при помощи установочных винтов и уровня. Определяют цену одного деления окулярного микрометра. Для этого приводят нулевое деление микрометра в совпадение с концом штифта и замечают положение указателя на стойке микроскопа. Затем, перемещая микроскоп при помощи кремальеры, приводят последнее деление микрометра в совпадение с рассматриваемым концом штифта  $D$  и замечают перемещение указателя по шкале стойки. Отсюда вычисляют цену одного деления микрометра.

После этого нагружают стремя последовательно грузами в 1, 2 и 3 кг и каждый раз отсчитывают, на сколько делений прогибается стержень. Затем проделывают ту же операцию в обратном порядке, т. е. разгружают постепенно стержень, отмечая всякий раз прогиб

его. Перемещение (прогиб)  $ss'$  середины стержня и есть стрела его прогиба. Зная цену одного деления микрометра, можно выразить стрелу прогиба в миллиметрах.

Необходимо построить график изменения величины стрелы прогиба с изменением нагрузки и убедиться, что имеет место линейная зависимость (закон Гука).

Наконец, промеряют длину стержня  $L$ , т. е. расстояние между ребрами призмы, на которые он опирается, и стороны  $a$  и  $b$  прямоугольного сечения стержня. Измерения длины стержня производят масштабной линейкой с точностью до 1 мм, а длины и ширины сечения стержня — микрометром (см. задачу 1) с точностью до 0,01 мм. Пользуясь данными измерений, вычисляют модуль упругости по формуле (4). Окончательный результат следует представить как в  $\kappa\Gamma/\text{мм}^2$ , так и в  $\text{дн}/\text{см}^2$ .

Измерения модуля упругости из изгиба производят для трех стержней различных размеров и из различного материала.

#### ЛИТЕРАТУРА

С. П. Стрелков, Механика, § 80, 81, 82, 83, 84, 87, 88, 89, Гостехиздат, 1956.

### ЗАДАЧА 9

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ СДВИГА ИЗ КРУЧЕНИЯ

Принадлежности: 1) прибор для определения угла закручивания проволоки, 2) осветитель с полупрозрачной миллиметровой шкалой, 3) масштабная линейка, 4) секундомер.

**Теория.** Если проволоку или стержень, закрепленные с одного конца, закручивать, прилагая к другому концу пару сил  $PP$  с моментом, равным  $M$ , то угол кручения по закону Гука оказывается равным  $\varphi = cM$ , где  $c$  — коэффициент, зависящий от вещества проволоки. Модуль кручения  $f$ , равный

$$f = \frac{1}{c} = \frac{M}{\varphi}, \quad (1)$$

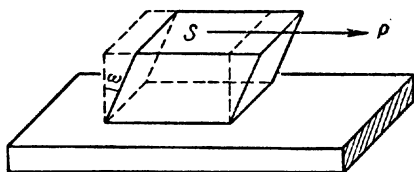


Рис. 24.

показывает, какой момент нужно приложить, чтобы закрутить проволоку на угол в один радиан.

Модуль сдвига  $N$  равен

$$N = \frac{P}{S\omega}, \quad (2)$$

где  $\frac{P}{S}$  определяет величину касательного усилия на единицу поверхности, а  $\omega$  — угол сдвига (рис. 24).

Между модулем кручения  $f$  и модулем сдвига материала проволоки существует простое соотношение

$$f = \frac{N\pi r^4}{2L}, \quad (3)$$

где  $r$  — радиус цилиндрической проволоки, а  $L$  длина ее. Вывод формулы (3) см.: С. П. Стрелков, Механика, § 86.

Размерность модулей  $E$  и  $N$  одна и та же. В самом деле, размерность модуля упругости  $E$

$$[E] = \left[ \frac{PL}{S\Delta L} \right] = \left[ \frac{P}{S} \right],$$

а размерность модуля сдвига  $N$

$$[N] = \left[ \frac{P}{S\omega} \right] = \left[ \frac{P}{S} \right].$$

Числовая величина модулей упругости зависит, таким образом, от единиц, в которых измерены сила и площадь. В системе CGS

модули упругости выражаются в  $\frac{\text{дин}}{\text{см}^2}$ , в практической системе в  $\frac{\text{кг}}{\text{мм}^2}$ . Если

желают перейти от значения модуля в практической системе к значению модуля в системе CGS, то, очевидно, значение модуля в практической системе нужно умножить на  $9,81 \cdot 10^7$ .

Измерение модуля кручения может быть выполнено статическим или динамическим методами. В первом случае измеряется угол закручивания проволоки под действием определенного закручивающего момента. Во втором случае измеряется период кру-

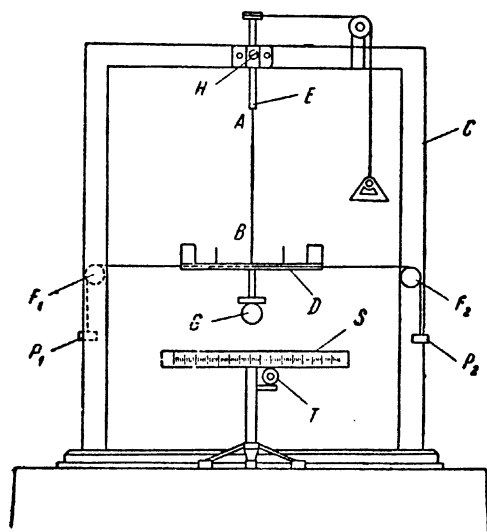


Рис. 25.

тильных колебаний маятника, подвешенного на исследуемой проволоке. Рассмотрим последовательно оба метода.

**Статический метод.** К нижнему концу проволоки  $AB$ , подвешенной на деревянной раме  $C$ , прикреплен металлический диск  $D$  радиуса  $R$  (рис. 25). Верхний конец проволоки зажимается винтом  $E$ , благодаря чему он неподвижен. По окружности диска навиты в одну сторону две нити, пропущенные через блоки  $F_1$  и  $F_2$

и несущие на концах два одинаковых груза  $P_1$  и  $P_2$ . Эти грузы действуют как пара сил  $2PR$ , приложенных в противоположных точках одного и того же диаметра диска. С диском жестко связано зеркальце  $G$ , поворачивающееся на некоторый угол при закручивании проволоки под влиянием приложенной пары сил. Поворот зеркальца фиксируется на шкале  $S$ , изображение которой видно на шкале осветителя  $T$ . Если при равновесии нить совпадает с делением  $n_0$ , а после поворота с делением  $n$ , то при малых углах поворота имеет место соотношение

$$\varphi = \frac{n - n_0}{2d} \quad (4)$$

(см. задачу 8, формулу (14)), здесь  $d$  — расстояние от зеркальца до шкалы, выраженное в тех же единицах длины, что и деления на шкале.

Подставляя значение момента  $M = 2PR$  и  $N$  из (3) в равенство (1) и решая его относительно  $N$ , будем иметь

$$N = \frac{4RPL}{\pi r^4 \varphi}. \quad (5)$$

Угол закручивания определяется по формуле (4). Другие, входящие в формулу (5) величины, непосредственно измеряются.

**Динамический метод.** Этот метод основан на зависимости периода крутильных колебаний маятника, подвешенного на проволоке от упругих свойств материала, из которого она сделана. При измерениях используется тот же прибор, что и в статическом методе.

Крутильным маятником является диск  $D$ , который в данном случае уже не соединяется нитями с грузами. Момент инерции этого диска может увеличиваться надеванием на штифты, имеющиеся на диске, специальных грузиков. Штифты расположены по двум концентрическим окружностям. Изменяя расстояние от грузиков до центра диска, можно изменять момент инерции, а вместе с этим и период колебаний маятника.

Период колебаний определяется по времени, в течение которого маятник совершает некоторое число полных колебаний.

### Упражнение 1

#### Определение модуля сдвига статическим методом

Установить трубу осветителя так, чтобы видеть на шкале отражение зайчика от зеркальца. При этом шкала должна быть перпендикулярна к оси трубы. Освободив винт  $E$ , осторожно поворачивают на небольшой угол верхний конец проволоки так, чтобы резка отраженного от зеркальца зайчика попадала на середину шкалы, и фиксируют это положение. Записывают нулевой отсчет  $n_0$ , т. е.



деление шкалы, на которое приходится нить трубы до подвешивания грузов. Прикрепив к концам нитей платформы, нагружают их грузами, записывают отсчет по шкале  $n$ , соответствующий новому положению равновесия (веса грузиков на платформах должны быть между собой примерно равны), и затем, сняв грузы, вновь производят нулевой отсчет  $n_0$ . Подобные измерения повторяют для двух, трех и т. д. грузов, каждый раз предварительно определяя нулевой отсчет.

Прделав измерения с максимальным грузом, повторяют измерения в обратном порядке, постепенно уменьшая величину грузов на платформах. За угол закручивания, соответствующий тому или иному грузу, берут среднее значение из измерений в одном и в другом направлениях

$$\frac{(n_l - n_{0l}) + (n'_l - n'_{0l})}{2}$$

(штрихами отмечены отсчеты, производившиеся при уменьшении грузов). Измеряют расстояние  $d$  от зеркала до шкалы и вычисляют модуль кручения для каждой нагрузки. Сравнивая значения модуля кручения, полученные при различных моментах сил, убеждаются, что все они имеют приблизительно одинаковое значение, т. е. в пределах применявшихся нагрузок закон Гука выполняется.

После этого, промерив все входящие в формулу (5) величины, вычисляют модуль сдвига. Измерение диаметра проволоки следует произвести в нескольких местах. Величина модуля вычисляется в  $\frac{\text{дин}}{\text{см}^2}$  и  $\frac{\text{кг}}{\text{мм}^2}$ .

## Упражнение 2

### Определение модуля сдвига из крутильных колебаний

Если колеблющееся твердое тело совершает вращательные движения, то к нему может быть применен основной закон вращательного движения

$$M = J \frac{d\omega}{dt},$$

где  $M$  — вращающий момент относительно оси  $AB$  (рис. 25),  $J$  — момент инерции тела относительно той же оси и  $\frac{d\omega}{dt}$  — угловое ускорение. Обозначая через  $f_\varphi$  вращающий момент, можно написать

$$J \frac{d^2\varphi}{dt^2} = -f_\varphi.$$

Вращающий момент направлен всегда так, чтобы уменьшить угловое отклонение  $\varphi$ .

Из этого уравнения видно, что в рассматриваемом движении ускорение  $\frac{d^2\varphi}{dt^2}$  пропорционально смещению  $\varphi$  и направлено противоположно ему, а это есть существенный признак гармонического колебательного движения.

Итак, тело совершает гармонические колебания, а периоды этих колебаний можно найти, вспомнив, что множитель пропорциональности между  $\frac{d^2\varphi}{dt^2}$  и  $\varphi$ , в данном случае  $\frac{f}{J}$ , должен равняться

$$\omega^2 = \frac{4\pi^2}{T^2},$$

т. е.

$$\frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{f}{J},$$

откуда

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{f}}.$$

Здесь  $T$  есть период полного колебания маятника. Для периода простого колебания будем иметь

$$\tau = \pi \sqrt{\frac{J}{f}}.$$

Для того чтобы из этого выражения найти  $f$ , зная  $\tau$ , необходимо исключить неизвестный момент инерции  $J$ , для этого в задаче определяются два периода колебаний маятника  $T_1$  и  $T_2$ .

Работу выполняют следующим образом: надевают на крайние штифты диска (удаленные от оси вращения) четыре грузика, при этом платформы с грузиками  $P_1P_2$  отсоединяются от нитей. Наблюдая за изображением на шкале, определяют деление, соответствующее положению равновесия.

Устанавливают на это деление перемещающуюся по шкале риску отраженного от зеркала зайчика. Сообщают системе вращательный импульс так, чтобы диск совершал крутильные колебания с небольшой амплитудой.

Для этого отвертывают немного винт  $H$  и легким рывком потягивают за шнурок, соединенный через рычажок с верхним креплением проволоки. Следует обратить внимание на то, чтобы при этом не было поступательных колебаний и чтобы изображение шкалы не выходило из поля зрения.

Измеряют суммарное время ста полных колебаний маятника и вычисляют период колебания маятника  $T_1$ .

Переставив грузики на внутренние штифты диска, таким же способом измеряют измененный период колебаний  $T_2$ .

Из этих определений имеем

$$\tau_1 = \pi \sqrt{\frac{J_1}{f}} \text{ и } \tau_2 = \pi \sqrt{\frac{J_2}{f}}, \quad (6)$$

откуда

$$\frac{\tau_1^2}{\tau_2^2} = \frac{J_1}{J_2}. \quad (7)$$

Момент инерции крутильного маятника можно представить как момент инерции гирек  $4ml^2$  плюс момент инерции диска и проволоки  $j$ , т. е.

$$J_1 = 4ml_1^2 + j \text{ и } J_2 = 4ml_2^2 + j.$$

Для того чтобы исключить неизвестное  $j$ , вычитаем  $J_1$  из  $J_2$

$$J_2 - J_1 = 4m(l_2^2 - l_1^2).$$

Подставив сюда значение

$$J_2 = \frac{J_1 \tau_2^2}{\tau_1^2}$$

из уравнения (7), найдем

$$J_1 = \frac{4m\tau_1^2(l_2^2 - l_1^2)}{\tau_2^2 - \tau_1^2}.$$

Подставив, наконец, то выражение в уравнение (6), найдем модуль кручения  $f$

$$f = \frac{\pi^2 J_1}{\tau_1^2} = \frac{4\pi^2 m(l_2^2 - l_1^2)}{\tau_2^2 - \tau_1^2}.$$

Определив расстояние осей грузов от оси вращения диска и их массу, по формуле (3) вычисляют модуль сдвига

$$N = \frac{8\pi mL(l_2^2 - l_1^2)}{r^4(\tau_2^2 - \tau_1^2)}.$$

Величину этого модуля рекомендуется вычислить в  $\frac{\text{дин}}{\text{см}^2}$  и в  $\frac{\text{кг}}{\text{мм}^2}$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. С. П. Стрелков, Механика, гл. XI, § 80—86, Гостехиздат. 1956.
2. Р. В. Поль, Механика, акустика и учение о теплоте, гл. VIII, § 67—72, Гостехиздат, 1957.

#### ЗАДАЧА 10

#### ИЗУЧЕНИЕ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТЕЛА

Принадлежности: 1) секундомер, 2) разновес, 3) штангенциркуль, 4) миллиметровая линейка.

Описание прибора и теория. Целью задачи является экспериментальная проверка основного уравнения вращательного движения — уравнения моментов

$$J\varepsilon = \Sigma M, \quad (1)$$

где  $J$  — момент инерции тела,  $\varepsilon$  — его угловое ускорение,  $\Sigma M$  — сумма (векторная) моментов сил, приложенных к телу.

Прибор (маятник), применяемый в настоящей работе, изображен схематически на рис. 26. Он состоит из четырех стержней и двух шкивов различного радиуса, укрепленных на одной горизонтальной оси. По стержням могут перемещаться и закрепляться в нужном положении четыре (по одному на каждом стержне) груза одинаковой массы. При помощи грузов различной массы, прикрепляемых к концу намотанной на тот или иной шкив нити, маятник может приводиться во вращение. Пренебрегая силами трения, можем написать уравнение вращательного движения маятника

$$J\varepsilon = M = RT, \quad (2)$$

уравнение поступательного движения груза на нити

$$ma = mg - T, \quad (3)$$

уравнение, связывающее ускорения движений,

$$a = \varepsilon R, \quad (4)$$

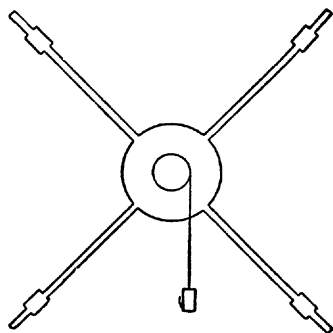


Рис. 26.

здесь  $R$  — радиус шкива,  $T$  — натяжение нити,  $a$  — ускорение движения груза на нити,  $g$  — ускорение силы тяжести,  $m$  — масса груза.

Эти уравнения дают постоянное во времени значение величины ускорения  $a = \frac{mR^2}{J + mR^2} g$ , которое может быть найдено из уравнения

$$a = \frac{2h}{t^2}, \quad (5)$$

где  $h$  — расстояние, проходимое грузом за время  $t$ . В условиях задачи  $h$  — постоянная величина.

1 случай проверки. Постоянный момент инерции, различные моменты сил. Из уравнения (1) имеем

$$\frac{M_1}{\varepsilon_1} = \frac{M_2}{\varepsilon_2} = J. \quad (6)$$

Уравнения (2), (3), (4), (5) и (6) дают

$$m_1 R_1^2 (gt_1^2 - 2h) = m_2 R_2^2 (gt_2^2 - 2h). \quad (7)$$

В это уравнение входят величины, определяемые экспериментально.

2 случай проверки. Различные моменты инерции, постоянные: масса груза и радиус шкива.

По теореме о параллельном переносе осей моментов инерции имеем

$$J_1 = J_0 + m' L^2, \quad (8)$$

где  $J_0$  — момент инерции тела массы  $m'$  относительно оси, проходящей через центр масс тела,  $J_1$  — момент инерции того же тела относительно оси, удаленной на расстояние  $L$  от прежней.

Пусть  $J'_0$  — момент инерции всех четырех грузов массы  $4m'$  относительно оси, проходящей через их центры масс. При удалении их центров на расстояние  $l_1$  от прежней их оси момент инерции  $J_1$  будет равен

$$J_1 = J'_0 + 4m' l_1^2.$$

Если  $J_0$  — момент инерции маятника без грузов, то полный момент инерции маятника будет

$$J_1 = J_0 + J'_0 + 4m' l_1^2.$$

При удалении центров масс грузов на расстояние  $l_2$  соответственно имеем

$$J_2 = J_0 + J'_0 + 4m' l_2^2.$$

Если  $l_1 > l_2$ , то

$$J_1 - J_2 = 4m' (l_1^2 - l_2^2). \quad (9)$$

Уравнения (1) и (9) дают

$$\frac{M_1}{e_1} - \frac{M_2}{e_2} = 4m' (l_1^2 - l_2^2). \quad (10)$$

Из уравнений (2), (3), (4), (5) и (10) получаем

$$t_1^2 - t_2^2 = 8h \frac{m'}{m} \cdot \frac{l_1^2 - l_2^2}{R^2 g}. \quad (11)$$

В это уравнение входят величины, определяемые экспериментально. Уравнения (7) и (11) получены без учета силы трения в оси маятника и силы трения о воздух.

Силой трения при поступательном движении груза на нити можно несомненно пренебречь. При вращательном движении маятника наибольшую роль играет момент силы трения в оси маятника (момент силы трения о воздух незначителен). Величина момента силы трения в оси при небольших угловых скоростях вращения маятника является практически постоянной величиной, равной моменту силы трения покоя. Это позволяет (см. ниже) произвести оценку этой величины. Чем меньше по сравнению с моментом силы натяжения нити момент силы трения, тем точнее, при прочих равных условиях, будут выполняться уравнения (7) и (11).

**Измерения.** С самого начала следует произвести измерения следующих величин:

1. Высоты  $h$ , опускания груза на нити. Измерения производятся метровой линейкой с точностью до 1 см.

2. Радиусов  $R_1$  и  $R_2$  — двух шкивов. Измерения производятся штангенциркулем.

После этого грузы на стержнях маятника укрепляют в самом ближнем положении  $l_2$  от оси маятника. Миллиметровой линейкой измеряют расстояние от середины каждого груза до оси вращения маятника. Измерение каждой величины ( $R_1$ ,  $R_2$ ,  $l_2$ ) необходимо произвести не менее трех раз. За истинную величину принимают среднее арифметическое значение получаемых величин. При определении величины  $l_2$  сначала находят среднее арифметическое значение этой величины для каждого груза на стержне, а затем уже среднее арифметическое из полученных четырех значений.

При проверке уравнений (7) и (11) на конец нити, намотанной на шкив, прикрепляют поочередно грузы массой в 200 и 300 г. Пользуясь секундомером, измеряют время  $t_1$  (нить намотана на шкив радиуса  $R_1$ ), опускания груза в 200 г ( $m_1$ ) на высоту  $h$ . Время спуска измеряют не менее трех раз — определяют среднее арифметическое.

Нити перебрасывают на другой шкив (радиуса  $R_2$ ), на конец прикрепляют груз в 300 г ( $m_2$ ) и совершенно так же определяют время  $t_2$  опускания груза на высоту  $h$ . По полученным данным убеждаются в справедливости, в пределах ошибок измерения, уравнения (7), а следовательно и уравнения (1).

После этого все грузы на стержнях закрепляют по-прежнему симметрично в новом положении, наиболее удаленном от оси маятника. Совершенно так же, как раньше определяли величину  $l_2$ , определяют величину  $l_1$  (расстояние от середины каждого груза на стержнях до оси маятника).

Для такого маятника производят те же измерения, как и раньше. Вновь убеждаются в справедливости формулы (7). Пользуясь полученным экспериментальным материалом, убеждаются (в пределах ошибок измерения) в правильности уравнения (11), а следовательно и уравнения (9).

Для оценки величины момента сил трения в оси маятника поступают следующим образом.

К концу нити, намотанной на тот или иной шкив, прикрепляют грузы различного веса, постепенно увеличивая его до тех пор, пока маятник не начнет вращаться. Не менее трех раз находят наименьшее значение веса такого груза. За истинное значение принимают среднее арифметическое из полученных величин.

Произведение полученного значения веса груза на радиус шкива дает возможность судить о величине момента сил трения в оси маятника. Необходимо определить относительную ошибку в %, допу-

скаемую, если пренебрегать силой трения. Для этого следует взять отношение величины момента сил трения к величине наименьшего момента силы натяжения нити.

Масса одного груза  $m'$  на стержнях маятника является известной величиной.

#### ЛИТЕРАТУРА

С. П. Стрелков, Механика, § 52, Гостехиздат, 1956.

### ЗАДАЧА 11

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ И ПРОВЕРКА ТЕОРЕМЫ ШТЕЙНЕРА МЕТОДОМ КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ

### Определение момента инерции методом трифилярного подвеса

П р и н а д л е ж н о с т и: 1) трифилярный подвес, 2) секундомер, 3) штангенциркуль, 4) образцы для измерения.

**Теория метода.** *Трифиллярный подвес* (рис. 27) осуществлен так: круглая платформа подвешена на трех симметрично расположенных нитях, укрепленных у краев этой платформы. Наверху эти нити также симметрично прикреплены к диску несколько меньшего диаметра, чем диаметр платформы. Платформа может совершать крутильные колебания вокруг вертикальной оси, перпендикулярной к ее плоскости и проходящей через ее середину; центр тяжести платформы при этом перемещается по оси вращения. Период колебаний определяется величиной момента инерции платформы; он будет другим, если платформу нагрузить каким-либо телом; этим и пользуются в настоящей работе.

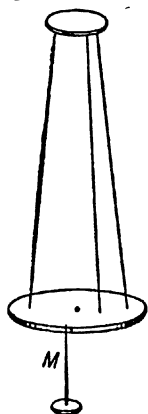


Рис. 27.

Если платформа массы  $m$ , вращаясь в одном направлении, поднялась на высоту  $h$ , то приращение потенциальной энергии будет равно

$$E_1 = mgh,$$

где  $g$  — ускорение силы тяжести. Вращаясь в другом направлении, платформа придет в положение равновесия с кинетической энергией, равной

$$E_2 = \frac{1}{2} J \omega_0^2,$$

где  $J$  — момент инерции платформы,  $\omega_0$  — угловая скорость платформы в момент достижения ею положения равновесия. Пренебрегая

работой сил трения, на основании закона сохранения механической энергии имеем

$$\frac{1}{2} J \omega_0^2 = mgh. \quad (1)$$

Считая, что платформа совершает гармонические колебания, можем написать зависимость углового смещения платформы от времени в виде

$$\beta = \alpha \sin \frac{2\pi}{T} t,$$

где  $\beta$  — угловое смещение платформы,  $\alpha$  — амплитуда смещения,  $T$  — период полного колебания,  $t$  — текущее время. Угловая скорость  $\omega$ , являющаяся первой производной  $\beta$  по времени, выражается так:

$$\omega = \frac{d\beta}{dt} = \frac{2\pi\alpha}{T} \cos \frac{2\pi}{T} t.$$

В момент прохождения через положение равновесия ( $t = 0, \frac{1}{2}T, T, \frac{3}{2}T$  и т. д.) абсолютное значение этой величины будет

$$\omega_0 = \frac{2\pi\alpha}{T}. \quad (2)$$

На основании выражений (1) и (2) имеем

$$mgh = \frac{1}{2} J \left( \frac{2\pi\alpha}{T} \right)^2. \quad (3)$$

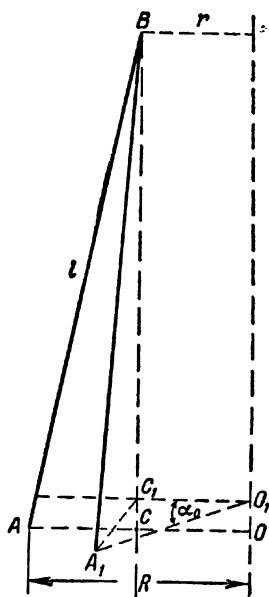


Рис. 28.

Если  $l$  — длина нитей подвеса,  $R$  — радиус платформы,  $r$  — радиус верхнего диска, то легко видеть (рис. 28), что

$$h = OO_1 = BC - BC_1 = \frac{(BC)^2 - (BC_1)^2}{BC + BC_1}.$$

Так как

$$(BC)^2 = (AB)^2 - (AC)^2 = l^2 - (R - r)^2,$$

$$(BC_1)^2 = (BA_1)^2 - (A_1C_1)^2 = l^2 - (R^2 + r^2 - 2Rr \cos \alpha),$$

получаем

$$h = \frac{2Rr(1 - \cos \alpha)}{BC + BC_1} = \frac{4Rr \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{BC + BC_1}.$$

При малых углах отклонения  $\alpha$  значение синуса этого угла можно заменить просто значением  $\alpha$ , а величину знаменателя положить



равной  $2l$ . Учитывая это, имеем

$$h = \frac{Rr\alpha^2}{2l},$$

Тогда на основании (3)

$$mg \frac{Rr\alpha^2}{2l} = \frac{1}{2} J \left( \frac{2\pi\alpha}{T} \right)^2,$$

откуда

$$J = \frac{mgRr}{4\pi^2 l} T^2. \quad (4)$$

По формуле (4) может быть определен момент инерции и самой платформы, и тела, положенного на нее, так как все величины в правой части формулы могут быть непосредственно измерены.

Вращательный импульс, необходимый для начала крутильных колебаний, сообщается платформе путем поворота верхнего диска вокруг его оси при помощи натяжения шнура, приводящего в движение рычажок, связанный с диском. Этим достигается почти полное отсутствие других некрутильных колебаний, наличие которых затрудняет измерения.

Для удобства отсчета колебаний на платформе имеется метка, против которой при покоящейся платформе устанавливается указатель — стержень на подставке.

**Измерения.** Сначала определяют по формуле (4) момент инерции пустой платформы  $J_0$ . Так как величины  $l$ ,  $R$ ,  $r$  и масса платформы  $m_0$  даются как постоянные прибора, то определяют только величину времени полного периода колебаний пустой платформы  $T_0$ . Для этого сообщают платформе вращательный импульс и при помощи секундомера измеряют время некоторого числа (50—100) полных колебаний, что дает возможность достаточно точно определить величину периода  $T_0$ .

После этого платформу загружают исследуемым телом, масса которого должна быть предварительно определена путем взвешивания, и вновь определяют период колебания  $T$  всей системы. Затем, пользуясь формулой (4), вычисляют момент инерции  $J_1$  всей системы, принимая ее массу  $m$  равной сумме масс тела и платформы. Величина момента инерции тела  $J$  будет определяться как разность  $J = J_1 - J_0$ .

При помощи трифилярного подвеса может быть проверена и теорема Штейнера, для чего необходимо иметь два совершенно одинаковых тела. Сначала определяют момент инерции одного тела, затем оба тела располагают симметрично на платформе и определяют их момент инерции при таком расположении. Половина этой величины и будет давать момент инерции одного тела, находящегося на фиксированном расстоянии от оси вращения. Зная это расстояние, массу тела и момент инерции этого тела, положенного в центре платформы, можно проверить указанную теорему.

Тела на платформу необходимо класть строго симметрично так, чтобы не было перекоса платформы, для чего на платформе нанесены концентрические окружности на определенном расстоянии друг от друга. При измерениях недопустимо пользоваться амплитудами колебаний, большими  $5-6^\circ$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

С. П. Стрелков, Механика, § 52, 59, Гостехиздат, 1956.

### ЗАДАЧА 12

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВОССТАНОВЛЕНИЯ И ВРЕМЕНИ СОУДАРЕНИЯ УПРУГИХ ШАРОВ

Принадлежности: установка.

**Теория.** Отношение относительной скорости тел после удара  $u_1 - u_2$  к относительной скорости до удара  $v_1 - v_2$  называется коэффициентом восстановления

$$k = \frac{u_1 - u_2}{v_1 - v_2}. \quad (1)$$

В условиях опыта коэффициент восстановления может считаться величиной, зависящей только от материала соударяющихся тел. Величину коэффициента восстановления и времени соударения удобно определять при центральном ударе шаров.

Пусть два шара одинаковой массы висят на нитях равной длины, касаясь друг друга.

Если оба шара отклонить на равные углы и одновременно освободить их, то они сталкиваясь друг с другом, в любой момент времени будут иметь скорости, равные по величине, но разные по знаку.

Коэффициент восстановления в этом случае имеет вид

$$k = \frac{u - (-u)}{v - (-v)} = \frac{u}{v},$$

где  $u$  — скорость шара (любого) после удара,  $v$  — скорость шара до удара.

Для  $n$  последовательных соударений может быть написано  $n$  уравнений

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= kv_1, \\ u_2 &= kv_2, \\ &\dots \\ u_n &= kv_n. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Пользуясь тем, что  $u_1 = v_2$ ,  $u_2 = v_3, \dots$  (пренебрегаем силами трения) из уравнений (2) получаем

$$k^n = \frac{u_n}{v_1}. \quad (3)$$

Отношение скоростей может быть заменено отношением расстояний (дуг), проходимых шарами. Если шар опускается по вертикали на высоту  $h$ , то скорость  $v$  может быть представлена в виде

$$v = \sqrt{2gh}, \quad (4)$$

где  $g$  — ускорение силы тяжести.

Пусть  $L$  — длина нити подвеса шара,  $\alpha$  — угол отклонения шара,  $S$  — расстояние, проходимое шаром. Тогда

$$\alpha = \frac{S}{L}, \quad h = L(1 - \cos \alpha) = 2L \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2}.$$

При  $L \gg S$  из этих уравнений получаем

$$h = \frac{S^2}{2L}. \quad (5)$$

Уравнения (3), (4), (5) дают

$$k = \left( \frac{S_n}{S_1} \right)^{1/n}, \quad (6)$$

где  $S_1$  — расстояние (дуга), проходимое шаром до первого соударения,  $S_n$  — расстояние, проходимое шаром после  $n$ -го удара.

Этой зависимостью и пользуются в настоящей задаче для определения величины коэффициента восстановления.

Для оценки ошибки, возникающей, когда пренебрегают силами трения по сравнению с силами деформации, можно поступить следующим образом. Измеряют, на сколько делений  $\Delta S$  (по шкале  $E$ ) уменьшается амплитуда колебаний какого-либо шара после  $n$  соударений

$$\Delta S = S_1 - S_n,$$

где  $S_1$  — начальная амплитуда,  $S_n$  — амплитуда после  $n$  соударений. Это уменьшение вызвано и соударениями и трением.

После этого один шар осторожно, чтобы не оборвать нити и не растянуть их, кладут на электромагнит, а другому дают возможность свободно колебаться. В этом случае также измеряют уменьшение амплитуды свободных (без соударений) колебаний  $\Delta l$  за тоже самое число полных колебаний  $n$

$$\Delta l = S_1 - S'_n,$$

где  $S_1$  — начальная амплитуда,  $S'_n$  — амплитуда после  $n$  полных колебаний. Это уменьшение обусловлено только силами трения.

Разность  $\Delta S - \frac{1}{2} \Delta l$  дает уменьшение амплитуды, вызванное только соударениями ( $n$  — соударений).

Множитель  $1/2$  учитывает то, что расстояние, проходимое шаром при полном колебании, в два раза больше расстояния, проходимого им при одном соударении.

Относительная ошибка измерений, вызванная неучетом сил трения, может быть поэтому выражена в виде

$$E = \frac{\frac{1}{2} \Delta l}{\Delta S - \frac{1}{2} \Delta l} = \frac{\Delta l}{2\Delta S - \Delta l}.$$

Время соударения зависит от относительной скорости шаров в момент их удара, упругих постоянных материалов шаров, их радиуса.

Если шары соединить проводником с заряженным конденсатором, то за время соударения конденсатор будет разряжаться. Время соударения может быть поэтому отождествлено со временем разрядки конденсатора.

Пусть конденсатор емкостью  $C$  был заряжен до разности потенциалов  $V_0$ . Для заряда  $q_0$ , находящегося на конденсаторе, имеем  $q_0 = CV_0$ . За время соударения величины  $q_0$  и  $V_0$  уменьшаются. После соударения  $q = CV$ .

Если  $\tau$  — время соударения,  $I$  — средняя сила тока, то

$$q_0 - q = I\tau.$$

Считая  $V_0$  и  $V$  очень мало отличающимися друг от друга, получаем, пользуясь законом Ома,

$$I = \frac{0,5(V_0 + V)}{R} = \frac{0,5(q_0 + q)}{RC},$$

где  $R$  — сопротивление цепи. Из двух последних уравнений получим

$$\tau = 2RC \frac{q_0 - q}{q_0 + q}. \quad (7)$$

Для измерения величины заряда пользуются баллистическим гальванометром (см. задачу 70), отклонение рамки которого пропорционально величине заряда. Смещение «зайчика» по шкале прибора будет пропорционально величинам заряда

$$\begin{aligned} q_0 &= \beta \cdot n_0, \\ q &= \beta \cdot n, \end{aligned}$$

где  $\beta$  — коэффициент пропорциональности,  $n_0$  и  $n$  — деления шкалы. Пользуясь этими соотношениями, получаем окончательно

$$\tau = 2RC \frac{n_0 - n}{n_0 + n}. \quad (8)$$

Этой зависимостью и пользуются в настоящей задаче при измерении времени соударения.

**Описание установки.** Схема установки приведена на рис. 29. Шары  $A$  подвешены на двух металлических нитях каждый, что предохраняет их от вращения вокруг вертикальных осей. Шары удерживаются в отклоненном положении двумя электромагнитами  $M$ , цепи которых соединены последовательно. При размыкании ключом  $K_1$  этой цепи шары освобождаются и начинают ударяться друг о друга. Расстояния, проходимые шарами, измеряются по шкале  $E$ .

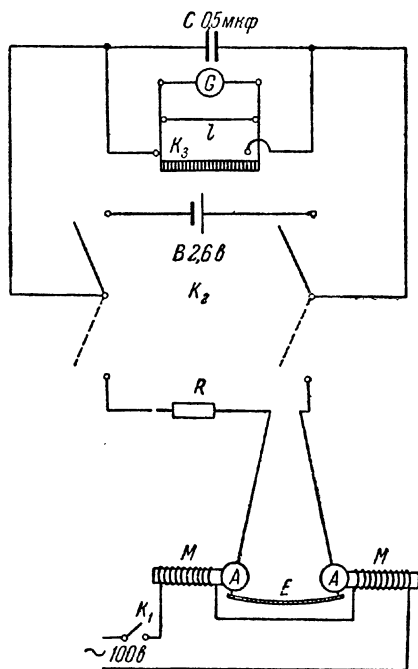


Рис. 29.

Двойной перекидной ключ  $K_2$  служит для зарядки конденсатора  $C$  от батареи  $B$  и для разрыва цепи ударяющихся шаров. В верхнем положении ножей ключа (см. схему) производится зарядка конденсатора, в нижнем, при соударении шаров, — его разрядка. Разомкнутое состояние ключа позволяет временно сохранить полный заряд конденсатора или его часть после соударений шаров.

Ключ последовательного действия  $K_3$  при его нажатии сначала размыкает цепь гальванометра  $G$  (проводником  $l$  эта цепь замкнута), а позже замыкает гальванометр на заряженный конденсатор. Рамка гальванометра начинает двигаться, «зайчик» от осветителя дает смещение по шкале прибора. Прекращение

нажатия на ключ  $K_3$  размыкает цепь конденсатор — гальванометр и замыкает цепь гальванометра на малое сопротивление проводника  $l$ , что ведет к успокоению его колебаний.

Наличие в цепи шаров сопротивления  $R$  позволяет: 1) уменьшить разность  $V_0 - V$ , 2) пренебречь изменяющимся во времени сопротивлением  $r$  контакта при ударе шаров.

При  $C = 0,5$  мкф величина  $R$  должна быть 600—1000 ом. В работе применяется гальванометр типа ГЗБ-47.

**Измерения.** 1. Для измерения коэффициента восстановления достаточно собрать цепь электромагнитов и убедиться в правильности подвеса шаров. Необходимо их хорошая центровка для получения центрального удара.

Убедившись, что начальные отклонения обоих шаров одинаковы, измеряют по шкале  $E$  величину  $S_1$ , размыкают ключ  $K_1$  и, отсчитав

10—15 соударений, измеряют величину  $S_n$  (отклонение шара после последнего удара). Это проделывают 3—5 раз, измеряя величину  $S_n$  для каждого шара, пользуются средним арифметическим значением этой величины. Величина коэффициента восстановления определяется по формуле (6).

2. Для определения времени соударения шаров необходимо собрать схему соединений полностью. После ее сборки включают освещение гальванометра и отмечают положение «зайчика» на шкале прибора (нулевое положение). Затем определяют величину наибольшего смещения «зайчика» (от нулевого положения), которое соответствует прохождению через гальванометр всего заряда  $q_0$ . Для этого замыкают ключ  $K_2$  на батарею, через минуту его размыкают и замыкают ключ  $K_3$ , удерживая его в этом положении до тех пор, пока не начнется обратное движение «зайчика».

По шкале прибора отсчитывают величину  $n_0$  — пользуются средним арифметическим из трех отдельных отбросов «зайчика». После этого вновь замыкают ключ  $K_2$  на батарею, включают цепь электромагнитов; шары должны находиться в отклоненном положении — притягиваться электромагнитами.

Ключ  $K_2$  с батареи перебрасывают на цепь шаров, ключом  $K_1$  размыкают цепь электромагнитов. После первого соударения шаров ключ  $K_2$  ставят в положение, размыкающее цепи батареи и шаров (вертикально). Ключом  $K_3$  замыкают цепь гальванометра, по шкале прибора отсчитывают величину  $n$ . Все эти операции проделывают три раза. При замыкании ключа  $K_3$  его необходимо удерживать в этом положении до тех пор, пока не начнется обратное движение «зайчика».

Время соударения определяется по формуле (8). Не забывать при нажатии ключа  $K_3$  ключом  $K_2$  размыкать цепи батареи и шаров (ставить вертикально).

#### ЛИТЕРАТУРА

С. П. Стрелков, Механика, § 35, Гостехиздат, 1956.

#### ЗАДАЧА 13

#### ИЗМЕРЕНИЕ СКОРОСТИ ПОЛЕТА ПУЛИ С ПОМОЩЬЮ БАЛЛИСТИЧЕСКОГО МАЯТНИКА

Принадлежности: 1) баллистический маятник, 2) пружинная пушка, 3) шкала для отсчета, 4) набор снарядов.

Настоящая задача представляет собой один из примеров практического использования процесса неупругого удара для определения скорости полета снаряда методом баллистического маятника.

Баллистический маятник представляет собой массу  $M$  — в нашем случае это цилиндр, частично наполненный пластилином, —

подвешенную на длинных легких нитях (рис. 30). В маятник стреляют по горизонтальному направлению снарядом, имеющим массу  $m$  и скорость  $v$ , снаряд входит в пластилин и сообщает общей массе системы  $M + m$  некоторую скорость  $v'$ . Маятник отклоняется, и высоту его подъема  $h$  измеряют.

Если время  $\tau$  соударения пули с маятником мало по сравнению с периодом  $T$  колебания маятника, то маятник не успевает заметно отклониться от исходного положения за время соударения. Это значит, что во время удара не возникает силы, стремящейся вернуть маятник в исходное положение. Поэтому в таком случае систему снаряд — маятник можно рассматривать как замкнутую и применять к ней законы сохранения количества движения и момента количества движения. В условиях нашей задачи  $\tau \ll T$ , следовательно, можно написать

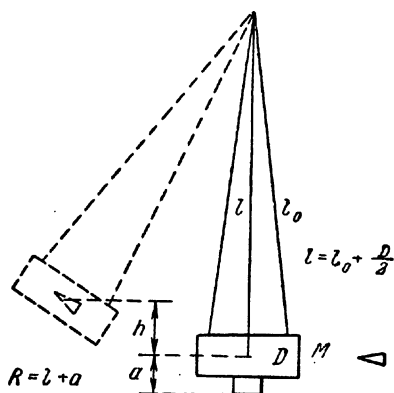


Рис. 30.

можно написать

$$mv = (M + m)v'. \quad (1)$$

(до удара)                      (после удара)

Применение здесь к удару пули о маятник закона сохранения количества движения в системе снаряд — маятник является вполне строгим приемом решения задачи, но совсем не универсальным для задачи о соударении двух твердых тел, из которых одно имеет неподвижную ось. Возможность использования закона сохранения количества движения связана в данном случае с тем, что размеры маятника малы по сравнению с длиной нити подвеса, т. е. данный маятник можно рассматривать как математический, и тогда, как легко показать, уравнение, выражающее закон сохранения момента количества движения, переходит в уравнение, выражающее закон сохранения количества движения.

Действительно, закон сохранения момента количества движения для системы пуля — маятник запишется в виде

$$mvr = J\omega, \quad (2)$$

где  $mvr$  — момент количества движения пули до удара,  $J$  — момент инерции маятника с пулей относительно оси вращения

$$J = (M + m)r^2$$

( $r$  — расстояние от центра тяжести до точки подвеса). Подставляя

это значение в формулу (2), получим

$$mvr = (M + m) r^2 \frac{v'}{r}, \text{ или } mv = (M + m) v',$$

т. е. соотношение, выражающее закон сохранения количества движения.

В общем случае при ударе снаряда в маятник произвольной конфигурации для решения задачи нужно пользоваться законом сохранения момента количества движения. Однако для любого маятника существует некоторый центр удара, совпадающий с центром качания маятника, при ударе в который никакого взаимодействия между маятником и осью в момент удара не происходит. В этом случае при ударе пули в центр качания уравнение закона сохранения момента количества движения вполне эквивалентно уравнению закона сохранения количества движения (см. [2]).

Если массы  $M$  и  $m$  и скорость  $v'$  определены на опыте, то скорость  $v$  может быть вычислена из соотношения (1). Очевидно, массы  $M$  и  $m$  можно определить путем взвешивания. Что касается скорости  $v'$ , то она может быть определена из следующих соображений. После удара маятник повернется вокруг горизонтальной оси, и его центр тяжести поднимется вверх на высоту  $h$ . Закон сохранения механической энергии после удара запишется в этом случае в виде

$$\frac{(M + m) v'^2}{2} = (M + m) gh, \quad (3)$$

откуда

$$v' = \sqrt{2gh}.$$

Величина  $h$  может быть определена из измерений отклонения маятника от положения равновесия (рис. 30). Длина нитей, на которых подвешен маятник  $l_0$ , считается заданной.

Обозначим через  $l$  расстояние от центра тяжести маятника до точки подвеса. Тогда

$$h = l - l \cos \alpha = 2l \sin^2 \frac{\alpha}{2}, \quad (4)$$

где  $\alpha$  — угол отклонения маятника от положения равновесия. В свою очередь угол  $\alpha$  может быть определен из условия

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{S}{R}, \quad (5)$$

где  $S$  — смещение нити отсчетной рамки в горизонтальном направлении, а  $R$  — расстояние этой рамки до точки подвеса  $R = l + a$  (рис. 30).

Учитывая формулы (1), (3), (4), окончательное выражение для скорости полета снаряда записываем в виде

$$v = \frac{M + m}{m} 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \sqrt{gl}. \quad (6)$$



**Измерения.** Сначала взвешивают снаряды и цилиндрическое тело маятника. Затем подвешивают тело маятника на нити. Регулируют длину нитей так, чтобы направление оси цилиндра было

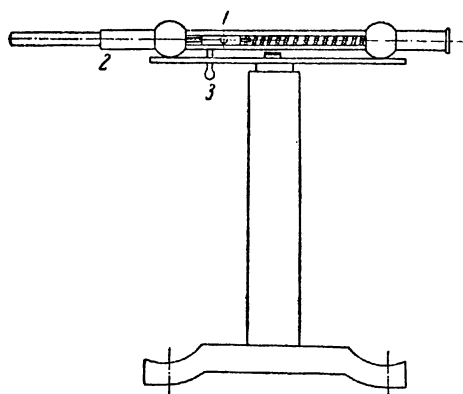


Рис. 31.

горизонтально и перпендикулярно к линии, соединяющей обе точки подвеса. При этом надо следить за тем, чтобы нити подвеса не перекручивались. Устанавливают шкалу, предназначенную для определения отклонения маятника, параллельно отсчетной рамке маятника на расстоянии примерно 5—6 мм от нее. Подготавливают пушку к выстрелу. Для этого рычаг 1 (рис. 31) отводят в крайнее правое положение. Вставляют снаряд в дуло пушки 2 и за-

двигают его шомполом до отказа. Тщательно убедившись в том, что снаряд, вылетевший из пушки, может попасть только в маятник, производят выстрел. Для этого курок 3 отводят вертикально вниз. Производят отсчет отклонения маятника по шкале.

Для каждого снаряда производят не менее пяти выстрелов и соответственно этому не менее пяти отсчетов отклонения маятника.

По этим данным находят среднее значение отклонения  $S$ . По формуле (5) находят величину  $\alpha$ , считая  $\operatorname{tg} \alpha \approx \sin \alpha \approx \alpha$ , и подставляют ее в формулу (6) для определения скорости полета снаряда.

Опыты производят с тремя снарядами.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. С. П. Стрелков, Механика, Гостехиздат, 1957.
2. В. Л. Кирпичев, Беседы о механике, М.—Л., 1958.

#### ЗАДАЧА 14

#### КРУТИЛЬНЫЙ БАЛЛИСТИЧЕСКИЙ МАЯТНИК

**Принадлежности:** 1) установка, 2) секундомер, 3) сантиметровая линейка.

**Теория.** Целью задачи является определение скорости пули при помощи крутильного баллистического маятника.

После попадания пули в маятник (см. его описание) он начинает вращаться вокруг своей вертикальной оси. Если пренебречь при

его движении моментом сил трения, то можно воспользоваться двумя законами сохранения.

На основании закона сохранения моментов количества движения, считая удар полностью неупругим, можно написать (до удара и после)

$$mvl = (J_1 + ml^2) \omega, \quad (1)$$

где  $m$  — масса пули,  $v$  — ее скорость,  $l$  — расстояние от оси вращения маятника до точки удара пули,  $\omega$  — угловая скорость маятника,  $J_1$  — момент инерции маятника.

Закон сохранения механической энергии (после удара) дает

$$\frac{1}{2} (J_1 + ml^2) \omega^2 = \frac{1}{2} D\varphi^2, \quad (2)$$

где  $\varphi$  — угол (наибольший) поворота маятника,  $D$  — постоянная момента упругих сил.

Из этих уравнений получаем

$$v^2 = \frac{D\varphi^2}{m^2 l^2} (J_1 + ml^2). \quad (3)$$

Так как момент инерции пули  $ml^2$  во много раз меньше чем  $J_1$ , то уравнение (3) может быть написано в виде

$$v^2 = \frac{D\varphi^2 J_1}{m^2 l^2}. \quad (4)$$

Будем считать, что 1)  $\tau \ll T$ , т. е. время воздействия пули на маятник во много раз меньше периода колебаний маятника (баллистический маятник), 2)  $\sin \alpha \approx \alpha$ , т. е. угол отклонения маятника мал — не более  $5-6^\circ$ .

Уравнение движения баллистического маятника при этих условиях может быть написано в виде

$$J_1 \ddot{\alpha} = -D\alpha,$$

где  $\alpha$  — угол поворота маятника,  $\ddot{\alpha}$  — угловое ускорение. Решение этого уравнения приводит к выражению для периода колебаний  $T_1$

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{J_1}{D}}. \quad (5)$$

Для исключения величины  $D$  можно поступить следующим образом. Изменим момент инерции маятника, изменив расстояние

между грузами. Тогда

$$\left. \begin{aligned} T_1 &= 2\pi \sqrt{\frac{J_1}{D}}, \\ T_2 &= 2\pi \sqrt{\frac{J_2}{D}}, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$J_1 - J_2 = \Delta J, \quad (7)$$

где  $T_2$  — период колебаний при новом значении момента инерции  $J_2$ ,  $\Delta J$  — разность моментов инерции.

Уравнения (5) и (6) дают

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{T_1^2}{T_2^2}. \quad (8)$$

Из уравнений (7) и (8) получаем

$$J_1 = \frac{T_1^2}{T_1^2 - T_2^2} \Delta J. \quad (9)$$

Уравнения (4), (5) и (9) дают

$$v = \frac{2\pi\varphi}{m l} \frac{T_1}{T_1^2 - T_2^2} \Delta J. \quad (10)$$

Величину  $\Delta J$  можно определить, пользуясь теоремой Штейнера. Из этой теоремы следует, что

$$J_1 = J_0 + 2MR_1^2, \quad (11)$$

$$J_2 = J_0 + 2MR_2^2, \quad (12)$$

где  $J_0$  — момент инерции маятника, когда центры тяжестей грузов  $C$  совпадают с осью вращения маятника,  $J_1$  — момент инерции, когда оба груза находятся на расстоянии  $R_1$  от оси вращения,  $J_2$  — момент инерции, когда оба груза находятся на расстоянии  $R_2$ ,  $M$  — масса одного груза.

Пусть  $R_1 > R_2$ , тогда из уравнений (11) и (12) получаем

$$J_1 - J_2 = \Delta J = 2M(R_1^2 - R_2^2). \quad (13)$$

Уравнения (10) и (13) окончательно дают

$$v = \frac{4\pi\varphi M}{m l} \frac{T_1}{T_1^2 - T_2^2} (R_1^2 - R_2^2). \quad (14)$$

**Описание установки.** Установка состоит из крутильного маятника и пистолета. Крутильный маятник (рис. 32) собран из двух массивных металлических стержней, скрепленных муфтой  $A$ .

По горизонтальному стержню между кольцами  $B$  и муфтой  $A$  могут перемещаться два металлических цилиндра  $C$ . Вблизи концов стержня в разных местах могут закрепляться чашечки  $D$ , наполненные пластилином.

Для измерения угла поворота маятника на его вертикальном стержне укреплено зеркальце  $E$ . Луч света от осветителя, отражаясь от зеркальца, скользит по шкале (на рисунке не показана).

Величина угла поворота  $\varphi$  определяется с учетом закона отражения луча

$$\varphi = \frac{1}{2} \cdot \frac{n}{L},$$

где  $L$  — расстояние от зеркальца до «зайчика» на шкале,  $n$  — число делений шкалы, на которое сместится «зайчик».

Маятник укреплен на кронштейне при помощи проволоки  $F$ , деформация которой создает момент упругих сил, и подшипника  $K$ .

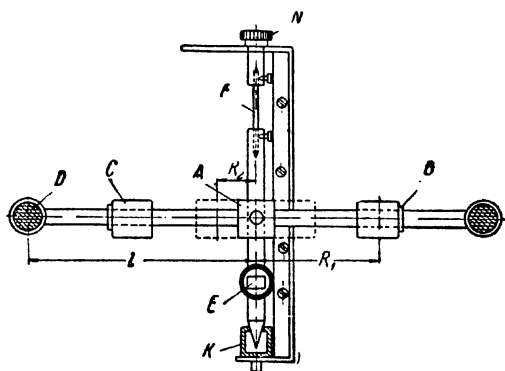


Рис. 32.

Вращением головки  $N$  вертикальная плоскость маятника может быть установлена в нужном положении.

Пистолет представляет собой металлическую трубку-ствол, укрепленную на массивном основании. В закрытом конце этой трубки имеется пружина. Пружина сжимается, пуля опускается в ствол. После освобождения пружины пуля выбрасывается.

**Измерения.** Они сводятся к измерению длины и времени (массы пули и цилиндров известны). Начинают с того, что оба цилиндра раздвигают вдоль стержня так, чтобы они касались колец. Измеряют величину  $R_1$ , т. е. расстояние между осью маятника и серединой одного из цилиндров. Измеряют также  $l$  — расстояние между осью маятника и серединой одной из чашечек с пластилином. Затем устанавливают правильное расположение маятника и пистолета так, чтобы

- 1) «зайчик» был на середине шкалы;
- 2) ось ствола пистолета была перпендикулярна к оси горизонтального стержня маятника. Ось ствола и ось стержня были в одной горизонтальной плоскости;

3) конец ствола пистолета был на расстоянии 2—3 см от поверхности пластилина в чашечке. Это достигается поворотом маятника (вращением головки  $N$ ) и правильным расположением пистолета, свободно перемещаемого по столу.

Расстояние  $L$  между зеркальцем и «зайчиком» измеряют сантиметровой линейкой. После этого производят «выстрел», пистолет отодвигают в сторону и отсчитывают величину  $n$ , т. е. наибольшее отклонение «зайчика» от положения равновесия.

Для измерения периода колебаний  $T_1$ , не останавливая маятника, пускают в ход секундомер. Через десять полных колебаний секундомер останавливают, определяют среднее арифметическое значение величины периода.

Уменьшив момент инерции маятника (придвинув цилиндры вплотную к муфте), измеряют  $R_2$  — расстояние между осью маятника и серединой одного из цилиндров.

Для измерения периода колебаний  $T_2$  снова производят «выстрел» (измерять отклонение «зайчика» по шкале не следует). Определение величины периода  $T_2$  производится так же, как и величины периода  $T_1$ .

По формуле (14) определяют скорость пули.

Для грубой оценки времени соударения  $\tau$  можно измерить штангенциркулем глубину проникновения пули в пластилин  $d$  и воспользоваться выражением

$$\tau = \frac{d}{\bar{v}},$$

где  $\bar{v} = \frac{v}{2}$  — средняя скорость движения пули в пластилине.

Сравнение  $\tau$  и  $T_1$  дает возможность убедиться в том, что маятник является баллистическим.

Все измерения необходимо производить не менее трех раз и пользоваться средним арифметическим значением измеряемой величины.

Измерение скорости пули может быть также проведено кинематическим методом. Поместим начало координат в точку вылета пули из ствола пистолета. Ось  $x$  направим горизонтально по направлению движения пули, ось  $y$  — вертикально вниз.

Пренебрегая силами трения, уравнения закона движения пули запишем в виде

$$x = vt, \quad y = \frac{1}{2}gt^2,$$

где  $v$  — искомая скорость пули,  $g$  — ускорение силы тяжести,  $t$  — время.

Эти уравнения дают

$$v = x \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \frac{g}{y}}.$$

Для определения  $x$  и  $y$  поступают следующим образом. Пистолет ставят на угол стола, ствол пистолета направляют вдоль стола. На столе, в плоскости полета пули, располагают большую линейку с сантиметровыми делениями. Затем производят выстрел и при попадании пули на линейку (или у края ее) определяют дальность полета пули, т. е. величину  $x$ . Это следует проделать не менее десяти раз — пользуются средним арифметическим значением измеряемой величины.

Величину  $y$  (высота падения пули) измеряют линейкой, имеющей миллиметровые деления.

Величина скорости пули, получаемая кинематическим методом, должна быть близкой (при отсутствии грубых ошибок при измерениях) к величине скорости, получаемой динамическим методом.

#### ЛИТЕРАТУРА

С. П. Стрелков, Механика, Гостехиздат, 1956.

### ЗАДАЧА 15

#### ДВИЖЕНИЕ МАЯТНИКА МАКСВЕЛЛА

Принадлежности: 1) установка, 2) разновесы, 3) секундомер.

**Описание установки и теория.** Целью задачи является ознакомление со сложным движением твердого тела на примере движения маятника Максвелла.

Установка, применяемая в настоящей задаче, состоит (рис. 33) из равноплечных лабораторных весов  $A$ , установленных на высоте около 2 м над уровнем пола. К концу коромысла весов вместо снятой платформы на треугольном стремени  $B$  подвешивается маятник. Он представляет собой однородный металлический диск  $C$ , в середине которого укреплен металлический стержень  $D$ . К концам этого стержня прикреплены две крепкие (капроновые) нити. Они тщательно, виток к витку, наматываются на стержень (от концов его к диску). При освобождении маятника он начинает движение: поступательное вниз и вращательное вокруг своей оси симметрии.

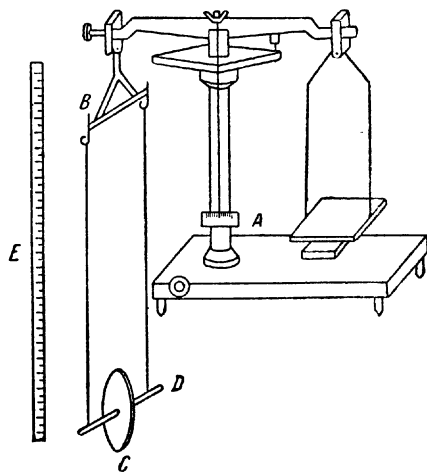


Рис. 33.

Вращение, продолжаясь по инерции в низшей точке движения (когда нити уже размотаны), приводит вновь к наматыванию нити на стержень, а следовательно и к подъему маятника. Движение маятника после этого замедляется, маятник останавливается и снова начинает свое движение вниз и т. д. Расстояние, проходимое маятником, измеряется по вертикальной рейке  $E$  с делениями.

Уравнения движения маятника без учета сил трения имеют вид

$$ma = mg - 2T, \quad (1)$$

$$J\varepsilon = 2Tr, \quad (2)$$

$$a = \varepsilon r, \quad (3)$$

где  $m$  — масса маятника,  $J$  — момент инерции маятника,  $g$  — ускорение силы тяжести,  $r$  — радиус стержня,  $T$  — натяжение нити (одной),  $a$  — ускорение поступательного движения центра масс маятника,  $\varepsilon$  — угловое ускорение маятника. Ускорение  $a$  может быть получено по измеренному времени движения  $t$  и проходимому маятником расстоянию  $S$  из уравнения

$$a = \frac{2S}{t^2}, \quad (4)$$

которое является следствием уравнений (1), (2), (3).

Уравнения (1), (2), (3) дают

$$2T = m(g - a), \quad (5)$$

$$J = \frac{2T}{a} \cdot r^2. \quad (6)$$

Пользуясь этими уравнениями, определяют момент инерции маятника Максвелла. Натяжение нитей при движении маятника можно вычислить из уравнения (1), зная  $a$ , а также измерить непосредственно.

**Измерения.** Для выполнения работы необходимо два человека. Измерения начинают с определения нулевой точки весов. После этого определяют величину  $2T_0$ , т. е. натяжение нитей при спокойно висащем маятнике. Для этого маятник взвешивают не менее трех раз. За истинный вес принимают среднее арифметическое значение из трех полученных значений веса.

Для определения натяжений нитей при движении маятника производят взвешивание опускающегося маятника. Для этого очень тщательно, виток к витку, на стержень маятника навивают нити. Поддерживая маятник рукой (нити его должны быть расположены в вертикальной плоскости), его затем освобождают и за время его опускания производят взвешивание.

Изменение натяжений нитей (по сравнению с покоящимся маятником) незначительно, но это изменение все же необходимо определить. Взвешивание поэтому производят не менее десяти раз.

Абсолютно необходимо, чтобы к моменту достижения маятником наинизшего положения, когда происходит рывок нитей, весы были бы уже арретированы, для этого необходимо, чтобы один работающий производил взвешивание, другой арретировал весы к нужному моменту времени.

Ускорение поступательного движения (вниз) маятника определяют, измеряя время, за которое стержень маятника опустится на расстояние  $S = 100$  см (отсчитывается по рейке). Время опускания измеряют секундомером не менее 5—6 раз и определяют среднее арифметическое. По формуле (4) получают величину ускорения поступательного движения маятника (оси его стержня).

Для более точного измерения времени на рейке  $E$  могут закрепляться в разных положениях два легких рычага — контакта (не указаны на рис. 33). Ударяясь об эти рычаги, маятник последовательно, одну за другой, размыкает цепи двух неоновых лампочек, лампочки гаснут. При погасании первой лампочки секундомер пускают в ход, при погасании второй его останавливают. Первый рычаг необходимо укрепить на рейке непосредственно под маятником, так как формула (4) применима при движении без начальной скорости.

После определения момента инерции маятника по формуле (6) следует рассчитать величину момента инерции, зная размеры маятника и массы его частей.

При измерениях следует убедиться, что ускорение поступательного движения маятника, так же как и натяжение нитей, одинаково, как при движении маятника вниз, так и при движении вверх.

Все измерения необходимо производить с большой осторожностью, так как маятник легко повредить, если даже незначительно погнуть его стержень. Маятник с погнутым стержнем при своем движении начинает «бить», сильно раскачиваясь из стороны в сторону.

Проводить измерения с таким маятником опасно. Следует поэтому оберегать маятник от ударов об пол, край стола и т. п.

#### ЛИТЕРАТУРА

С. И. Стрелков, Механика, стр. 183—184, Гостехиздат, 1956.

#### ЗАДАЧА 16

#### ДВИЖЕНИЕ ЦЕНТРА МАСС

П р и н а д л е ж н о с т и: 1) установка, 2) специальные разновесы, 3) миллиметровая линейка, 4) секундомер.

**Введение.** Центром масс (центром тяжести) материальной системы называется точка, координата которой определяется уравнением

$$r = \frac{\sum m_i r_i}{\sum m_i},$$

где  $r_i$  — координаты точек масс.



Движение центра масс определяется теоремой, утверждающей, что центр масс системы движется так, как если бы в ней была сосредоточена вся масса системы и к ней были приложены все внешние силы, приложенные к системе.

Целью задачи является экспериментальная проверка теоремы о движении центра масс. Для этого используется машина Атвуда, дополненная некоторыми деталями.

Два груза  $A$  и  $B$  (рис. 34), массы которых одинаковы и равны 500 г, висят на двух параллельных нитях, перекинутых через блоки

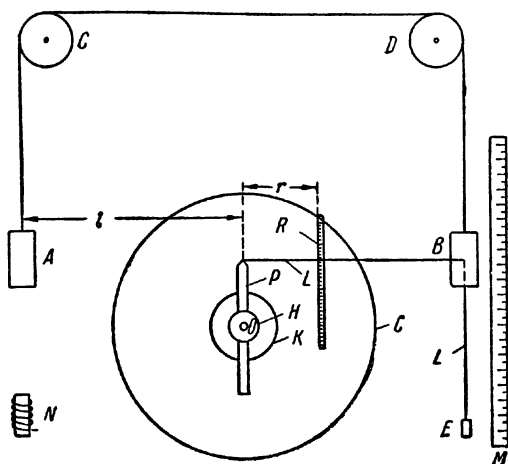


Рис. 34.

$C$  и  $D$ , массы которых одинаковы и равны 15 г (применение двух параллельных нитей предотвращает вращение грузов вокруг их вертикальных осей).

Груз  $A$  имеет вид цилиндра, груз  $B$  составлен из двух равных полуцилиндров, сложенных своими плоскостями так, что между ними оставлена щель. Центр масс этого груза находится на тонкой проволоке, соединяющей обе его половины.

Примерно на середине прямой, соединяющей центры масс спокойно висящих грузов, помещен рычаг  $P$ , который может вращаться в вертикальной плоскости, вокруг оси  $O$ , и перемещаться поступательно в плоскости вращения. Это позволяет установить острый конец рычага  $P$  точно в центр масс грузов  $A$  и  $B$  и зажимным винтом  $H$  закрепить такое положение рычага.

К острому концу рычага прикреплена нить  $L$ . Она проходит в щель груза  $B$  через его центр масс (нить переброшена через проволоку в щели), опущена вертикально вниз (через отверстие внизу

груза  $B$ ) и все время натянута, так как на нижнем ее конце укреплен груз  $E$  массой в 1 г.

На грузе  $B$  симметрично с двух его сторон прикреплены крючки (на рис. 34 не указаны), на которые можно подвешивать разновесы в виде колец.

При наложении разновесов центр массы системы (массой груза  $E$  пренебрегаем) смещается вдоль линии  $L$  (по оси  $x$ ), которая фиксирована натянутой нитью.

При движении системы (груз  $B$  движется вертикально вниз, груз  $A$  вертикально вверх) центр масс системы движется вертикально вниз, оставаясь на линии натянутой нити.

За движением центра масс можно, следовательно, следить как за движением точки пересечения натянутой нити с вертикальной прямой, заранее определенной и зафиксированной. Этой прямой является левый край металлической линейки  $R$  с делениями, которая может перемещаться параллельно самой себе в вертикальной плоскости (очень близкой к вертикальной плоскости, в которой находится натянутая нить). Перемещение линейки достигается тем, что она свободно подвешена к краю диска  $C$ , который может вращаться вокруг горизонтальной оси  $O$ .

Вращение диска по часовой стрелке дает перемещение линейки вправо, против часовой стрелки — дает перемещение влево. Зажимным винтом  $K$  диск, а следовательно и линейка, могут закрепляться в нужном положении.

Для того чтобы удерживать грузы (при наличии разновесов на грузе  $B$ ) в покое, служит электромагнит  $N$  с электролампой в его цепи. Когда она горит, электромагнит включен и удерживает груз  $A$ . При размыкании ключа погасание лампочки служит сигналом начала движения системы.

Время окончания движения определяется вспышкой света другой электролампочки; для этого на стержне  $M$  может перемещаться и закрепляться в нужном положении (не указанная на рис. 34) платформа, на которой имеются две кисточки из мягкого провода. Груз  $B$  задерживается платформой, а когда он касается кисточек, то замыкает цепь второй лампочки. Обе лампочки и ключи в цепи электромагнита смонтированы на щитке (не указан на рис. 34), расположенном для удобства наблюдения в непосредственной близости от линейки  $R$ .

**Теория.** Уравнение движения центра масс  $A$  и  $B$  (величиной груза  $E$  пренебрегаем) может быть написано в виде

$$(m_1 + m_2)j = (m_1 + m_2)g - (T_1 + T_2), \quad (1)$$

где  $m_1$  — масса груза  $B$  и всех разновесов на нем,  $m_2$  — масса груза  $A$ ,  $g$  — ускорение силы тяжести,  $j$  — ускорение движения

точки центра масс,  $T_1$  — натяжение нитей груза  $B$ ,  $T_2$  — натяжение нитей груза  $A$

Уравнения движения грузов  $A$  и  $B$  (пренебрегаем силами трения их о воздух) имеют вид

$$m_1 a = m_1 g - T_1, \quad (2)$$

$$-m_2 a = m_2 g - T_2, \quad (3)$$

где  $a$  — ускорение движения грузов.

Из уравнений (2) и (3) получаем

$$a = \frac{(m_1 - m_2)g - (T_1 - T_2)}{m_1 + m_2}. \quad (4)$$

Из уравнений (1), (2), (3) получаем

$$(m_1 + m_2)j = (m_1' - m_2)a. \quad (5)$$

Пренебрегая массой блоков (сравнительно с массой грузов  $A$  и  $B$ ), можно разность  $T_1 - T_2$  отождествить с силой трения в осях двух блоков, т. е. положить, что

$$T_1 - T_2 = 2f = m'g, \quad (6)$$

где  $m'$  — масса разновеса при определении силы трения (см. ниже).

Из уравнений (4), (5), (6) получаем

$$j = \frac{(m_1 - m_2)(m_1 - m_2 - m')}{(m_1 + m_2)^2} g. \quad (7)$$

Более строгий вывод выражения для величины ускорения движения центра масс с учетом масс вращающихся блоков дан в приложении.

**Измерения.** Прежде чем начать измерения, необходимо убедиться, что нити не перекручены (грузы легко передвигаются), электромагнит работает (горит его электролампочка), груз  $E$  проходит через платформу и при опускании груза  $B$  контакты кисточки замыкаются (вспыхивает лампочка).

После этого на груз  $B$  навешивают различные разновесы и находят, при какой наименьшей величине разновесов начинается движение грузов. Вес этого минимального количества разновесов и будет давать силу трения  $2f = m'g$  в осях блоков где  $m'$  — масса минимального количества разновесов,  $g$  — ускорение силы тяжести

(сила трения покоя незначительно отличается от силы трения при движении).

Силу трения определяют, беря среднее значение из результатов 5—6 измерений. Затем к грузу  $B$  прибавляют еще разновесы (10 или 15 г) и определяют координату  $X$  (по формуле  $X = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}$ ) центра массы. Начало координат при этом следует поместить в центре масс грузов без разновеса, т. е. в месте крепления нити. В этом случае координаты  $x_i$  точек центров грузов и разновеса сводятся к одинаковой по модулю (но разной по знаку) для масс грузов  $A$  и  $B$  величине  $l$ . Ее можно определить как половину расстояния между центрами масс грузов  $A$  и  $B$ , когда они находятся на одном уровне ( $l = 100$  см).

Определив величину расстояния, на которое смещается точка центра масс, закрепляют на этом расстоянии (по горизонтали, см. рис. 34) левый край линейки  $R$ . После этого груз  $A$  опускают на торец электромагнита и замечают то деление на шкале вертикально висящей линейки, против которой проходит натянутая нить. Выключают (нажатием ключа) ток в цепи электромагнита и в момент погасания лампочки включают секундомер. Его останавливают в момент вспышки второй лампочки и замечают, на каком делении линейки находилась в этот момент нить. Это позволяет определить расстояние, проходимое центром масс за известное время. Это время может быть различно, если изменять положение платформы на стержне  $M$ . При постоянном количестве разновесов на грузе  $B$  и разном времени движения грузов расстояния, проходимые центром масс, будут различны, но ускорение будет постоянной величиной. Для определения величины ускорения движения центра масс пользуются кинематической формулой  $j = \frac{2S}{t^2}$ , где  $S$  — расстояние,  $t$  — время. Из 5—6 измерений (для разных  $S$  и  $t$ ) определяют среднее арифметическое значение величины ускорения. Непосредственная проверка теоремы состоит в экспериментальном доказательстве равенства (в пределах ошибок измерений) получаемых выражений для ускорений по кинематической формуле и по формуле (7).

Следует иметь в виду, что проведение работы требует большого внимания и осторожности. Совершенно недопустимо перекручивание нитей и раскачивание грузов  $B$  и  $E$  — они должны висеть совершенно спокойно. Следует следить, чтобы контакты-кисточки были всегда в положении, которое обеспечивало бы замыкание цепи и давало вспышку лампочки.

#### ЛИТЕРАТУРА

С. П. Стрелков, Механика, § 56, Гостехиздат, 1956.

## Приложение к задаче 16

Учет вращательного движения блоков приводит к системе уравнений

$$(m_1 + m_2) j = (m_1 + m_2) g - (T_1 + T_2), \quad (1)$$

$$m_1 \bar{a} = m_1 g - T_1, \quad (2)$$

$$-m_2 a = m_2 g - T_2, \quad (3)$$

$$J \varepsilon = (T_1 - T_2) r - f r_0, \quad (4)$$

$$J \varepsilon = (T_2 - T_1) r - f r_0, \quad (5)$$

$$a = \varepsilon r, \quad (6)$$

$$J = \frac{1}{2} m_0 r^2, \quad (7)$$

где (рис. 35)  $m_1$  и  $m_2$  — масса грузов,  $m_0$  — масса блока (одного),  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$  — натяжения нитей,  $a$  — ускорение движения грузов,  $j$  — ускорение движения центра масс,  $g$  — ускорение силы тяжести,  $\varepsilon$  — угловое ускорение блоков,  $J$  — момент инерции блока,  $r$  — внешний радиус блока,  $r_0$  — внутренний радиус блока,  $f_0$  — сила трения блока (одного) при его вращении.

Из уравнений (4) и (5) получаем

$$T_1 + T_2 = 2T_3. \quad (8)$$

Уравнения (1) и (8) дают

$$(m_1 + m_2) j = (m_1 + m_2) g - 2T_3. \quad (9)$$

Определяя  $T_1$  из уравнения (4) и  $T_2$  из уравнения (5) и подставляя их значения в уравнения (2) и (3), получаем

$$m_1 a = m_1 g - \frac{J}{r} \varepsilon - T_3 - f \frac{r_0}{r}, \quad (10)$$

$$-m_2 a = m_2 g + \frac{J}{r} \varepsilon - T_3 + f \frac{r_0}{r}. \quad (11)$$

Сложение этих уравнений дает

$$(m_1 - m_2) a = (m_1 + m_2) g - 2T_3. \quad (12)$$

Вычитая уравнение (11) из уравнения (10) и используя при этом уравнения (6) и (7), получаем

$$(m_1 + m_2 + m_0) a = (m_1 - m_2) g - 2f \frac{r_0}{r}. \quad (13)$$

Сопоставление уравнений (9) и (12) дает

$$(m_1 + m_2) j = (m_1 - m_2) a. \quad (14)$$

Но

$$2f \frac{r_0}{r} = m' g, \quad (15)$$

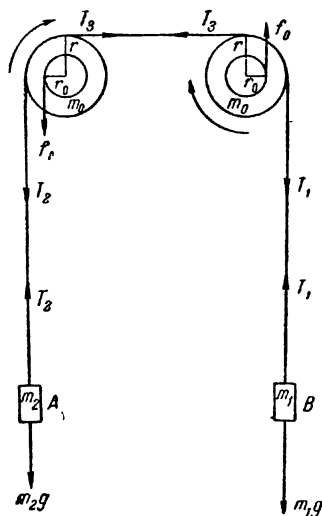


Рис. 35.

где  $m'$  — масса разновеса, вес которого уравнивает силу трения.

Из уравнений (13), (14) и (15) получаем

$$j = \frac{(m_1 - m_2)(m_1 - m_2 - m')}{(m_1 + m_2)(m_1 + m_2 + m_0)} g. \quad (16)$$

Учитывая, что  $m_1 + m_2 \gg m_0$  (пренебрегая  $m_0$ ), получаем окончательно

$$j = \frac{(m_1 - m_2)(m_1 - m_2 - m')}{(m_1 + m_2)^2} g. \quad (17)$$

### ЗАДАЧА 17

#### ИЗУЧЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ ГИРОСКОПА (ПРЕЦЕССИЯ)

Принадлежности: 1) прибор, 2) секундомер, 3) запасной ротор моторчика с диском, 4) эталонный цилиндр, 5) штангенциркуль.

**Введение.** Гироскопом называется твердое тело, быстро вращающееся вокруг своей оси симметрии. Для быстро вращающегося гироскопа можно считать, что направления векторов главного момента количества движения и мгновенной угловой скорости мало отличаются от направления оси симметрии фигуры. Именно это позволяет судить о движении вектора главного момента количества движения по движению видимой оси симметрии гироскопа.

При наличии момента внешних сил главный момент количества движения, а следовательно и ось гироскопа, совершают прецессионное движение так, что

$$M = N\Omega, \quad (1)$$

где  $M$  — момент внешних сил,  $\Omega$  — угловая скорость прецессии,  $N = J\omega$  — главный момент количества движения — произведение момента инерции гироскопа на угловую скорость его собственного вращения  $\omega$ .

Целью задачи является: а) ознакомление с особенностями движения гироскопа, б) определение угловой скорости собственного вращения гироскопа  $\omega$ .

**Описание прибора.** Прибор (рис. 36) состоит из электрического моторчика  $A$ , укрепленного в обойме  $B$ . Обойма опирается на вертикальный стержень  $C$  и может вращаться вокруг горизонтальной оси, а вместе со стержнем — вокруг вертикальной. Углы поворота вокруг этой оси могут определяться по шкале  $D$ .

Собственно, гироскопом является ротор моторчика с массивным диском  $E$ . Момент внешних сил, приложенных к гироскопу, может

изменяться при перемещении груза  $K$  по стержню обоймы. Питание моторчика переменным током производится через автотрансформатор, подводка тока к движущемуся моторчику осуществляется через скользящие контакты (не показано на рисунке). В процессе выполнения работы необходимо соблюдать осторожность и не прикасаться к вращающемуся диску. Перед началом измерений необходимо убедиться в том, что прибор может свободно вращаться вокруг своих осей.

**Измерения.** Груз  $K$  закрепляют на стержне обоймы так, чтобы весь прибор находился в безразличном равновесии, ось гироскопа устанавливают горизонтально. Включают ток и выжидают (3—4 минуты), пока ротор не начнет вращаться с наибольшим числом оборотов.

Смещением груза  $K$  создают момент силы тяжести  $M$ .

Величина этого момента сил определяется по формуле  $M = Ph$ , где  $P$  — заданный вес груза,  $h$  — расстояние этого груза

от его начального положения, измеряемое штангенциркулем.

Пользуясь шкалой  $D$ , измеряют величину угловой скорости прецессии при различных значениях момента  $M$  (при различных значениях плеча  $h$ ). Необходимо сделать 5—6 измерений, а затем уже выключить ток и тем самым прекратить вращение ротора.

При устойчивой работе моторчика ( $\omega = \text{const}$ ) в пределах ошибок измерений должно соблюдаться условие

$$\frac{M_1}{\Omega_1} = \frac{M_2}{\Omega_2} = \dots = \frac{M_n}{\Omega_n} = C = \text{const.} \quad (2)$$

Пользуясь этим, определяют величину  $\bar{C}$  — среднее арифметическое значение величины  $C$ .

Величину угловой скорости собственного вращения  $\omega$  определяют согласно формуле (1) из соотношения

$$\omega = \frac{\bar{C}}{J}, \quad (3)$$

где  $J$  — момент инерции ротора с диском. Определение этой величины производится сравнением периодов крутильных колебаний имеющегося отдельного ротора с диском и эталонного цилиндра. Их попеременно укрепляют на нити (рис. 36) и с помощью секундо-

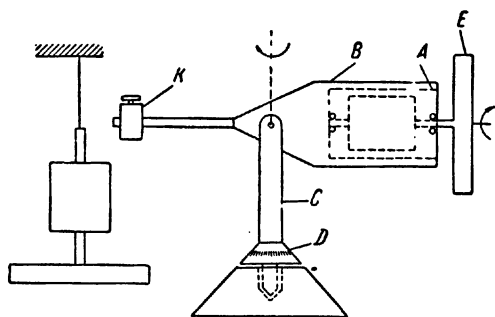


Рис. 36.

мера определяют периоды их крутильных колебаний. Этот период определяется по формуле

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{f}}, \quad (4)$$

где  $f$  — модуль кручения, а  $J$  — момент инерции тела.

Момент инерции  $J_0$  эталонного цилиндра массы  $m$  и радиуса  $r$  равен  $J_0 = \frac{1}{2} mr^2$ .

Написав уравнение (4) для эталонного цилиндра и ротора моторчика и исключая из этих уравнений  $f$ , получим для момента инерции моторчика

$$J = \frac{T_2^2}{T_1^2} J_0 = \frac{T_2^2}{2T_1^2} mr^2,$$

где  $T_1$  и  $T_2$  — периоды колебаний цилиндра и ротора моторчика соответственно.

Периоды колебаний определяют при помощи секундомера из 10—15 полных колебаний, следя за движением покрашенных полос на образующих ротора и эталона.

Масса  $m$  определяется взвешиванием, радиус  $r$  измеряется штангенциркулем.

При выполнении работы следует проследить за поведением гироскопа при небольших нажатиях на конец стержня обоймы (не на вращающийся диск!). Необходимо усвоить, что движение гироскопа определяется направлением момента сил, а не просто сил.

#### ЛИТЕРАТУРА

С. П. Стрелков, Механика, гл. VIII, Гостехиздат, 1956.

#### ЗАДАЧА 18

#### ДВИЖЕНИЕ ТЕЛА ПЕРЕМЕННОЙ МАССЫ (РАКЕТА)

Принадлежности: 1) установка, 2) секундомер.

**Теория.** Целью задачи является изучение движения тела, движущегося подобно ракете.

Установка, применяющаяся при этом, изображена схематически на рис. 37. Она состоит из двух полых цилиндров  $A$  и  $B$  равного веса и объема, которые висят на нити, перекинутой через блок  $C$ .

Цилиндр  $B$  имеет одно отверстие в середине дна. Цилиндр  $A$  имеет два одинаковых отверстия в боковой поверхности. Оба цилиндра могут наполняться водой. Отверстия в цилиндрах подобраны



так, что масса воды, вытекающая в единицу времени одинакова для обоих цилиндров.

С начала истечения воды к цилиндру  $B$  будет приложена реактивная сила, направленная вверх, которая и приводит систему в движение. Величина реактивной силы  $\Phi$  определяется относительной скоростью истечения воды  $u$  и скоростью изменения массы цилиндра (воды)

$$\alpha = - \frac{dm}{dt}.$$

$$\Phi = \alpha u = - \frac{dm}{dt} u. \quad (1)$$

Уравнение движения для цилиндра  $B$  (считаем нить нерастяжимой, пренебрегаем ее массой и силой трения) может быть написано в виде

$$m \frac{dv}{dt} = \alpha u + T - mg, \quad (2)$$

где  $m$  — масса цилиндра (с водой) в любой момент времени после начала движения,  $T$  — натяжение нити,  $g$  — ускорение силы тяжести.

Уравнение движения для цилиндра  $A$  (при тех же условиях) имеет вид

$$-m \frac{dv}{dt} = T - mg. \quad (3)$$

Из уравнений (2) и (3) получаем

$$2m \frac{dv}{dt} = \alpha u$$

или

$$2 \frac{dv}{u} = - \frac{dm}{m}.$$

Интегрирование при  $u = \text{const}$  дает

$$2 \frac{v}{u} = - \ln m + C.$$

Определяя константу интегрирования из условия, что при  $t = 0$   $v = 0$ ,  $m = m_0$ , получаем

$$e^{2 \frac{v}{u}} = \frac{m_0}{m}. \quad (4)$$

Это уравнение отличается от «уравнения Циолковского» только наличием дополнительного множителя 2 в показателе степени.

Движение цилиндра  $B$ , следовательно, аналогично движению ракеты вне поля тяготения. Упростим это уравнение.

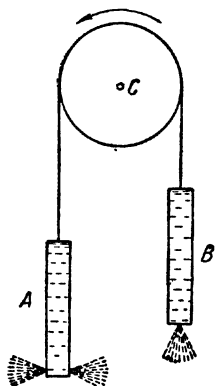


Рис. 37.

Если  $v < u$ , то

$$e^{2\frac{v}{u}} = 1 + 2\frac{v}{u} \quad (5)$$

Правую часть уравнения (4) можно написать в виде

$$\frac{m_0}{m} = \frac{m_0}{m_0 - m_1},$$

где  $m_0$  — масса цилиндра (с водой) при  $t=0$ ,  $m$  — тоже в момент времени  $t$ ,  $m_1$  — масса воды, вытекшая за время  $t$ .

Если  $m_1 \ll m_0$ , то

$$\frac{m_0}{m} = 1 + \frac{m_1}{m_0} \quad (6)$$

Из уравнений (4), (5) и (6) получим

$$2\frac{v}{u} = \frac{m_1}{m_0} \quad (7)$$

При  $m_1 \ll m_0$   $m_1 = -at$  ( $a = \text{const}$ ). Это дает

$$v = -\frac{au}{2m_0} t.$$

Для расстояния  $S$ , проходимого цилиндром  $B$  за время  $t$ , получаем (по модулю)

$$S = \frac{1}{4} \frac{ua}{m_0} t^2 \quad (8)$$

Эта формула может быть экспериментально проверена измерением  $S$  и  $t$ .

**Описание установки.** Цилиндры  $A$  и  $B$  (рис. 38) равного веса и объема из стекла висят на нити, перекинутой через легкий блок  $C$ , который укреплен на стене. Для отсчета уровня воды в цилиндрах на каждом из них (в верхней части) нанесены шкалы. Над цилиндрами имеются диски  $D$  (назначение их будет ясно из дальнейшего).

Ниже блока  $C$  к вертикальной доске прикреплен прозрачный короб  $E$  с открытым верхом. Дно короба может откидываться рычагом  $P$ . Когда цилиндры висят примерно на одном уровне, то они находятся внутри короба. Ниже первого короба на доске прикреплен второй короб  $G$  с прозрачной передней стенкой и открытым верхом (подвижное дно первого короба движется в верхней части второго короба).

<sup>1)</sup> Из соотношения  $e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!}$ , пренебрегая членами, начиная с третьего, получаем  $e^x = 1 + x$ .

<sup>2)</sup> Умножив и разделив  $\frac{m_0}{m_0 - m_1}$  на  $m_0 + m_1$ , пренебрегаем величиной  $m_1^2$  по сравнению с  $m_0^2$ .



**Измерения.** Для измерений необходимо два человека. Прежде всего определяют величину  $\alpha$ . Для этого закрепляют стопором  $S$  цилиндры и после наполнения цилиндров водой отодвигают рычагом  $P$  дно сосуда, пуская одновременно в ход секундомер. Через 4, 5, 10, 13, 15 сек отсчитывают положение опускающегося уровня воды в цилиндре  $B$  (один работающий делает отсчет по секундомеру, другой по шкале на цилиндре  $B$ ).

Строят график, по горизонтальной оси которого отложено время, а по вертикальной — количество вытекающей воды (диаметры цилиндров известны, плотность воды принимается равной единице).

Через точки, нанесенные на миллиметровой бумаге, проводится линия, проходящая через начало координат. При малых значениях времени истечения эта линия будет прямой, тангенс угла наклона которой к оси времени и дает величину  $\alpha$ .

Необходимо убедиться, что  $\alpha$  имеет одно и то же численное значение для обоих цилиндров. Только в этом случае возможно дальнейшее проведение работы.

Убедившись в этом, закрывают дно короба (цилиндры должны быть при этом выше плоскости дна) и осторожно опускают цилиндр  $A$  на дно короба.

Цилиндр  $A$  должен опираться о дно короба и находиться в вертикальном положении, цилиндр  $B$  должен быть при этом выше цилиндра  $A$  на 1—2 см.

Осторожно открывают кран водопровода и следят за наполнением цилиндров. Вода из цилиндров будет вытекать через отверстия, необходимо чтобы струи воды были в состоянии наполнить оба цилиндра, несмотря на утечку. Струи воды не должны быть, однако, очень сильными — это приведет к раскачиванию цилиндров, что совершенно недопустимо. Убедившись, что оба цилиндра наполнены водой и она переливается через края (должны быть видны выпуклые мениски у обоих цилиндров), поворотом рычага  $P$  откидывают дно короба и одновременно с этим пускают в ход секундомер. В момент удара диска о кольцо секундомер останавливают.

Измерения производят, располагая платформу так, чтобы проходимые расстояния составляли 75—100 см. Для каждого расстояния время движения определяют три раза и находят его среднее значение. Отношение пройденного расстояния (определяемого по шкале) к квадрату среднего значения времени должно быть постоянной величиной для всех расстояний, т. е. должно выполняться соотношение

$$\frac{S_1}{t_1^2} = \frac{S_2}{t_2^2} = \dots = \frac{S_n}{t_n^2} = K. \quad (9)$$

Определяют величину среднего значения этих отношений  $K$ . Удвоенное значение этой величины является ускорением движения цилиндров

$$a = 2K = \frac{1}{2} \frac{ua}{m_0}. \quad (10)$$

Величина скорости истечения воды определяется по формуле

$$u = \varphi \sqrt{2g\bar{h}}, \quad (11)$$

где  $\bar{h}$  — средняя (арифметическая) высота уровня воды в цилиндре за время движения,  $g$  — ускорение силы тяжести,  $\varphi$  — коэффициент скорости. Для определения величины  $\bar{h}$  поступают так: зная время движения цилиндров, определяют по графику высоту столба вытекшей воды за это время. Разность между полной высотой цилиндра (она известна) и половиной высоты столба вытекшей воды дает величину  $\bar{h}$ . Коэффициент скорости для случая отверстия в тонкой пластинке может быть принят (по гидравлическим данным) равным 0,97;  $g = 981 \text{ см/сек}^2$ .

Зная величины  $u$  и  $a$ , вычисляют величину реактивной силы по формуле  $\Phi = u \cdot a$ . Зная  $m_0$ , определяют величину этой силы по формуле

$$\Phi = 4Km_0.$$

Численные значения величины реактивной силы, полученные двумя способами, должны (в пределах погрешности измерений) совпадать друг с другом.

При движении цилиндров соблюдались условия

$$a \ll g \text{ и } v \ll u.$$

Это позволяет 1) величину  $a$ , измеренную для неподвижных цилиндров, использовать при их движении, 2) скорость, определенную по формуле (11), считать за относительную скорость истечения воды.

#### ЛИТЕРАТУРА

С. П. Стрелков, Механика, § 27, Гостехиздат, 1956.

#### ЗАДАЧА 19

### ИЗУЧЕНИЕ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ СОСРЕДОТОЧЕННОЙ СИСТЕМЫ

Принадлежности: 1) набор пружин и грузов, 2) сосуд с вязкой жидкостью, 3) секундомер.

Задачей работы является ознакомление с простейшим случаем собственных гармонических колебаний. Изучаются колебания пружинного маятника, колебания которого в воздухе можно считать незатухающими.

**Описание установки.** Установка состоит из штатива (рис. 39), на котором поочередно подвешиваются на различных пружинах грузики разного веса. Штатив снабжен шкалой. В стеклянном сосуде налита вязкая жидкость.

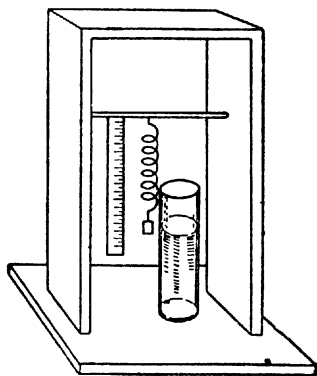


Рис. 39.

### Упражнение 1

#### Определение коэффициента жесткости пружины статическим методом

Для определения коэффициента жесткости пружины  $K$  статическим методом измеряется длина  $l$ , на которую растянется пружина при подвешивании к ней груза известного веса  $P$ . Из условия  $K = \frac{P}{l}$  находят  $K$ . Измерения проводят для каждой пружины при трех различных грузах.

### Упражнение 2

#### Нахождение зависимости периода собственных колебаний пружинного маятника от массы груза

Измеряется период  $T$  собственных колебаний пружинного маятника для одной из пружин с коэффициентом жесткости  $K$  при разных грузах и строится зависимость  $T^2$  от массы груза  $m$ .

Для измерения  $T$  выводят груз из положения равновесия примерно на 30—50 мм и измеряют секундомером промежуток времени  $t$ , в течение которого маятник совершит  $n$  колебаний ( $n = 10 - 20$ ).

Величина  $T$  определяется из соотношения  $T = \frac{t}{n}$ . Для большей точности следует сделать несколько измерений и взять средний результат.

### Упражнение 3

#### Нахождение зависимости собственных колебаний пружинного маятника от коэффициента жесткости пружины

Измеряется период собственных колебаний  $T$  пружинного маятника для всех имеющихся пружин при одном и том же грузе (30—50 г) и строится график зависимости  $T^2$  от  $K$ .

Зная период колебаний системы и массу груза, следует вычислить коэффициент жесткости по формуле  $K = \frac{4\pi^2 m}{T^2}$  и сравнить с коэффициентом жесткости  $K$ , полученным статическим методом.

## Упражнение 4

Определение логарифмического декремента затухания  
пружинного маятника и коэффициента трения  $r$ 

Для определения логарифмического декремента затухания  $\theta$  пружинного маятника груз массы  $m$  помещают в сосуд с жидкостью и измеряют период колебаний  $T$  и время  $t$ , в течение которого амплитуда колебаний уменьшится до 10% своей первоначальной величины, т. е.  $A_t = 0,1 A_0$ .

Измерения следует проделать для нескольких начальных амплитуд (70, 50, 30 мм), причем для каждого значения амплитуды рекомендуется проделать не менее пяти измерений.

По данным измерений вычисляют логарифмический декремент из соотношения  $\theta = \frac{T}{t} \ln \frac{A_0}{A_t}$ .

Зная  $\theta$ , по формуле  $\theta = \frac{r}{2m} T$  находят коэффициент силы трения  $r$ .

## ЛИТЕРАТУРА

С. П. Стрелков, Механика, гл. XV, § 123, 124, 125, 126, Гостехиздат, 1956.

## ЗАДАЧА 20

ИЗУЧЕНИЕ ЯВЛЕНИЯ РЕЗОНАНСА НА КРУТИЛЬНОМ  
МАЯТНИКЕ

Принадлежности: 1) прибор. 2) секундомер.

**Введение.** В задаче изучаются вынужденные колебания на крутильном маятнике при действии на него гармонически изменяющейся во времени внешней силы. Уравнение движений в этом случае может быть написано в виде

$$J\ddot{\alpha} = -k\alpha - h\dot{\alpha} + F_0 \sin pt, \quad (1)$$

где  $J$  — момент инерции маятника,  $\ddot{\alpha}$  — угловое ускорение,  $k$  — постоянная момента упругой силы,  $\alpha$  — угол поворота маятника от положения равновесия,  $h$  — постоянная момента сил трения,  $\dot{\alpha}$  — угловая скорость,  $F_0$  — амплитуда момента внешних сил,  $p$  — циклическая частота этой силы,  $t$  — время.

Полное решение этого уравнения имеет вид

$$\alpha = Ae^{\delta t} \cos(\omega t + \varphi_0) + B \sin(pt + \varphi), \quad (2)$$

где  $\delta = \frac{h}{2J}$ ,  $\omega$  — частота собственных колебаний.  $A$  и  $\varphi_0$  — амплитуда и фаза собственных колебаний, определяемые начальными ус-

ловиями,  $B$  и  $\varphi$  — амплитуда и фаза вынужденных колебаний, определяемые параметрами системы (маятника).

Через некоторое время после начала колебаний собственные колебания благодаря затуханию исчезнут и останутся только вынужденные

$$\alpha = B \sin(pt + \varphi), \quad (3)$$

где

$$B = \frac{F_0}{J \sqrt{(\omega^2 - p^2)^2 + 4\delta^2 p^2}} \quad (4)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = - \frac{2p\delta}{\omega^2 - p^2}. \quad (5)$$

Из уравнения (4) следует, что при приближении частоты внешнего воздействия к частоте собственных колебаний (при постоянном значении  $\delta$ ) амплитуда колебаний возрастет. При резонансе ( $p^2 = \omega^2 - 2\delta^2$ ) амплитуда вынужденных колебаний достигает наибольшей величины.

Чем меньше затухание, тем круче поднимается и опускается кривая зависимости амплитуды вынужденных колебаний от частоты внешнего воздействия — амплитудная резонансная кривая. Из уравнения (5) видно: 1) при  $p \ll \omega$   $\varphi$  близко к нулю, т. е. фаза смещения вынужденного колебания почти совпадает с фазой внешней силы; 2) при  $p \approx \omega$   $\varphi \approx -\frac{\pi}{2}$ , т. е. фаза смещения отстает от фазы внешних сил на четверть периода; 3) при  $p \gg \omega$   $\varphi$  близко к  $-\pi$ , т. е. фаза смещения отстает от фазы внешней силы на половину периода.

Чем меньше затухание, тем резче происходит изменение кривой зависимости фазы смещения от частоты внешнего воздействия — фазовая резонансная кривая.

Непосредственной целью задачи является экспериментальное получение амплитудной и фазовой резонансных кривых

**Описание прибора.** Схема применяемого прибора приведена на рис. 40. Крутильный маятник представляет собой металлическое кольцо  $A$ , которое может вращаться вокруг горизонтальной оси  $O$ . На этой же оси может вращаться рычаг  $B$ . К оси маятника и к рычагу прикреплены спиральная пружина  $C$ . Конец рычага через шатун  $D$  соединен с эксцентриком  $E$ , укрепленным на диске редуктора  $M$ . При вращении последнего в одном направлении рычаг совершает колебательное движение. Благодаря пружине маятник совершает также крутильные колебания.

Изменением расстояния между эксцентриком и осью диска редуктора достигается изменение амплитуды колебания рычага, т. е. амплитуды колебаний момента внешней силы, а следовательно и амплитуды колебаний маятника. Величина этих амплитуд в сантиметрах измеряется по шкале  $N$ .



Редуктор соединен с электромотором (не указан на рисунке). Число оборотов мотора может изменяться при изменении сопротивления цепи мотора (имеется реостат).

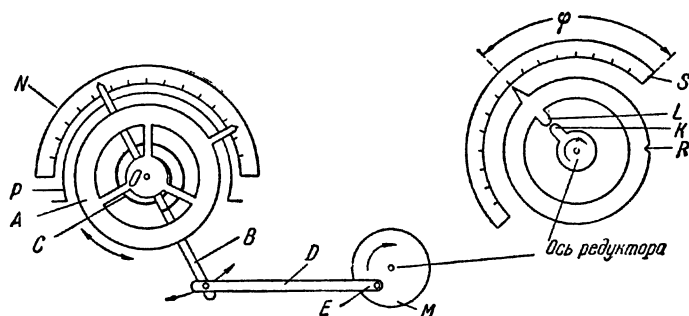


Рис. 40.

Для увеличения затухания маятника имеется электромагнит (не указан на рисунке), между полюсами которого движется маятник. Питание электромагнита производится постоянным током. В цепь включены амперметр и реостат. Изменением силы тока в электромагните можно изменять величину затухания маятника, так как в маятнике, движущемся в магнитном поле, возникают вихревые токи.

**Измерения. 1.** Получение амплитудной кривой. Убеждаются, что маятник может свободно вращаться вокруг своей оси. Включают цепь электромагнита, выводя реостат, увеличивают силу тока до первого указанного значения. Маятник отклоняют на небольшой угол и следят за положением его указателя на шкале. Пользуясь секундомером, определяют период колебаний  $T$  и циклическую частоту  $\omega$  собственных колебаний маятника. Отмечают через полный период величины отклонений маятника  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ .

Пользуясь формулой  $\ln \frac{X_n}{X_{n+1}} = \delta T$ , вычисляют величину коэффициента затухания  $\delta$ .

После этого включают цепь электромотора. Выводя реостат, ожидают установления колебаний маятника. Находят наибольшую амплитуду вынужденных колебаний. Следят за движением указателя рычага по шкале. Пользуясь секундомером, определяют циклическую частоту внешнего воздействия (рычага), при котором достигается наибольшая амплитуда. По полученным данным проверяют формулу  $\rho^2 = \omega^2 - 2\delta^2$ .

Измеряют еще шесть пар значений: частота внешнего воздействия — амплитуда колебаний. Три пары значений рекомендуется получить для частот колебаний, меньших собственной частоты маятника, три для частот, больших собственной.

После этого уменьшают ток в электромагните до второго указанного значения и получают данные для режима колебаний с меньшим коэффициентом затухания.

Полученный экспериментальный материал необходимо представить в виде графиков. По оси абсцисс откладывают частоту внешнего воздействия, по оси ординат — амплитуду вынужденных колебаний. Определение периодов колебаний (частот) следует производить не менее трех раз для каждого значения. За истинное значение принимают среднее арифметическое.

Снимать амплитудные кривые при малом затухании не следует — режим колебаний неустойчив.

2. Получение фазовой кривой (дополнительное описание прибора). Устройство для определения угла сдвига фаз между смещением маятника и моментом внешней силы состоит из двух контактов, замыкающих цепи двух неоновых лампочек (не указаны на рисунке), и шкалы, по которой отсчитывается этот угол.

Первый контакт связан с движением маятника. Для этого на металлическом кольце  $P$  (см. рисунок) укреплен подвижная кисточка (не указана на рисунке) из мягких тонких проволок. При движении маятника его указатель периодически соприкасается с кисточкой, что приводит к замыканию цепи первой лампочки — она вспыхивает. Кисточка устанавливается так, чтобы вспышка происходила в момент прохождения маятника через нуль шкалы (положение равновесия).

Вторая пара контактов связана с движением, задающим внешнее воздействие. Для этого на оси редуктора имеется пружинящий выступ  $K$ . При вращении оси редуктора он периодически касается другого выступа  $L$  на кольце  $R$ , цепь замыкается, вспыхивает вторая лампочка. Выступ  $K$  на оси устанавливается так, чтобы лампочка давала вспышку, так же как и первая, в момент прохождения указателя рычага через нуль шкалы  $N$ . При установившихся колебаниях маятник всегда отстает в своем движении от движения рычага на угол  $\varphi$  (уравнение (5)), лампочки не вспыхивают одновременно. Поворотом кольца  $R$  относительно шкалы  $S$  на некоторый угол можно добиться одновременного вспыхивания двух лампочек. Этот угол и является углом сдвига фаз  $\varphi$  между смещением маятника и моментом внешней силы.

Перед измерениями следует убедиться, что указатель маятника в состоянии покоя находится на нуле шкалы, а указатель рычага при его движении отклоняется от нуля на одинаковое расстояние в обе стороны. Если не выполняется первое условие, необходимо освободить один конец спиральной пружины и сместить его так, чтобы указатель встал на нуль, и вновь закрепить. Второе условие не выполняется в случае деформации указателя рычага, которую необходимо устранить.

После правильного расположения кисточки на кольце и выступа на оси редуктора их необходимо закрепить, чтобы предотвратить их смещение в дальнейшем. Диск  $R$  устанавливают так, чтобы его указатель стоял на нуле шкалы  $S$ . Этим исчерпываются все приготовления для снятия фазовых кривых.

Они снимаются для тех же значений величины коэффициентов затухания, для которых снимались амплитудные кривые. Измерения производятся в следующем порядке. Включают цепь электромагнита, силу тока доводят до величины, соответствующей первому значению коэффициента затухания. Включают цепь мотора. Увеличивая силу тока, находят наибольшую амплитуду вынужденных колебаний. Включают цепи неоновых лампочек. Поворотом кольца  $R$  добиваются их одновременной вспышки <sup>1)</sup>. Пользуясь секундомером, измеряют частоту вынужденных колебаний, по шкале отсчитывают угол сдвига фаз.

Совершенно так же производят измерения еще шести пар значений: частота вынужденных колебаний — угол сдвига фаз. Три пары значений следует получить для частот колебаний, меньших собственной частоты колебаний маятника, три — для частот колебаний, больших собственной.

Определение частот колебаний необходимо производить не менее трех раз. За истинное принимается среднее арифметическое.

Полученный материал необходимо представить в виде графиков. По оси абсцисс откладывают частоты колебаний, а по оси ординат величину угла сдвига фаз.

При выполнении работы следует проследить за движением указателей маятника и рычага в их движении относительно друг друга. Необходимо уяснить, при каких условиях 1) оба указателя достигают крайних положений и проходят через нуль шкалы практически одновременно, 2) один указатель проходит через нуль, другой находится в крайнем положении, 3) оба указателя проходят через нуль в противоположных направлениях.

#### ЛИТЕРАТУРА

С. П. Стрелков, Механика, § 127, 128, Гостехиздат, 1956.

#### ЗАДАЧА 21

### ИЗУЧЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ СВЯЗАННЫХ СИСТЕМ

Принадлежности: 1) установка, 2) секундомер.

**Краткая теория и описание установки.** Совокупность двух или нескольких маятников, каким-либо образом связанных между собой, представляет связанную систему. В качестве примера рассмот-

<sup>1)</sup> За полный период колебаний одна лампочка, связанная с движением маятника, дает две вспышки, другая одну.

рим систему, изображенную на рис. 41. Она состоит из двух совершенно идентичных пружинных маятников 1, 2, представляющих грузы массой  $m$ , подвешенные на пружинах 3, 4 жесткости  $k$  и расположенные на одной вертикали один под другим.

Если эти маятники связать между собой с помощью третьей пружины 5 жесткости  $k_{12}$ , то получим связанную систему с двумя степенями свободы.

В положении равновесия обоих грузов сумма всех сил, действующих на каждый груз, а именно силы тяжести и упругих сил, равна нулю. Если один груз вывести из положения равновесия на величину  $x_1$ , а второй на величину  $x_2$ , то появятся упругие силы, «стремящиеся» вернуть систему в положение равновесия. При этом результирующая сила, действующая на первый груз, будет равна  $f_1 = -kx_1 - k_{12}(x_1 - x_2)$ , а на второй  $f_2 = -kx_2 - k_{12}(x_2 - x_1)$ .

Уравнение движения каждого груза запишется следующим образом:

$$kx_1 + k_{12}(x_1 - x_2) + m\ddot{x}_1 = 0,$$

$$kx_2 + k_{12}(x_2 - x_1) + m\ddot{x}_2 = 0.$$

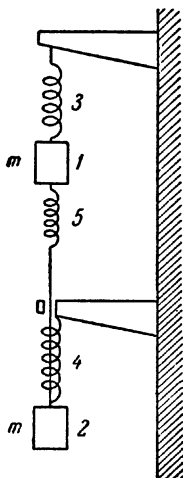


Рис. 41.

Складывая эти уравнения и вычитая одно уравнение из другого, получим два независимых уравнения

$$kX + m\ddot{X} = 0,$$

$$(k + 2k_{12})Y + m\ddot{Y} = 0,$$

где  $X = x_1 + x_2$  и  $Y = x_1 - x_2$ .

Решение этих уравнений хорошо известно:

$$X = A \cos(\omega_1 t + \varphi),$$

$$Y = B \cos(\omega_2 t + \psi),$$

где  $\omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \omega_0$ , т. е. частоте, с которой колебались бы оба

груза при отсутствии связи, и  $\omega_2 = \sqrt{\frac{k + 2k_{12}}{m}}$ .

Частоты  $\omega_1$  и  $\omega_2$  носят название нормальных частот. Константы  $A$ ,  $B$ ,  $\varphi$  и  $\psi$  находятся, как обычно, из четырех начальных условий. В нашем случае такими условиями будут значения двух координат и двух скоростей грузов в начальный момент времени. Так, например, если обе скорости в начальный момент равны нулю, т. е.  $\dot{x}_1(0) = \dot{x}_2(0) = 0$ , то, как следует из определения,  $\dot{X}(0) = \dot{Y}(0) = 0$ , а это означает, что  $\varphi$  и  $\psi$  должны равняться нулю. В дальнейшем будем подразумевать, что это условие всегда выполняется.

Для того чтобы разобрать характер движения того или иного груза, найдем явное выражение  $x_1$  и  $x_2$  как функции времени и начальных отклонений  $x_1(0) = x_{10}$  и  $x_2(0) = x_{20}$ .

Так как  $x_1 = \frac{X+Y}{2}$  и  $x_2 = \frac{X-Y}{2}$ , то

$$x_1(t) = \frac{A}{2} \cos \omega_1 t + \frac{B}{2} \cos \omega_2 t \quad \text{и} \quad x_2(t) = \frac{A}{2} \cos \omega_1 t - \frac{B}{2} \cos \omega_2 t.$$

В начальный момент времени  $x_{10} = \frac{A}{2} + \frac{B}{2}$  и  $x_{20} = \frac{A}{2} - \frac{B}{2}$ , откуда  $A = x_{10} + x_{20}$  и  $B = x_{10} - x_{20}$ .

Общее решение системы уравнений (1) при условии  $\dot{x}_1(0) = \dot{x}_2(0) = 0$  запишется как

$$x_1 = \frac{x_{10} + x_{20}}{2} \cos \omega_1 t + \frac{x_{10} - x_{20}}{2} \cos \omega_2 t,$$

$$x_2 = \frac{x_{10} + x_{20}}{2} \cos \omega_1 t - \frac{x_{10} - x_{20}}{2} \cos \omega_2 t.$$

Отсюда видно, что движение каждого груза представляет суперпозицию двух колебаний с нормальными частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$ . При этом, вообще говоря, будут наблюдаться биения. Однако специальным подбором начальных отклонений можно добиться того, что колебания с той или иной частотой возбуждаться не будут.

Действительно, пусть  $x_{10} = x_{20}$ , т. е. оба маятника отклонены вверх (или вниз) на одинаковую величину от положения равновесия. При этом оба груза будут колебаться синфазно с частотой  $\omega_1 = \omega_0$ . Если  $x_{10} = -x_{20}$ , т. е. грузы отклонены на одинаковую величину от положения равновесия, но в разные стороны, то оба груза будут колебаться в противофазе с частотой  $\omega_2$ .

Биения лучше всего наблюдать, когда начальное отклонение одного из грузов равно нулю.

Пусть  $x_{20} = 0$ , тогда

$$x_1(t) = \frac{x_{10}}{2} \cos \omega_1 t + \frac{x_{10}}{2} \cos \omega_2 t,$$

$$x_2(t) = \frac{x_{10}}{2} \cos \omega_1 t - \frac{x_{10}}{2} \cos \omega_2 t.$$

Используя известные тригонометрические соотношения, получим

$$x_1 = x_{10} \cos \left( \frac{\omega_2 - \omega_1}{2} t \right) \cos \left( \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t \right),$$

$$x_2 = x_{10} \sin \left( \frac{\omega_2 - \omega_1}{2} t \right) \sin \left( \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t \right).$$

Так как связь по условию задачи слабая, т. е.  $k_{12} \ll k$ , то  $\omega_2 - \omega_1 \ll \omega_1$ , поэтому  $\cos \left( \frac{\omega_2 - \omega_1}{2} t \right)$  будет изменяться более медленно, чем  $\cos \left( \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t \right)$ .

Это позволяет рассматривать движение грузов как колебание с частотой  $\bar{\omega} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$  и сравнительно медленно меняющейся амплитудой.

В начальный момент второй груз покоится, т. е. амплитуда колебаний равна нулю. Через некоторое время колебания станут заметны, и через время

$\frac{\tau}{2} = \frac{\pi}{\omega_2 - \omega_1}$  амплитуда колебаний станет максимальной, после чего вновь начнет уменьшаться и обратится в нуль в момент  $\tau = \frac{2\pi}{\omega_2 - \omega_1}$ .

Период биеия определяется как время между двумя последующими минимальными значениями амплитуды. В нашем случае период биеия равен времени между двумя последующими моментами, когда амплитуда колебаний одного из грузов обращается в нуль, т. е. период биеия равен  $\tau = \frac{2\pi}{\omega_2 - \omega_1}$ , откуда частота биеия равняется просто разности нормальных частот

$$\omega_6 = \omega_2 - \omega_1.$$

Это соотношение выполняется в самом общем случае.

**Описание прибора.** Прибор состоит из двух одинаковых пружинных маятников 6 (рис. 42), подвешенных один под другим и связанных при помощи пружины.

Для того чтобы добиться строго одинаковой частоты колебания обоих маятников, длина рабочей части пружины нижнего маятника может несколько изменяться путем перемещения пружины вверх или вниз и закрепления ее верхнего конца в нужном положении.

Для отклонения маятников на одинаковую величину вверх и одновременного пуска их имеется специальное пусковое устройство. Оно состоит из вертикальной штанги 7 (рис. 42) с двумя платформами 5. Платформы можно перемещать по штанге и закреплять в нужном положении. Штанга свободно перемещается вверх и вниз внутри двух направляющих муфт 4. Нижнее положение штанги ограничивается стопором 1 или шаблоном 2, который закладывается между стопором и штангой. В верхнем положении штанга закрепляется с помощью задерживающего устройства 3.

**Измерения.** В задаче требуется определить частоту собственных колебаний, обе нормальные частоты и частоту биеений для различных пружин связи.

Прежде всего следует убедиться в том, что собственные частоты у обоих маятников совпадают с достаточной точностью. Для этого нужно в отсутствие связи привести оба маятника в синфазные колебания и проследить, появляется ли после достаточно большого числа

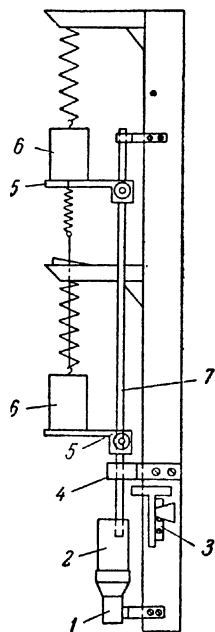


Рис. 42.

колебаний (порядка 100—200 полных колебаний) заметный сдвиг по фазе. Если сдвиг обнаружен не будет, значит, установка отрегулирована правильно. В противном случае придется изменить рабочую длину нижней пружины, однако делать это без разрешения преподавателя или лаборанта не рекомендуется. Частота собственных колебаний определяется путем измерения времени не меньше чем 100 полных колебаний одного из маятников. Таких измерений нужно произвести несколько для одного и другого маятника, чтобы исключить ошибку в счете и оценить ошибку измерения.

Для того чтобы наблюдать «чистые» колебания с меньшей нормальной частотой, т. е. синфазные колебания без биений при наличии связи, необходимо отклонить оба груза  $b$  на одинаковую высоту и одновременно отпустить. Для этого нужно приподнять штангу  $7$  на величину, определяемую специальным шаблоном  $2$ , который подкладывается вниз под штангу (рис. 42). После этого надо подвести платформы  $5$  под оба груза  $b$  и закрепить их так, чтобы они только касались грузов и не выводили их из положения равновесия. Затем поднять штангу и закрепить ее в верхнем положении с помощью специального задерживающего устройства  $3$ . При этом оба груза получат одинаковые отклонения вверх. Если теперь убрать шаблон и отпустить штангу, то оба груза придут в колебания с нормальной частотой  $\omega_1$ . При этом пружина связи в процессе колебания не должна деформироваться.

Для определения частоты  $\omega_1$  нужно измерить время 100 полных колебаний одного из грузов.

Для возбуждения нормальных колебаний с частотой  $\omega_2$  необходимо оба груза отклонить на одинаковые расстояния, но в разные стороны. Для этого нужно с помощью нитки, которая пропускается внутрь пружины, стянуть пружину связи, но так, чтобы она была еще в растянутом состоянии. При этом будет выполнено условие  $x_{10} = -x_{20}$ . Если после того, как грузы успокоились, пережечь нитку, то оба груза начнут колебаться в противофазе с частотой  $\omega_2$ . При этом не должно наблюдаться никаких биений.

Для определения частоты  $\omega_2$  измеряется время 100 полных колебаний.

Для возбуждения колебаний с биениями один из грузов отводится из положения равновесия на некоторую величину. При этом отклонение должно быть таким, чтобы пружина связи в процессе колебаний все время оставалась в натянутом состоянии. При таком способе возбуждения начальное смещение второго груза не будет в точности равно нулю, но оно будет мало вследствие условия  $k_{12} \ll k$ . Для определения частоты биений нужно измерить время, равное 10—20 периодам биений. Полученные значения для нормальных частот и частоты биения нужно сравнить с теоретическими.

Жесткость пружины связи  $k_{12}$  определяется на установке задачи 19 описанным там способом, а жесткость основных пружин

$k$  определяется по частоте собственных колебаний, так как массы обоих грузов даны.

Измерения нужно провести для 2—3 различных пружин связи.

#### ЛИТЕРАТУРА

С. П. Стрелков, Механика, § 133, 135, 136, Гостехиздат, 1956.

#### СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

С. П. Стрелков, Введение в теорию колебаний, ч. II, гл. I, Гостехиздат, 1951.

### ЗАДАЧА 22

#### ИССЛЕДОВАНИЕ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ СТРУНЫ МЕТОДОМ РЕЗОНАНСА

**Введение.** Гибкая однородная нить (струна), натянутая между двумя точками и выведенная из положения равновесия, может совершать колебания различного вида. В струне могут установиться стоячие волны (на концах струны мы всегда имеем узел смещения), при этом на длине струны  $l$  будет укладываться всегда целое число стоячих волн, а так как расстояние между двумя соседними точками струны, колеблющимися с одинаковой амплитудой, равно половине длины бегущей волны, то можно написать

$$\frac{\lambda}{2} n = l, \quad (1)$$

где  $n$  — целое число (1, 2, 3 и т. д.). Так как длина волны связана со скоростью распространения импульса деформации вдоль струны  $c$  и частотой колебаний струны  $\nu$  соотношением  $\lambda = \frac{c}{\nu}$ , то

$$\nu = \frac{n}{2l} c. \quad (2)$$

Струна, следовательно, может колебаться не с одной частотой, а с целым спектром частот, что соответствует тому факту, что струна может рассматриваться как система, состоящая из бесконечного числа материальных точек.

Опыт показывает, что скорость распространения импульса деформаций вдоль струны определяется величиной натяжения  $T$  струны и линейной плотностью  $\rho$  материала струны, т. е.

$$c = \varphi(T, \rho).$$



Эта зависимость может быть раскрыта, если применить метод размерностей. Пусть

$$c = \varphi(T, \rho) = T^m \rho^n,$$

но  $[T] = MLT^{-2}$ ,  $[\rho] = ML^{-1}$ ,  $[c] = LT^{-1}$  ( $M$  — масса,  $L$  — длина,  $T$  — время), следовательно,

$$(LT^{-1}) = (MLT^{-2})^m (ML^{-1})^n.$$

Приравнявая показатели степеней левой и правой частей уравнения, получим  $m - n = 1$ ,  $1 = 2m$ ,  $m + n = 0$ , откуда  $m = \frac{1}{2}$ ,  $n = -\frac{1}{2}$ . Таким образом, имеем

$$c = \varphi(T, \rho) = T^m \rho^n = \sqrt{\frac{T}{\rho}}.$$

Отсюда получаем окончательное выражение для частот колебаний струны

$$\nu = \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{T}{\rho}}. \quad (3)$$

Это частота наиболее простых так называемых собственных или нормальных колебаний струн. Наиболее общим случаем колебаний струн является колебание, в котором одновременно присутствуют все  $n$  собственных колебаний. Любое сложное колебание струны может быть представлено как наложение (суперпозиция) многих собственных колебаний, отличающихся не только величинами своих амплитуд, но и

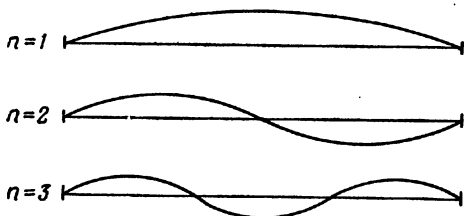


Рис. 43.

величинами своих амплитуд для отдельных точек струны. Распределение амплитуд отдельных точек струны при собственных колебаниях для различных значений  $n$  имеет вид, изображенный на рис. 43.

Целью настоящей задачи является получение на струне стоячих волн наблюдение картины распределения амплитуд и количественная проверка формулы (3) для частот колебаний струны. При этом величины  $\rho$ ,  $l$  и  $\nu$  остаются постоянными, изменяется только величина  $T$ , что ведет к изменению  $n$ .

## Упражнение 1

## Горизонтальная струна

Принадлежности: 1) установка, 2) разновесы, 3) масштабная линейка, 4) небольшой отрезок применяемой струны.

**Описание установки.** Установка (рис. 44) состоит из струны 1, натягиваемой нитью при помощи валика 2 и связанной с ним червячной передачи. Струна соединена с нитью посредством мягкой стальной пружины 3 с указателем, положение которого может быть

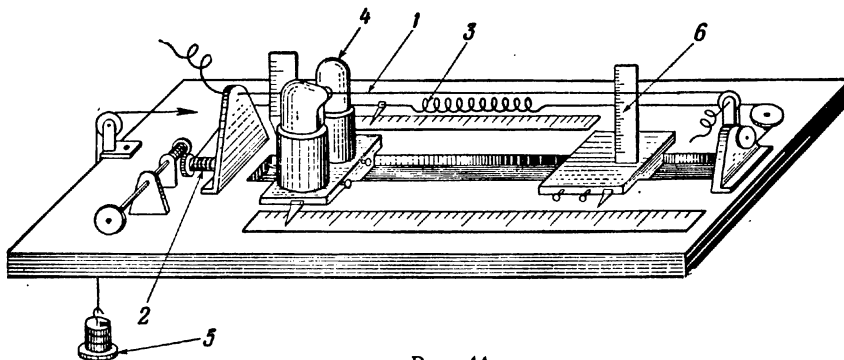


Рис. 44.

отсчитано по шкале. По деформации этой пружины судят о величине натяжения струны.

Внешнее периодическое воздействие, необходимое для колебаний струны, создается тем, что по струне пропускается переменный ток с частотой  $\nu = 50 \text{ сек}^{-1}$ , а сама струна помещается между полюсами электромагнита 4. Благодаря этому на струну действует внешняя периодическая сила, частота изменения которой также равна  $50 \text{ сек}^{-1}$ .

Передвижением электромагнита вдоль струны достигается перемещение по струне точки приложения внешней силы. Струна должна быть из немагнитного материала, иначе она будет притянута к одному из полюсов электромагнита и ее колебания будут нарушены.

На рис. 45 изображены электрические схемы включения струны (а) и электромагнита (б).

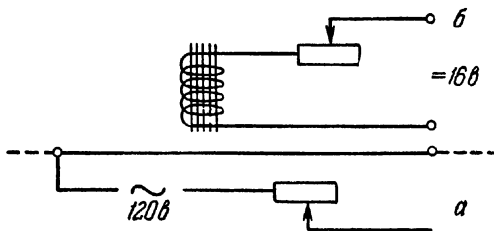


Рис. 45.

**Измерения.** Прежде всего производят градуировку пружины; с ее конца снимают нить, навитую на валик, и к нему прикрепляют другую нить, несущую платформу (5 на рис. 44); нагружают платформу различными грузами известного веса и одновременно фиксируют положение указателя пружины на шкале и вес соответствующих грузов. Полученные таким образом данные дают возможность построить график зависимости натяжения струны  $T$  от деформации пружины  $k$ ,  $T = \varphi(k)$ . Затем, сняв нить с платформой, к концу пружины вновь прикрепляют конец нити, идущей на валик, и вращением червячной передачи натягивают пружину. Зная показания  $k$ , теперь легко по графику определить натяжение струны  $T$ .

После этого устанавливают электромагнит так, чтобы середина струны оказалась между его полюсами, и включают постоянный ток, идущий через обмотку электромагнита, и переменный ток, проходящий через струну. Медленно увеличивая натяжение струны, добиваются устойчивых колебаний ее при  $n = 1$  (см. распределение амплитуд точек струны при  $n = 1$  на рис. 43).

После получения устойчивых колебаний производят отсчет амплитуд колебаний отдельных точек струны (не менее 10) при помощи прозрачной шкалы (6 на рис. 44), могущей скользить вдоль струны. (Если амплитуды колебаний очень малы, необходимо увеличить силу тока, идущего по струне, или увеличить силу тока в обмотке электромагнита.)

Устанавливая электромагнит на расстоянии  $\frac{1}{4}$  и  $\frac{1}{6}$  длины струны и добиваясь устойчивых колебаний струны при  $n = 2$  и  $n = 3$ , измеряют амплитуды колебаний отдельных ее точек.

Пользуясь полученными данными, строят графики распределения амплитуд при  $n = 1$ ,  $n = 2$ ,  $n = 3$  и сравнивают их с теоретическими, нанося на те же графики теоретические синусоиды.

Проверка формулы (3) заключается в том, что, полагая в ней  $v = 50 \text{ сек}^{-1}$ , зная  $l$ ,  $n$  и  $T$ , определяют линейную плотность  $\rho$  материала струны. Длину струны  $l$  измеряют непосредственно масштабной линейкой,  $n$  определяют из картины распределения амплитуд, а  $T$  определяют по ранее построенному графику.

Затем сравнивают полученное таким образом значение  $\rho$  с плотностью, измеренной путем взвешивания образца проволоки струны, длина которого предварительно измерена.

## Упражнение 2

### Вертикальная струна

**Принадлежности:** 1) установка, 2) разновесы и сухой песок, 3) масштабная линейка, 4) небольшой отрезок струны.

**Описание установки.** Струна  $A$  (рис. 46) может быть из материала, который не проводит электрический ток. Внешнее периодическое

воздействие на струну осуществляется в верхней точке, где конец струны прикреплен к железной пластинке *В*. Конец этой пластины находится между полюсами электромагнита *С*, питаемого переменным током частотой в 50 гц.

Сама пластинка является частью магнитной цепи электромагнита *Д*, питаемого постоянным током, изменение которого позволяет изменять амплитуду колебаний пластинки, а следовательно и струны.

Нижний конец струны прикреплен к концу рычага *Е* с осью вращения в точке *О*. Ниже подвешена платформа *М* и ведро *Н*, на другом конце рычага *Е* может перемещаться и закрепляться груз *Р*. Вес платформы и ведерка может быть уравновешен этим грузом.

Натяжение струны определяется весом груза на платформе и весом песка в ведре. Пользование песком позволяет незначительно изменять величину натяжения, вес песка определяется на весах.

Для наблюдения фигур, принимаемых струной, применяется стробоскопическое освещение. Для этого за матовым стеклом *С*, в коробе *Т*, помещена лампа дневного света, включаемая в цепь переменного тока (50 гц, 220 в). Струна, совершающая 50 полных колебаний в секунду и освещаемая лампой, дающей 100 вспышек в секунду, кажется неподвижной в своих двух крайних положениях.

**Измерения.** Уравновешивают рычаг *Е*, включают цепи освещающей лампы, электромагнитов. На платформу постепенно накладывают гири, в ведро насыпают песок, добиваясь того, чтобы струна давала устойчивую картину основного тона. Пользуясь шкалами *Q*, измеряют амплитуды колебаний в различных точках (не менее 10) струны. По полученным данным строят график зависимости амплитуды колебаний от координаты точки струны. Полученную кривую необходимо сравнить с теоретической синусоидой, амплитуда которой равна амплитуде экспериментальной кривой. На том же листе бумаги строят такую синусоиду.

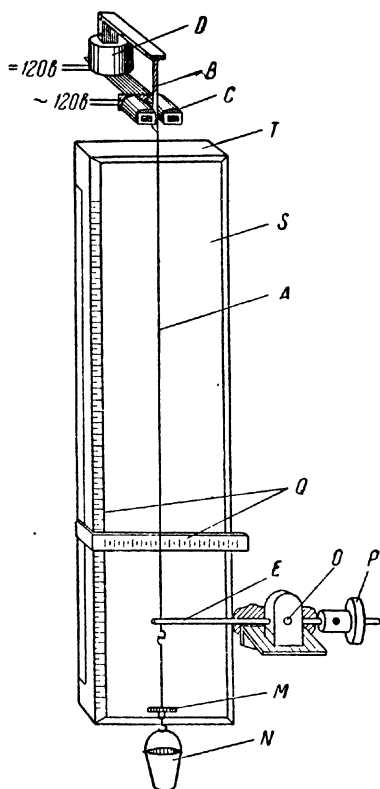


Рис. 46.

Совершенно так же поступают для двух следующих обертонов струны. По формуле  $v = \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{T}{\rho}}$  при  $n = 1$ , зная  $v$  (50 гц),  $T$  и  $l$ , определяют величину линейной плотности струны  $\rho$  (длину струны  $l$  измеряют масштабной линейкой).

#### ЛИТЕРАТУРА

С. П. Стрелков, Механика, § 138, 143, Гостехиздат, 1956.

#### ЗАДАЧА 23

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ЗВУКА В ТВЕРДЫХ ТЕЛАХ МЕТОДОМ КУНДА

Принадлежности: 1) установка, 2) миллиметровая линейка, 3) термометр.

**Теория.** При переходе акустических волн из одной среды в другую частота колебаний сохраняется, но изменяется скорость распространения волн, что приводит к изменению длины волны.

Для двух сред можно написать  $v_1 = \lambda_1 \nu$ ,  $v_2 = \lambda_2 \nu$ , где  $v_1$  и  $v_2$  — скорости распространения волн в средах 1 и 2,  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  — длины волн в этих средах,  $\nu$  — частота колебаний. Эти уравнения дают

$$v_1 = v_2 \frac{\lambda_1}{\lambda_2}.$$

Если одна из сред, например 2, — газ (воздух), то скорость звука определяется по формуле Лапласа

$$v_2 = \sqrt{\frac{p}{\rho} \gamma},$$

где  $p$  — давление воздуха,  $\rho$  — его плотность,  $\gamma$  — отношение удельных теплоемкостей ( $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ ).

Учет изменения плотности газа с изменением температуры ( $\rho = \frac{\rho_0}{1 + \alpha t}$ ) приводит к выражению

$$v_2 = \sqrt{\frac{p}{\rho} \gamma (1 + \alpha t)} = v_0 \sqrt{1 + \alpha t},$$

где  $\alpha$  — коэффициент расширения воздуха,  $t$  — температура в градусах Цельсия,  $\rho_0$  — плотность при  $t = 0^\circ\text{C}$ ,  $v_0$  — скорость распространения звуковых волн при нуле градусов Цельсия, равная 331 м/сек,  $\alpha$  для влажного воздуха может быть принятый равной 0,004.

Пользуясь выражением для  $v_2$ , получаем

$$v_1 = v_0 \sqrt{1 + \alpha t \frac{\lambda_1}{\lambda_2}}. \quad (1)$$

**Описание прибора и измерения.** Прибор Кундта (рис 47) состоит из стеклянной трубы  $A$ , закрытой с одного конца, и стержня  $B$  из материала, в котором хотят измерить скорость распространения звука, с легким диском  $C$  на одном конце.

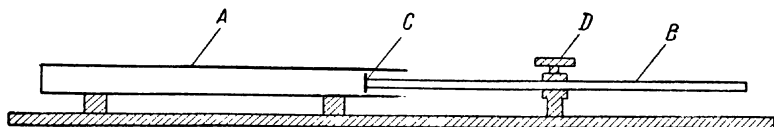


Рис. 47.

Зажимом  $D$  стержни поочередно закрепляются на своей середине. В трубку насыпают немного пробковых опилок и, положив ее на подставку, располагают стержень так, чтобы диск вошел в трубу на небольшое расстояние, не касаясь ее стенок.

Свободный конец стержня натирают в направлении от середины фланелью, покрытой канифолью, возбуждая тем самым собственные продольные колебания частиц стержня. При принятом здесь способе возбуждения возникают в основном собственные колебания с минимальной частотой. Они представляют стоячие волны. В месте зажима стержня частицы находятся в покое (амплитуда колебаний равна нулю). Здесь узел смещения и скоростей. Во всех остальных сечениях стержня амплитуды колебаний не равны нулю и возрастают к концам стержня, где имеются пучности смещений и скоростей. На стержне длины  $L$  укладывается половина длины волны  $\lambda$ , поэтому имеем

$$L = \frac{1}{2} \lambda_1. \quad (2)$$

В полости трубы (в воздухе) также устанавливаются колебания, которые распределяют пробковые опилки в характерные фигуры Кундта. Когда расстояние от диска до закрытого конца трубы будет равно целому числу полуволен, фигуры Кундта образуются особенно легко и ясно, что объясняется совпадением частоты колебаний стержня с одной из собственных частот столба воздуха в трубе. В результате такого совпадения увеличивается амплитуда колебаний столба воздуха в трубе (резонанс).

Чтобы получить отчетливые фигуры Кундта, необходимо при возбуждении колебаний (натирании стержня) трубу несколько смещать в одну или другую сторону, изменяя тем самым частоты собственных колебаний столба воздуха в трубе и добиваясь совпадения одной из этих частот с частотой колебаний стержня.

Получив отчетливые фигуры, измеряют (линейкой с миллиметровыми делениями) длину нескольких фигур, определяют среднюю длину одной фигуры. Ясно, что длина одной фигуры  $l$  равна половине длины волны  $\lambda_2$ , распространяющейся в воздухе, т. е.

$$l = \frac{1}{2} \lambda_2. \quad (3)$$

Если измерить длину стержня  $L = \frac{1}{2} \lambda_1$  и длину фигуры Кундта  $l = \frac{1}{2} \lambda_2$  и знать скорость распространения звука  $v_0$  в воздухе при температуре  $0^\circ \text{C}$ , можно вычислить скорость распространения звуковой волны в стержне по формуле

$$v_1 = v_0 \sqrt{1 + \alpha t} \frac{L}{l}.$$

Длина стержня  $L$  измеряется линейкой с миллиметровыми делениями, температура  $t$  по термометру, находящемуся в комнате. Измерения производят для трех стержней. Все измерения следует производить не менее трех раз, пользуясь средним арифметическим значением искомой величины.

Определив скорость  $v_1$  для всех стержней, зная плотность материала их, определяют модуль Юнга  $E$  материала стержней, так как

$$v_1 = \sqrt{\frac{E}{\rho}}.$$

Полученные значения для модуля Юнга следует сравнить с табличными данными.

#### ЛИТЕРАТУРА

С. П. Стрелков, Механика, § 138, 139, 141, 142, 143, Гостехиздат, 1956

#### ЗАДАЧА 24

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ЗВУКА И МОДУЛЯ ЮНГА В ТВЕРДЫХ ТЕЛАХ

Принадлежности: 1) прибор (с держателем стержня, возбуждателем и приемником), 2) исследуемые стержни, 3) катодный осциллограф ЭО-4, 4) звуковой генератор ЗГ-2А.

Целью работы является определение скорости звука и модуля Юнга путем измерения резонансных частот продольных звуковых колебаний в стержнях, изготовленных из слабопоглощающих звук материалов (металлы).

При распространении звука в изотропных твердых телах наблюдаются как продольные, так и поперечные волны, причем ско-

рость их распространения различна и зависит от упругих свойств тел, через которые проходит волна. Теоретический анализ этого процесса довольно сложен. В случае продольных волн теория дает следующее соотношение для скорости звука в стержне, длина которого велика по сравнению с линейными размерами его сечения:

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad (1)$$

где  $c$  — скорость распространения продольной звуковой волны,  $E$  — модуль Юнга материала, из которого сделан стержень, и  $\rho$  — его плотность.

Для возбуждения продольных колебаний в стержне достаточно каким-либо образом вызывать в одном из его концов попеременное сжатие и растяжение в направлении длины. Благодаря очень малому затуханию упругой волны в стержне и ее полному отражению на границе раздела стержень — воздух при определенных частотах колебаний устанавливаются стоячие волны. Если стержень закреплен посередине, то при таком возбуждении узел стоячей волны приходится в месте зажима, а пучности — на концах стержня. В этом случае на стержне укладывается нечетное число  $\lambda/2$ , так как расстояние между узлами равно половине длины волны. Это условие можно записать так:

$$L = (2n + 1) \frac{\lambda}{2},$$

где  $L$  — длина стержня,  $\lambda$  — длина бегущей волны. Воспользовавшись равенством

$$c = \lambda \nu,$$

можно получить формулу для скорости распространения продольной звуковой волны в стержне

$$c = \frac{2L}{2n + 1} \nu, \quad (2)$$

где  $\nu$  — частота колебаний.

Определив резонансные частоты  $\nu$ , при которых устанавливаются стоячие волны, можно найти скорость распространения продольных волн в стержне (формула (2)), а отсюда и модуль Юнга (формула (1)).

**Описание установки.** Схема установки представлена на рис. 48.

Установка состоит из звукового генератора  $I$ , прибора  $II$  с держателем стержня и двумя электромагнитами для возбуждения и приема продольных колебаний и катодного осциллографа  $III$ . Исследуемый стержень  $1$  закрепляется зажимом  $2$  на своей середине

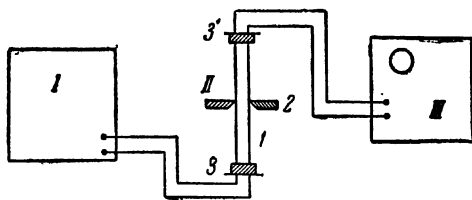


Рис. 48.



так<sup>1)</sup>, чтобы его нижний и верхний концы были расположены против полюсов возбудителя  $\mathcal{Z}$  и приемника  $\mathcal{Z}'$ . Для усиления возбуждения продольных колебаний возбудитель и приемник необходимо расположить более близко у концов стержня, что достигается при помощи микровинтов, жестко связанных с упомянутыми электромагнитами. Переменное электрическое напряжение от генератора ЗГ-2А<sup>2)</sup> подводится к катушке возбуждения. В результате на нижний конец стержня будет действовать периодическая сила с частотой, равной частоте генератора, и в ферромагнитном стержне возбудятся продольные волны. Если стержень сделан из немагнитного материала, то для возбуждения продольных волн к его концам приклеивают тонкие пластинки из мягкого железа.

Верхняя электромагнитная катушка — приемник  $\mathcal{Z}'$  — является преобразователем звуковых колебаний в электрические. Она присоединяется к клеммам «вход вертикального усилителя» катодного осциллографа. Усиленные электрические колебания, поступающие от приемника, и наблюдаются на экране осциллографа<sup>3)</sup>. Постепенно изменяя частоту колебаний напряжения, подаваемого на возбудитель от генератора, можно добиться резонанса, т. е. совпадения частоты указанных колебаний с одной из частот собственных колебаний стержня.

Возрастание амплитуды на экране осциллографа может произойти и в результате резонанса поперечных колебаний исследуемого стержня (отдельные сечения стержня смещаются перпендикулярно к его оси). Этот эффект выражен тем сильнее, чем дальше отстоят свободные концы стержня от возбудителя и приемника и относительно их нарушена центровка стержня.

Катушки электромагнитов должны иметь постоянные магниты, при этом напряженность магнитного поля магнитов должна быть не меньше (лучше, если больше), чем напряженность магнитного поля катушек электромагнитов в результате прохождения переменного тока. Только в этом случае частота возбуждающей силы будет равна частоте звукового генератора. Если в катушке электромагнита постоянный магнит заменен сердечником из мягкого железа, то электромагнит будет притягивать стержень с удвоенной частотой (два раза за период переменного тока независимо от его направления) и частота возбуждающей силы будет в два раза больше.

**Измерения.** Собирают установку по схеме рис. 48.

Пользуясь микровинтами, приближают возбудитель  $\mathcal{Z}$  и приемник  $\mathcal{Z}'$  к соответствующим концам стержня до воздушного зазора, равного 0,1—0,2 мм. Напряжение на выходе звукового генератора ЗГ-2А устанавливается на максимум. Наблюдая за экраном катодного осциллографа, медленно вращают лимб «установка частоты»

<sup>1)</sup> Стержень должен быть закреплен строго в середине (с точностью до одного миллиметра). Неточное закрепление влияет на результаты измерений.

<sup>2)</sup> Генератор ЗГ-2А представляет собой прибор, в котором можно получать электрические колебания, лежащие в области звуковой частоты (20—20 000 гц) Подробные сведения об этом генераторе даются в справочнике Г. П. Шкурина [2]

<sup>3)</sup> В данной работе используется осциллограф ЭО-4 (см. задачу 90).

звукового генератора до тех пор, пока не наступает возрастание амплитуды колебаний на экране катодного осциллографа. Соответствующую частоту колебаний отсчитывают по лимбу генератора <sup>1)</sup>. Особенно сильное возрастание амплитуды колебаний наблюдается при основном резонансе.

Повышая частоту звукового генератора, находят другие возможные резонансные частоты стержня.

Пользуясь формулами (2) и (1), определяют скорость распространения продольных волн и модуль Юнга стержня.

Указанные измерения проводят со стержнями различной длины, изготовленными из железа, стали, латуни и алюминия.

Для одного из стержней снимают резонансную кривую, измеряя изменение амплитуды колебаний на экране катодного осциллографа. По полученным данным строят резонансную кривую.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. С. П. Стрелков, Механика, гл. XI, Гостехиздат, 1956.
2. Г. П. Шкурин, Справочник по электроизмерительным и радиоизмерительным приборам, стр. 584—594, 1955.

#### ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

3. Р. В. Поль, Механика, акустика и учение о теплоте, гл. XI, § 104, 106, 108, 111, 120 Гостехиздат, 1957.

---

<sup>1)</sup> Для металлических стержней, длина которых 300—500 мм, основная резонансная частота равна нескольким килогерцам. Настройку нужно начинать с 3000 гц.

## ЧАСТЬ ВТОРАЯ

# МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

---

### ЗАДАЧА 25

#### ИЗГОТОВЛЕНИЕ И ГРАДУИРОВКА ТЕРМОПАР

Термопарой называется замкнутая электрическая цепь, содержащая два спая различных металлических проводников.

Если температура спаев различна, то в цепи будет идти обусловленный термоэлектродвижущей силой электрический ток. Величина термоэлектродвижущей силы  $E$  пропорциональна разности температур  $t_1 - t_2$

$$E = c(t_1 - t_2), \quad (1)$$

где  $c$  постоянная, если разность температур не очень велика. Величина  $c$  не превышает нескольких десятков микровольт на градус.

Настоящая работа в значительной мере препаративна. В работе производится: 1) изготовление термопары, 2) градуировка термопары, 3) проверка одной точки градуировки по температуре плавления олова ( $232^\circ\text{C}$ ).

#### Упражнение 1

##### Изготовление термопары

Принадлежности: 1) тонкая проволока из различных металлов, 2) милливольтметр, 3) фарфоровые и резиновые трубки.

Схема термопары представлена на рис. 49. Два проводника  $AB$  и  $ACDB$  из различных материалов имеют общие точки  $A$  и  $B$ , где они сварены друг с другом. К точкам  $C$  и  $D$  может подключаться милливольтметр.

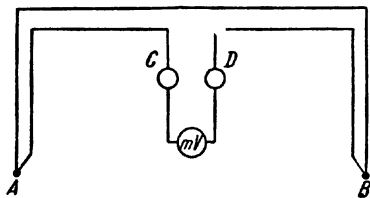


Рис. 49.

Длина проводника  $AB$  60 см,  $AC$  40 см,  $DB$  20 см. Изготовление термопар производится следующим образом: концы двух проводников из различных материалов скручиваются так, чтобы они плотно прилегали друг к другу (можно скреплять их более тонкой проволокой).

Сварка концов производится в пламени электрической дуги. Для этого используется дуговой фонарь (рис. 50) с угольными электродами, укрепленными винтами

в специальных зажимах *A* и *B*. Расстояние между концами углей можно изменять от руки при помощи рукояток *C* и *D*. Угли для предохранения глаз заключены в подъемный кожух (на рисунке не показан).

Зажигание дуги производится только при опущенном кожухе, наблюдение за дугой ведется через цветное стекло в кожухе. Дуга включается в цепь постоянного тока последовательно с реостатом в несколько десятков омов. Полярность углей не безразлична, положительный полюс присоединяется к углю большего диаметра.

Для зажигания дуги включают рубильник (сопротивление реостатов должно быть наибольшим), угли сводят до соприкосновения и сейчас же разводят. Если дуга не появляется, сопротивление, даваемое реостатом, необходимо уменьшить. При правильно подобранном расстоянии между углями накаляются только их концы, дуга не шипит и горит спокойно.

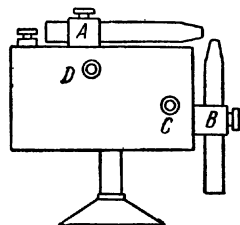


Рис. 50.

Для сварки термопар концы проводников очень осторожно, на время не более одной секунды, вводят в пламя дуги (смотреть на пламя можно только через цветное стекло!). После сварки необходимо убедиться в прочности спая и удалить тонкую проволочку, скреплявшую проводники (если она применялась).

Сваренные проводники осторожно протаскивают отдельно друг от друга через два канала в фарфоровой трубке длиной в 10 см. Необходимо, чтобы сваренный конец выступал за торец трубки не более чем на 3—4 мм.

На длинные концы проводников для изоляции их друг от друга надевают тонкие резиновые трубки. Перед сваркой второго конца термопары на длинный проводник лучше надеть фарфоровую трубку (меньшей длины).

После сварки короткий проводник протаскивается через оставшийся свободный канал трубки (сваренный конец должен выступать на 3—4 мм от конца трубки). На оставшийся короткий проводник одевается тонкая резиновая трубка.

Концы проводников термопары из одного материала присоединяются к клеммам (см. ниже).

### Упражнение 2

#### Градуировка термопар

Принадлежности: 1) электрическая печь, 2) термометры, 3) термопары, 4) милливольтметр.

Градуируется не только изготовленная термопара, но и еще три готовых. Один конец изготовленной термопары вставляется

в керамическую крышку печи, другой в сосуд с маслом (так же, как и готовые термопары).

Температура в полости печи может достигать  $250^{\circ}\text{C}$  и измеряется термометром, вставленным в отверстие крышки. Температура масла также измеряется термометром и остается практически постоянной, так как сосуд имеет двойные стенки, омываемые проточной водой. Питание печи производится переменным током, в цепь включается автотрансформатор с ограничителем подаваемого на печь напряжения.

Концы всех термопар присоединены к клеммам, укрепленным на колодке около сосуда с маслом. Применяющийся милливольтметр с вилкой, вставляемой в ту или иную пару клемм, может замыкать цепь любой термопары.

Градуируют все термопары одновременно. Для этого включают нагрев печи и через каждые  $15\text{--}20^{\circ}\text{C}$  замечают показания термометра печи и милливольтметра, включаемого поочередно на все четыре термопары.

Следует быть осторожным и не спутать, какие показания к какой термопаре относятся. Когда температура достигнет  $250^{\circ}\text{C}$ , нагрев печи выключают. Следует воспользоваться падением температуры и вновь произвести отсчет показаний милливольтметра через каждые  $15\text{--}20^{\circ}\text{C}$  для всех термопар.

Полученный экспериментальный материал необходимо представить в виде графиков  $n = f(t_1 - t_2)$ , где  $n$  — показания милливольтметра,  $(t_1 - t_2)$  — разность показаний термометров печи и сосуда с маслом. Все графики следует дать на одном листе бумаги в одном масштабе (для сравнения).

### *Упражнение 3*

#### **Проверка градуировки термопары по температуре плавления олова**

**П р и н а д л е ж н о с т и:** 1) электрическая печь, 2) термопара (изготовленная), 3) милливольтметр, 4) тигель с оловом.

Для того чтобы убедиться в том, что изготовленная термопара проградуирована правильно, ее в прежних условиях проверяют по температуре плавления олова ( $232^{\circ}\text{C}$ ).

Для этого в печь помещают фарфоровый тигель с оловом. Печь закрывается другой крышкой (крышка с тремя термопарами и термометром ставится на специальную подставку).

Изготовленная термопара вставляется в отверстие крышки так, чтобы конец термопары мог погрузиться в расплавленное олово, не касаясь дна и стенок тигеля. Милливольтметр должен быть включен на исследуемую термопару.

Включают печь. Убедившись, что олово расплавилось и конец термопары погружен в олово, печь выключают.

При охлаждении печи через каждые 5 минут фиксируют положение стрелки на шкале милливольтметра. Следует сразу же строить график кривой охлаждения, т. е. зависимость показаний милливольтметра (температуры) от времени.

Из графика становится видно, что до температуры плавления олова наблюдается сравнительно быстрое уменьшение показаний прибора. При температуре плавления олова, когда оно кристаллизуется, кривая зависимости температуры от времени становится параллельной оси времени. После кристаллизации олова температура в тигле быстро уменьшается.

После этого печь включают снова и совершенно так же снимают кривую нагревания (график строят на прежнем листе бумаги). Когда олово вновь расплавится, печь выключают, термопару вынимают из печи.

По двум полученным кривым, усредняя, определяют показание  $n'$  милливольтметра, соответствующее температуре плавления олова ( $232^\circ \text{C}$ ). Эти две цифры позволяют нанести на ранее полученный график изготовленной термопары еще одну точку. Если градуировка была произведена правильно, эта точка должна совпасть с точкой, лежащей на кривой градуировки.

Недопустимо: 1. Вставлять в печь с расплавленным оловом ртутный термометр.

2. Погружать в расплавленное олово остальные термопары.

#### ЛИТЕРАТУРА

С. Г. К л а ш н и к о в, Электричество, § 225, 226, Гостехиздат, 1956.

#### СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

М. М. П о п о в, Термометрия и калориметрия, гл. 5, Изд. МГУ, 1954.

#### З А Д А Ч А 26

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ МЕХАНИЧЕСКОГО ЭКВИВАЛЕНТА ТЕПЛА

П р и н а д л е ж н о с т и: 1) прибор Джоуля, 2) два термометра, 3) электромотор с реостатом, шкивом и ключом, 4) лупа или измерительный микроскоп (МИР-1).

**Введение.** Теплота может быть переведена в механическую работу, а механическая работа может быть переведена в теплоту. Если некоторое количество теплоты  $Q$  эквивалентно некоторому количеству работы  $A$ , т. е. одно из них, например  $A$ , затрачивается при получении другого  $Q$ , то между ними существует соотношение

$$A = jQ, \quad (1)$$

где  $j$  — постоянное число, которое, как известно, принято называть *механическим эквивалентом теплоты*. Оно показывает, какое количество единиц работы надо затратить, чтобы получить одну единицу теплоты; можно еще сказать, что механический эквивалент теплоты является тем множителем, который позволяет переходить от механических единиц к тепловым или обратно. Механический эквивалент теплоты выражают иногда в килограммометрах на большую калорию, иногда в эргах на малую калорию.

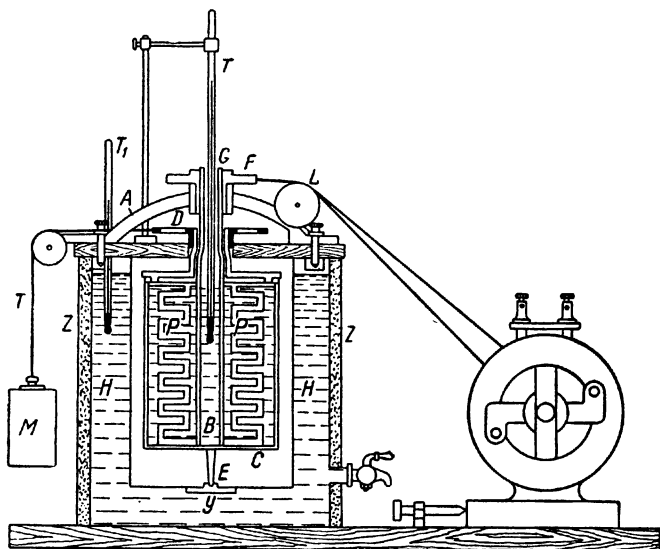


Рис. 51.

Величину механического эквивалента определяют на опыте; ее находят, измеряя возможно точно величины  $A$  и  $Q$ , т. е. заставляя на опыте определенное количество работы превращаться в теплоту. Существует несколько экспериментальных методов определения механического эквивалента теплоты; ниже приводится несколько измененный способ Джоуля.

**Описание прибора.** Прибор состоит из латунного никелированного калориметра  $C$  (рис. 51), который помещается в обернутой войлоком оболочке  $ZZ$ ; последняя наполняется водой комнатной температуры и служит для защиты от случайных колебаний температуры. Калориметр неизменно соединен со шкивом  $D$ , а снизу свободно упирается острием  $E$  в коническое углубление  $y$ . Сверху калориметр поддерживается вставляемой в него латунной трубкой  $GB$  с лопатками  $PP$ , которая в свою очередь опирается на неподвижный подшипник  $A$ . На конец  $G$  этой трубки насажен шкив  $F$ ,

соединенный с мотором бесконечным ремнем. Счетчик, не показанный на рисунке, отмечает обороты шкива  $F$ , а следовательно и лопаток  $PP$ . Число оборотов мотора регулируется реостатом, также не показанным на рисунке.

Лопатки  $PP$ , вращаясь, приводят во вращение жидкость. Механическая работа при этом благодаря вязкости жидкости переходит в теплоту; температура жидкости повышается. Из-за наличия сил внутреннего трения начнет вращаться и сам калориметр. Этому вращению препятствует груз  $M$ , привязанный к нити  $T$ , которая намотана на шкив  $D$ . Сила тяжести груза создает момент по направлению, противоположному моменту силы натяжения ремня мотора. Изменяя реостатом скорость вращения мотора, а следовательно и лопаток, можно сделать эти два момента равными по величине; калориметр вращаться не будет, груз  $M$  будет неподвижно висеть на нити, а механическая работа в этом случае целиком превратится в теплоту.

**Теория.** Как известно, для случая вращательного движения величину работы можно выразить следующим образом:

$$A = M\varphi,$$

где  $M$  есть момент силы, производящей работу, и  $\varphi$  — угол поворота; поэтому величина механической работы  $A$ , которая соответствует числу  $N$  оборотов лопаток, очевидно, будет равна

$$A = 2\pi N R F, \quad (2)$$

где  $R$  — радиус шкива  $D$ ,  $F$  — вес груза  $M$ .

С другой стороны, количество теплоты  $Q$ , выделенной в калориметре, равно

$$Q = (P + w) \Delta t, \quad (3)$$

где  $P$  — произведение массы воды, находящейся в калориметре, на удельную теплоемкость воды,  $w$  — водяной эквивалент калориметра, который можно считать равным произведению массы калориметра на удельную теплоемкость металла калориметра (для латуни  $C = 0,09 \text{ кал/г} \cdot \text{град}$ ),  $\Delta t$  — повышение температуры калориметра.

Из формул (2) и (3) находим, что искомый механический эквивалент  $j$  равен

$$j = \frac{A}{Q} = \frac{2\pi N R F}{(P + w) \Delta t}. \quad (4)$$

Величина  $\Delta t$  — повышение температуры калориметра — определяется из таблицы записи наблюдений показаний термометра для ряда последовательных показаний счетчика.

**Измерения.** Прежде всего взвешивают калориметр. Затем в оболочку  $HH$  наливают воду комнатной температуры. В калориметр  $C$



наливают 1200 г воды при температуре на 1—2° ниже температуры оболочки.

Прибор собирают, как показано на рис. 51, вращающиеся части на подшипниках смазывают, ремень  $FL$  перекидывают через шкив мотора (ключ должен быть разомкнут). Термометры  $T$  и  $T_1$  ставят на место. На нить, перекинутую через блок  $D$ , подвешивают груз  $M$ .

Реостат ставят на максимум сопротивления. Пустив мотор при помощи ключа, постепенно выводят сопротивление, чтобы груз  $M$  приподнялся на 2—5 см и держался на этой высоте.

Пользуясь лупой (лучше МИР-1), следят за ростом температуры воды. Не следует допускать повышения температуры более чем на 2,0—2,5° С. Через каждые 0,5° С по счетчику отсчитывают число оборотов, совершаемых лопатками.

Зная величины  $F$  и  $R$  по формуле (4), определяют значение механического эквивалента теплоты. За истинное значение принимают среднее арифметическое из трех или четырех пар значений величин  $\Delta t$  и  $N$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

С. Э. Фриш и А. В. Тиморева, Курс общей физики, т. I, § 67, Физматгиз, 1962.

#### ЗАДАЧА 27

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕПЛОЕМКОСТИ МЕТАЛЛОВ МЕТОДОМ ОХЛАЖДЕНИЯ

Принадлежности: 1) прибор, 2) набор образцов, 3) секундомер, 4) график.

**Теория метода.** Металлический образец, имеющий температуру выше окружающей среды, будет охлаждаться, причем скорость охлаждения будет зависеть и от величины теплоемкости металла. Сравнивая кривые охлаждения (температуры в функции времени) двух образцов, один из которых служит эталоном (его теплоемкость и скорость охлаждения должны быть известны), можно определить теплоемкость другого, если определить скорость его охлаждения.

Количество тепла, теряемое образцом металла в единицу времени, может быть записано в виде

$$q = \int C\rho \frac{\partial T}{\partial t} dV, \quad (1)$$

где  $C$  — теплоемкость металла,  $\rho$  — его плотность,  $T$  — температура, которая принимается одинаковой во всех точках образца

в силу малости линейных размеров тела и большой теплопроводности металла. Интегрирование здесь ведется по всему объему образца. Эта же величина  $q$  может быть выражена и по закону Ньютона

$$q = \int \alpha (T - T_0) dS, \quad (2)$$

где  $T_0$  — температура окружающей среды,  $\alpha$  — коэффициент теплоотдачи, и интегрирование ведется по всей поверхности образца. Сравнивая (1) и (2), получаем

$$\int C \rho \frac{\partial T}{\partial t} dV = \int \alpha (T - T_0) dS. \quad (3)$$

Полагая, что  $\frac{\partial T}{\partial t}$ ,  $C$  и  $\rho$  не зависят от координат точек объема, а  $\alpha$ ,  $T$  и  $T_0$  не зависят от координат точек поверхности образца, можем написать

$$C \rho \frac{\partial T}{\partial t} V = \alpha (T - T_0) S, \quad (4)$$

где  $V$  — объем всего образца,  $S$  — поверхность всего образца.

Написав полученное соотношение для двух образцов, полагая при этом, что  $S_1 = S_2$ ,  $T_1 = T_2$  и  $\alpha_1 = \alpha_2$ , делением одного выражения на другое получим

$$C_1 = C_2 \frac{m_2}{m_1} \frac{\left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_2}{\left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_1}, \quad (5)$$

где  $m_1 = \rho_1 V_1$  — масса первого образца,  $m_2 = \rho_2 V_2$  — масса второго образца.

**Описание установки и измерения.** Схема установки

изображена на рис. 52. Электропечь  $A$  смонтирована на двух направляющих стержнях, по которым она может перемещаться вверх и вниз (на рисунке стержни не показаны). Образец  $B$  представляет собой цилиндр длиной 30 мм и диаметром 5 мм с высверленным каналом с одного конца. Этим каналом образец помещают на фарфоровую трубку, через которую пропущены проволоки термопары  $C$ . Концы термопары подведены к гальванометру  $G$ . Температура образца отсчитывается прямо по шкале гальванометра, для чего последний снабжен специальным графиком перевода его показаний в значения температуры спая термопары. В начале опыта печь опускается по направляющим стержням вниз настолько, чтобы образец полностью оказался внутри нее, затем включается источник тока. После нагрева образца до температуры 550—600°С печь быстро поднимают вверх и закрепляют винтами. Нагретый образец охлаж-

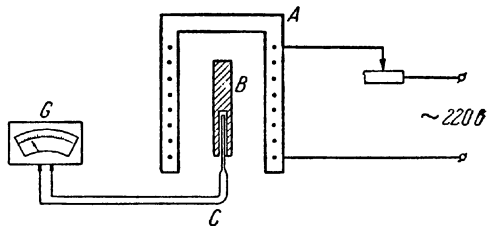


Рис. 52.

дается в неподвижном воздухе. С помощью секундомера через каждые 10 сек производят запись температуры образца по показаниям гальванометра. После охлаждения образца до температуры ниже  $100^\circ\text{C}$  опыт снова повторяют.

Для каждого образца необходимо снять две кривые охлаждения. Кривые получают для трех образцов: медного, алюминиевого и железного. За эталон принимается образец из меди, для которой зависимость теплоемкости от температуры дана в таблице 17.

Получающиеся в опыте кривые  $T = f(t)$  необходимо перевести в кривые  $\frac{\partial T}{\partial t}$ , для чего удобно пользоваться графическим методом. Кривые  $T = f(t)$  разбиваются на участки достаточно близкими друг к другу вертикальными линиями, проведенными на одинаковом расстоянии. Разности значений ординат кривой в точках пересечения ее с вертикальными линиями будут представлять разности температур на некоторых интервалах времени. Частное от деления данной разности на расстояние между вертикальными линиями будет характеризовать скорость охлаждения в данной точке кривой и, следовательно, скорость охлаждения, соответствующую некоторой температуре. Полученные числовые значения вносят в таблицу, а затем строят графики зависимости  $\frac{\partial T}{\partial t} = \varphi(T)$ .

Построив эти графики для всех образцов, определяют теплоемкости по формуле (5) и строят графики  $C = \psi(T)$  для каждого образца, массы которых определяют взвешиванием.

#### СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

Я. А. Туровский и Г. М. Бартнев, Определение теплоемкости металлов методом охлаждения, ЖТФ 10, вып. 6, стр. 514, 1940.

### ЗАДАЧА 28

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ (СРАВНИТЕЛЬНЫЙ МЕТОД)

Принадлежности: 1) прибор для нагревания образцов, 2) 4 термометры, 3) гальванометр М-101, 4) термостат ТС-15, 5) набор образцов, 6) штангенциркуль.

**Введение.** Из опыта известно, что количество тепла  $dQ$ , которое проходит вследствие теплопроводности через слой толщины  $dx$ , площади  $S$  при разности температур на границах слоя  $dt$ , пропорционально градиенту температур  $\frac{dt}{dx}$ , площади  $S$  и времени  $d\tau$ :

$$dQ = -\lambda S \left( \frac{dt}{dx} \right) d\tau,$$

где  $\lambda$  — коэффициент пропорциональности, который называется коэффициентом теплопроводности.

Для определения коэффициентов теплопроводности исследуется распределение температур между отдельными теплопроводными слоями многослойной стенки. Внутри каждого слоя можно считать, что температура изменяется по линейному закону и коэффициент теплопроводности не зависит от температуры. Такое предположение возможно при малой толщине слоя и небольшой разности температур на его границах.

В настоящей задаче рассматривается прохождение тепла через трехслойную круглую пластинку, толщина которой мала по сравнению с ее диаметром, что позволяет пренебречь потерями тепла через боковые поверхности.

Для каждого слоя пластинки (рис. 53) уравнение теплопроводности можно записать в виде

$$Q = \lambda S \frac{t_n - t_{n-1}}{a},$$

где  $Q$  — количество тепла, прошедшего от слоя с температурой  $t_n$  к слою с температурой  $t_{n-1}$  за единицу времени,  $a$  — толщина слоя,  $S$  — его площадь.

Одно и то же количество тепла  $Q$  1) поступает с одной стороны на поверхности стенки  $B$ , 2) проходит все слои стенки, 3) выходит с поверхности  $A$  в окружающую среду. Тогда для каждого слоя стенки площадью  $S$  можно написать

$$Q = \lambda_1 S \frac{t_3 - t_1}{a_1}, \quad (1)$$

$$Q = \lambda_2 S \frac{t_3 - t_2}{a_2}, \quad (2)$$

$$Q = \lambda_3 S \frac{t_4 - t_3}{a_3}, \quad (3)$$

где  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ,  $\lambda_3$  соответственно коэффициенты теплопроводности для каждого слоя. Разделив (1) и (3) на (2), получим

$$\lambda_1 = \lambda_3 \frac{a_1}{a_2} \frac{t_3 - t_2}{t_3 - t_1}, \quad \lambda_3 = \lambda_2 \frac{a_3}{a_2} \frac{t_3 - t_2}{t_4 - t_3}. \quad (4)$$

Зная коэффициент теплопроводности среднего слоя, можно определить его значения для других слоев, измерив толщину слоев и определив разности температур. Для большинства изоляционных материалов обнаружена зависимость коэффициента теплопроводности от температуры. Лишь в небольшом интервале

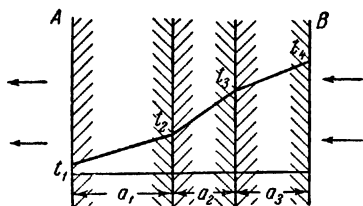


Рис. 53.

измерений температур (порядка  $10^\circ$ ) можно считать коэффициент теплопроводности постоянным.

**Описание установки.** Постоянный поток тепла через трехслойную стенку осуществляется так: три слоя исследуемых веществ (рис. 54) плотно зажимаются между двумя одинаковыми медными бачками, из которых нижний бачок  $N$  охлаждается проточной водой, а верхний  $M$  — нагревается водой, идущей из термостата через трубки  $AA_1$ . Для измерения температуры используются че-

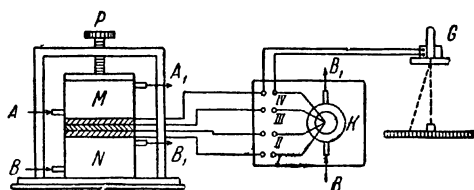


Рис. 54.

тыре одинаковые термопары  $I, II, III, IV$ , холодные спаи которых погружены в бачок с маслом  $K$ , охлаждаемый проточной водой через трубки  $BB_1$ .

Горячие спаи помещаются между кружками исследуемых веществ, по возможности ближе к центру.

При всех измерениях меняется только средний кружок, а верхний и нижний всегда ставятся резиновые, так как только резина может дать соприкосновение по всей поверхности, несмотря на вложенную термопару, и исключить возможность теплообмена другим способом.

При определении теплопроводности пренебрегаем потерями тепла на краях кружков, что можно сделать, так как радиус кружков значительно больше их толщины и измерение температуры производится в центре кружка.

Ток в термопарах измеряется гальванометром  $G$ . Сила тока в термопарах пропорциональна разности температур горячего и холодного спаев, поэтому вместо (4) можно написать

$$\lambda_1 = \lambda_2 \frac{a_1}{a_2} \frac{n_8 - n_3}{n_2 - n_1}, \quad \lambda_3 = \lambda_2 \frac{a_3}{a_2} \frac{n_8 - n_2}{n_4 - n_3}, \quad (5)$$

где  $n_1, n_2, n_3, n_4$  — показания гальванометра, соответствующие силе тока в термопарах. В задаче применяются медно-константановые термопары из проволоки диаметром 0,2 мм.

**Измерения.** В настоящей задаче определяются:

1. Коэффициенты теплопроводности резины в двух слоях при разных температурах сравнением с теплопроводностью эбонита, для которого

$$\lambda = 0,47 \cdot 10^{-3} \text{ кал/град} \cdot \text{см} \cdot \text{сек.}$$

2. Коэффициент теплопроводности некоторого данного вещества сравнением с теплопроводностью резины, для которой значения  $\lambda$  берутся из первого измерения.

Перед началом работы следует по инструкции познакомиться с устройством и правилами работы термостата.

Включают термостат согласно инструкции. Когда температура воды в термостате достигнет  $50\text{--}55^\circ\text{C}$ , производят предварительный прогрев бачка  $M$ .

Для этого включают мотор термостата и 2—3 минуты прогоняют нагретую воду через бачок. Затем мотор выключают и нагревают воду в термостате до  $60\text{--}65^\circ\text{C}$ . После этого снова включают мотор и пускают горячую воду через верхний бачок. Между бачками закладывают два кружка резины и между ними эбонит с известной теплопроводностью, измерив предварительно толщину каждого кружка. Между кружками прокладываются четыре термопары, после чего всю систему поджимают винтом  $P$ .

Одновременно пускают холодную воду через нижний бачок. После 5—7 минут работы мотора и прогрева образцов можно производить измерения. Путем последовательного включения термопар на гальванометр, идя от холодного спая до самого горячего, всдуд запись показания каждой термопары. Для получения надежных результатов следует перед началом записи измерений убедиться, что процесс теплообмена установился, т. е. показания отдельных термопар перестали зависеть от времени.

Заключив первую серию измерений, осторожно заменяют эбонитовый кружок на кружок из материала, коэффициент теплопроводности которого надлежит определить, и, прогрев его 7—10 минут, снимают показания со всех термопар, как в первом измерении.

**Обработка результатов.** По известной теплопроводности эбонита из формулы (5) определяют коэффициенты теплопроводности резины для двух интервалов температур:  $\lambda_1$  — для температуры  $10\text{--}15^\circ\text{C}$  — температура нижнего слоя и  $\lambda_2$  — для  $60\text{--}65^\circ\text{C}$ . Из соотношения (5) определяется коэффициент теплопроводности исследуемого материала по известным значениям  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  для резины. Для измеряемых значений  $\lambda$  следует подсчитать величину ошибки.

#### ЛИТЕРАТУРА

Р. В. По л ь, Механика, акустика и учение о теплоте, стр. 419, Гостехиздат, 1957.

#### СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

Г. М. Кондратьев, Тепловые измерения, стр. 110—134, Машгиз, 1957.

#### ЗАДАЧА 29

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ МЕТАЛЛОВ

П р и н а д л е ж н о с т и: 1) установка, 2) график показаний термопар.

**Теория метода.** Распределение температуры  $T$  вдоль нагреваемого с одного конца стержня, ось которого совпадает с осью  $X$ ,

дается решением дифференциального уравнения вида

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = a^2 (T - T_0)^1, \quad (1)$$

причем

$$a^2 = \frac{\alpha}{\lambda} \frac{p}{S}. \quad (1')$$

Здесь  $T_0$  — температура окружающего стержень пространства,  $\alpha$  — коэффициент теплоотдачи,  $p$  — периметр поперечного сечения стержня,  $S$  — площадь поперечного сечения стержня,  $\lambda$  — искомый коэффициент теплопроводности.

Решение уравнения имеет вид

$$T - T_0 = Ae^{ax} + Be^{-ax}.$$

Полагая, что при  $x=0$   $T=T_1$ , а сам стержень бесконечно длинный т. е. при  $x=\infty$   $T=T_0$ , получим

$$T - T_0 = (T_1 - T_0) e^{-ax},$$

откуда

$$a = \frac{1}{x} \ln \frac{T_1 - T_0}{T - T_0}. \quad (2)$$

<sup>1)</sup> Это уравнение может быть выведено из следующих соображений. Рассмотрим отрезок стержня длиной  $dx$ . Количество тепла, проходящее через сечение, соответствующее точке  $x$ , будет

$$q' = -\lambda \left( \frac{dT}{dx} \right)_x S.$$

Количество тепла, проходящее через сечение, соответствующее точке  $x + dx$ , будет

$$q'' = -\lambda \left( \frac{dT}{dx} \right)_{x+dx} S.$$

С боковой поверхности отрезка стержня теряется количество тепла

$$dq''' = \alpha (T - T_0) p dx.$$

При стационарном процессе

$$dq''' = q' - q'',$$

т. е.

$$\alpha (T - T_0) p dx = -\lambda \left( \frac{dT}{dx} \right)_x S + \lambda \left( \frac{dT}{dx} \right)_{x+dx} S.$$

Разлагая это выражение в ряд и пренебрегая бесконечно малыми высших порядков, можем написать

$$\left( \frac{dT}{dx} \right)_{x+dx} - \left( \frac{dT}{dx} \right)_x = \frac{d^2 T}{dx^2} dx,$$

откуда

$$\lambda S \frac{d^2 T}{dx^2} = \alpha p (T - T_0).$$

Обозначая  $\frac{\alpha p}{\lambda S} = a^2$ , получим  $\frac{d^2 T}{dx^2} = a^2 (T - T_0).$

Количество теплоты, теряемое стержнем с боковой его поверхности,

$$dq = \alpha (T - T_0) p \, dx,$$

что может быть записано в виде

$$\frac{dq}{dx} = \alpha p (T_1 - T_0) e^{-\alpha x}. \quad (3)$$

Интегрируя это выражение в пределах от 0 до  $\infty$ , получим

$$q = \frac{\alpha p}{a} (T_1 - T_0). \quad (4)$$

Используя уравнение (1'), находим, что

$$\lambda = q \frac{1}{aS (T_1 - T_0)}. \quad (5)$$

Подставляя значение  $a$  из уравнения (2), получаем окончательно

$$\lambda = \frac{qx}{S (T_1 - T_0) \ln \frac{T_1 - T_0}{T - T_0}}. \quad (6)$$

Для определения теплопроводности согласно этой формуле необходимо знать количество тепла  $q$ , отдаваемое стержнем при стационарном режиме через поверхность стержня, температуру нагреваемого конца стержня  $T_1$ , температуру  $T$  в какой-либо точке стержня на расстоянии  $x$  от нагреваемого конца, площадь поперечного сечения стержня  $S$  и температуру окружающей среды  $T_0$ .

Практически, конечно, невозможно иметь бесконечно длинный стержень, однако чем он длиннее, тем точнее может быть измерена величина коэффициента теплопроводности. Найдем величину ошибки, полагая, что стержень имеет длину  $l$ . Из уравнения (3), интегрируя его от  $x = l$  до  $x = \infty$ , получим

$$\Delta q = \frac{\alpha p}{a} (T - T_0) e^{-\alpha l}.$$

Разделив это соотношение на выражение (4), полученное путем интегрирования того же уравнения (3) в пределах от  $x = 0$  до  $x = \infty$ , получим

$$\Delta q = q \cdot e^{-\alpha l}. \quad (7)$$

Это выражение и дает величину ошибки, допускаемой при определении теплоты  $q$ , когда принимают стержень длины  $l$  за бесконечно длинный.

**Описание прибора.** В задаче определяется теплопроводность латунного стержня, нагревание конца которого производится в электропечи (рис. 55). Количество тепла, даваемое печью в единицу времени, определяется по формуле  $Q = 0,24 I_0 V_0$ , где  $V_0$  и



$I_0$  — определяемые приборами напряжение на концах обмотки печи и сила тока в цепи обмотки. Температура печи (конца стержня)  $T_1$  определяется термопарой. Теплота  $Q$  частично идет на создание теплового потока ( $q$ ) через теплопроводность, частично — в окружающее печь пространство ( $q_1$ ), так что

$$Q = q + q_1.$$

Если удалить стержень из печи и, регулируя нагрев ее, получить в ней такую же температуру  $T_1$ , какая была в ней со стержнем, то

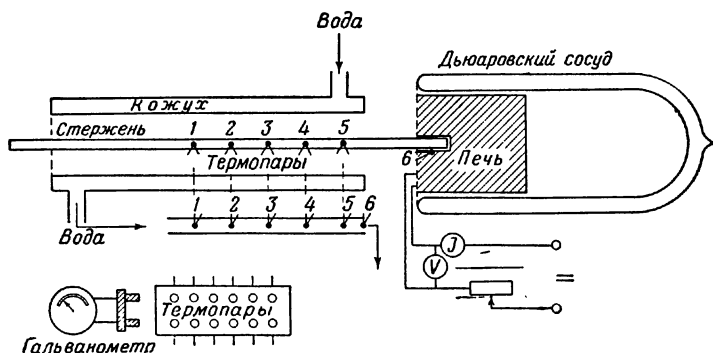


Рис. 55.

ясно, что этим самым можно определить количество теплоты, идущее в окружающую печь среду, именно

$$q_1 = 0,24 I_1 V_1,$$

где  $I_1$  и  $V_1$  — сила тока и напряжение в печи без стержня; таким образом,

$$q = 0,24 (I_0 V_0 - I_1 V_1).$$

Для уменьшения ошибки в определении  $q$  необходимо, чтобы величина  $q_1$  была мала по сравнению с величиной  $q$ , для этого печь помещена в сосуд Дьюара (рис. 55). Температура стержня  $T$  измеряется пятью термопарами, расположенными на стержне на определенных расстояниях. Сам стержень помещен в раскрывающийся цилиндрический кожух с двойными стенками, между которыми протекает вода. Температура окружающего стержень пространства  $T_0$  отождествляется с температурой этой воды. Так как нет необходимости знать абсолютные температуры точек стержня (в формулу входят только разности их), то один конец каждой термопары помещен в протекающую воду так, что показания гальванометра, соединяемого с термопарами, соответствуют прямо раз-

ности температур. Эти показания переводят в разности температур по имеющемуся графику.

**Измерения.** Вначале определяют площадь поперечного сечения  $S$  исследуемого стержня, для чего измеряют масштабной линейкой его длину  $l$ , а микрометром — диаметр. Далее линейкой измеряют расстояния  $x$  от нагреваемого конца стержня до каждой из пяти термопар, укрепленных на стержне.

После этого конец стержня устанавливают так, чтобы он плотно входил в отверстие печи. Затем включают нагревание печи и, медленно открывая кран водопровода, создают ток воды.

Дальнейшие измерения производят после того, как установится тепловое равновесие, т. е. когда показания всех шести термопар, попеременно включаемых на гальванометр, будут оставаться неизменными. Производят запись показаний всех шести термопар (пять на стержне и одна в печи) и показаний вольтметра и амперметра.

Затем отодвигают печь от конца стержня и, уменьшая силу тока, идущего на нагревание печи, добиваются того, чтобы термопара печи давала прежние показания на шкале гальванометра; одновременно записывают показания вольтметра и амперметра.

Измерения повторяют, приближая и удаляя печь, не менее двух раз и вычисляют средние значения. Количество теплоты  $q$ , отдаваемое печью стержню, определяют как разность теплот, подводимых к печи, по формуле  $q = 0,24 (I_0 V_0 - I_1 V_1)$ .

Далее производят обработку полученных данных. Пользуясь имеющимся графиком зависимости показаний гальванометра от разности температур  $(T_1 - T_0)$  и  $(T - T_0)$ , определяют величины этих разностей для всех термопар. После этого в прямоугольной системе координат по оси  $X$  откладывают расстояния термопар от нагреваемого конца стержня, а по оси  $Y$  — величины  $\ln \frac{T_1 - T_0}{T - T_0}$ , что дает прямую линию, отвечающую уравнению

$$y = \ln \frac{T_1 - T_0}{T - T_0} = ax.$$

По нанесенным точкам, усредняя, находят величину углового коэффициента  $a$  этой прямой и, подставляя его значение в формулу (5), находят искомую величину коэффициента теплопроводности стержня.

Необходимо, зная величины  $q$ ,  $a$  и  $l$ , определить ошибку, допускаемую при измерении величины  $\lambda$  и обусловленную тем, что стержень не бесконечно длинный; это делается по формуле (7).

#### ЛИТЕРАТУРА

Р. В. П о л ь, Механика, акустика и учение о теплоте, гл. XVII, § 172—174, Гостехиздат, 1957.

## ЗАДАЧА 30

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ВОЗДУХА

Принадлежности: 1) прибор, 2) водоструйный насос, 3) балластный сосуд, 4) нуль-гальванометр М-122, 5) амперметр ЛМ-1, 6) магазин сопротивлений МКМС, 7) постоянные сопротивления, 8) реостаты, 9) двойной ключ, 10) переключатель, 11) термометр, 12) вакуумметр.

**Теория метода.** Перенос тепла от более нагретой части какого-либо тела к менее нагретой может осуществляться тремя способами: теплопроводностью, конвекцией и лучеиспусканием. В случае передачи тепла путем теплопроводности количество тепла, проходящее за время  $d\tau$  через площадку  $dS$ , перпендикулярную к направлению, в котором существует градиент температуры  $\frac{dt}{dn}$ , будет

$$dq = -\lambda \frac{dt}{dn} dS d\tau,$$

где  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности, зависящий от свойств вещества. Для газов коэффициент теплопроводности зависит от температуры, он растет с ее увеличением. Знак «минус» означает, что перенос тепла происходит в направлении уменьшения температуры  $t$ .

Одним из методов определения коэффициента теплопроводности в газе является следующий. По оси цилиндрической трубки, внутри которой находится исследуемый газ, натягивается тонкая проволока. Если проволоку нагревать током, а температуру стенки трубки поддерживать постоянной, то в направлении радиуса трубки возникнет градиент температуры. Через любую коаксиальную с проводящей поверхностью радиуса  $y$  за единицу времени пройдет количество тепла

$$Q = -\lambda 2\pi y l \frac{dt}{dy},$$

где  $l$  — длина проволоки. Для стационарного процесса  $Q$  — величина постоянная. Разделив в этом выражении переменные и проинтегрировав его, получим

$$Q \int_{y_2}^{y_1} \frac{dy}{y} = 2\pi l \lambda (t_2 - t_1),$$

где  $y_1$  — внутренний радиус трубки,  $t_1$  — температура газа у внутренней поверхности трубки,  $y_2$  — радиус проволоки,  $t_2$  — температура проволоки, или

$$\lambda = \frac{Q}{2\pi l} \frac{\ln \frac{y_1}{y_2}}{t_2 - t_1}. \quad (1)$$

Таким образом, чтобы определить коэффициент теплопроводности, надо знать количество тепла, переносимое от проволоки к стенке трубки путем теплопроводности, разность температур между слоями газа, непосредственно прилегающими к поверхностям проволоки и трубки (которую мы будем считать равной разности температур между проволокой и трубкой), и размеры проволоки и трубки. Последние определяются непосредственным измерением и в условиях настоящей задачи являются заданными. За температуру стенки трубки  $t_1$  принимают температуру окружающего ее пространства, которая измеряется термометром. Температуру проволоки  $t_2$  можно определить, измерив изменение ее электрического сопротивления при нагревании. Действительно, в области применяемых температур сопротивление проволоки растет с температурой по линейному закону, т. е.

$$R = R_0(1 + \alpha t),$$

где  $R_0$  — сопротивление проволоки при  $t = 0^\circ \text{C}$ ,  $R$  — ее сопротивление при  $t^\circ \text{C}$ ,  $\alpha$  — температурный коэффициент сопротивления. Измерив сопротивление проволоки  $R_1$  до ее нагревания (т. е. при температуре  $t_1$ , равной температуре стенки трубки), а затем сопротивление  $R_2$  при ее нагревании до температуры  $t_2$  и зная температурный коэффициент сопротивления вещества проволоки  $\alpha$ , получим

$$t_2 = \frac{R_2(1 + \alpha t_1) - R_1}{\alpha R_1}. \quad (2)$$

Если считать, что все выделяемое идущим по проволоке током тепло ( $Q' = 0,24 I^2 R_2$ ) переносится путем теплопроводности, то, подставив в формулу (1) значение  $Q = Q'$  и  $t_2$  из уравнения (2) для коэффициента теплопроводности, получим

$$\lambda = \frac{0,24 \ln \frac{y_1}{y_2}}{2\pi l} \frac{I^2 R_1 R_2 \alpha}{(R_2 - R_1)(1 + \alpha t_1)}. \quad (3)$$

При этом, очевидно, получим несколько завышенное значение коэффициента теплопроводности. Действительно, величина  $Q$ , входящая в формулу (1), всегда меньше, чем  $Q'$ , так как помимо теплопроводности тепло, как уже указывалось, может передаваться стенке трубки излучением и за счет конвекции. Кроме того, часть тепла может отводиться через подведенные к проволоке электрические провода.

Для оценки количества тепла, отдаваемого проволокой за счет излучения, можно воспользоваться законом Стефана — Больцмана, по которому с единицы поверхности абсолютно черного тела за единицу времени излучается энергия

$$W = \sigma T^4,$$

где  $T$  — абсолютная температура черного тела, а  $\sigma = 5,735 \cdot 10^{-12}$   $\text{вт/см}^2\text{-град}^4$ . Любое тело, которое не является абсолютно черным, при той же температуре излучает меньшую энергию

$$W' = A\sigma T^4,$$

где  $A$  — поглощательная способность тела. Для всех тел  $A < 1$  (например, для никеля  $A = 0,4$ ). Если  $T_1$  — абсолютная температура нагретой проволоки,  $T_2$  — абсолютная температура стенки трубки и если считать, что все излучение проволоки попадает на стенку трубки, то энергия, отдаваемая через излучение, будет

$$q' = AS\sigma(T_1^4 - T_2^4),$$

где  $S$  — площадь поверхности проволоки. Подсчитанная таким образом энергия излучения в условиях данной задачи составляет несколько процентов от энергии, выделяемой текущим по проволоке током.

Относительно влияния конвекции опыт показывает, что в замкнутых пространствах малых размеров конвекция практически отсутствует и процесс передачи

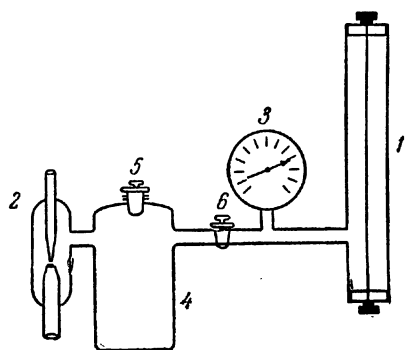


Рис. 56.

тепла определяется только теплопроводностью и излучением. Влияет ли конвекция в данной задаче на передачу тепла от проволоки к стенке трубки, можно проверить произведя измерения коэффициента теплопроводности при различных давлениях воздуха в трубке. Количество тепла, переносимое за счет конвекции, уменьшается с уменьшением плотности газа, т. е. с уменьшением давления. Коэффициент теплопроводности, а следова-

тельно, и тепло, передаваемое теплопроводностью в широком интервале давлений, от давления не зависят. Поэтому, если результаты измерений коэффициента теплопроводности с уменьшением давления воздуха в трубке остаются неизменными, можно считать, что конвекция не влияет на передачу тепла от проволоки к стенке трубки.

Влияние отдачи тепла через концы проволоки можно учесть опытным путем, используя не одну проволоку, а две одинакового материала и различной длины. В настоящей задаче влиянием концов пренебрегаем.

**Описание установки.** Прибор (рис. 56) состоит из вертикально расположенной медной трубки 1 диаметром 10 мм, по оси которой натягивается никелевая проволока диаметром 0,2 мм, подведен-

ная к клеммам, расположенным на концах трубки и изолированным от нее. Прибор соединен с водоструйным насосом 2 и вакуумметром 3. Шкала вакуумметра градуирована таким образом, что для измерения давления в миллиметрах ртутного столба необходимо показание стрелки вакуумметра вычесть из величины атмосферного давления. Балластный сосуд 4 служит для увеличения объема откачиваемого пространства, что необходимо для плавной работы насоса. Устройство насоса изображено на рис. 57. Из суженного конца трубки вытекает с большой скоростью вода. Согласно уравнению Бернулли в узкой части трубки давление уменьшается. Поэтому вытекающая из нее вода будет засасывать из окружающего пространства воздух и увлекать его с собой.

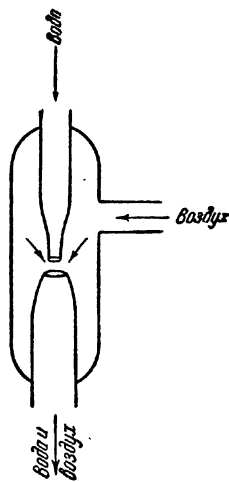


Рис. 57.

**Измерения.** 1. Для измерения сопротивления проволоки собирается схема моста Уитстона <sup>1)</sup> (рис. 58), одним из плеч которого является указанная выше проволока сопротивлением  $R$ . Сопротивления  $r$  и  $r_2$  берутся постоянными,  $r = 1$  ом и  $r_2 = 100$  ом. Подбрав сопротивление  $r_1$ , чтобы мостик уравновесился, находим  $R = r_1 \frac{r}{r_2} = \frac{1}{100} r_1$ . Гальванометр моста включается с помощью двойного ключа  $K$  (устройство ключа см. в задаче 55). При слабом нажатии гальванометр включается через большое

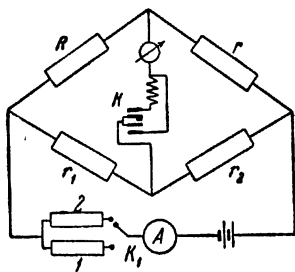


Рис. 58.

предохраняющее сопротивление. При сильном — сопротивление закорачивается и гальванометр оказывается включенным непосредственно. Мост питается от источника постоянного тока в 24 в. Сила тока в мосте регулируется реостатами 1 или 2, из которых один является высокоомным (два последовательно соединенных реостата с сопротивлением по 2500 ом) и включается в цепь при измерении сопротивления при малых токах, текущих по проволоке. При этом температура проволоки практически равна температуре окружающей среды. Второй реостат имеет сопротивление 220 ом. При включении его в цепь источника тока можно нагреть проволоку, так как значительно увеличится сила текущего по ней тока, и одновременно

<sup>1)</sup> При измерении коэффициента теплопроводности для определения сопротивления проволоки обычно пользуются потенциометрическим методом, как наиболее точным.

измерить ее сопротивление. Для переключения реостатов служит ключ  $K_1$ .

2. Определение сопротивлений проволоки при различных температурах производится в следующем порядке: через кожух, окружающий трубку, пропускается водопроводная вода, температуру которой измеряют термометром. За температуру стенки трубки  $t_1$  принимают температуру проточной воды. При включенном в цепь источника многоомном реостате измеряется сопротивление проволоки  $R_1$  при температуре  $t_1$ , равной температуре стенки трубки. Затем, включив с помощью переключателя  $K_1$  реостат с меньшим сопротивлением, устанавливают по амперметру нужный ток и, выждав, когда проволока нагреется и температура ее установится постоянной (в чем можно убедиться, измеряя время от времени ее сопротивление), измеряют ее сопротивление при температуре  $t_2$ . Производят измерения при трех значениях идущего по проволоке тока (0,6; 0,8; 1а). Силу текущего по проволоке тока  $I$  можно вычислить, зная силу тока  $i$ , которую показывает амперметр. Если мостик уравновешен, то  $IR = (i - I) r_1$ , откуда  $I = \frac{ir_1}{R + r_1}$ , но в нашем случае  $\frac{R}{r_1} = \frac{r}{r_2} = \frac{1}{100}$ , следовательно,  $I = i \frac{100}{101}$ .

Произведя измерения по формуле (3), определяют коэффициент теплопроводности. Так как точность измерений сопротивления проволоки с помощью моста Уитстона недостаточна для обнаружения зависимости коэффициента теплопроводности от температуры, то за величину коэффициента теплопроводности следует взять среднее ее значение из всех измерений.

3. Такие же измерения проделывают при пониженном давлении воздуха в трубке для трех значений давления (500, 350, 200 мм рт. ст.). Для этого пропускают воду в насос (кран 5 должен быть закрыт, прибор подключен к насосу) и, откачав до нужного давления, отключают прибор от насоса краном 6. Произведя измерения, соединяют прибор с насосом и снова понижают давление. После окончания измерений, прежде чем остановить подачу воды в насос, поворотом крана 6 отсоединяют прибор и краном 5 соединяют насос с атмосферой (иначе вода может попасть в соединительные трубки и прибор).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. С. Э. Ф р и ш и А. В. Т и м о р е в а, Курс общей физики, т. I, гл. VII, § 55, 56, 57, Физматгиз, 1962.

#### СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

2. Специальный физический практикум, т. I, стр. 236—242, Гостехиздат, 1945.

## ЗАДАЧА 31

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ  
ЖИДКОСТЕЙ ПО МЕТОДУ СТОКСА

Принадлежности: 1) стеклянный цилиндр с водой, 2) пробирка диаметром  $\sim 3$  см, наполненная исследуемой жидкостью, 3) измерительный микроскоп с предметным стеклом, 4) секундомер, 5) шарики из сплава Вуда, 6) пинцет, 7) осветительная лампа, 8) масштабная линейка.

**Теория метода.** На твердый шарик, падающий в вязкой жидкости, действуют три силы: сила тяжести, подъемная сила (закон Архимеда) и сила сопротивления движению, обусловленная силами внутреннего трения жидкости. При движении шарика слой жидкости, граничащей с его поверхностью, прилипает к шарiku и движется со скоростью шарика. Ближайшие смежные слои жидкости также приводятся в движение, но получаемая ими скорость тем меньше, чем дальше они находятся от шарика. Таким образом, при вычислении сопротивления среды следует учитывать трение отдельных слоев жидкости друг о друга, а не трение шарика о жидкость.

Если шарик падает в жидкости, простирающейся безгранично по всем направлениям, не оставляя за собой никаких завихрений (малая скорость падения, маленький шарик), то, как показал Стокс, сила сопротивления равна

$$f = 6\pi\eta vr, \quad (1)$$

где  $\eta$  — коэффициент внутреннего трения жидкости,  $v$  — скорость шарика,  $r$  — его радиус.

Вывод этой формулы довольно сложен и поэтому не может быть приведен здесь; его можно найти в специальной литературе. Однако вид соотношения, определяющего силу  $f$ , можно с точностью до постоянного множителя установить, исходя из соображений размерности.

Опыт показывает, что сила сопротивления будет тем больше, чем больше коэффициент внутреннего трения  $\eta$ , радиус  $r$  и скорость  $v$  падающего шарика. Таким образом, можно написать

$$f = A\eta r^x v^y. \quad (2)$$

Но

$$f = \eta s \frac{dv}{dn}. \quad (3)$$

Сравнивая соотношения (2) и (3), нетрудно видеть, что  $r^x v^y$  должно иметь размерность  $s \frac{dv}{dn}$ . Так как

$$[r^x v^y] = \left[ \frac{\text{см}^x \cdot \text{см}^y}{\text{сек}^y} \right] = \left[ \frac{\text{см}^{x+y}}{\text{сек}^y} \right],$$

а

$$\left[ s \frac{dv}{dn} \right] = \left[ \frac{\text{см}^2 \cdot \text{см}}{\text{сек} \cdot \text{см}} \right] = \left[ \frac{\text{см}^2}{\text{сек}} \right],$$



то

$$\left[ \frac{cm^{x+y}}{сек^y} \right] = \left[ \frac{cm^3}{сек} \right],$$

откуда

$$x + y = 2, \quad -y = -1$$

т. е.

$$y = 1, \quad x = 1.$$

Следовательно,

$$f = A\eta v r.$$

Множитель  $A$  этим методом не может быть определен; он получается равным 6 $\pi$ , если решить задачу гидродинамики вязкой жидкости.

В случае падения шарика в жидкости уравнение движения имеет вид

$$m \frac{dv}{dt} = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho g - \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_1 g - 6\pi \eta r v. \quad (4)$$

Здесь  $\rho$  — плотность вещества шарика,  $\rho_1$  — плотность жидкости,  $g$  — ускорение силы тяжести.

Все три силы, входящие в правую часть (4), будут направлены по вертикали: сила тяжести — вниз, подъемная сила и сила сопротивления — вверх. Сила сопротивления с увеличением скорости движения шарика возрастает, а ускорение уменьшается и наконец шарик достигает такой скорости, при которой ускорение становится равным нулю, тогда уравнение (4) принимает вид

$$\frac{4}{3} \pi r^3 g (\rho - \rho_1) - 6\pi \eta r v_0 = 0. \quad (5)$$

В этом случае шарик движется с постоянной скоростью  $v_0$ . Такое движение шарика называется *установившимся*.

Решая уравнение (5) относительно коэффициента внутреннего трения, получаем

$$\eta = \frac{2}{9} \frac{\rho - \rho_1}{v_0} g r^2. \quad (6)$$

Зная величины, находящиеся в правой части равенства, можно определить коэффициент внутреннего трения жидкости.

Практически невозможно осуществить падение шарика в безграничной среде, так как всегда жидкость находится в каком-то сосуде, имеющем стенки. Если шарик падает вдоль оси цилиндрического сосуда с радиусом  $R$ , то учет наличия стенок приводит к следующему выражению для коэффициента вязкости:

$$\eta = \frac{2}{9} g r^2 \frac{\rho - \rho_1}{v_0 \left( 1 + 2,4 \frac{r}{R} \right)}. \quad (7)$$

Наличие таких границ жидкости, как дно сосуда и верхняя поверхность жидкости, этой формулой не учитывается.

Прибор, состоящий из широкой стеклянной пробирки (рис. 59) с нанесенными на ней тремя кольцевыми горизонтальными метками  $d_1$ ,  $d_2$  и  $d_3$  ( $l$  — расстояние между соседними метками), наполняется исследуемой жидкостью (касторовое масло, трансформаторное масло, глицерин) так, чтобы уровень жидкости был на 5—8 см выше верхней метки.

Пробирка помещена в широкий стеклянный цилиндр, наполненный водой для уменьшения влияния изменения температуры в помещении. Так как вязкость жидкостей сильно меняется с температурой, в воду помещен термометр  $t$ , точность которого 0,1°.

Цилиндр укреплен на подставке с установочными винтами; при помощи этих винтов и отвеса он может быть установлен вертикально.

**Измерения.** Для измерения коэффициента внутреннего трения жидкостей, например масел, употребляются очень маленькие шарики из сплава Вуда <sup>1)</sup>. Диаметр этих шариков измеряют микроскопом с окулярным микрометром, цена деления которого известна. Для этого шарики вынимают при помощи острия из сосуда, где они хранятся, кладут на предметное стекло и вместе с ним помешают на столик микроскопа. Сфокусировав микроскоп, производят отсчет делений окулярного микрометра. При измерении следует следить за тем, чтобы стекло не было покрыто маслом, ибо при этом шарик нельзя сфокусировать.

Измерив таким образом диаметр шарика, при помощи того же острия опускают шарик в цилиндр с жидкостью как можно ближе к его оси; глаз наблюдателя должен быть при этом установлен против верхней метки, чтобы она сливалась в одну прямую.

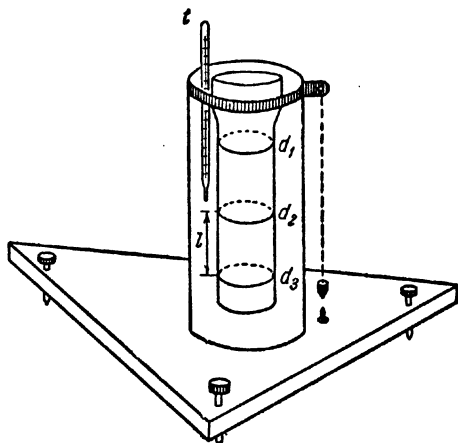


Рис. 59.

<sup>1)</sup> Шарики из сплава Вуда (Bi — 50,10%; Pb — 24,90%; Sn — 14,20%; Cd — 10,80%) изготавливаются следующим образом. В верхней части высокого цилиндра, наполненного водой, помещается трубчатая электрическая печь (керамика с одним витком спирали). Измельченный сплав Вуда закладывается в стеклянную пипетку с вытянутым капиллярным кончиком. Пипетка опускается в воду в центре печи. При нагревании спирали сплав Вуда (температура плавления 70° С) вытекает из капилляра мелкими каплями и, застывая в воде в нижней части цилиндра, падает на дно в виде маленьких шариков.

В момент прохождения шарика через эту метку секундомер пускают в ход. После этого глаз помешают аналогичным образом против второй метки и в момент прохождения шарика через нее останавливают секундомер.

Если наблюдатель пропустил момент прохождения шариком второй метки, то, продолжая наблюдение, останавливают секундомер при прохождении третьей, нижней метки. Кроме того, третья метка нужна для определения предельной величины шариков, используемых в данной работе. В этом случае наблюдатель должен иметь два секундомера: первый включают и останавливают при прохождении шариком первой и второй меток, второй секундомер — при прохождении второй и третьей меток. Если скорости шарика между метками  $d_1, d_2$  и  $d_2, d_3$  одинаковы, то шариками данного размера можно пользоваться при выполнении работы, в противном случае следует брать шарики меньшего размера.

При наблюдении падения шариков полезно осветить прибор со стороны наблюдателя, но не ставить лампу близко к сосуду во избежание нагревания жидкости. Опыт с разными шариками следует повторить не менее десяти раз.

**Вычисления.** Считая, что к моменту прохождения шариком верхней метки скорость его уже установилась, получим

$$\dot{v}_0 = \frac{l}{t},$$

где  $t$  — время прохождения шарика между метками. Подставляя в формулу (7) значения  $v_0, r, R, g$ , а также  $\rho$  и  $\rho_1$ , получим значение коэффициента внутреннего трения. Значение коэффициента внутреннего трения рассчитывается для каждого шарика; затем определяется среднее значение и вычисляется относительная ошибка результата. Следует также подсчитать относительную ошибку метода  $E_m$ , равную

$$\frac{\Delta g}{g} + 2 \frac{\Delta r}{r} + \frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta t}{t} + \frac{\Delta \rho + \Delta \rho_1}{\rho - \rho_1} + \frac{\Delta R + \Delta r}{R + r} + \frac{\Delta R}{R},$$

где  $\Delta r, \Delta l, \Delta t$  и т. д. точность, с которой измеряются указанные величины.

Если относительная ошибка результата измерений незначительно отличается от относительной ошибки метода, то работу можно считать законченной. В противном случае измерения повторяются вновь. Результаты измерений рекомендуется записывать по следующей форме:

$N$	$r, \text{ см}$	$l, \text{ см}$	$t, \text{ сек}$	$v, \text{ см/сек}$	$\eta, \text{ пуаз}$	$\Delta \eta$
1						
2						
3						
⋮						

## ЛИТЕРАТУРА

1. С. П. Стрелков, Механика, гл. V, § 39—40, Гостехиздат, 1956.
2. Р. В. Поль, Механика, акустика и учение о теплоте, гл. X, § 88, Гостехиздат, 1957.

## ЗАДАЧА 32

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ ЖИДКОСТИ КАПИЛЛЯРНЫМ ВИСКОЗИМЕТРОМ

Принадлежности: 1) прибор, 2) пипетка, 3) пикнометр, 4) секундомер, 5) исследуемые жидкости, 6) термометр.

**Введение.** Для определения коэффициента вязкости жидкости используется закон Пуазейля для ламинарного течения по трубам (капиллярам)

$$q = \frac{\pi r^4}{8l\eta} \Delta p, \quad (1)$$

где  $l$  — длина трубы,  $r$  — ее радиус,  $\Delta p$  — разность давлений на концах капилляра,  $q$  — объем жидкости, протекшей через капилляр в единицу времени,  $\eta$  — коэффициент вязкости.

Пользуясь этим выражением, зная величины  $q$ ,  $r$ ,  $l$  и  $\Delta p$ , можно определить коэффициент вязкости  $\eta$ .

Однако удобнее пользоваться формулой Пуазейля для определения относительного коэффициента вязкости. В самом деле, если взять две жидкости (соответствующие величины для одной из них отметим знаком 0 и другой — 1) и измерить времена  $t_0$  и  $t_1$  истечения одинаковых объемов  $Q$  этих жидкостей ( $Q = qt$ ) через один и тот же капилляр (одинаковые  $r$  и  $l$ ), то будем иметь согласно формуле (1)

$$Q = q_0 t_0 = \frac{\pi r^4 \Delta p_0 t_0}{8l\eta_0}$$

и

$$Q = q_1 t_1 = \frac{\pi r^4 \Delta p_1 t_1}{8l\eta_1}.$$

Разделив второе уравнение на первое, получим

$$1 = \frac{\Delta p_1}{\Delta p_0} \frac{t_1}{t_0} \frac{\eta_0}{\eta_1}$$

или

$$\eta_1 = \eta_0 \frac{t_1}{t_0} \frac{\Delta p_1}{\Delta p_0}. \quad (2)$$

Если жидкость вытекает под действием силы тяжести, то

$$\frac{\Delta p_1}{\Delta p_0} = \frac{d_1}{d_0},$$

где  $d_0$  и  $d_1$  — плотности жидкостей, и соотношение (2) можно написать в виде

$$\eta_1 = \eta_0 \frac{t_1 d_1}{t_0 d_0}. \quad (3)$$

Таким образом, зная времена истечения взятых жидкостей  $t_1$  и  $t_0$  и их плотности  $d_1$  и  $d_0$ , можно определить относительный коэффициент

внутреннего трения  $\frac{\eta_1}{\eta_0}$ , а найдя из таблиц значения  $\eta_0$ , вычислить и абсолютную величину  $\eta_1$ .

**Описание прибора.** Прибор представляет собой U-образную стеклянную трубку  $abeCd$  (рис. 60), широкое колено  $ab$  которой заканчивается внизу расширением  $b$ , а другое колено состоит из капилляра  $e$ , заканчивающегося наверху шариком  $C$ , который переходит в более широкую трубку  $d$ . Под шариком и над ним в трубках  $d$  и  $e$  нанесены две метки  $m$  и  $n$ , ограничивающие вполне определенный объем жидкости, время истечения которого измеряется при опыте.

Прибор закрепляют в зажимах  $K$  на штативе  $S$  и опускают в стакан  $G$  с водой так, чтобы уровень воды был выше верхней метки  $m$ ; прибор должен быть установлен

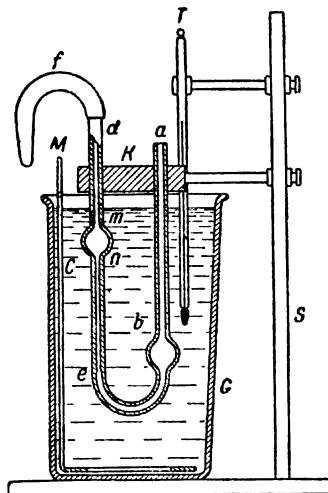


Рис. 60.

вертикально, что производится при помощи отвеса. В стакан  $G$  опускают также термометр  $T$  и мешалку  $M$ .

**Измерения.** Для производства опыта прибор сначала хорошо прополаскивают водой, а затем небольшим количеством исследуемой жидкости. После этого, установив прибор по отвесу, выпускают при помощи пипетки в широкое колено  $ab$  (рис. 60) определенный, постоянный при всех опытах объем испытуемой жидкости. Далее осторожно всасывают жидкость через резиновую трубку  $f$ , надетую на трубку  $d$ , и наполняют шарик  $C$  выше метки  $m$ . Отпустив трубку, наблюдают истечение жидкости и пускают в ход секундомер в тот момент, когда мениск проходит через метку  $m$ , а в момент, когда мениск проходит через метку  $n$ , останавливают секундомер. Таких наблюдений производят несколько. Так определится время  $t_1$  истечения жидкости, помещающейся в шарике  $C$ . После этого проделывают тот же опыт с водой и для нее также определяют время истечения  $t_0$ .

Вслед за этим производится определение плотности  $d$  испытуемой жидкости (при той же температуре, при которой измерялось время истечения). Для этой цели пикнометр (описание пикнометра см. в задаче 7), наполненный жидкостью, опускают в стакан и дают

ему постоять в нем минут 15, после чего уровень жидкости в пикнометре подводят точно до метки (отбиранием при помощи фильтровальной бумаги и добавлением пипеткой). Вынимают пикнометр, тщательно обсушивают и находят вес жидкости в нем. Точно так же определяют вес воды в пикнометре.

Из массы  $Q$  жидкости и  $w$  воды определяется истинная плотность по формуле

$$d = \frac{Q}{w} (\delta - \lambda) + \lambda.$$

Здесь  $\delta$  обозначает плотность воды при температуре опыта (берется из таблиц),  $\lambda$  — плотность воздуха; ее можно принять равной  $0,0012 \text{ г/см}^3$  (см. задачу 7). Опыты производят с растворами NaCl (7% и 12%) и  $\text{NH}_4\text{NO}_3$  (20% и 40%).

Искомый коэффициент трения  $\eta$  вычисляется по формуле (3)

$$\eta = \eta_0 \frac{dt_1}{\delta t_0}.$$

Здесь  $\eta_0$  — коэффициент внутреннего трения воды; его берут из таблиц.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. С. П. Стрелков, Механика, § 111, Гостехиздат, 1956.

#### СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

2. Г. Барр, Вискозиметрия, ОНТИ, 1938.

### ЗАДАЧА 33

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ ГАЗА КАПИЛЛЯРНЫМ ВИСКОЗИМЕТРОМ

Принадлежности: 1) установка, 2) измерительный микроскоп, 3) измерительная миллиметровая линейка, 4) секундомер.

**Введение.** Для определения вязкости газов может быть применен метод капиллярного вискозиметра (см. задачу 32).

Если истечение газа совершается через достаточно короткий капилляр (как в нашем случае), то давление, под которым находится газ у входа в капилляр, значительно отличается от давления у выхода из капилляра. Тогда плотность газа вдоль оси капилляра остается практически неизменной, газ можно считать несжимаемым, и можно использовать выражение

$$\eta = \frac{\pi r^4}{8l} \frac{\Delta t}{\Delta V} \Delta p, \quad (1)$$

где  $\Delta V$  — объем газа, протекший через капилляр длиной  $l$  за время

$\Delta l$ ,  $\Delta p$  — разность давлений на концах капилляра,  $\eta$  — коэффициент внутреннего трения газа.

**Описание установки.** Установка (рис. 61) состоит из газометра  $G$ , манометра  $M$ , капилляра  $K$  и осушительной склянки  $C$ . Соединение их между собой ясно из рисунка.

В газометре, из которого выливается вода, создается разрежение. Благодаря возникшему перепаду давлений образуется ток воздуха через капилляр. Манометром  $M$  измеряют этот перепад давления

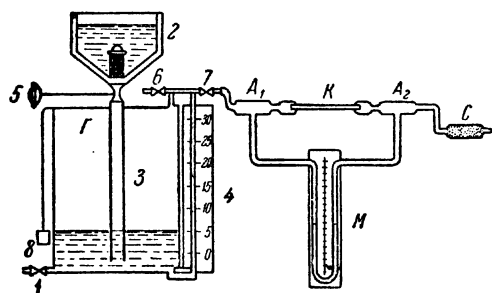


Рис. 61.

на концах капилляра. Склянка  $C$  с хлористым кальцием служит для осушивания воздуха перед его прохождением через капилляр.

Газометр имеет краны 1, 5, 6, 7. Кран 5 служит для наполнения водой полости газометра, из воронки 2 через кран 1 вода может выливаться из этой полости. Через кран 6 полость

газометра может соединяться с внешним пространством, через кран 7 эта полость соединяется с капилляром.

Водомерная трубка 4 со шкалой, проградуированной на литры, позволяет определить объем вытекшей воды.

Газометр устанавливают по отвесу 8, что необходимо для правильного определения объема вытекшей воды по шкале водомерной трубки. Концы капилляра через резиновые пробки крепятся в патрубках  $A_1$  и  $A_2$ .

**Измерения.** Измеряют с помощью миллиметровой линейки длину  $l$  капилляра  $K$ .

Укрепив капилляр горизонтально (в штативе), измеряют с помощью измерительного микроскопа, тщательно и несколько раз, внутренний диаметр  $2r$  капилляра. Прodelав эти измерения, капилляр укрепляют в патрубках  $A_1$  и  $A_2$ .

После этого, установив газометр по отвесу, наполняют его водой. Для этого из крана водопровода, пользуясь шлангом (не указан на рис. 61), заполняют водой воронку газометра 2. При закрытых кранах 1 и 7 и при открытых кранах 5 и 6 вода из воронки 2 по трубке 3 поступает в полость газометра.

Когда поднимающийся уровень воды в водомерной трубке достигает наибольшей высоты, краны 5 и 6 закрывают. Этим заканчивается подготовка к измерениям при протекании воздуха через капилляр

После этого полностью открывают кран 7 и очень осторожно и медленно открывают кран 1.

Выливающаяся из газометра вода по шлангу сбрасывается в водосток — начинается просасывание воздуха через капилляр.

Нужно следить за образующейся разностью уровней в манометре  $M$  и не допускать переброса воды в патрубок  $A_1$  (величина разности уровней может регулироваться краном  $I$ ). Стационарное течение устанавливается не сразу — необходимо выждать некоторое время, пока разность уровней воды в манометре  $M$  не будет постоянной. После этого отмечают положение уровня воды на шкале водомерной трубки, пуская одновременно секундомер. Секундомер останавливают при вытекании 0,5—1,0 литра воды, чем и определяют  $\Delta t$  и  $\Delta V$ .

Перепад давления  $\Delta p$  на концах капилляра  $K$  определяют по разности уровней воды в манометре  $M$ . Несколько (6—8) раз при одном и том же значении величины  $\Delta p$  сбрасывают из газометра одно и то же количество воды  $\Delta V$  и измеряют при этом время истечения  $\Delta t$ . Определяют среднее время истечения и, пользуясь этими данными, определяют по формуле (1) коэффициент вязкости воздуха  $\eta$  при комнатной температуре.

Вода газометра может иметь меньшую температуру (измеряется термометром, находящимся в воронке газометра и не указанным на рис. 61), чем комнатная (температура входящего в полость газометра воздуха). В этом случае необходимо внести поправку на изменение объема вошедшего в газометр воздуха. Легко видеть, что

$$\Delta V = \Delta V' \frac{1 + \alpha t}{1 + \alpha t'},$$

где  $\Delta V$  — объем протекшего через капилляр воздуха при температуре  $t$ ,  $\Delta V'$  — объем вытекшей воды, имеющей температуру  $t'$ ,  $\alpha = \frac{1}{273}$ .

После получения величины коэффициента вязкости воздуха необходимо убедиться, что он измерялся при ламинарном течении воздуха через капилляр. Движение будет ламинарным, если безразмерная величина  $Re = \frac{\bar{v} d \rho}{\eta} < 2000$ . Здесь  $Re$  — критерий Рейнольдса,  $\bar{v}$  — средняя скорость течения газа,  $d$  — диаметр капилляра,  $\rho$  — плотность воздуха,  $\eta$  — коэффициент вязкости воздуха.

Величина средней скорости определяется из выражения  $\bar{v} = \frac{\Delta V}{\Delta t \pi r^2}$ , плотность воздуха при комнатной температуре берется из таблиц.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. С. П. Стрѣлков, Механика, § 111, Гостехиздат, 1956.

#### СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

2. И. Ф. Голубев, Вязкость газов и газовых смесей (справочное руководство), Физматгиз, 1959.



## ЗАДАЧА 34

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ ВЯЗКИХ СРЕД РОТАЦИОННЫМ ВИСКОЗИМЕТРОМ М. П. ВОЛАРОВИЧА

Принадлежности: 1) вискозиметр, 2) секундомер, 3) разновес.

**Описание прибора.** Прибор предназначен для измерения вязкости в пределах от 5 до  $10^7$  пуазов. Измерения могут производиться в диапазоне температур от  $-60$  до  $+160^\circ\text{C}$ . Схема прибора дана на рис. 62.

Имеются два строго коаксиальных вертикальных латунных цилиндра  $A$  и  $B$ . Каждый цилиндр оканчивается внизу полусферой, радиус которой равен радиусу цилиндра. Цилиндр  $B$  неподвижен, цилиндр  $A$  может вращаться на шариковом подшипнике  $C$ . Вращение создается наличием двух грузов  $D$ , висящих на нитях, намотанных на барабан  $M$ . Грузами является обычный разновес от технических весов.

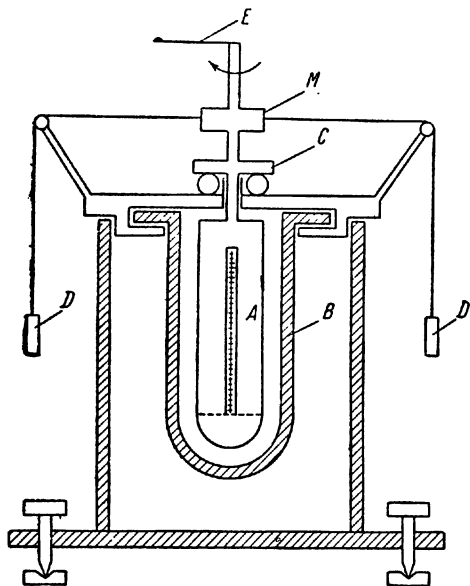


Рис. 62.

Цилиндр  $B$  съемный, он укреплен в пазах верхней плиты прибора. Исследуемая жидкость помещается в полости между цилиндрами. На поверхности внутреннего цилиндра имеется шкала, разделенная на миллиметры, по которой определяется высота цилиндрического слоя жидкости.

Для пуска и остановки цилиндра при наличии грузов на нитях имеется тормоз (не указан на рисунке). Число оборотов в секунду, совершаемое цилиндром, отсчитывается с помощью стрелки  $E$ , находящейся над шкалой.

Для измерения вязкости при различных температурах вискозиметр помещается в термостат, наполненный термостатирующей жидкостью.

Повышение температуры осуществляется нагревом жидкости термостата. Применяется электрическая печь, питаемая переменным током через автотрансформатор.

Для получения низких температур в термостате через отверстие в верхней плите могут опускаться кусочки твердой углекислоты. Перемешивание жидкости термостата производится мешалкой (не указана на рис. 62) от руки. Температура жидкости измеряется тремя термопарами (см. задачу 25), прикрепленными к внешней стенке цилиндра *B*. Температура определяется по показаниям гальванометра, включаемого попеременно в цепь каждой термопары. (Термопары, их цепи, гальванометр не указаны на рис. 62.)

Численное значение температуры отсчитывается по градуировочной кривой: показания гальванометра — величина температуры. За температуру жидкости принимают среднее значение температуры, даваемое каждой термопарой.

Движение цилиндра происходит под действием сил натяжения нитей, к которым прикреплены разновесы. Силы, которые препятствуют движению, следующие: 1) сила внутреннего трения жидкости для цилиндрической и сферической поверхностей; 2) сила трения в подшипнике цилиндра.

Рассматриваем установившееся движение. Момент сил внутреннего трения жидкости, действующих на сферическую и цилиндрическую поверхности, будет, очевидно, пропорционален коэффициенту вязкости жидкости, а также угловой скорости вращения подвижного цилиндра.

Пусть *N* — число оборотов цилиндра в секунду,  $\eta$  — коэффициент вязкости жидкости, *g* — ускорение силы тяжести, *R* — радиус барабана, *m* — масса разновесов, висящих на нитях, в граммах, *m*<sub>0</sub> — масса разновесов при измерении силы трения в подшипниках (см. ниже). Имеем

$$N = C \frac{Rg(m - m_0)}{\eta}, \quad (1)$$

где *C* — постоянная.

Уравнение (1) можно переписать в виде

$$\eta = CRg \frac{m - m_0}{N}. \quad (2)$$

Теория дает

$$C = \frac{1}{8\pi^2 \left( \frac{r_1^2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} h + \frac{r_1^2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \right)}, \quad (3)$$

где *r*<sub>1</sub> — радиус внутреннего цилиндра (и сферы), *r*<sub>2</sub> — радиус внешнего цилиндра (и сферы), *h* — высота цилиндрического слоя жидкости. Первое слагаемое в знаменателе обусловлено моментом сил внутреннего трения для цилиндрической поверхности, второе — для сферической. Пусть *CR* = *K*, это дает

$$\eta = Kg \frac{m - m_0}{N}. \quad (4)$$

Не давая полного вывода выражения для  $C$ , приведем вывод выражения для первого члена, что позволит выяснить физическую картину появления момента внутренних сил для цилиндрической поверхности.

При вращении цилиндра слой исследуемой жидкости, прилегающей непосредственно к его поверхности, движется вместе с этой поверхностью — скорости их движения одинаковы. Все остальные слои благодаря вязкости движутся с меньшими скоростями. Вдоль радиуса угловая скорость вращения слоев жидкости уменьшается, на внутренней поверхности внешнего цилиндра скорость движения слоя жидкости равна нулю. Учитывая это, можно сказать, что вдоль радиуса имеется градиент угловой скорости  $-\frac{d\omega}{dr}$ , а следовательно, и градиент линейной скорости движения слоев жидкости  $-\frac{dv}{dr} = -r \frac{d\omega}{dr}$ . Сила внутреннего трения по Ньютону может быть представлена в виде

$$F = -\eta S \frac{dv}{dr} = -\eta 2\pi r h r \frac{d\omega}{dr}. \quad (5)$$

Выражение для момента сил внутреннего трения получаем в виде

$$M = Fr = -\eta 2\pi h r^3 \frac{d\omega}{dr}.$$

Интегрируем уравнение

$$M \frac{dr}{r^3} = -2\pi\eta h d\omega,$$

получаем

$$\frac{M}{r^2} = 4\pi\eta h \omega + C_1.$$

Граничные условия, а именно  $\omega = \Omega$  при  $r = r_1$  и  $\omega = 0$  при  $r = r_2$ , дают

$$\frac{M}{r_1^2} = 4\pi\eta h \Omega + C_1 \quad \text{и} \quad \frac{M}{r_2^2} = C_1.$$

Из двух последних уравнений получаем величину момента сил трения (цилиндрическая поверхность)

$$M = 4\pi\eta \Omega \frac{r_1^2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} h.$$

Для прибора РВ-8 имеем  $r_1 = 1,605$  см,  $r_2 = 1,915$  см,  $R = 2,240$  см, это дает

$$K = \frac{2,240}{683,0h + 729,9}.$$

## Упражнение 1

## Измерение вязкости при постоянной температуре

Верхняя часть прибора осторожно поднимается из термостата и имеющимся винтом закрепляется на вертикальной стойке. Легким поворотом вокруг оси внешний цилиндр освобождают из пазов и удаляют. При этом следует быть осторожным и не повредить проводов термопар. Оба цилиндра тщательно промывают бензином и просушивают.

Сначала определяют величину  $p_0$ , т. е. силу трения в подшипнике цилиндра. Для этого на нить подвешивают последовательно различные грузы и замечают, при какой наименьшей величине их начинается вращение внутреннего цилиндра. В цилиндр наливают немного исследуемой жидкости, вставляют в выточку имеющейся муфты и закрепляют поворотом вокруг его оси.

Для определения величины  $h$  цилиндр следует вновь вывернуть и по шкале на внутреннем цилиндре отсчитать эту величину. Если жидкости было налито мало, ее следует добавить, если слишком много, ее количество необходимо уменьшить. После этого верхнюю часть прибора опускают в термостат — прибор готов для измерений.

На нити подвешивают груз  $p_1$  (6—7 г), освобождают тормоз и определяют с помощью секундомера время десяти или пяти оборотов вращающейся стрелки вискозиметра. Произведя 3—4 повторных отсчета, вычисляют среднее значение числа оборотов  $N$  в секунду.

Последовательно подвешивают на нити еще четыре или пять грузов ( $p_2, p_3, p_4, p_5$ ), увеличивающихся по весу, и для каждого из них определяют среднее значение величины  $N$ .

Обработка полученного экспериментального материала производится следующим образом. По полученным данным строят график. По оси абсцисс откладывают величину  $p_n - p_0$  на оси ординат, среднее значение числа оборотов в секунду  $N$ . График, как легко видеть, должен давать прямую, проходящую через начало координат. Для угла  $\alpha$  наклона этой прямой (с осью абсцисс) можно написать

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{p_n - p_0}{N}.$$

Учитывая это, выражение для коэффициента трения жидкости может быть написано в виде

$$\eta = K \operatorname{ctg} \alpha = \frac{2,240}{683,0h + 729,9} \operatorname{ctg} \alpha.$$

Температура определяется как среднее арифметическое из показаний всех термопар.

## Упражнение 2

## Измерение вязкости при различных температурах

Измерения производят для 4—5 значений температуры, начиная от комнатной, через каждые  $10^\circ \text{C}$ .

После окончания замеров при комнатной температуре включают печь и следят за показанием термомпар. Когда температура повысится на  $10^\circ \text{C}$ , вновь проделывают весь цикл измерений. Так же поступают и после того, как температура повысится еще на  $10^\circ \text{C}$ . Измерения производят только при установившейся температуре.

Температура определяется как среднее арифметическое значение из показаний всех термомпар.

Обработка полученного цифрового материала при любой температуре производится так же, как в первом упражнении. В конце работы необходимо построить график, отложив на оси абсцисс температуру, а на оси ординат коэффициент вязкости исследуемой жидкости.

## ЛИТЕРАТУРА

1. С. П. Стрелков, Механика, Гостехиздат, 1956.

## СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

2. М. П. Волярович, Вязкость смазочных масел при низких температурах, ч. 1, стр. 15—19, Изд. АН СССР, 1944.

## ЗАДАЧА 35

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ ПО ВЫСОТЕ ПОДНЯТИЯ ЖИДКОСТИ В КАПИЛЛЯРНЫХ ТРУБКАХ

Принадлежности: 1) катетометр, 2) набор капиллярных трубок разного диаметра, 3) держатель капиллярных трубок, 4) стакан для жидкостей, 5) деревянная подставка, 6) миллиметровый масштаб, 7) отвес.

**Введение.** Если мысленно разрезать поверхность жидкости по какой-либо произвольной линии, то сила сцепления между обеими частями ее, вызванная взаимным притяжением молекул, находящихся по обе стороны линии, будет тем больше, чем больше будет длина линии  $l$ ; другими словами, сила поверхностного натяжения  $f$  будет прямо пропорциональна длине

$$f = \alpha l. \quad (1)$$

Коэффициент пропорциональности  $\alpha$ , представляющий собой силу поверхностного натяжения, действующую на единицу длины поверх-

ностной пленки жидкости, называется *коэффициентом поверхностного натяжения*. Его принято измерять в *дин/см* или в *мГ/мм*.

Если благодаря соприкосновению с твердым телом поверхность жидкости получит некоторую кривизну, то на такой поверхности силы поверхностного натяжения вызывают некоторые дополнительные явления. Эти силы дают при выпуклых и вогнутых поверхностях слагающую, направленную всегда в сторону вогнутой поверхности, и таким образом создают внутри всякой искривленной поверхности добавочное, вызванное кривизной поверхности, давление.

Если поверхность сферическая, то это добавочное давление может быть выражено следующим образом:

$$\Delta p = \frac{2\alpha}{R}, \quad (2)$$

где  $R$  есть радиус кривизны поверхности. Этим добавочным давлением, т. е. давлением, обусловленным кривизной мениска, вызываются явления поднятия и опускания жидкости в капиллярных трубках. Жидкость поднимается (опускается) в капилляре настолько, чтобы гидростатическое давление столба жидкости уравнило давление, вызванное кривизной поверхности.

Если считать, что жидкость полностью смачивает поверхность трубки, то радиус кривизны  $R$  совпадает с внутренним радиусом трубки  $r$ , так что

$$\Delta p = \frac{2\alpha}{r} = \rho gh, \quad (3)$$

где  $\rho$  — плотность жидкости,  $h$  — высота подъема ее,  $g$  — ускорение силы тяжести. Таким образом, зная радиус капилляра, плотность жидкости и высоту ее подъема в капилляре, можно по формуле (3) определить коэффициент поверхностного натяжения  $\alpha$ .

**Описание катетометра.** Катетометры служат для измерения вертикальных расстояний на недоступных для непосредственного измерения объектах.

Устройство применяемого в настоящей работе катетометра КМ-10 представлено на рис. 63. На металлическом цилиндре,

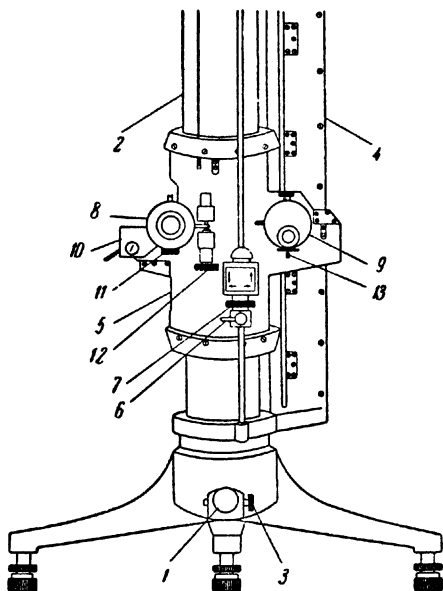


Рис. 63.

укрепленном на массивном треножнике, может легко вращаться и закрепляться винтом 1 вертикальная стальная полая труба-колонна 2.

Повороты трубы на малые углы осуществляются винтом 3 (винт 1 должен быть при этом закреплен).

На колонне укрепленна оправа 4 с вертикальной стеклянной шкалой, расположенной строго параллельно оси колонны. Шкала освещается электрической лампочкой.

По колонне может перемещаться вверх и вниз каретка 5, уравновешенная при помощи троса противовесом, находящимся внутри колонны. Закрепление каретки в нужном положении производится винтом 6. Для незначительного изменения положения каретки при закрепленном винте 6 пользуются маховичком 7.

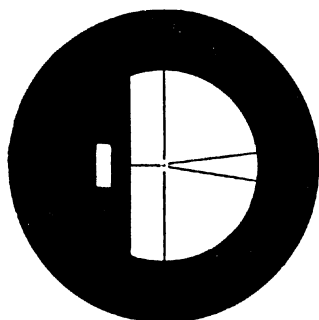


Рис. 64.

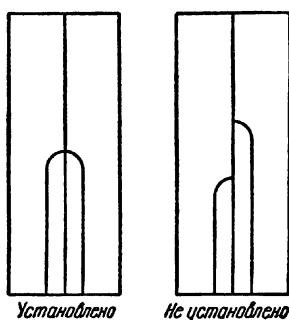


Рис. 65.

На каретке укрепленна зрительная труба 8, уровень 10 и отсчетный микроскоп 9, который имеет спиральный окулярный микрометр. Зрительная труба имеет призмы, назначение которых состоит в переносе изображения пузырька уровня в поле зрения трубы, имеющем вид, изображенный на рис. 64.

В малой незатемненной части поля (в прямоугольнике) видны контуры половинок пузырька уровня. В другой части поля зрения видны четыре прямые линии, необходимые для наводки трубы на объект наблюдения. Если труба установлена горизонтально, контуры половинок пузырька образуют непрерывную линию, если труба не горизонтальна — контуры половинок смещены (рис. 65).

Наводка трубы на точку объекта производится так, чтобы эта точка находилась на уровне горизонтальной линии и располагалась между двумя расходящимися прямыми (рис. 64).

Наводка этих прямых на резкость достигается вращением окуляра трубы, фокусировка трубы на объект осуществляется винтом 11. В поле зрения микроскопа имеются три шкалы (рис. 66), позволяющие производить отсчет вертикального смещения каретки с трубой с точностью до 0,0002 мм.

Десятые доли миллиметра отсчитываются по шкале в виде двух красных вертикальных линий с нанесенными сверху вниз делениями от 0 до 10 (мелкие цифры).

Целое число миллиметров указывается цифрой, стоящей около крупного штриха, находящегося между нулевым и десятым делением первой шкалы. Сотые и тысячные, а на глаз и десятитысячные доли миллиметра определяются по круговой шкале (сверху) — пользуются указателем, находящимся над первой шкалой. Для отсчета этих долей миллиметра используются маховичком 13. Вращая его (по часовой стрелке, если смотреть снизу вверх), опускают первый виток двойной спирали на линию штриха, дающего целое число миллиметров. Необходимо, чтобы этот штрих занял симметричное положение между двойными витками спирали в промежутке двух красных вертикальных линий.

Если круговая шкала была приведена ранее к нулю (вращением маховичка 13), то после установки штриха по верхней шкале можно отсчитать сотые и тысячные доли миллиметра. Эти доли должны быть прибавлены к целым и десятым долям миллиметра.

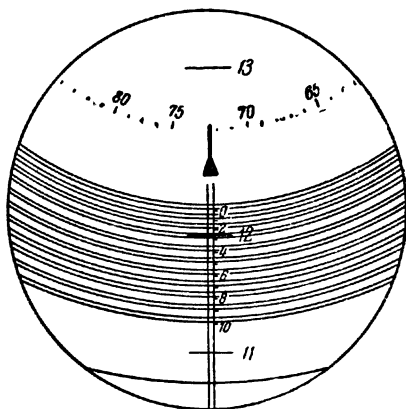


Рис. 66.

Как на пример отсчета по всем трем шкалам укажем, что на рис. 66 отсчет дает величину 12,2725 мм. Для производства измерений необходимо, чтобы колонна была установлена строго вертикально. Это достигается вращением винтов треножника и производится при монтаже прибора — делать это вновь не следует (винты у треножника не трогать!).

Установка трубы горизонтально осуществляется вращением винта 12 (рис. 63). Необходимо убедиться, что труба остается горизонтальной (контуры половинок пузырька должны образовывать непрерывную дугу) в любом положении каретки (ее передвигают, вращают колонну).

Механизмами малых перемещений (микрометрические винты) следует пользоваться только тогда, когда точка наблюдения находится вблизи точки перекрестия нитей. Включают освещение шкалы, производят отсчеты. Измеряемая длина является разностью отсчетов.

Во время измерений необходимо следить, чтобы: 1) измерения производились без перефокусировки трубы; 2) сохранялось горизонтальное положение трубы; 3) отсчет для каждой точки производился не менее трех раз.



Рекомендуется ознакомиться с заводским описанием прибора.

**Измерения.** Внутренние диаметры трех применяемых капиллярных трубок измеряются отсчетным микроскопом МИР-1, а высота подъема жидкости в трубках измеряется катетометром КМ-10. Студент должен оценить, какую степень точности измерений катетометром следует использовать.

Капиллярные трубки перед измерением должны быть чисто вымыты, сначала их промывают раствором двуххромового калия, в серной кислоте, а затем дистиллированной водой и спиртом. Трубки просушиваются пропусканием через них нагретого воздуха.

После этого трубки поочередно укрепляют в держателе штатива и отсчетным микроскопом тщательно измеряют их внутренние диаметры (ось трубки должна быть перпендикулярна оси микроскопа, трубка хорошо освещена). Эти измерения необходимо произвести в нескольких сечениях для каждой трубки, производя не менее трех отсчетов величины диаметра для каждого сечения. Из всех полученных измерений берут среднее арифметическое.

Если эти величины сильно отличаются друг от друга для различных сечений, то с трубкой работать не следует — она не цилиндрическая. Если средние значения диаметров отличаются друг

от друга на величины, не превышающие ошибки измерений, то находят среднее арифметическое и принимают его за истинное значение диаметра капилляра цилиндрической трубки.

После этих измерений капиллярные трубки разных внутренних диаметров зажимают в общий держатель *ABC* (рис. 67), устанавливают их по отвесу вертикально и погружают в стакан с дистиллированной водой, опустив их на 2—3 см больше, чем это нужно для опыта; оставляют их в этом положении несколько минут, чтобы стенки каналов трубок основательно смочились водой. Затем трубки приподнимают, зажимают их и отсчитывают положения вершин менисков при помощи катетометра (к каждому отсчету следует еще прибавить высоту, равную  $\frac{1}{3}$  радиуса канала — поправку на мениск). Потом трубки снова опускают глубже и через несколько минут поднимают и повторяют отсчеты. Повторив измерения не менее трех раз, приступают к вычислению коэффициента поверхностного натяжения.

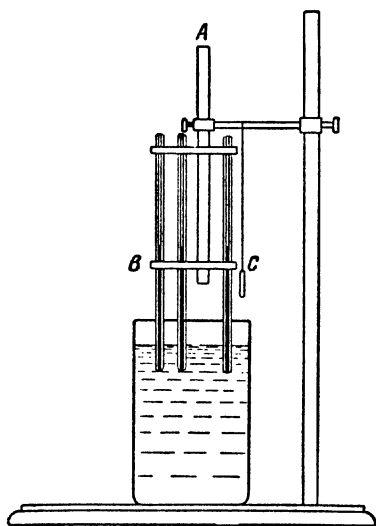


Рис. 67.

**Вычисления.** Если трубки совершенно чисты, то высоты жидкости в трубках должны быть каждый раз одни и те же. Обозначим эти высоты через  $h_1$ ,  $h_2$  и  $h_3$ , радиусы каналов соответствующих трубок — через  $r_1$ ,  $r_2$  и  $r_3$ , через  $\delta$  — плотность жидкости и через  $\alpha$  — ее коэффициент поверхностного натяжения,  $g$  — ускорение силы тяжести. Тогда имеем

$$\alpha = \frac{r_1 h_1}{2} \delta g = \frac{r_2 h_2}{2} \delta g = \frac{r_3 h_3}{2} \delta g,$$

отсюда

$$h_1 - h_2 = \frac{2\alpha}{g\delta r_1} - \frac{2\alpha}{g\delta r_2}$$

и

$$h_1 - h_3 = \frac{2\alpha}{g\delta r_1} - \frac{2\alpha}{g\delta r_3},$$

следовательно,

$$\alpha = \frac{r_1 r_3}{2(r_2 - r_1)} (h_1 - h_2) \delta g = \frac{r_1 r_3}{2(r_3 - r_1)} (h_1 - h_3) \delta g.$$

Подставляя в эти равенства значения  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_3$ ,  $h_1$ ,  $h_2$  и  $h_3$ , полученные из измерений, и взяв из таблицы (см. в конце книги) значение  $\delta$  при температуре наблюдения, находим искомое  $\alpha$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

С. Э. Фриш и А. В. Тиморева, Курс общей физики, т. I, гл. IX, § 78, 79, 80, 82, Физматгиз, 1962.

### ЗАДАЧА 36

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ ПРИ ПОМОЩИ ГОРИЗОНТАЛЬНОГО КАПИЛЛЯРА

**Принадлежности:** 1) установка, 2) два стаканчика с исследуемой жидкостью, 3) два капилляра.

Теоретическое введение см. в задаче 35.

**Описание метода и установки.** Если в горизонтально расположенный капилляр ввести каплю исследуемой жидкости, смачивающей стенки капилляра, то на торцах столбика жидкости оба мениска будут вогнутые. Повысив давление с одной стороны, можно подвести столбик к концу капилляра и тем самым сделать поверхность одного торца плоской. Разность давлений с двух сторон столбика жидкости может быть измерена с помощью U-образного манометра, разность высот уровней в котором измеряется катетометром (см. задачу 35) или горизонтальным микроскопом.

В этом случае для коэффициента поверхностного натяжения  $\alpha$  имеем

$$\alpha = \frac{r}{2} \rho g h, \quad (1)$$

где  $r$  — радиус капилляра,  $g$  — ускорение силы тяжести,  $h$  — разность высот уровней в манометре,  $\rho$  — плотность жидкости в манометре.

Изменение давления осуществляется поднятием или опусканием (с помощью подвижного столика) сосуда  $A$  (рис. 68) с водой, соединенного сифоном с другим сосудом  $B$ , также наполненным водой. Верхняя часть сосуда  $B$  соединена с капилляром  $L$  и манометром  $M$ .

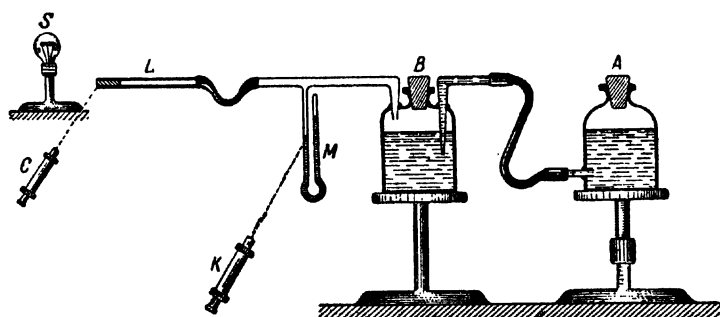


Рис. 68.

Для определения положения сосуда  $A$ , при котором мениск делается плоским, за концом капилляра  $L$ , освещенным лампочкой  $S$ , наблюдают в микроскоп  $C$  небольшого увеличения. Когда поверхность жидкости становится плоской, мениск оказывается равномерно освещенным.

Необходимо, чтобы концы капилляра были хорошо отшлифованы и при подведении столбика жидкости к концу капилляра этот конец был сухим.

Плотность воды, налитой в манометр, можно принять равной единице. Величина радиуса капилляра или указывается как постоянная прибора, или ее измеряют (способ измерения см. в задаче 35).

Этот метод определения поверхностного натяжения применим к жидкостям, которые вполне смачивают стекло. Он достаточно прост, обеспечивает хорошую точность и позволяет определять поверхностное натяжение жидкостей, имеющих в очень малых количествах.

**Измерения.** Исследуемыми жидкостями являются т о л у о л и в о д а. Для более точного определения величины поверхностного натяжения измерения производят с двумя капиллярами. Напол-

нение капилляров капель исследуемой жидкости производится опусканием их в сосуд с жидкостью, после чего капилляры попеременно при помощи резиновой трубки прикрепляются к концу манометра. Само измерение сводится (если даны радиусы капилляров) к отсчету при помощи катетометра или горизонтального микроскопа  $K$  (рис. 68) разности уровней в манометре в момент, когда передвижением сосуда  $A$  добьются равномерного освещения конца капилляра (в этот момент мениск становится плоским). Опусканием сосуда  $A$  столбик жидкости смещают к середине капилляра, а затем вновь подводят к концу и повторяют отсчеты на манометре. Измерения производят не менее трех раз на каждом капилляре и берут среднее значение.

#### ЛИТЕРАТУРА

См. литературу к задаче 35.

### ЗАДАЧА 37

#### ИЗУЧЕНИЕ ЗАВИСИМОСТИ КОЭФФИЦИЕНТА ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ РАСТВОРА ОТ ЕГО КОНЦЕНТРАЦИИ И ТЕМПЕРАТУРЫ ПО МЕТОДУ МАКСИМАЛЬНОГО ДАВЛЕНИЯ В ПУЗЫРЬКЕ

Принадлежности: 1) аспиратор, 2) спиртовый манометр, 3) сосуд в форме пробирки с боковым отростком и пробкой, 4) трубка с оттянутым концом, 5) два стакана, 6) термометр, 7) электроплитка, 8) мешалка, 9) штатив, 10) набор исследуемых жидкостей.

Теоретическое введение см. в задаче 35.

**Описание прибора.** Прибор (рис. 69) состоит из наполненного водой аспиратора  $A$ , соединенного с помощью резиновых трубок и четырехконечной трубки  $C$  с манометром  $M^1$ ) и с верхним воздушным пространством плотно закрытого сосуда  $B$ , в который наливается некоторое количество исследуемой жидкости. Через отверстие в пробке в этот сосуд вводится так называемый «кончик», представляющий собою стеклянную трубку, нижний конец которой оттянут так, что выход канала трубки весьма узок. Этот «кончик» помещается на уровне испытуемой жидкости так, чтобы он соприкасался с ее поверхностью. Сосуд  $B$  помещается для поддержания или изменения температуры в стакан, наполненный водой, который может подогреваться. Четвертый отросток  $d$  четы-

<sup>1)</sup> Зеркальная шкала манометра для удобства отсчета может передвигаться вверх и вниз.

режконечной трубки, который может закрываться, соединяет всю эту систему с атмосферой.

Если, закрыв отросток  $d$ , слегка приоткрыть кран аспирантора, то вода начнет медленно вытекать из него, и в верхней части аспирантора, а следовательно, и в соединенных с ней верхней части сосуда  $B$  и левом колене манометра образуется разреженное пространство. При некотором определенном разрежении избыток атмосферного давления проталкивает через «кончик» в сосуд  $B$

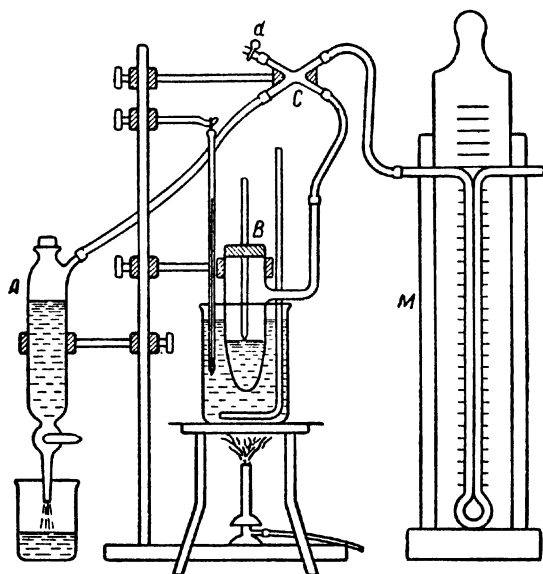


Рис. 69.

пузырек воздуха. Это происходит тогда, когда разность давления атмосферного воздуха и воздуха в сосуде  $B$ , измеряемая разностью высот уровней жидкости в коленях манометра, уравновешивает давление, вызываемое поверхностным натяжением испытуемой жидкости, стремящимся сжать образующийся пузырек.

Обозначим эту разность давлений через  $H$ , а коэффициент поверхностного натяжения исследуемой жидкости — через  $\alpha$ . Тогда в момент отрыва пузырька между ними будет существовать следующее соотношение:

$$\alpha = AH, \quad (1)$$

где  $A$  — коэффициент пропорциональности, зависящий от размеров «кончика», т. е. величина, постоянная для данного прибора. Для определения ее необходимо произвести опыт с какой-

либо жидкостью, поверхностное натяжение которой хорошо известно, например с водой. Тогда, подставив соответствующие значения  $H_0$  и  $\alpha_0$  в формулу (1), будем иметь

$$A = \frac{\alpha_0}{H_0}. \quad (2)$$

Определив таким образом постоянную прибора, можно перейти к определению поверхностного натяжения любой жидкости, которое выразится теперь формулой

$$\alpha = \frac{\alpha_0}{H_0} H. \quad (3)$$

**Измерения. 1. Определение постоянной прибора.** Собрав прибор согласно рисунку, налив в аспиратор воды до уровня бокового отростка и дистиллированной воды в сосуд  $B$  до уровня, указанного на рисунке, открывают отросток  $d$  соединительной стеклянной трубки, устанавливая этим внутри прибора атмосферное давление. Уровни жидкости в коленях манометра при этом выравниваются. Передвигая шкалу манометра, устанавливают нулевое деление ее на общий уровень спирта в коленях. Закрыв затем отросток  $d$ , открывают кран аспиратора настолько, чтобы изменение давления происходило достаточно медленно и можно было легко отсчитать высоты уровней в манометре в момент отрыва пузырька.

Когда частота образования пузырьков установится, начинают производить отсчеты по манометру, отмечая высоту уровня в обоих коленях. Отсчеты производятся не менее чем для десяти пузырьков, и из них берется среднее.

Одновременно производят отсчет температуры в стакане с водой, в который погружен сосуд  $B$ .

Подставив в формулу (2) полученное значение  $H_0$  и взятое из таблиц или графика значение  $\alpha_0$  для данной температуры, находят постоянную прибора.

**2. Определение зависимости  $\alpha$  от концентрации растворов.** Вылив воду из сосуда  $B$ , наполняют его раствором метилового спирта в воде определенной концентрации, причем во избежание ошибки рекомендуется предварительно прополоскать сосуд и особенно «кончик» этим раствором. Определив, как и в первом случае, высоту  $H$ , находят по формуле (3) соответствующее значение  $\alpha$ .

Подобные измерения повторяют для целого ряда растворов известной концентрации и по полученным данным строят график зависимости  $\alpha$  от концентрации.

**3. Определение зависимости  $\alpha$  от температуры.** Прополоскав и наполнив ксилолом сосуд  $B$ , нагре-

вают воду в стакане, в который погружен сосуд, до  $80-90^\circ$  и дают ей затем медленно остывать, производя через каждые  $10^\circ$  отсчеты.

Определив таким образом  $\alpha$  для нескольких температур, строят график зависимости  $\alpha$  от температур.

#### ЛИТЕРАТУРА

См. литературу к задаче 35.

### ЗАДАЧА 38

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОТДАЧИ ПРИ ЕСТЕСТВЕННОЙ КОНВЕКЦИИ

Принадлежности: 1) установка, 2) градуировочный график к термометрам.

**Введение.** Процесс передачи тепла от одного тела к другому может осуществляться путем излучения, конвекции или теплопроводности.

При распространении тепла в жидкой и газообразной средах, при не слишком высоких температурах, основную роль играет конвекция, так как теплопроводность большинства жидкостей (исключение составляют жидкие металлы) и газов мала.

На рис. 70 приведены фотографии нагретых труб (две трубы расположены горизонтально и одна вертикально). На фотографии отчетливо видны конвекционные потоки воздуха. Количество тепла, передаваемого конвекцией с единицы поверхности тела, нагретого до температуры  $T_1$ , в единицу времени окружающей среде температуры  $T_2$ , можно выразить в виде

$$Q_k = \alpha_k (T_1 - T_2).$$

Коэффициент  $\alpha_k$  называется коэффициентом теплоотдачи. Он является сложной функцией параметров среды (вязкости ее, плотности, теплоемкости и т. п.), формы тела и, вообще говоря, функцией температуры.

Количество тепла  $Q_L$ , излучаемое нагретым до температуры  $T_1$  телом с единицы поверхности в единицу времени, определяется по закону Стефана — Больцмана

$$Q_L = \varepsilon \sigma T_1^4.$$

Здесь  $\sigma$  — универсальная постоянная (константа излучения), равная  $1,36 \cdot 10^{12} \text{ кал/см}^2 \cdot \text{сек} \cdot \text{град}^4$ , а  $\varepsilon$  — коэффициент, характеризующий излучательную способность тела. Максимальной излучательной способностью обладает так называемое абсолютно черное

тело, которое поглощает все падающие на него лучи. Для абсолютно черного тела  $\varepsilon = 1$ . Для всех прочих тел  $\varepsilon < 1$ . При теплообмене каждое тело не только излучает, но и поглощает излучение окружающих тел. При условии, что поверхность  $S_1$  тела с температурой  $T_1$  значительно меньше поверхности  $S_2$  с температурой  $T_2$  (при  $T_1 > T_2$ ,  $S_1 \ll S_2$ ), имеем

$$Q_L = \varepsilon \sigma (T_1^4 - T_2^4),$$

где  $\varepsilon$  — коэффициент, характеризующий излучательную способность тела с температурой  $T_1$ .

Если учесть возможность теплообмена как конвекцией, так и излучением, то для полного количества тепла, теряемого телом, получим

$$Q = Q_k + Q_L = (\alpha_k + \alpha_L) (T_1 - T_2) = \alpha (T_1 - T_2),$$

где  $\alpha_L = \frac{\varepsilon \sigma (T_1^4 - T_2^4)}{T_1 - T_2}$  — коэффициент теплоотдачи излучением,  $\alpha = \alpha_k + \alpha_L$  — суммарный коэффициент теплоотдачи.

Написанные в таком виде соотношения справедливы для установившегося процесса, т. е. когда температуры  $T_1$  и  $T_2$  поддерживаются постоянными.

Целью настоящей задачи является экспериментальное определение коэффициентов теплоотдачи  $\alpha_L$  и  $\alpha_k$  и установление зависимости коэффициента теплоотдачи  $\alpha$  от разности температур  $T_1 - T_2$ .

#### Описание установки и измерения.

Установка состоит (рис. 71) из горизонтально расположенной медной трубки  $T$ , внутри которой по оси натянута нихромовая проволока, закрепленная в пробках  $a$  и  $b$ . Проволока служит нагревателем — по ней пропускается электрический ток. Медная трубка нагревается и отдает тепло окружающему ее воздуху. Для измерения температуры наружной поверхности трубки на ней, на равных расстояниях друг от друга, укреплены семь термпар (медь — константан).

Холодные спаи всех термпар помещены в сосуд  $x$ , находящийся при комнатной температуре. С помощью переключателя  $P$  любая из термпар может быть замкнута на гальванометр  $G$  (на рис. 71 приведена схема включения на гальванометр четвертой термпары, расположенной на середине трубки).

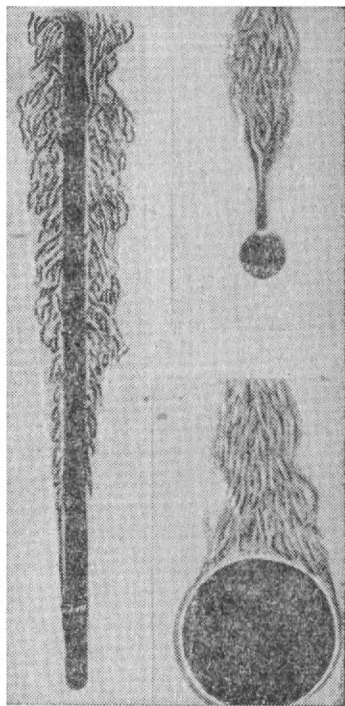


Рис. 70.



Ключи  $K_1$  и  $K_2$  служат для включения цепей нагревателя и термопар. Реостатом  $R$  можно регулировать ток в нагревателе. Перед началом измерения собирают цепь нагревателя (с амперметром, вольтметром, реостатом и ключом) и цепь термопар (с гальванометром и ключом). После этого включают ключи  $K_1$  и  $K_2$ . Уменьшая сопротивление реостата (при сборке схемы он должен быть включен на наибольшее сопротивление), доводят ток до  $0,75$  а.

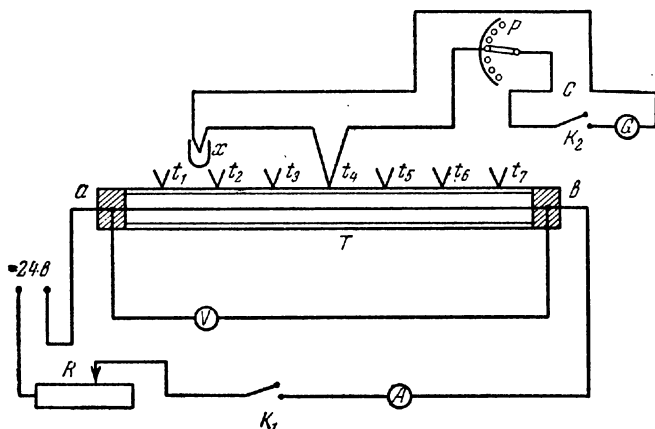


Рис. 71.

По показаниям гальванометра, переключая на него поочередно все термопары, следят за измерением температуры на поверхности трубки. По прошествии некоторого времени показания всех термопар перестанут изменяться. Это будет означать, что количество теплоты, получаемой от нагревателя, равно количеству теплоты, отдаваемой трубкой в воздух, т. е. процесс является установившимся. Количество тепла  $Q$ , подводимое к трубке по закону Джоуля — Ленца, равно  $Q = 0,24 I V t$ , откуда для коэффициента суммарной теплоотдачи, пренебрегая потоком тепла через торцы трубки, получим

$$\alpha = \frac{0,24 V I}{\pi d l (T_1 - T_2)},$$

где  $V$  — разность потенциалов (в вольтах) на концах проволоки-нагревателя,  $I$  — сила тока (в амперах),  $d$  — внешний диаметр трубки,  $l$  — длина трубки. Их значения написаны на установке.

Температуру  $T_1$  поверхности трубки при установившемся процессе определяют как среднее арифметическое из показания всех термопар (пользуясь градуировочным графиком термопар). Температуру  $T_2$  окружающего воздуха измеряют обычным термометром.

Зная температуры  $T_1$  и  $T_2$ , вычисляют  $\alpha_L$  (для меди  $\epsilon = 0,70$ ).

Зная  $\alpha$  и  $\alpha_L$  по формуле  $\alpha_k = \alpha - \alpha_L$ , определяют коэффициент теплоотдачи при конвекции. Эксперимент повторяют при более высоких температурах поверхности трубки. Рекомендуемые значения силы тока написаны на установке. Необходимо следить за тем, чтобы в момент каждого измерения процесс стал установившимся.

Полученный экспериментальный материал необходимо представить в виде графиков

$$\alpha = f_1(T_1 - T_2),$$

$$\alpha_k = f_2(T_1 - T_2).$$

Коэффициент теплоотдачи  $\alpha_k$  является, как уже говорилось, сложной функцией формы тела, свойств окружающей среды и температуры. Поэтому может показаться, что в любом реальном случае для оценки теплоотдачи необходимо экспериментально определить ее величину. Однако при рассмотрении теплоотдачи путем конвекции, так же как в гидродинамике, можно выделить из всего многообразия способов осуществления данного опыта ряд опытов, которые являются физически подобными. Это означает, что если два опыта произведены в разных условиях (разный диаметр нагретых труб, разная теплопроводность окружающей среды и т. п.), но сохраняются постоянными некоторые безразмерные комбинации физических параметров опыта (моделирование), то коэффициент теплоотдачи будет оставаться неизменным. Это позволило показать, что для труб всех диаметров, как расположенных вертикально, так и горизонтально, и для сферических поверхностей разных диаметров, помещенных в разных газах и жидкостях, коэффициент теплоотдачи

$$\alpha_k = \frac{\lambda}{d} A [224 (T_1 - T_2)]^n,$$

где  $A$  и  $n$  — величины, определяемые видом конвекционных потоков воздуха,  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности воздуха,  $d$  — внешний диаметр трубки. Логарифмируя, получаем

$$\lg \frac{\alpha_k d}{\lambda} = n \lg [224 (T_1 - T_2)] + \lg A.$$

Комбинация величин в левой части уравнения, как легко видеть, является безразмерной величиной.

Для определения величин  $A$  и  $n$  в прямоугольной системе координат строят график, откладывая по оси абсцисс величину  $\lg [224 \times (T_1 - T_2)]$ , по оси ординат —  $\lg \frac{\alpha_k d}{\lambda}$ .

По точкам проводят прямую, которая не проходит через начало координат, а отсекает отрезок величины  $\lg A$ . Пользуясь этим,

определяют численное значение  $A$ . Величину  $n$  определяют как тангенс угла наклона прямой к оси абсцисс.

Определив  $A$  и  $n$  для коэффициента конвекционной теплоотдачи, получим

$$\alpha_k = \frac{d}{\lambda} A [224 (T_1 - T_2)]^n.$$

Эта величина имеет применение не только в условиях приведенного эксперимента, но и во всех случаях, когда выполняются условия подобия (равенство определенных безразмерных комбинаций физических параметров).

Для большей точности определения величин  $A$  и  $n$  масштабы по осям координат следует выбрать так, чтобы прямая шла под углом, близким к  $45^\circ$ , к осям координат.

### СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

М. А. М и х е е в, Основы теплопередачи, стр. 45—51, 161, Госэнергоиздат, 1956.

## ЗАДАЧА 39

### ИЗМЕРЕНИЕ ТЕПЛОТЫ ИСПАРЕНИЯ ЖИДКОГО АЗОТА

**П р и н а д л е ж н о с т и:** 1) стационарный дьюаровский сосуд с нагревателем для испарения жидкого азота, 2) калиброванный газометр для измерения количества испаренного азота, 3) конденсационный термометр для измерения температуры жидкого азота, 4) электрическая схема для включения нагревателя в дьюаровском сосуде, 5) секундомер, 6) защитные очки для наблюдателя.

**Введение и описание прибора.** Задача имеет целью измерение теплоты испарения жидкого азота и ознакомление выполняющих задачу с элементами экспериментальной техники при работе со сжиженными газами.

Испарение жидкого азота производится из небольшого цилиндрического дьюаровского сосуда  $FF$ , установленного неподвижно на деревянной стойке (рис. 72). Этот сосуд имеет непосеребренную вертикальную полосу, позволяющую видеть уровень ожиженного газа (в данном случае азота) в сосуде. Внутри сосуда находится герметически закрытый металлический нагреватель  $S$ , содержащий маленькую константановую печку, питаемую током, подводимым к ней сверху по проводам, заключенным в металлическую трубку, служащую держателем кожуха нагревателя. Сверху дьюаровский сосуд закрыт латунной крышкой, герметически соединенной с внешними стенками сосуда при помощи резиновой манжеты, обвязанной снаружи проволокой. В крышке сверху имеется ряд отверстий. Одно отверстие, закрываемое резиновой пробкой, служит для

наливания через вставляемую в него металлическую воронку жидкого азота внутрь сосуда. В другое отверстие впаяна латунная трубка, на которую надета резиновая трубка, соединяющая дьюаровский сосуд с расположенным на столе газометром. В третье отверстие трубки введена трубка нагревателя. Ввод трубки нагревателя уплотнен резиновой манжеткой. В четвертое отверстие крышки, также на резиновом уплотнении, введена трубка конденсационного термометра. О его работе будет сказано ниже.

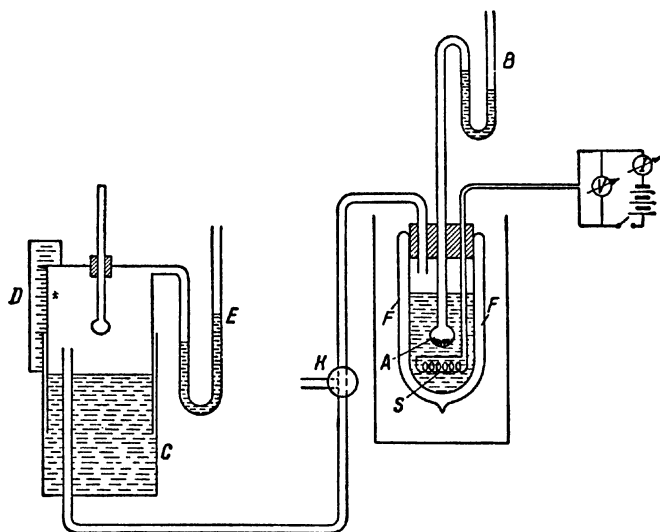


Рис. 72.

Испаряющийся из дьюаровского сосуда азот поступает через упомянутую выше резиновую трубку в газометр. Схема газометра изображена на рис. 72 слева. Назначение газометра заключается в измерении количества газа, выходящего в результате испарения жидкости из дьюаровского сосуда. Измерением объема газа можно гораздо точнее определить количество испарившейся в сосуде жидкости, чем при непосредственном измерении объема жидкости, так как плотность жидкости приблизительно в 1000 раз больше плотности газа.

Подача тепла в установку задается мощностью нагревателя, которая измеряется по амперметру и вольтметру, включенным в цепь питания нагревателя. Нагреватель питается от аккумулятора напряжением около 10 в.

Таким образом, зная количество испаренной жидкости по изменению объема газа в газометре и подведенное количество тепла

через нагреватель, можно найти теплоту испарения сжиженного газа, налитого в дьюаровский сосуд. Если ее обозначить через  $\lambda$ , то легко видеть, что

$$\lambda = \frac{0,24IVt}{m} = \frac{0,24VRTt}{p\nu\mu}, \quad (1)$$

где  $I$  — сила тока в нагревателе,  $V$  — падение напряжения на нагревателе,  $t$  — время нагрева; остальные величины, входящие в эту формулу, именно  $p$  — давление газа в газометре,  $\nu$  — объем газа в газометре,  $\mu$  — молекулярный вес газа,  $R$  — универсальная газовая постоянная,  $T$  — абсолютная температура газа, связаны с выражением массы испаренной жидкости.

Теплота испарения зависит от температуры, поэтому всякий результат ее измерения имеет ценность постольку, поскольку известно, при какой температуре он получен. Измерения температуры жидкого азота можно производить газовым термометром, электрическим термометром сопротивления — термоэлементом и др. В данном случае используется конденсационный термометр. Принцип его действия может быть разъяснен следующим образом.

Для измерения температуры кипения азота пользуются тем физическим законом, что упругость насыщенного пара чистой жидкости является однозначной функцией ее температуры. В дьюаровский сосуд (рис. 72) погружен полный стеклянный шарик  $A$  конденсационного термометра, наполненный чистым газообразным азотом и герметически соединенный с манометром  $B$ . При наполнении сосуда жидким азотом газообразный азот в полости шарика  $A$  частично конденсируется, и манометр показывает упругость насыщающих паров при соответствующей температуре. Зная показания манометра в этот момент и барометрическое давление на открытом конце манометра, можно получить истинную упругость паров азота и по таблице или по соответствующему графику зависимости  $T$  от  $p$  (прилагается к прибору) можно найти температуру сконденсировавшейся жидкости и тем самым температуру азота в сосуде.

**Измерения.** Через воронку наполняют дьюаровский сосуд на две трети его объема жидким азотом <sup>1)</sup>. По истечении нескольких минут, когда процесс испарения азота из сосуда установится, можно приступить к опытам. Сначала определяют количество азота, испаряющегося за счет естественного теплоподвода, при выключенном

<sup>1)</sup> Жидкий азот предоставляется выполняющим работу студентам в небольшом металлическом дьюаровском сосуде. В целях предохранения работающих с прибором от осколков стекла, могущих разлететься, если случайно лопнет дьюаровский сосуд, он помещен в прозрачную оболочку из пластмассы. При проведении эксперимента следует быть крайне осторожным, необходимо надевать предохранительные очки.

нагревателе. Для этого, пользуясь трехходовым краном  $K$  (рис. 72), направляют поток газообразного азота, ранее выпускавшийся в комнату, в газометр  $C$  и по прикрепленной к нему шкале  $D$  измеряют объем азота, испарившегося за 10—15 минут. Затем включают нагреватель и, поддерживая силу тока постоянной (0,5 а), вновь измеряют объем азота, испарившегося за тот же промежуток времени.

Оба опыта повторяют 2—3 раза, чередуя их. При этом каждый раз записывают показания вольметра и амперметра и одновременно показания манометра  $B$ . По разности объемов азота, испарившегося при нагревании и без нагревания, находят объем азота, испарившегося под действием тепла, подводимого нагревателем. Учитывая показания шкалы объема на газометре, показания водяного манометра <sup>1)</sup> на нем и температуру газа, находят массу испарившегося азота. Вычислив подводимую тепловую энергию, по формуле (1) находят теплоту испарения жидкого азота при температуре, определяемой по показаниям конденсационного термометра <sup>2)</sup>.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Е. А. Ш т р а у ф, Молекулярная физика, стр. 388, Гостехиздат, 1949.
2. Специальный физический практикум под редакцией Г. В. С п и в а к а, т. II, раздел III, Гостехиздат, 1945.

#### ЗАДАЧА 40

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ ВОЛНОВЫМ МЕТОДОМ

П р и н а д л е ж н о с т и: 1) вибратор, 2) автотрансформатор, 3) неоновая лампа, 4) ванна для испытуемой жидкости, 5) штангенциркуль.

**Тесрия.** Если в каком-либо месте периодически нарушать горизонтальность поверхности жидкости, то это место явится источником волн. Если следить лишь за изменением положения поверхностного слоя, то такие волны можно назвать поперечными.

Роль возвращающей силы играют силы поверхностного натяжения и силы тяжести. Действительно, поверхность покоящейся жидкости, находящейся под воздействием силы тяжести, горизонтальна. Точно так же всякое искривление поверхности жидкости

<sup>1)</sup> В газометре существует избыточное давление за счет веса колпака газометра. Это давление можно измерить, пользуясь водяным манометром  $E$ , присоединенным к газометру.

<sup>2)</sup> Калибровочная кривая конденсационного термометра вывешивается у газометра.

связано с увеличением ее потенциальной энергии, обусловленной силами поверхностного натяжения. Под действием сил поверхностного натяжения поверхность стремится уменьшиться, т. е. возвратиться в горизонтальное положение, в котором потенциальная энергия минимальна.

При небольших амплитудах волн пути отдельных частиц жидкости с некоторым довольно большим приближением можно считать окружностями. Диаметры этих круговых путей наибольшие для частиц, находящихся на поверхности, и быстро уменьшаются с глубиной. Поэтому можно считать, что волны распространяются по поверхности жидкости.

Диаметр  $d = 2r$  траекторий «поверхностных» частиц жидкости равен разности высот между впадиной и гребнем. Период  $T$  полного обращения частицы соответствует продвижению волны на полную ее длину  $\lambda$ .

На гребне волны частица движется в направлении распространения волны, во впадине — в противоположном направлении.

Для подсчета скорости распространения волны удобно рассмотреть движение частиц жидкости на поверхности в системе координат, жестко связанной с движущейся волной. При таком выборе системы отсчета можно не принимать во внимание перекачку энергии из пучности волны во впадину, так как в «застывшей» волне энергия каждого участка волны остается неизменной.

В случае малых амплитуд ( $r \ll \lambda$ ) наблюдатель, движущийся вместе с волной, видит частицы, проносящиеся по поверхности застывшей волны в сторону, противоположную движению волны. Во впадине эта относительная скорость частицы равна  $v + \frac{2\pi r}{T}$  ( $v$  — скорость распространения волны,  $\frac{2\pi r}{T}$  — абсолютная скорость частицы). На гребне относительная скорость частиц меньше, чем во впадине, на удвоенную величину ее абсолютной скорости.

Это уменьшение скорости частицы при поднятии на гребень объясняется увеличением потенциальной энергии. Для гравитационных волн, в образовании которых основную роль играют силы тяжести (если силами поверхностного натяжения можно пренебречь), это изменение потенциальной энергии равно весу  $mg$ , умноженному на высоту

$$\Delta U = mg2r. \quad (1)$$

Изменение кинетической энергии можно подсчитать, пользуясь соотношением (1):

$$\Delta W = \frac{m}{2} \left[ \left( v + \frac{2\pi r}{T} \right)^2 - \left( v - \frac{2\pi r}{T} \right)^2 \right] = \frac{4m\pi r v}{T}. \quad (2)$$

По закону сохранения энергии  $\Delta U = \Delta W$ , т. е.

$$2mgr = \frac{4m\pi r v}{T}. \quad (3)$$

В случае малых амплитуд очертание волны можно считать синусоидальным. Для синусоидальных волн

$$vT = \lambda. \quad (4)$$

Учитывая это из (4), получим выражение для скорости гравитационных волн

$$v = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}}. \quad (5)$$

С ростом длины волны  $\lambda$  скорость гравитационных волн увеличивается.

Влияние поверхностного натяжения на величину потенциальной энергии можно учесть следующим образом. Рассмотрим рис. 73,

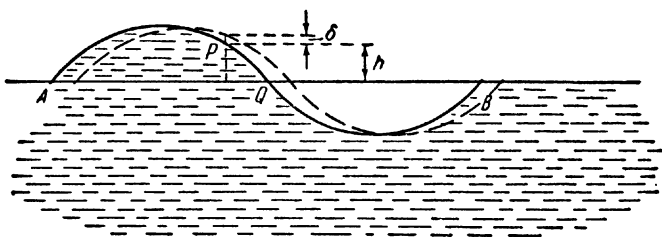


Рис. 73.

на котором изображено вертикальное сечение волны, распространяющейся в направлении линии  $AB$  по поверхности жидкости плотности  $\rho$  и с поверхностным натяжением  $\alpha$ .  $AQB$  — уровень спокойной поверхности жидкости,  $h$  — высота точки  $P$  волновой поверхности над линией  $AB$ .

Если в процессе распространения волны точка  $P$  поднимется на бесконечно малую величину  $\delta$ , то малый элемент поверхности  $dS$  будет двигаться вверх против силы  $dS \frac{\alpha}{|R|}$ , где  $R$  — радиус кривизны вертикального сечения поверхности волны в точке  $P$ . Работа, совершаемая при подъеме элемента поверхности  $dS$  в точке  $P$ , равна

$$dA = dS \frac{\alpha}{|R|} \delta \cos \beta, \quad (6)$$

где  $\beta$  — угол между вертикалью и радиусом кривизны вертикального сечения поверхности волны в точке  $P$ .

Можно считать, что жидкость, необходимая для заполнения освободившегося при перемещении элемента поверхности пространства, берется с уровня  $AQB$ . Тогда работа, совершаемая против силы тяжести, равна  $\rho dS \delta \cos \beta \cdot gh$ . Вся совершаемая при



перемещении элемента поверхности  $dS$  работа, т. е. полное приращение потенциальной энергии, равна

$$dU = dS \delta \cos \beta \left( \rho g h + \frac{\alpha}{|R|} \right). \quad (7)$$

Множитель  $\frac{1}{R}$  представляет собой кривизну сечения поверхности волны в точке  $P$ , ее нетрудно вычислить.

Запишем уравнение бегущей волны в виде

$$h = h_0 \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right). \quad (8)$$

Если зафиксировать положение волны в какой-либо момент времени  $t$ , то получим кривую, изображенную на рис. 73. Кривизну  $\frac{1}{R}$  в любой точке кривой можно вычислить по формуле <sup>1)</sup>

$$\frac{1}{R} = \frac{d^2 h}{dx^2} \left[ 1 + \left( \frac{dh}{dx} \right)^2 \right]^{-3/2}. \quad (9)$$

В рассматриваемом случае малых амплитуд ( $h_0 \ll \lambda$ ) второй член в квадратных скобках можно опустить. Тогда

$$\frac{1}{|R|} = \frac{4\pi^2}{\lambda^2} h. \quad (10)$$

Подставляя это значение кривизны в (7), получим

$$dU = dS \delta \cos \beta \cdot \rho h \left( g + \frac{4\pi^2 \alpha}{\rho \lambda^2} \right). \quad (11)$$

Отсюда видно, что поверхностное натяжение как бы увеличивает ускорение силы тяжести на величину  $\frac{4\pi^2}{\rho \lambda^2} \alpha$ . Учитывая это, можно видоизменить соотношение (5) для скорости волны применительно к общему случаю с учетом как силы тяжести, так и сил поверхностного натяжения

$$v = \sqrt{\frac{\lambda}{2\pi} g + \frac{2\pi}{\rho \lambda} \alpha}. \quad (12)$$

Выражение под знаком корня есть сумма двух слагаемых, из которых первое  $\frac{\lambda g}{2\pi}$  делается бесконечно большим при бесконечно большом  $\lambda$ , а второе  $\frac{2\pi}{\rho \lambda} \alpha$  — при бесконечно малом  $\lambda$ . Таким образом, скорость распространения волны бесконечно велика при очень малом  $\lambda$ , затем она уменьшается, достигая некоторого минимального значения  $v_{\min}$ , и далее вновь возрастает, стремясь к бесконечности при очень больших длинах волн.

<sup>1)</sup> П. К. Рашевский, Курс дифференциальной геометрии, стр. 116, Гостехиздат, 1956.

Значение длины волны, соответствующее  $v_{\min}$ , разграничивает области гравитационных от так называемых капиллярных волн, в образовании которых основную роль играет поверхностное натяжение жидкости.

Для чисто капиллярных волн  $\frac{2\pi}{\rho\lambda} \alpha \gg \frac{\lambda g}{2\pi}$ , и скорость их распространения определяется соотношением

$$v = \sqrt{\frac{2\pi}{\lambda\rho} \alpha}. \quad (13)$$

В общем случае из (12) можно получить выражение коэффициента поверхностного натяжения  $\alpha$ , выражая  $v$  через частоту  $\nu$  и длину волны  $\lambda$  ( $v = \lambda\nu$ ):

$$\alpha = \rho \frac{\lambda^3 \nu^3}{2\pi} - \rho \frac{\lambda^2 g}{4\pi^2}. \quad (14)$$

Получив на поверхности с помощью вибратора волны и измерив их длину волны  $\lambda$  (используя, например, стробоскопическое освещение), легко по формуле (14) определить коэффициент поверхностного натяжения жидкости  $\alpha$ , зная частоту колебаний вибратора  $\nu$  и плотность жидкости  $\rho$ .

Пользуясь этим методом, в настоящей задаче и определяют коэффициент поверхностного натяжения жидкости.

**Описание установки.** Для получения колебаний используется электромагнитный вибратор, питаемый от сети переменного тока через автотрансформатор.

Вибратор представляет собой (рис. 74) изогнутый стерженец 1 с шариком на конце, скрепленный с намагниченным «язычком» 2, помещенным между одноименными полюсами двух подковообразных магнитов, причем намагниченность «язычка» противоположна намагниченности этих полюсов 3.

Две катушки с одинаковым направлением обмоток 4, питаемые от сети переменного тока через автотрансформатор, также помещены между теми же полюсами подковообразных магнитов так, что «язычок» находится между ними. Таким образом, частота колебаний вибратора равна частоте тока, питающего обмотки электромагнита, а именно 50 гц.

Колеблющийся стерженец вибратора касается поверхности воды или другой жидкости в кювете и возбуждает на ней круговые поверхностные волны той же частоты.

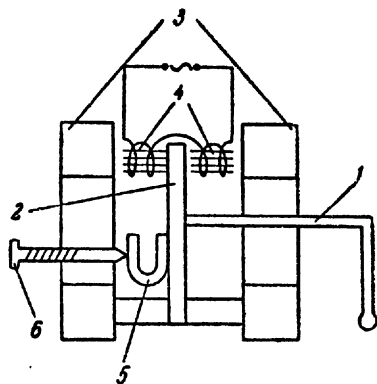


Рис. 74.

Для измерения длины волны применяется стробоскопическое освещение от неоновой лампы, питаемой от сети переменного тока. Удобно установить неоновую лампу так, чтобы волны освещались от светящейся щели между двумя электродами. Тогда частота миганий лампы равна удвоенной частоте городского тока, т. е. 100 гц. Освещенные волны кажутся совершенно неподвижными и их кажущаяся длина в два раза меньше длины бегущей волны. Картина отчетливо видна, так как колебания вибратора и вспышки неоновой лампы происходят синхронно вследствие того, что они питаются от одного и того же источника переменного тока.

Электрическая схема установки представлена на рис. 75. Можно освещать волны вспышками лишь одного электрода лампы, повернув ее соответствующим образом.

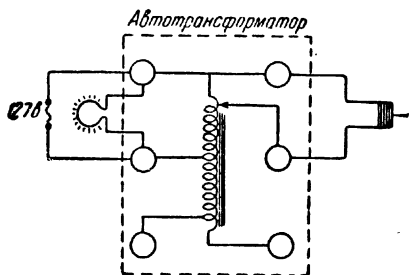


Рис. 75.

Тогда в неподвижной картине волн длина волны равна длине бегущей волны, так как теперь частота мигания лампы равна 50 гц. Но вследствие побочного освещения, проникающего от второго электрода, картина в этом случае менее отчетлива.

И в том и в другом случаях картину неподвижных волн легко наблюдать по теням на

дне кюветы. Для этого дно ванночки должно быть сделано из непрозрачного белого материала.

Так как освещение от неоновой лампы недостаточно интенсивно, то при измерениях, особенно при ярком дневном свете, всю установку следует экранировать. Для этой цели служит чехол из непрозрачного, плотного материала.

Измерение длины волны производится с помощью штангенциркуля. Для этого подносят штангенциркуль к поверхности жидкости и устанавливают его так, чтобы на дне ванночки между внутренними границами теней от ножек штангенциркуля располагалось целое число волн.

Чтобы измерения были правильными, они должны быть произведены при следующих условиях:

1. Три точки — концы ножек штангенциркуля и стержень вибратора у поверхности жидкости — должны находиться на одной прямой. При этом то же самое условие будет автоматически выполняться и для теней.

2. Ножки штангенциркуля должны лежать почти горизонтально и в непосредственной близости к поверхности жидкости, почти касаясь ее. При этом внутренние границы теней от ножек штангенциркуля должны совпадать с касательными к теневым кольцам на

дне ванночки. Если слой жидкости достаточно толст, то теневые волны заметно отличаются по форме от круговых — кольца вытянуты.

3. Проекция на дне ванночки от внутренних краев ножек штангенциркуля должны заключать точно целое число длин теневых волн. Для этого ножки штангенциркуля должны быть касательными либо к внутренним, либо к внешним границам теневых колец. Правильное положение штангенциркуля изображено на рис. 76.

Прибор, используемый в настоящей задаче, изготовлен по чертежам К. А. Рагозинского.

**Порядок измерений.** Перед началом работы необходимо тщательно вымыть ванну и налить в нее испытуемую жидкость. Уровень жидкости должен быть достаточно высоким (1—1,5 см) для того, чтобы не влияло дно кюветы. Не следует наливать слишком много жидкости: вследствие преломления в толще жидкости кольца будут широкими с нерезкими границами, что неблагоприятным образом сказывается на результатах измерения. Затем опустить стержень вибратора до соприкосновения с жидкостью. После этого следует включить установку по схеме рис. 75, предварительно убедившись, что автотрансформатор поставлен на нуль.

Убедившись, что лампочка горит, подать напряжение с автотрансформатора на вибратор не более 30—60 в. При этом на дне ванночки должна появиться неподвижная картина круговых волн. Далее надо отрегулировать работу вибратора, изменяя силу упругости возвратной пружины 5 (на рис. 74) вибратора регулировочным винтом 6. Картина на дне кюветы должна быть совершенно неподвижной в виде замкнутых чередующихся темных и светлых колец.

Теперь можно приступить к измерениям. Следует проделать достаточное количество измерений (5—10).

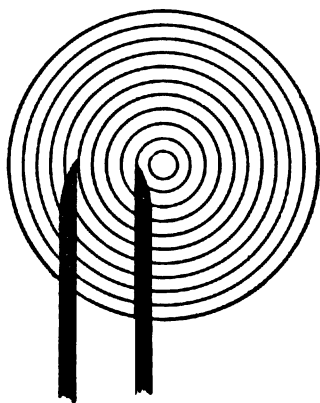


Рис. 76.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Р. В. П о л ь, Механика, акустика и учение о теплоте, стр. 300, Гостехиздат, 1957.
2. Курс физики под редакцией Н. Д. П а п а л е к с и, т. I, Гостехиздат, 1948.

## ЗАДАЧА 41

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ КРИТИЧЕСКОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ

Принадлежности: 1) прибор, 2) зрительная труба, 3) гальванометр, 4) автотрансформатор, 5) график градуировки термометры.

**Введение.** Экспериментальные изотермы вещества в координатах давление — удельный объем имеют горизонтальный (параллельный оси удельных объемов) участок кривой, длина которого различна при разных температурах. По одну сторону этого отрезка изотермы вещество находится в виде жидкости, по другую сторону — в виде пара.

При некотором значении температуры горизонтальная часть кривой изотермы исчезает, что говорит о том, что удельный объем

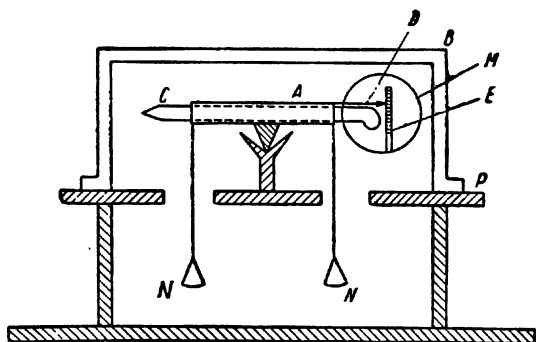


Рис. 77.

жидкости выравнивается с удельным объемом пара, выравниваются и плотности пара и жидкости. Температура, при которой происходит это выравнивание, носит название критической температуры. Состояние вещества при этом называется критическим состоянием.

Обычным методом изучения критического состояния (определение критической температуры, например) является метод, при котором стеклянная запаянная трубка, заполненная жидкостью и ее парами, подвергается медленному нагреванию. Критическая температура определяется как температура, при которой исчезает мениск жидкости.

А. И. Надеждин предложил метод, основанный на определении критической температуры как температуры, при которой устанавливается равенство плотностей жидкости и ее пара. Для этого ампула подвешивается подобно коромыслу весов и может принимать различные положения (рис. 77).

Допустим, что такая ампула с веществом, находящимся в критическом состоянии, уравновешена. При охлаждении ампулы с пере-

ходом вещества в двухфазное состояние это равновесие будет, естественно, нарушено.

При нагревании ампулы жидкость будет переходить в насыщенный пар, равномерно распределяющийся в полости ампулы. Это приводит к перераспределению массы вещества в трубке, моменты силы тяжести для правой и левой частей трубки выравниваются. При критической температуре моменты сил становятся равными, равновесие восстанавливается, ампула принимает прежнее положение.

Преимущество этого метода состоит в том, что он применим к жидкостям сильно окрашенным (йод), когда трудно наблюдать мениск. Ампула может быть металлической.

**Описание прибора.** Схематически прибор изображен на рис. 77. Он представляет собой весы, коромысло которых *A* помещено с термостате *B*. Коромысло цилиндрическое, в него вставляется стеклянная ампула *C*, имеющая вид, изображенный на рисунке.

Коромысло имеет стрелку *D*, конец которой при движении коромысла перемещается по вертикальной шкале *E*, находящейся вблизи изогнутого конца ампулы.

Уравновешивание ампулы производится наложением разновеса на чашки *N*, находящиеся ниже полости термостата. Термостат в виде короба опускается на плиту *P*. Между его двойными стенками имеется электрическая печь. Для нагревания применяется переменный ток от городской сети — пользуются автотрансформатором (вариак).

Температура в полости термостата измеряется термопарой, находящейся вблизи ампулы (не указано на рисунке).

Термоэлектродвижущая сила измеряется стрелочным гальванометром, температура определяется по градуировочной кривой термопары. В передней и задней стенках термостата имеются два сквозных круглых окна *M* с толстыми стеклами. Через эти стекла при помощи зрительной трубы можно следить за положением стрелки на шкале и состоянием мениска жидкости в ампуле.

Для большой отчетливости наблюдаемой картины сзади термостата, против окна, устанавливается электролампа.

**Измерения.** Зажигают лампу, помещенную за термостатом, устанавливают зрительную трубу так, чтобы отчетливо видеть конец стрелки со шкалой и мениск жидкости в ампуле.

Горизонтальная линия креста нитей трубы должна быть совмещена с концом стрелки. После этого включают нагрев термостата. Ручку автотрансформатора поворачивают до ограничителя, установленного так, чтобы требуемая температура в полости термостата устанавливалась медленно (за 1,5—2 часа). Это позволяет температуру вещества в ампуле считать равной температуре в полости термостата. Следят за показаниями гальванометра и, сопоставляя их с градуировочной кривой, определяют температуру в термостате.

Начиная с  $160^{\circ}\text{C}$ , необходимо все время следить через зрительную трубу за положением конца стрелки на шкале, за видом мениска жидкости. Температура, при которой происходит быстрое перемещение конца стрелки по шкале, может считаться критической температурой вещества, находящегося в ампуле.

Производят отсчет этой температуры (первое измерение). После того как температура повысится еще на  $4\text{--}5^{\circ}\text{C}$ , нагрев прекращают (вращают ручку автотрансформатора до отказа влево). При начавшемся понижении температуры конец стрелки с некоторого момента времени начинает перемещаться по шкале, возвращаясь к исходному положению. В момент наиболее быстрого перемещения снова производят замер температуры (второе измерение).

Критическая температура определяется как среднее арифметическое из двух полученных величин.

Перемещение конца стрелки происходит достаточно быстро — следует быть внимательным, чтобы не пропустить начало и конец перемещения. Необходимо следить за тем, как изменяется мениск в ампуле, как он исчезает, как появляется, какие процессы наблюдаются после появления поверхности раздела.

#### ЛИТЕРАТУРА

С. Э. Фриш и А. В. Тиморева, Курс общей физики, т. I, § 62, Физматгиз, 1962.

#### ЗАДАЧА 42

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ В БОЛЬШОМ ИНТЕРВАЛЕ ТЕМПЕРАТУР

Принадлежности: 1) специальный прибор, 2) катетометр, 3) таблица плотностей пара и жидкости исследуемого вещества.

Задачей работы является определение коэффициента поверхностного натяжения этилового эфира при изменении его температуры от комнатной до критической путем измерения высоты поднятия жидкости в капилляре и измерения кривизны мениска.

**Описание прибора.** Устройство прибора схематически показано на рис. 78. В стеклянном запаянном сосуде цилиндрической формы 1 содержится жидкость 2. Внутри сосуда укреплены две капиллярные трубки 3 с различными радиусами  $r_1$  и  $r_2$  их внутренних сечений. Капиллярные трубки параллельны между собой и со стенками сосуда. Самый сосуд с капиллярными трубками подвешен к крышке 4 в вертикальном положении внутри нагревателя. В полость нагревателя к сосуду с жидкостью и капиллярами подведена термopара 7 для измерения температуры. Горячий спай термopары прижат

к сосуду кольцом 6 из тонкой металлической фольги. Нихромовая проволока 12 нагревателя находится в полости между двумя стальными пластинками 10, 11. В стенках нагревателя имеется два окна (на рисунке не показаны). Заднее окно закрыто матовой стеклянной пластинкой. Переднее окно закрыто прозрачной плоскопараллельной стеклянной пластинкой. Нагреватель помещается в металлическом массивном корпусе 14, имеющем также два окна, закрытые стеклянными плоскопараллельными пластинками (на

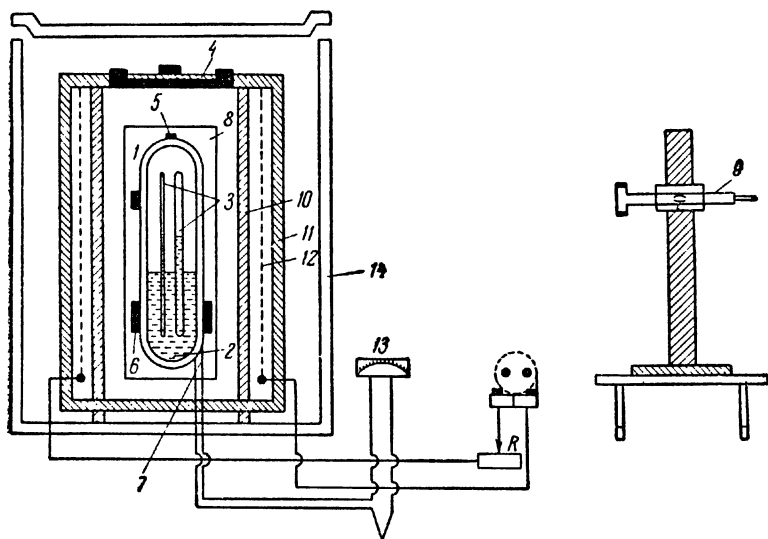


Рис. 78.

рисунке не показаны). К заднему окну в особом держателе подведена электрическая лампочка для освещения сосуда с жидкостью и капиллярными трубками. Наблюдение производится через передние окна 8 корпуса и нагревателя при помощи зрительной трубы 9. Холодный спай термопары помещен в пробирке с маслом при комнатной температуре. Концы термопары подведены к милливольтметру 13, при помощи которого измеряется э. д. с. термопары. Термопара проградуирована, и к задаче приложен график зависимости э. д. с. от температуры. При помощи этого графика по показаниям милливольтметра производится определение температуры сосуда с жидкостью. В сосуде содержится этиловый эфир.

Давление в стеклянном сосуде при нагревании растет и доходит (в критическом состоянии) до 35 атм.

*Во избежание разрыва сосуда категорически запрещается после начала нагревания раскрывать прибор и производить в нем какие-либо исправления.*



**Теория.** Лаплас показал, что на искривленной поверхности жидкости кроме внешнего давления существует добавочное давление, обусловленное кривизной поверхности жидкости и поверхностным натяжением жидкости. Это добавочное давление выражается формулой Лапласа

$$P = \frac{2\alpha}{R}, \quad (1)$$

где  $\alpha$  — поверхностное натяжение жидкости,  $R$  — радиус кривизны поверхности жидкости в капиллярной трубке. Это добавочное давление, приложенное к искривленной поверхности мениска жидкости, направлено к центру кривизны мениска. Таким образом, на вогнутом мениске это давление направлено против внешнего давления. Следовательно, на вогнутом мениске давление меньше, чем на плоском. На выпуклом мениске добавочное давление направлено

вниз и, складываясь с внешним давлением, увеличивает общее давление на мениск. На рис. 79 показана в разрезе капиллярная трубка, опущенная в смачивающую жидкость. На рисунке  $r$  — радиус трубки,  $R$  — радиус кривизны мениска,  $\varphi$  — краевой угол. Из рисунка видно, что

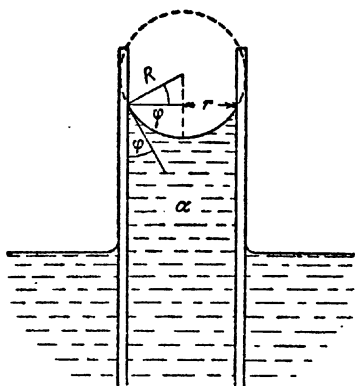


Рис. 79.

$$R = \frac{r}{\cos \varphi}. \quad (2)$$

Следовательно, добавочное давление равно

$$P = \frac{2\alpha \cos \varphi}{r}. \quad (3)$$

В момент опускания капиллярной трубки в жидкость при соприкосновении жидкости со стенками трубки образуется мениск с радиусом кривизны  $R$ . При образовании мениска возникает добавочное давление, уменьшающее внешнее давление. Благодаря этому жидкость в капиллярной трубке поднимается на такую высоту  $h$ , при которой вес столбика жидкости в капилляре уравнивается собою добавочное давление.

Полагая, что над жидкостью в капиллярной трубке находится насыщенный пар данной жидкости, добавочное давление столба жидкости в капилляре можно выразить в виде

$$P_1 = h(\rho_{\text{ж}} - \rho_{\text{п}})g, \quad (4)$$

где  $\rho_{\text{п}}$  — плотность пара,  $\rho_{\text{ж}}$  — плотность жидкости.

Добавочное давление на поверхности мениска направлено вверх и равно

$$P_2 = \frac{2\alpha \cos \varphi}{r}. \quad (5)$$

Сравнивая давление столбика жидкости  $P_1$  и добавочное давление  $P_2$ , получим равенство

$$h(\rho_{\text{ж}} - \rho_{\text{н}})g = \frac{2\alpha \cos \varphi}{r}. \quad (6)$$

Из этого равенства легко определить высоту столбика жидкости в капилляре

$$h = \frac{2\alpha \cos \varphi}{r(\rho_{\text{ж}} - \rho_{\text{н}})g} \quad (7)$$

и поверхностное натяжение жидкости

$$\alpha = \frac{hr(\rho_{\text{ж}} - \rho_{\text{н}})}{2 \cos \varphi} g. \quad (8)$$

Величина поверхностного натяжения значительно изменяется с изменением температуры жидкости. Краевой угол также значительно изменяется с температурой. Поэтому высота столбика жидкости в капилляре с изменением температуры также меняется.

Выражение высоты столбика жидкости в капилляре дано формулой (7) только для случая, когда вне капилляра поверхность жидкости плоская. В данной задаче сосуд с жидкостью имеет радиус внутреннего сечения около 9 мм. Поэтому поверхность жидкости между капиллярами и стенками сосуда ограничена и до некоторой степени искривлена. За счет кривизны поверхности жидкости вне капилляров высота столбика жидкости в каждом из капилляров будет меньше на некоторую величину  $A$ , одинаковую для каждого из капилляров. Следовательно, для высот жидкости в обоих капиллярах можно написать выражение

$$\left. \begin{aligned} h_1 &= \frac{2\alpha \cos \varphi}{r_1(\rho_{\text{ж}} - \rho_{\text{н}})g} - A, \\ h_2 &= \frac{2\alpha \cos \varphi}{r_2(\rho_{\text{ж}} - \rho_{\text{н}})g} - A. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Разность высот столбиков жидкости в капиллярах

$$h_1 - h_2 = \frac{2\alpha \cos \varphi}{(\rho_{\text{ж}} - \rho_{\text{н}})g} \frac{r_2 - r_1}{r_2 r_1} \quad (10)$$

свободна от влияния искривления поверхности жидкости вне капилляров. В это выражение входит *краевой угол*, величина которого зависит от температуры. Из рис. 79 видно, что

$$\cos \varphi = \frac{r}{R}, \quad (11)$$

где  $R$  — радиус кривизны поверхности жидкости в трубке, а  $r$  — радиус внутреннего сечения трубки. Так как краевой угол должен

быть одним и тем же для трубок различного сечения, то его можно было бы определить через радиус кривизны мениска в любой из трубок. Однако это удобнее сделать из наблюдений кривизны мениска жидкости вне капилляров. Если обозначить радиус сечения сосуда через  $r_3$ , а радиус кривизны мениска в этом сосуде через  $R_3$ , то

$$\cos \varphi = \frac{r_3}{R_3}. \quad (12)$$

Обозначим расстояние между наиболее низкой точкой вогнутого мениска и его приподнятыми краями через  $\delta_3$  и назовем эту величину глубиной мениска. На рис. 80 показан вид мениска в сосуде через зрительную трубу (т. е. перевернутым).

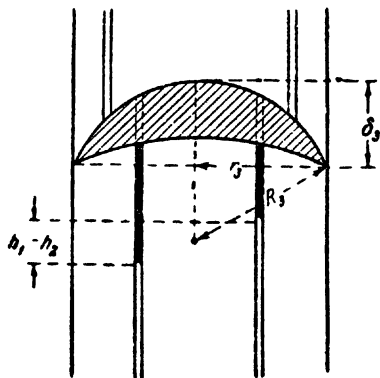


Рис. 80.

Диаметр внутреннего сечения трубки является хордой круга с радиусом кривизны мениска. Исходя из этого, радиус кривизны мениска можно выразить формулой

$$R_3 = \frac{r_3^2 + \delta_3^2}{2\delta_3}. \quad (13)$$

Следовательно,

$$\cos \varphi = \frac{2r_3\delta_3}{r_3^2 + \delta_3^2}. \quad (14)$$

Принимая во внимание выражения (14) и (10), получим для поверхностного натяжения

$$\alpha = \frac{(h_1 - h_2)(\rho_{\text{ж}} - \rho_{\text{п}})g}{4} \frac{r_1 r_2}{r_1 - r_2} \frac{r_3^2 + \delta_3^2}{r_3 \delta_3}. \quad (15)$$

Значения величин  $r_1$ ,  $r_2$  и  $r_3$  даны. Следовательно, для определения величины поверхностного натяжения жидкости при некоторой температуре  $T$  необходимо при этой температуре измерить разность высот столбиков жидкости в капиллярах и глубину мениска жидкости вне капилляров.

Для выполнения этих измерений применяется катетометр ОМС-5. Отсчет по его шкалам производится совершенно так же, как на катетометре КН-10 (см. описание задачи 35). Рекомендуется ознакомиться с заводским описанием катетометра ОМС-5.

**Измерения.** Заметим, что мениск жидкости в сосуде виден через зрительную трубу не в разрезе, а целиком. Поэтому он кажется толстым. Однако легко виден самый низ мениска и его края, прилегающие к стеклу. Расстояние между нижним краем мениска и его верхними краями есть глубина мениска  $\delta_3$ . Определение  $\alpha$  должно быть сделано не менее чем для 15 значений температур.

Кроме того, необходимо зафиксировать температуру исчезновения мениска и критическую температуру, т. е. температуру, при которой плотность жидкости равна плотности насыщенного пара. Равенство указанных плотностей можно установить следующим образом. До исчезновения мениска видимое расстояние между капиллярами под мениском заметно больше расстояния между теми же капиллярами над мениском. Капилляры при переходе через мениск из-за преломления света кажутся изломленными. При увеличении температуры плотности выравниваются и видимое расстояние между капиллярами в области пара увеличивается, а в области жидкости уменьшается.

При температуре исчезновения мениска расстояния между капиллярами в области пара и в области жидкости еще отличаются друг от друга. Это свидетельствует о том, что при температуре исчезновения мениска плотность жидкости и плотность насыщенного пара еще неодинаковы. При дальнейшем повышении температуры уже после исчезновения мениска плотности жидкости и насыщенного пара выравниваются, видимые расстояния между капиллярами внизу и вверх становятся одинаковыми. Температура, при которой это наблюдается, является критической температурой. Наблюдения и измерения должны быть записаны в рабочей тетради по следующей форме:

№	$V$ , мм	$T^\circ$ , C	$h_1$ , мм	$h_2$ , мм	$h_1 - h_2$ , мм	$\delta_3$ , мм	$\rho_{\text{ж}} - \rho_{\text{п}}$	$\delta_3^2$ , мм <sup>2</sup>	$\alpha$

Здесь через  $h_1$  и  $h_2$  обозначены высоты отдельных столбиков жидкости в капиллярах, измеряемые от уровня жидкости вне капилляра до верхнего уровня. Разности  $h_1 - h_2$  измеряются непосредственно и вычисляются по значениям  $h_1$ ,  $h_2$ ;  $V$  — показания прибора термомпары.

По данным  $h_1 - h_2$  и  $\delta_3$  строят на листе миллиметровой бумаги два графика их зависимости от температуры. Для зависимости  $\alpha$  от температуры строится график на том же листе, где построены графики для  $h_1 - h_2$  и  $\delta_3$ .

Для постепенного увеличения нагрева сосуда с жидкостью необходимо увеличивать напряжение на зажимах нагревателя посредством автотрансформатора, на крышке которого даны обозначения напряжения. Нагревание должно производиться медленно. Нарушение этого порядка приведет к искажению результатов опыта. Появление мениска жидкости можно наблюдать после выключения тока в нагревателе. Зависимость плотностей жидкости

и насыщенного пара от температуры для этилового спирта дается в виде таблицы:

Значений плотности жидкого этилового эфира и его паров в зависимости от температуры

$t^{\circ}, C$	$\rho_{ж}, г/см^3$	$\rho_{п}, г/см^3$	$t^{\circ}, C$	$\rho_{ж}, г/см^3$	$\rho_{п}, г/см^3$
20	0,7143	0,00187	130	0,5580	0,03638
40	0,6894	0,00373	140	0,5385	0,04488
50	0,6764	0,0058	150	0,5179	0,05551
60	0,6658	0,00677	160	0,4947	0,06911
70	0,6532	0,00892	170	0,4658	0,08731
80	0,6402	0,01155	180	0,4268	0,11350
90	0,6250	0,01477	185	0,4018	0,13200
100	0,6105	0,01867	190	0,3663	0,16200
110	0,5942	0,02349	193	0,3300	0,20120
120	0,5764	0,02934	194,5	0,2636	0,2636

#### ЛИТЕРАТУРА

С. Э. Фриш и А. В. Тиморева, Курс общей физики, т. I, гл. 7, § 60, 61, 62; гл. 9, § 78, 79, 80, 81, 82, Физматгиз, 1962.

#### ЗАДАЧА 43

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЛАЖНОСТИ ВОЗДУХА

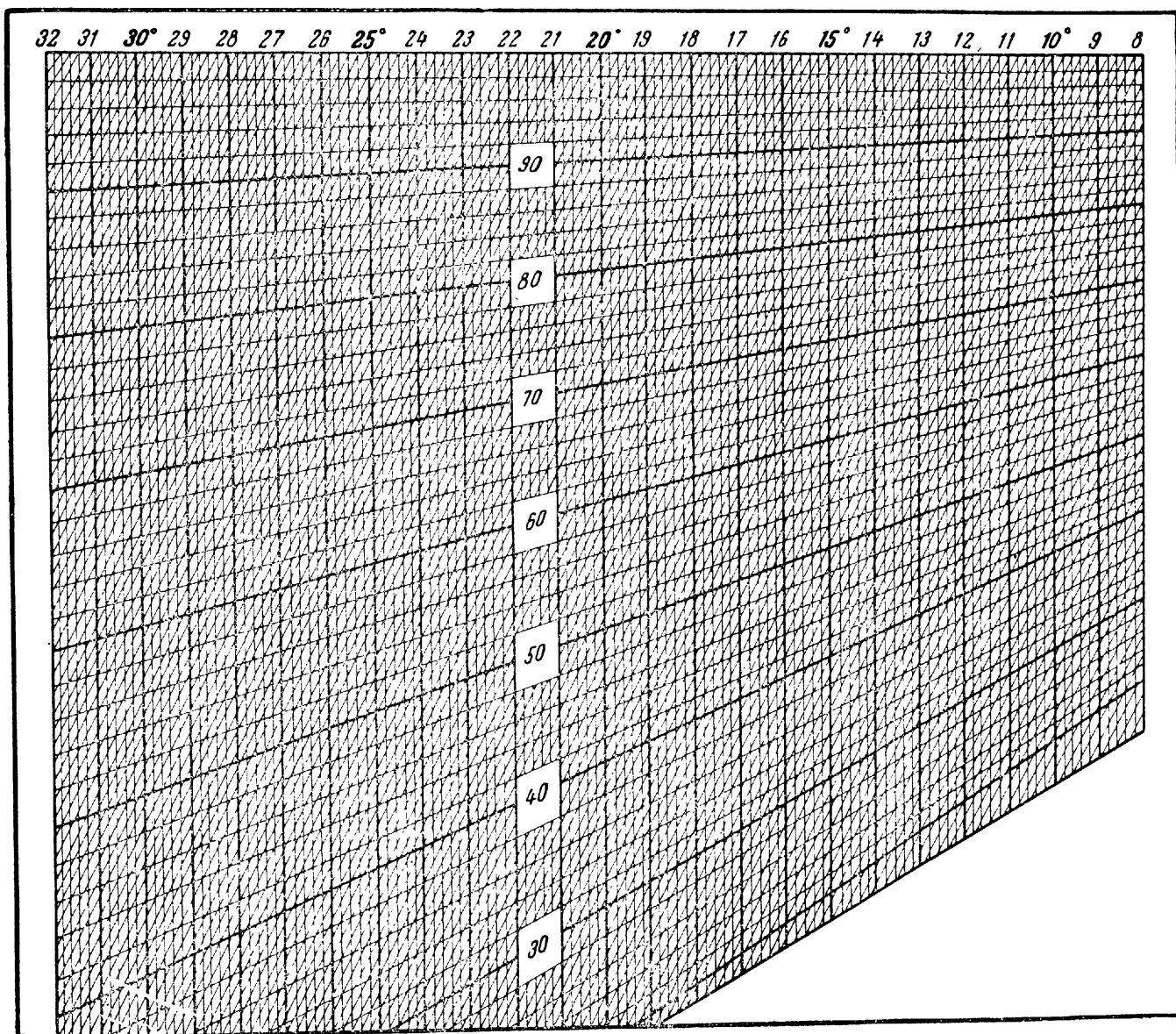
**Введение.** Атмосферный воздух содержит некоторое количество водяных паров. Количество этих паров может меняться как по абсолютной величине, так и по степени насыщения, что характеризуется *абсолютной* и *относительной влажностью*. Целью задачи является определение этих величин.

Абсолютная влажность — количество водяного пара, находящегося в  $1 \text{ м}^3$  воздуха, выраженное в граммах. Вес  $1 \text{ м}^3$  сухого воздуха при  $0^{\circ} C$  и при давлении 760 мм рт. ст. равен 1293 г. На основании уравнения Клапейрона вес  $1 \text{ м}^3$  воздуха при температуре  $t^{\circ} C$  и при давлении  $p$  мм рт. ст. будет равен

$$\frac{1293}{1 + \alpha t} \frac{p}{760} \text{ г}$$

( $\alpha = \frac{1}{273}$  — коэффициент расширения воздуха). Плотность водяного пара по отношению к плотности воздуха при одинаковых давлении и температуре равна 0,622. Применяя и к водяному пару уравнение Клапейрона (что справедливо лишь для паров, далеких от состояния насыщения), получим для веса  $1 \text{ м}^3$  водяного пара

$$q = \frac{1293 \cdot 0,622}{760} \frac{p}{1 + \alpha t} = 1,06 \frac{p}{1 + \alpha t}. \quad (1)$$



Пользуясь этим выражением, можно определить абсолютную влажность воздуха, если известна упругость (парциальное давление) паров воды.

Из формулы (1) видно, что при малых значениях  $t$  величина абсолютной влажности  $q$  численно мало отличается от величины упругости водяного пара  $p$ , поэтому принято абсолютной влажностью называть упругость водяного пара и выражать ее в миллиметрах ртутного столба.

Относительная влажность определяется выражением

$$r = \frac{p}{P} \cdot 100\%, \quad (2)$$

где  $P$  — упругость паров, насыщающих пространство при температуре  $t$ . Относительная влажность характеризует, таким образом, степень насыщения воздуха водяным паром.

Определение влажности воздуха производится обычно (с использованием табличных данных) или методом определения точки росы или психометрически.

### Упражнение 1

#### Определение влажности по точке росы

Принадлежности: 1) гигрометр с термометром, 2) серный эфир, 3) каучуковая груша.

**Описание прибора и измерения.** Точкой росы называется температура, при которой водяной пар, имеющийся в воздухе, становится насыщенным, т. е. начинает конденсироваться на охлажденной поверхности.

Наиболее простым конденсационным гигрометром является гигрометр Ламбрехта. Он состоит (рис. 81) из металлического сосуда  $A$  цилиндрической формы, укрепленного на подставке. Один торец сосуда отполирован и окружен таким же кольцом  $B$ , которое укреплено на теплоизоляционном материале. Сосуд имеет одно отверстие  $C$  и два патрубка  $D$  и  $E$ . Через отверстие  $C$  в сосуд наливают серный эфир, после чего оно закрывается пробкой с термометром. На патрубок  $D$  надет

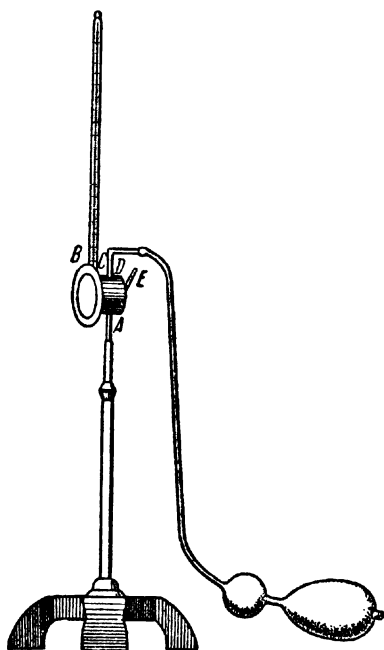


Рис. 81.

резиновый шланг с грушей для продувания воздуха через налитый эфир. Воздух с парами эфира выходит через патрубок  $E$ .

Чтобы пары эфира не попадали в комнату, рекомендуется пропускать выходящий воздух через банку с водой.

При пропускании воздуха эфир испаряется, его температура понижается, сосуд охлаждается. Это приводит к тому, что на полированной поверхности торца начинает появляться роса из водяных паров окружающего воздуха. Прибор необходимо установить так, чтобы отполированный торец и кольцо были хорошо освещены. О моменте появления росы судят по потускнению поверхности (по сравнению с кольцом) отполированного торца.

Температуру  $t_1$  начала этого потускнения необходимо, по возможности точно, установить по термометру. Уменьшая поток воздуха, замечают температуру  $t_2$  исчезновения росы.

Определение  $t_1$  и  $t_2$  производят не менее трех раз. За точку росы  $t$  принимают среднее значение из полученных величин. Следует остерегаться влияния дыхания работающего на влажность около прибора.

Пользуясь таблицей 18, по величине  $t$  определяют значение абсолютной влажности, а по величине комнатной температуры — давление насыщающих паров воды. Зная эти величины, определяют значение относительной влажности по формуле (2).

## Упражнение 2

### Метод психрометра

**П р и н а д л е ж н о с т и:** стандартный аспирационный психрометр.

**Введение.** Метод психрометра — наиболее распространенный метод измерения влажности воздуха. Сущность его состоит в следующем: пусть два одинаковых термометра находятся в одинаковых потоках воздуха. Показания этих термометров, естественно, должны быть одинаковыми. Если же ~~баллончик~~ одного из термометров будет все время смочен, например обернут мокрым батистом, показания термометров будут различны. Благодаря испарению воды с батиста так называемый «мокрый» термометр будет показывать температуру более низкую, чем сухой термометр. Чем меньше влажность окружающего воздуха, тем интенсивнее будет испарение и тем ниже будут показания мокрого термометра. Отсчеты по двум термометрам дадут разность температур, которая и будет характеризовать влажность воздуха. При установившемся режиме испарения, когда температура мокрого термометра тоже установится, приход тепла  $Q_1$  извне будет равен расходу тепла  $Q_2$  на испарение воды с поверхности термометра.

По закону Ньютона за единицу времени имеем

$$Q_1 = a(t - t_1) S_1, \quad (3)$$



где  $t - t_1$  — наибольшая разность температур,  $S_1$  — поверхность баллончика мокрого термометра,  $a$  — коэффициент пропорциональности.

По закону Дальтона испарение в единицу времени определяется выражением

$$M = \frac{c S_2 (p_n - p)}{H},$$

где  $M$  — масса испарившейся воды,  $S_1$  — площадь испаряющей поверхности,  $H$  — давление воздуха,  $p_n$  — упругость насыщенного водяного пара при температуре испаряющейся жидкости, т. е. температуре  $t_1$ ,  $p$  — упругость водяного пара, находящегося в воздухе,  $c$  — коэффициент пропорциональности, зависящий от скорости потока воздуха.

Количество тепла  $Q_2$  может быть записано в виде

$$Q_2 = Mr = \frac{cr S_2 (p_n - p)}{H}, \quad (4)$$

где  $r$  — теплота испарения воды.

При  $Q_1 = Q_2$  и  $S_1 = S_2$  получаем  $\frac{cr (p_n - p)}{H} = a (t - t_1)$ , откуда

$$p = p_n - A (t - t_1) H, \quad (5)$$

где  $A = \frac{a}{cr}$  — постоянная применяемого прибора. Величина этой постоянной определяется в основном скоростью потока и находится экспериментально.

**Описание прибора и измерения.** Устройство применяемого стандартного аспирационного психометра видно из рис. 82.

Видны два одинаковых специальных термометра  $A$ , баллончик правого покрыт батистом. Аспиратор имеет пружинный вентилятор, который заводится ключом  $B$ .

Путь воздушных потоков со скоростью 2,5 м/сек показан стрелками — выше баллончиков оба потока соединяются в один. Для устранения нагревания прибора его металлические части никелированы.

Смачивание батиста производится при помощи резиновой груши  $C$  с пипеткой  $D$ . Груша наполняется дистиллированной водой.

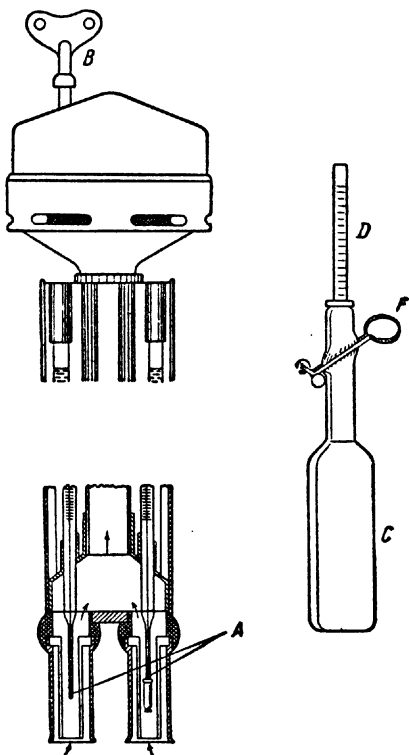


Рис. 82.

Небольшим нажатием груши воду в пипетке поднимают, но не больше чем на 1 см от конца пипетки. Такое положение уровня закрепляется зажимом *F*. Крайне осторожно пипетка вводится в трубку для смачивания батиста. После этого открывают зажим, чтобы вода опустилась в грушу. Следует опасаться, чтобы при смачивании вода не попала на другой термометр и внутреннюю поверхность трубки. Ключом *B* заводят вентилятор (5—6 оборотов ключа) и следят за показанием термометра. Когда показания установятся (через 4—5 минут), их записывают; вентилятор при этом должен работать полным ходом. При отсчете показаний термометров следует прежде отсчитать десятые доли градусов и записать их и только после этого целые значения.

Абсолютная влажность по стандартному аспирационному психрометру определяется формулой

$$p = p_n - 0,000662 (t - t_1) H. \quad (6)$$

Величину  $p_n$  берут из таблицы 18. Барометрическое давление определяют, пользуясь барометром. Если из таблицы 18 взять величину давления насыщенного пара при температуре окружающего воздуха, то легко определить по формуле (2) относительную влажность. Удобнее, однако, пользоваться специальными номограммами в виде кривых, с помощью которых, зная температуры  $t$  и  $t_1$ , сразу путем отсчета определяется величина относительной влажности (см. приложение к задаче).

Относительная влажность в этой психрометрической номограмме определяется как точка пересечения вертикальных прямых (температура «сухого» термометра) и наклонных прямых (температура «мокрого» термометра).

Результаты измерений следует сравнить с цифровым материалом, полученным по методу точки росы.

### Упражнение 3

#### Абсолютный весовой метод

**Принадлежности:** 1) ампула с поглотителем, 2) газометр, 3) аналитические весы.

**Описание и измерения.** Этот метод дает наиболее точные результаты. Для определения влажности воздух пропускают через ампулы, содержащие вещества, хорошо поглощающие влагу. Зная увеличение массы ампул и объем пропущенного воздуха, можно определить абсолютную влажность.

Схема применяемой установки приведена на рис. 83. Ампулы *A* с хлористым кальцием (с рядом других поглотителей) соединены резиновым шлангом с газометром *B*, наполненным водой. Открыв краны *1* и *4*, медленно просасывают комнатный воздух через ам-

пулы. Объем воздуха, оказавшегося в газометре, определяется по шкале  $C$  (литры), его температура — термометром  $D$ .

Необходимо учесть разницу в температурах воды и воздуха. На основании закона Клапейрона имеем

$$\frac{v(H-E)}{1+\alpha t} = \frac{V(H-p)}{1+\alpha t_1}, \quad (7)$$

где  $v$  — объем воздуха в газометре при температуре  $t$  с упругостью водяного пара  $E$ ,  $V$  — объем воздуха, прошедшего через ампулы,

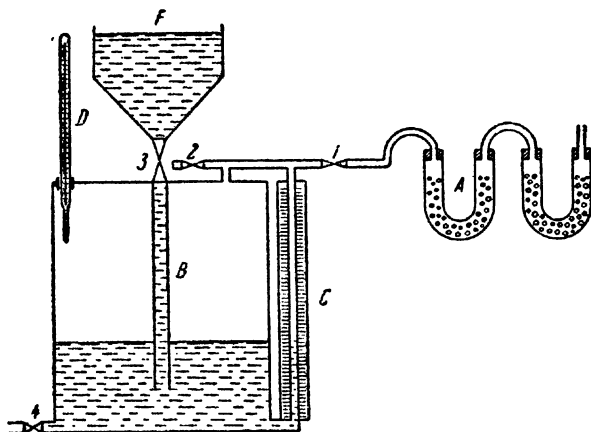


Рис. 83.

при температуре  $t_1$  с упругостью водяного пара  $p$ ,  $H$  — атмосферное давление. Если увеличение массы ампул  $\Delta m$ , то абсолютная влажность (в граммах) выражается так:

$$q = \frac{\Delta m}{V}. \quad (8)$$

Из уравнений (7) и (8) получаем

$$q = \frac{\Delta m (H-p)(1+\alpha t)}{v(H-E)(1+\alpha t_1)}. \quad (9)$$

Для абсолютной влажности как упругости водяных паров (в миллиметрах) из уравнений (1) и (9) получаем

$$p = \frac{H}{1 + \frac{1,06v(H-E)}{\Delta m(1+\alpha t)}}. \quad (10)$$

Величина относительной влажности определяется по формуле (2) с помощью таблицы 18.

Измерения производят следующим образом: при помощи шланга наполняют водой из водопровода воронку  $F$  газометра.

При закрытых кранах 1 и 4 и открытых кранах 2 и 3 вода заполняет баллон газометра. Следует опасаться выливания воды через кран 2, в нужный момент его закрывают так же, как и кран 3.

Ампулы взвешивают на аналитических весах с точностью до 0,01 г (пробки ампул должны быть закрыты) и снова через шланг соединяют с краном 1. После этого медленно открывают сначала кран 4 (чтобы пары воды из газометра не попали в ампулы), а затем кран 1.

Вода, выливающаяся из газометра (через шланг в раковину водопровода) создает при открытых пробках в ампулах поток воздуха через эти ампулы. Необходимо, действуя краном 4, отрегулировать скорость этого потока так, чтобы она не превышала одного литра в 2,0—2,5 минуты.

Выпустив 25 литров воды, краны закрывают и измеряют температуру воздуха в газометре. Отсоединяют ампулы и, закрыв их пробками, вновь взвешивают с той же степенью точности.

Зная увеличение массы ампул  $\Delta m$  и объем  $v$  оказавшегося в газометре воздуха по формуле (10), определяют величину абсолютной влажности.

Для получения точных результатов необходимы хорошие поглотители, тщательное взвешивание (см. задачу 5) и достаточный путь поглощения, чтобы при данной скорости потока воздуха все находящиеся в нем пары успели поглотиться. Полученный результат следует сравнить с результатом измерений по точке росы и методом психометра.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. А. Б. М л о д з е е в с к и й, Молекулярная физика, стр. 136—138, Гостехиздат, 1941.

#### СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

2. В. Н. К е д р о л и в а н с к и й и М. С. С т е р н з а т, Метеорологические приборы, стр. 84—103, Гидрометеониздат, 1953.

---

#### ЗАДАЧА 44

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ УДЕЛЬНЫХ ТЕПЛОЕМКОСТЕЙ ГАЗОВ

П р и н а д л е ж н о с т и: 1) прибор, 2) ручной насос.

Описание и теория метода. Величина отношения теплоемкости при постоянном давлении ( $c_p$ ) к теплоемкости при постоянном объеме ( $c_v$ ) для газов играет очень большую роль при адiabатических процессах и при процессах, близких к ним.

Для примера укажем, что ею, в частности, определяется скорость распространения звука в газах, от нее зависит течение газов по трубам со звуковыми скоростями и достижение сверхзвуковых скоростей в расширяющихся трубах.

Описываемый ниже способ определения отношения удельных теплоемкостей газов  $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$  чрезвычайно прост.

Пусть мы имеем стеклянный сосуд, соединенный с манометром. Посредством крана сосуд может соединяться с атмосферой, и пусть первоначально в нем было атмосферное давление. Если с помощью насоса накачать в сосуд небольшое количество воздуха и закрыть кран, то давление в сосуде, конечно, повысится; но если это повышение было произведено достаточно быстро, манометрический столбик не сразу займет окончательное положение, так как сжатие воздуха было адиабатическим, и следовательно, температура его повысилась <sup>1)</sup>. Окончательная разность уровней в манометре ( $h_1$ ) установится только тогда, когда температура воздуха внутри сосуда сравняется благодаря теплопроводности стенок с температурой окружающего воздуха.

Обозначим через  $T_1$  абсолютную температуру окружающего воздуха и через  $p_1$  — давление газа внутри сосуда, соответствующее показанию манометра  $h_1$ ; совершенно ясно, что

$$p_1 = p_0 + h_1, \quad (1)$$

где  $p_0$  — атмосферное давление (конечно, при этом  $p_0$  и  $h_1$  должны быть выражены в одинаковых единицах). Эти два параметра  $T_1$  и  $p_1$  характеризуют состояние газа, которое мы назовем первым состоянием газа (*состояние I*:  $T_1, p_1$ ).

Если теперь быстро открыть кран, то воздух в сосуде будет расширяться адиабатически, пока давление его не сделается равным  $p_0$ ; при этом он охладится до температуры  $T_2$ ; это будет вторым состоянием газа (*состояние II*:  $T_2, p_0$ ).

Если сразу после открывания снова закрыть кран, то давление внутри сосуда начнет возрастать вследствие того, что охладившийся при расширении воздух в сосуде станет снова нагреваться. Возрастание давления прекратится, когда температура воздуха в сосуде сравняется с внешней температурой  $T_1$ ; это будет третьим состоянием газа (*состояние III*:  $T_1, p_2$ ).

Обозначим давление воздуха в сосуде в этот момент через  $p_2$  и соответствующее показание манометра — через  $h_2$ . Ясно, что

$$p_2 = p_0 + h_2. \quad (2)$$

---

<sup>1)</sup> В действительности же нагнетание воздуха занимает некоторое время, и поэтому процесс этот нельзя считать строго адиабатическим.

Так как переход от состояния II к состоянию III произошел без изменения объема, то мы вправе применить здесь закон Гей-Люссака

$$\frac{p_2}{T_1} = \frac{p_0}{T_2}. \quad (3)$$

К процессу адиабатического расширения, т. е. к переходу из состояния I в II, может быть применен закон Пуассона, который удобно написать в следующей форме:

$$\frac{p_1^{\gamma-1}}{T_1^{\gamma}} = \frac{p_0^{\gamma-1}}{T_2^{\gamma}},$$

где  $\gamma$  есть отношение удельных теплоемкостей газа при постоянном давлении и при постоянном объеме  $\frac{c_p}{c_v}$ <sup>1)</sup>. Подставляя сюда значение  $p_1$  из уравнения (1) и переставляя члены, получим

$$\left(\frac{p_0 + h_1}{p_0}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\gamma}$$

или

$$\left(1 + \frac{h_1}{p_0}\right)^{\gamma-1} = \left(1 + \frac{T_1 - T_2}{T_2}\right)^{\gamma}.$$

Так как  $\frac{h_1}{p_0}$  и  $\frac{T_1 - T_2}{T_2}$  — величины малые сравнительно с единицей, то, разлагая оба двучлена по биному Ньютона и ограничиваясь членами первого порядка малости, получим

$$1 + (\gamma - 1) \frac{h_1}{p_0} = 1 + \gamma \frac{T_1 - T_2}{T_2},$$

откуда

$$p_0 \frac{T_1 - T_2}{T_2} = \frac{\gamma - 1}{\gamma} h_1.$$

Но выражение, стоящее в левой части уравнения, есть не что иное, как  $h_2$ ; действительно, подставив в уравнение (3) значение  $p_2$  из

<sup>1)</sup> Эта формула уравнения Пуассона может быть легко получена из обычной

$$p_1 v_1^{\gamma} = p_2 v_2^{\gamma},$$

если воспользоваться для этой цели уравнением состояния газа

$$\frac{p_1 v_1}{T_1} = \frac{p_2 v_2}{T_2}.$$

Возведя последнее уравнение в степень  $\gamma$  и разделив его почленно на уравнение Пуассона, получим

$$\frac{p_1^{\gamma-1}}{T_1^{\gamma}} = \frac{p_2^{\gamma-1}}{T_2^{\gamma}}.$$

уравнения (2) и разрешив его относительно  $h_2$ , получим

$$h_2 = \rho_0 \frac{T_1 - T_2}{T_2}.$$

Следовательно, можно написать

$$h_2 = \frac{\gamma - 1}{\gamma} h_1,$$

откуда окончательно находим

$$\gamma = \frac{h_1}{h_1 - h_2}. \quad (4)$$

**Описание прибора.** Прибор состоит (рис. 84) из стеклянного баллона  $A$  и соединенных с ним трехходового крана  $B$  и водяного манометра  $C$ . Сосуд  $A$  через кран  $B$  может присоединяться к ручному воздушному насосу.

**Измерения.** Кран ставят так, чтобы полость насоса соединялась только с баллоном (рис. 84). Действуя насосом осторожно, нагнетают воздух в сосуд. Когда разность уровней воды в манометре достигнет 20—25 см, кран поворачивают (против стрелки часов) так, чтобы полость баллона полностью изолировалась от воздуха комнаты. После этого, когда давление установится, производят первый отсчет разности уровней в манометре  $h_1$ .

Поворотом крана (против стрелки часов) устанавливают на один момент сообщение полости сосуда с атмосферой. Кран вновь поворачивают (по стрелке часов), снова изолируя полость сосуда; рекомендуется закрывать кран тотчас же после прекращения звука, создаваемого выходящим воздухом.

После установления давления в сосуде производят второй отсчет разности уровней в манометре  $h_2$ .

Опыт следует повторить не менее десяти раз, изменяя в каждом случае величину  $h_1$ .

Для каждой пары значений  $h_1$  и  $h_2$  по формуле (4) определяют величину отношения удельных теплоемкостей. За истинное значение принимают среднее арифметическое.

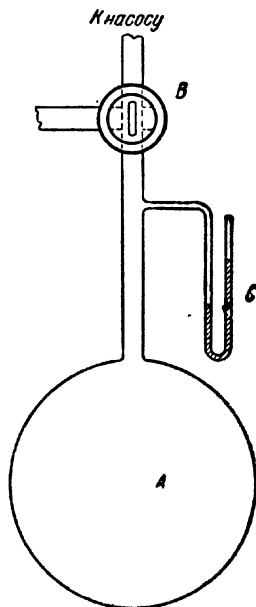


Рис. 84.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. С. Э. Фриш и А. В. Тиморева, Курс общей физики, т. I, § 70, Физматгиз, 1962.

2. А. Б. Молодзеевский, Молекулярная физика, стр. 20—25, Гостехиздат, 1941.

## ЗАДАЧА 45

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ЗВУКА В ГАЗАХ И ОТНОШЕНИЯ  
УДЕЛЬНЫХ ТЕПЛОЕМКОСТЕЙ МЕТОДОМ СТОЯЧЕЙ ВОЛНЫ

Принадлежности: 1) две трубы с телефонами на концах, 2) звуковой генератор ЗГ-2А, 3) осциллограф ЭО-4, 4) милливольтметр ЛМ.

Задачей работы является определение скорости звука в воздухе методом стоячей волны, исследование температурной зависимости скорости звука и определение отношения удельных теплоемкостей.

**Теория метода.** Скорость распространения продольных волн в сплошной среде

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}},$$

где  $E$  — модуль Юнга среды,  $\rho$  — ее плотность.

Процесс распространения акустических волн можно считать адиабатическим, поэтому формулу для скорости звука можно записать в виде

$$v = \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho}}, \quad (1)$$

где  $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$  — отношение удельных теплоемкостей газа,  $p$  — давление.

Скорость звука зависит от температуры газа. Действительно,

$$\rho = \rho_0 \frac{1}{1 + \alpha t},$$

где  $\rho_0$  — плотность газа при  $0^\circ \text{C}$ ,  $t$  — температура в  $^\circ \text{C}$ ,  $\alpha$  — коэффициент расширения газа ( $\alpha = 0,004$ ); следовательно,

$$v_t = \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho} (1 + \alpha t)} = v_0 \sqrt{1 + 0,004t}. \quad (2)$$

При отражении бегущей волны от закрытого конца трубы в трубе образуются стоячие волны с распределением смещений, даваемых формулой

$$y = 2A \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \cos \omega t,$$

где  $A$  — амплитуда, а  $\omega$  — частота колебаний,  $\lambda$  — длина бегущей волны,  $x$  — координата, определяющая положение точек среды.

Если при отражении не происходит потеря энергии, то на закрытом конце трубы всегда образуется узел смещений. Расстояние между двумя соседними узлами или пучностями равно половине длины бегущей волны  $\lambda$ .

Меняя частоту возбуждения, мы будем получать в закрытой трубе стоячие волны каждый раз, когда вдоль трубы будет уклады-



ваться целое число полуволн. Скорость звука определится по формуле

$$v_t = \lambda \nu, \quad (3)$$

где  $\lambda$  — длина волны,  $\nu$  — частота собственных колебаний столба воздуха, равная частоте вынуждающих колебаний.

Но  $\lambda = \frac{2l}{n}$ , где  $n = 1, 2, 3, \dots, k$ , указывает, какое количество полуволн укладывается по всей длине трубы  $l$ .

Таким образом, для скорости звука получаем выражение

$$v_t = \frac{2l\nu_n}{n}. \quad (4)$$

Число  $n$  определяется из наблюдения двух последовательных состояний колеблющейся системы, при которых устанавливаются стоячие волны, следующим образом:

$$v_t = \frac{2l\nu_n}{n} = \frac{2l\nu_{n+1}}{n+1}, \quad \nu_n(n+1) = \nu_{n+1}n, \quad n = \frac{\nu_n}{\nu_{n+1} - \nu_n}. \quad (5)$$

Примечание: условие существования плоской волны в трубе диаметра  $d$  будет  $d < \frac{\lambda}{2}$ .

**Описание установки.** Рис. 85. Установка состоит из двух труб: раздвижной и нераздвижной, генератора звукового диапазона ЗГ-2А, осциллографа ЭО-4 и термопары с милливольтметром. На

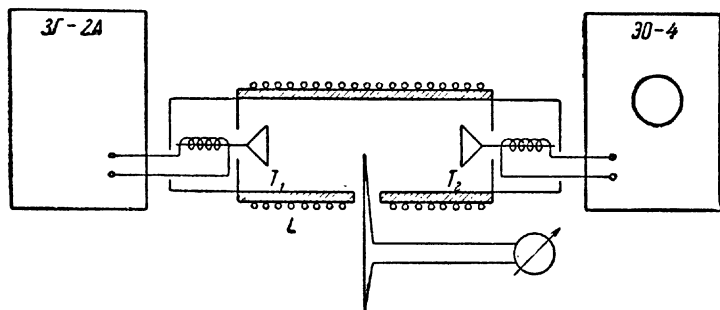


Рис. 85.

концах каждой трубы помещены телефоны  $T_1$  и  $T_2$ , один из которых является передатчиком колебаний, а другой приемником. На нераздвижной трубе сверху помещена обмотка  $L$ , служащая для изменения температуры газа внутри трубы. Обмотка включается в сеть переменного тока на 127 в. Измерение температуры производится при помощи термопары, подключенной к милливольтметру. Телефон  $T_1$  возбуждается генератором ЗГ-2А, сигнал воспринимается телефоном  $T_2$  и подается на осциллограф.

### Упражнение 1

#### Определение скорости звука методом стоячей волны в нераздвижной трубе и исследование зависимости скорости звука от температуры

**Подготовка к измерениям.** Схема собирается в соответствии с рис. 85. При сборке ее необходимо следить за тем, чтобы экраны проводников были заземлены.

Включают питание осциллографа и генератора от сети переменного тока. После прогрева (около пяти минут) производят установку нуля частоты генератора: ставят лимбы генератора «расстройка» и «установка частоты» на нуль, а ручку регулировки выходного напряжения в крайнее правое положение (максимум напряжения). Затем, медленно вращая лимб «установка нуля», добиваются максимума выходного напряжения, что соответствует положению стрелки вольтметра на нуле (или близкому от нуля положению).

**Измерения.** Изменяя частоту генератора от 1000 до 3000 *гц*, последовательно возбуждают в закрытой трубе стоячие волны. Установлению стоячих волн соответствует резкое увеличение амплитуды электрических колебаний, наблюдаемых на экране осциллографа. Измеряют частоту, при которой произошло установление стоячих волн, не менее трех раз и берут средний результат. По формулам (4) и (5) вычисляют скорость звука. Для получения значения скорости звука при 0° С следует сделать поправку по формуле (2).

Для нахождения зависимости скорости звука от температуры включают нагреватель и, изменяя температуру на 10—20° С, определяют описанным выше методом скорость звука при данной температуре. По полученным данным строят график зависимости скорости звука от температуры.

Нагревание производят не более чем до 120° С, в противном случае магниты телефонов могут размагнититься.

### Упражнение 2

#### Определение скорости звука методом стоячей волны в раздвижной трубе

**Подготовка к измерениям.** См. упражнение 1.

**Измерения.** Фиксируют частоту генератора и, раздвигая трубу, находят расстояние между двумя последовательными положениями выдвинутой трубы, при которых устанавливаются стоячие волны. Каждое измерение следует произвести не менее трех раз и взять среднее значение. Меняя частоту от 1000 до 2000 *гц*, находят длины стоячих волн для нескольких частот. Зная длину волны, определяют скорость звука по формуле (3).

### Упражнение 3

#### Определение отношения $\frac{c_p}{c_v}$ для воздуха

Используя найденное значение скорости звука и формулу Лапласа (1), находят  $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ . Атмосферное давление  $p$  определяют по барометру. Плотность воздуха  $\rho$  при атмосферном давлении берут из таблиц.

При подсчете ошибки измерения необходимо учесть, что ошибка измерения частоты в рекомендованном интервале частот составляет 3—5% от показаний прибора.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. С. П. Стрелков, Механика, гл. 16, § 138, 139, 140, 141, 142, 143; гл. 17, § 144; гл. 15, § 127, 128, Гостехиздат, 1956.
2. С. Э. Фриш и А. В. Тиморева, Курс общей физики, т. I, гл. XI, § 97, 98, 99, 100, 101; гл. XII, § 106, 107, Физматгиз, 1962.

### ЗАДАЧА 46

#### ТЕХНИКА ПОЛУЧЕНИЯ И ИЗМЕРЕНИЯ ВЫСОКОГО ВАКУУМА

Принадлежности: 1) вакуумная установка с ротационным насосом ВН-461М и паромасляным насосом ЦВЛ-100 или ММ-40А, термопарным манометром ЛТ-2, ионизационным манометром ЛМ-2; к установке припаян откачиваемый баллон с разрядной трубкой и трубка, предназначенная для отыскания в ней мест натекания; 2) электрическая схема для измерения давления с помощью термопарного манометра; 3) ионизационный вакуумметр типа ВИ-3; 4) трансформатор Тесла.

Целью настоящей работы является обучение студентов методу получения и измерения высокого вакуума. Принцип действия применяемых в задаче приборов см. в указанной литературе. Ниже дается описание только тех приборов, которые в настоящее время имеют широкое практическое применение и не описаны в учебной литературе.

**Получение высокого вакуума.** Для получения высокого вакуума применяют диффузионные пароструйные масляные насосы. Принцип действия их тот же, что и ртутных конденсационных. Однако здесь следует указать на особенности, связанные с тем, что в этих насосах рабочим веществом служит масло. Масло, употребляющееся в насосах, представляет собой смесь ряда фракций с различными температурами кипения и различным давлением насыщенного

пара. Для получения максимального разряжения необходимо выделить наиболее тяжелую, т. е. имеющую наиболее низкое давление пара, фракцию. Это осуществляется в самом насосе.

На рис. 86 изображена принципиальная схема фракционирования (разгонки масла в жидкой фазе) в разгоночном насосе. Испарители 1, 2, 3, 4 сообщаются между собой трубками. Каждый испаритель посылает пары масла в свое отдельное сопло — 1', 2', 3', 4'. Если в испарители налито масло, являющееся смесью ряда фракций, то через некоторое время работы насоса фракции масла распределяются по испарителям, причем в испарителе 4, ближайшем к объекту, окажутся наиболее тяжелые фракции.

В самом деле, выходящие из сопел пары, конденсируясь, стекают в испаритель 1. Отсюда в

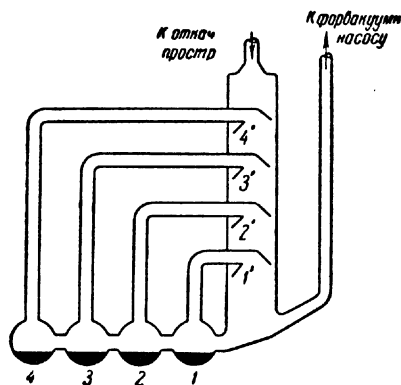


Рис. 86.

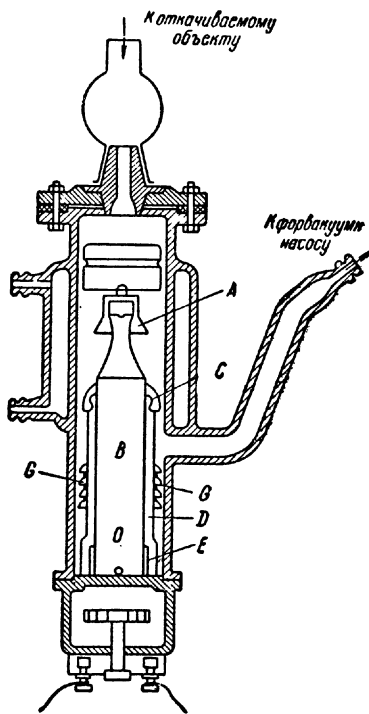


Рис. 87.

первую очередь испаряются легкие фракции, поэтому в испаритель 2 поступает масло, обогащенное тяжелыми фракциями, наконец, в испарителе 4 окажутся наиболее тяжелые фракции масла. Таким образом, ближайшее к откачиваемому объекту сопло будет постоянно работать на наиболее тяжелых фракциях, обладающих минимальным давлением насыщенных паров (порядка  $10^{-6}$  мм рт. ст.).

На рис. 87 изображена схема двухступенчатого металлического паромасляного разгоночного насоса ММ-40А. В верхнее сопло А пары масла подаются по паропроводу В. Круглый металлический цилиндр, охватывающий паропровод В, имеет внизу расширение. В это расширение вставлен разделительный цилиндр Е так, чтобы

промежутки между стенками всех цилиндров были одинаковы. В паропроводах *B* и *D* и в разделительном цилиндре имеются отверстия *O*, несколько сдвинутые друг относительно друга; они, а также зазоры между цилиндрами выполняют роль отверстий в испарителях 1, 2, 3 и 4 (рис. 86) описанной раньше схемы фракционирования и роль трубок между испарителями.

Таким образом, все масло распределяется по четырем коаксиальным камерам: 1 — круглая камера в цилиндре *B*, 2 — кольцевая между *B* и *E*, 3 — кольцевая между *E* и *D*; 4 — кольцевая между *D* и стенкой корпуса насоса. Вначале во всех камерах насоса масло имеет один и тот же состав. При разогревании прежде всего испаряются легкие его фракции, конденсируются на стенках холодильника и стекают в камеру 4. Испарение масла в этой камере слабо, так как непрерывно поступает охлажденное масло, кроме того, пары, вышедшие из этой камеры, задерживаются манжетами *G*. Далее легкие фракции через отверстие *O* поступают в камеры 2 и 3. Здесь они испаряются и выходят через сопло *C*. Таким образом, в центральной круговой камере оказываются наиболее тяжелые фракции, а в сопло *A*, ближайшее к откачиваемому объекту, попадают пары только этих тяжелых фракций.

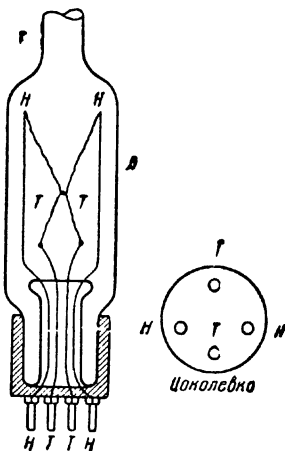


Рис. 88.

Предельный вакуум, достигаемый насосом (ММ-40А),  $10^6$ — $10^7$  мм рт. ст. Для работы насоса необходимо наличие предварительного разрежения до  $5 \cdot 10^2$  мм рт. ст.; производительность насоса 40 л в секунду при давлении  $10^{-4}$  мм рт. ст.

**Измерение вакуума.** Очень важным вопросом в физическом эксперименте и в вакуумной технике является измерение низких давлений. Широкий диапазон давлений, с которыми здесь приходится иметь дело (а именно, от  $10^2$  до  $10^{-9}$  мм рт. ст.), нельзя охватить каким-либо одним манометром. Поэтому в зависимости от диапазона измеряемых давлений приходится применять различные типы манометров, принцип работы которых основан на зависимости того или иного физического явления от давления газа. В настоящей работе применяются термодатный и ионизационный манометры.

**Термодатный манометр.** Термодатный манометр представляет собой стеклянную трубку *Л* (рис. 88) с отростком для присоединения к откачиваемому объекту. На двух вводах *H, H* в трубку вмонтирован нагреватель (нить, накаливаемая электрическим током), а на двух других вводах *ТТ* термодатчика, приваренная к нагревателю горячим спаем. Схема включения такого манометра

очень проста (рис. 89) и состоит из цепи накала (переменный ток 120—220 в подается через реостат  $R$ , служащий для регулирования величины тока, устанавливаемого по миллиамперметру 150—200  $mA$ ) и цепи термопары, состоящей из милливольтметра постоянного тока на 10—15  $mV$ , непосредственно приключенного к выводам термопары.

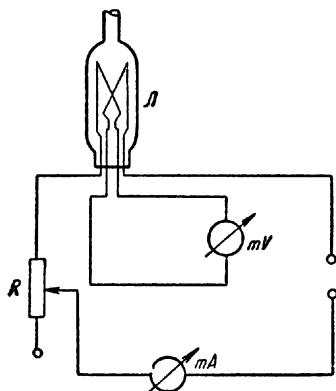


Рис. 89.

Принцип действия манометра заключается в том, что при достаточно низком давлении теплопроводность газа начинает зависеть от давления. Таким образом, потеря тепла термопары также будет зависеть от давления. Чем меньше давление, тем меньше теплопроводность и тем выше температура горячего спая термопары, а следовательно и термоток при том же токе накала. Сняв с помощью другого манометра (например, манометра сжатия) градуировочную кривую за-

висимости термотока от давления при постоянном токе накала, можно пользоваться манометром для измерения давлений в вакуумных установках.

**Ионизационный манометр.** Для измерения высокого вакуума (от давлений  $10^{-3}$  и  $10^{-8}$  мм рт. ст.) применяется ионизационный манометр, основанный на явлении ионизации молекул газа электронами, летящими в вакууме от катода к сетке.

Этот манометр представляет собой трехэлектродную лампу с отро-стком для присоединения к откачиваемому объекту. Принципиальная схема измерительной части манометра и способ включения в нее манометрической лампы  $L$  изображены на рис. 90.

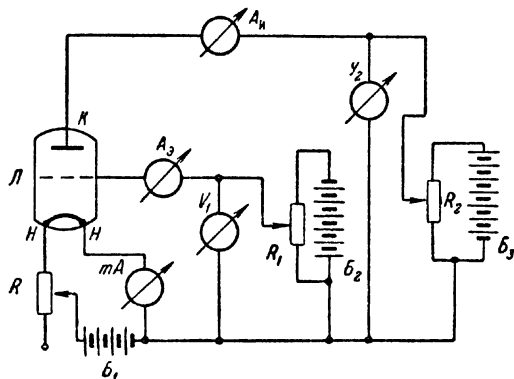


Рис. 90.

Катод  $HH$  питается от батареи накала  $B_1$ . От батареи  $B_2$  между сеткой и катодом создается разность потенциалов, причем на сетку подается положительный по отношению к катоду потенциал. Прибор  $A_3$  (миллиамперметр) служит для измерения электронного тока на сетку. Внешний цилиндрический электрод служит коллектором

ионов, на него от батареи  $B_3$  подают отрицательный по отношению к катоду потенциал. Прибор  $A_n$  (гальванометр) предназначен для измерения ионного тока на коллектор.

Эмитируемые накалившимся катодом электроны под действием электрического поля устремляются на сетку и создают электронный ток, регистрируемый прибором  $A_3$ . Если разность потенциалов между катодом и сеткой достаточна для ионизации газа (выше ионизационного потенциала), то при столкновениях электронов с молекулами или атомами газа происходит ионизация. Количество образующихся положительных ионов пропорционально числу электронов, пролетающих в единицу времени от катода к сетке, а также пропорционально числу молекул газа, встречаемых электроном на своем пути, т. е. пропорционально давлению. Образовавшиеся положительные ионы летят на отрицательно заряженный коллектор ионов, образуя ионный ток, регистрируемый прибором  $A_n$ .

При достаточно высоком вакууме, как показано опытом, отношение ионного тока к электронному прямо пропорционально давлению, т. е.

$$\frac{I_n}{I_e} = ap, \quad p = k \frac{I_n}{I_e},$$

где  $k = \frac{1}{a}$ . При измерениях давления обычно величину электронного тока поддерживают постоянной, поэтому  $p = k' I_n$ . На этом и основано применение ионизационного манометра для измерения низких давлений газа. Постоянная  $k'$  обычно определяется при градуировке манометра. Ионизационный манометр также не является абсолютным манометром; его приходится градуировать по манометру сжатия.

Существенным недостатком ионизационного манометра является необходимость тщательного обезгаживания его металлических электродов и стенок баллона, а также и то обстоятельство, что он выходит из строя, если в работающей лампе внезапно повысится давление до  $10^{-3}$ — $10^{-2}$  мм рт. ст. и выше. При этом катод сгорает. Следует указать на то, что ионный ток очень мал и требует усиления. Ионизационный манометр и усилитель ионного тока к нему являются основной частью переносного вакуумметра типа ВИ-3, применяемого в настоящей задаче.

**Описание установки.** Вакуумная установка в данной задаче содержит все элементы обычных вакуумных устройств, кроме того, она дополнена некоторыми деталями, позволяющими выполнять упражнения. Принципиальная схема установки дана на рис. 91. На схеме введены следующие обозначения:  $PH$  — форвакуумный ротационный масляный насос,  $ПН$  — диффузионный высоковакуумный паромасляный насос,  $B_3$  — откачиваемый объект,  $ИМ$  — ионизационный манометр,  $ТМ$  — термопарный манометр,  $B_1$  —

дополнительный форвакуумный баллон к диффузионному насосу,  $T$  — разрядная трубка для оценки вакуума по виду свечения газа,  $T_p$  — трубка с «течью»,  $L$  — ловушка для паров масла.

Форвакуумный насос  $PH$  служит для создания предварительного разрежения, необходимого для работы диффузионного насоса  $ПН$ . Краны  $K_1 - K_6$  служат для отключения отдельных частей установки друг от друга. Кран  $K_1$  может соединять форвакуумный насос либо с установкой, либо с атмосферой. В процессе откачки он всегда повернут так, что подключает к насосу установку. При выключении форвакуумного насоса кран  $K_1$  необходимо соединить с атмосферой, иначе — атмосферное давление выдавит масло из

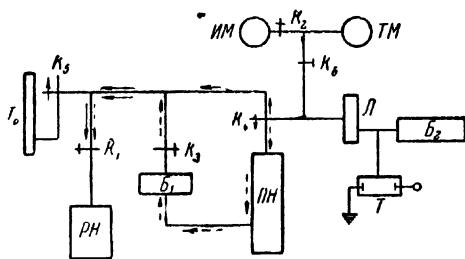


Рис. 91.

внутренних частей в трубку, соединяющую насос с установкой. Откачку форвакуумным насосом воздуха из откачиваемого объекта  $B_2$  можно вести как через диффузионный насос, так и прямо, минуя этот насос. Для этого служат краны  $K_3$  и  $K_4$ . Если откачка ведется помимо диффузионного насоса, отверстие в пробке трехходового крана  $K_4$  должно быть повернуто в сторону форвакуумного насоса (первый путь) и откачка из  $B_2$  идет в направлении сплошных стрелок (рис. 91). Кран  $K_3$  при этом должен быть закрыт, и таким образом диффузионный насос полностью отключен от установки. При переключении крана  $K_4$  в сторону диффузионного насоса откачка идет по направлению, указанному пунктирными стрелками через диффузионный насос (второй путь). При этом кран  $K_3$  должен быть открыт.

При начале откачки, если в баллоне  $B_2$  большое давление (выше форвакуумного), надо создать предварительное, необходимое для работы диффузионного насоса разрежение и вести откачку по первому пути и лишь после включения диффузионного насоса переходить на откачку по второму пути (до высокого вакуума). Вообще, как правило, часть установки с диффузионным насосом, т. е. от крана  $K_3$  до крана  $K_4$ , всегда находится «под вакуумом». При выполнении упражнений с давлением от атмосферного до форвакуумного эта часть установки отключена от всей остальной установки, что соответствует закрытому крану  $K_3$  и первому положению крана  $K_4$  или закрытому крану  $K_4$ . Особенно важно, чтобы в разогретый диффузионный насос не попал газ при высоком давлении, так как масло, имеющееся в насосе, при этом сгорает и насос выходит из строя. Порядок включения установки указан в упражнениях.



### Упражнение 1

#### Знакомство с устройством вакуумной установки и отдельных ее деталей

В этом упражнении ставится задача детального ознакомления с устройством вакуумной установки в целом и устройством отдельных ее частей, а также с конструкциями некоторых вакуумных приборов, не входящих в данную установку, но имеющих важное значение.

1) Производят детальное ознакомление с устройством отдельных частей установки:

а) разбирают, а затем собирают диффузионные паромасляные насосы ЦВЛ-100 и ММ-40А, зарисовывают схему этих устройств;

б) разбирают и собирают пластинчато-статорный насос;

в) вычерчивают электрическую схему питания форвакуумного насоса и подогревателя диффузионного насоса.

2) Знакомятся с вакуумной установкой во всех деталях, зарисовывают ее и устанавливают соответствие между схемой, изображенной на рис. 91, и фактическим ее оформлением.

### Упражнение 2

#### Определение предельного разрежения, достигаемого при помощи форвакуумного насоса, и установление связи между характером свечения газа и давлением

1. При выполнении этого упражнения пользуются только форвакуумным насосом. Измерение давления производится термоманометром. Ионизационный манометр при выполнении этого упражнения должен быть все время отключен от установки (кран  $K_2$  закрыт). В начале работы все краны в установке должны быть перекрыты. Внутренние отверстия кранов должны быть обращены к выполняющему работу. *При вращении пробки крана необходимо свободной рукой поддерживать муфту крана, так как при сильном трении возможна поломка крана и примыкающего к нему трубопровода.* Убедившись, что все краны перекрыты, включают нагреватель термоманометра в сеть 127 в и с помощью реостата  $R$  устанавливают силу тока накала нагревателя, указанную на термоманометре.

2. С помощью включателя пускают в ход форвакуумный насос. После одной минуты работы насоса открывают кран  $K_1$ , затем с помощью крана  $K_4$  подключают к форвакуумному насосу баллон  $B_2$ . Последним открывают кран  $K_6$ , соединяя с установкой термоманометр. В результате во всей системе устанавливается вполне определенное пониженное давление воздуха.

3. Перекрывают краны  $K_1$  и  $K_6$ . Кран  $K_6$  необходимо перекрывать каждый раз перед пользованием трансформатором Тесла во

избежание возникновения разряда в манометрических лампах, что может привести к их порче. Испытывают трансформатором Тесла наличие свечения газа. Разряд возбуждается присоединением свободного провода трансформатора к незаземленному электроду разрядной трубки. Если свечение наблюдается, то поворотом крана  $K_5$  (отверстие в сторону кончика трубки, соединенной с атмосферой) соединяют вакуумную систему с атмосферой, достигая при этом полного исчезновения свечения газа. Перед тем как открывать кран  $K_5$  на атмосферу, следует сначала закрыть кран  $K_1$ .

4. Производят ступенчатую откачку путем периодического подключения вакуумной системы и отключения ее от форвакуумного насоса (с помощью крана  $K_1$ ).

Время, в течение которого ведется откачка (насос присоединен к установке), фиксируется секундомером. В промежутках времени (когда кран  $K_1$  перекрыт) измеряют силу тока в термопарной цепи манометра и по градуировочной кривой термопарной лампы ЛТ-2 определяют давление в установке. Предварительно каждый раз надо убедиться, что накал нагревателя не изменился и соответствует паспорту термопарного манометра. Перекрывая кран  $K_5$ , определяют соответствующее каждому давлению свечение в разрядной трубке и записывают характеристики этого свечения (цвет, форму). Ступенчатую откачку ведут до предельного разрежения форвакуумного насоса  $10^{-3}$  мм рт. ст. (Время откачки при каждой ступени примерно 5—10 сек.)

5. Закончив ступенчатую откачку, открывают краны так, чтобы откачивалась диффузионная часть, т. е. кран  $K_4$  открывают в сторону диффузионного насоса, и открывают кран  $K_3$ . Добившись предварительного разрежения в диффузионном насосе, форвакуумном баллоне  $B_1$  и в откачиваемом объекте  $B_2$ , можно приступить к выполнению третьего упражнения — получение высокого вакуума и его измерение.

### Упражнение 3

#### Получение и измерение высокого вакуума

1. После достижения предельного разрежения во всей системе, получаемого при помощи форвакуумного насоса, можно приступить к пуску в ход диффузионного насоса. Для этого прежде всего пускают воду из водопроводного крана в охлаждающую систему диффузионного насоса. Убедившись по стоку воды в достаточности ее поступления, включают нагреватель диффузионного насоса. Нужно постоянно следить за состоянием системы охлаждения насоса. В случае прекращения подачи воды следует немедленно выключить нагреватель насоса и поставить в известность об этом преподавателя или лаборанта. По мере разогревания диффузионного насоса из масла выделяется большое количество поглощенного

газа, поэтому вначале давление (фиксируемое по показаниям термпарного манометра) несколько возрастает. При сильном возрастании давления следует на некоторое время выключить нагреватель, чтобы дать форвакуумному насосу время для удаления выделившегося газа из масла, а затем вновь включить.

2. Пока происходит прогрев нагревателя диффузионного насоса, производится подготовка к измерению вакуума при помощи вакуумметра ВИ-3. Убедившись при помощи термпарного манометра, что давление в откачиваемом объекте не превышает  $10^{-3}$  мм рт. ст., открывают кран  $K_2$  и включают вакуумметр согласно прилагаемой к прибору инструкции.

3. Измерив давление, выключают ионизационный вакуумметр, закрывают кран  $K_6$  и наблюдают свечение газа в разрядной трубке. Недопустимо наблюдать свечение или закрывать кран  $K_6$  при включенном ионизационном манометре. Это может привести к порче манометрической лампы. Через 10—15 минут после первого измерения давления в установке ионизационным манометром измеряют давление еще раз.

4. После достижения предельного вакуума закрывают все краны, за исключением крана  $K_1$ , и выключают нагреватель диффузионного насоса. Поступление воды в диффузионный насос не прекращается до полного его охлаждения. Преждевременное прекращение охлаждения диффузионного насоса приводит к порче масла в насосе.

#### Упражнение 4

##### Отыскание мест натекания в вакуумной установке

Обычно все детали, идущие на изготовление вакуумных установок и других вакуумных устройств и приборов, подвергаются предварительному испытанию на герметичность. Тем не менее весьма часто в уже собранной вакуумной системе обнаруживаются натекания. Отыскание мест натекания представляет собой довольно трудную задачу и требует большой затраты времени. В настоящее время разработано много методов отыскания течи, а также специально сконструированы приборы для обнаруживания мест натекания — течеискатели. Широко распространенным методом отыскания не слишком малых мест течи в стеклянных вакуумных установках является метод искры. Этот метод прост и применим в довольно широкой области давления. При применении метода искры в качестве течеискателя пользуются уже применявшимся в предыдущих упражнениях трансформатором Тесла. Если одним концом провода от вторичной обмотки трансформатора коснуться поверхности стеклянной трубки или баллона, содержащего газ при давлении от 1 мм до  $5 \cdot 10^{-2}$  мм рт. ст., то можно возбудить в нем разряд, газ будет светиться. При удалении этого провода

от поверхности стекла с конца провода бьет на стекло беспорядочный пучок мелких искр. Если при передвижении вблизи поверхности стекла конец провода окажется над поврежденным местом (невидимое глазом отверстие, незаметная трещина и т. п.), то в точку натекания газа начнет бить искра, резко отличающаяся от остальных своей большой интенсивностью и даже цветом. В настоящем упражнении надо отыскать место натекания в трубке  $T_p$  (рис. 91), имеющей несколько дефектных мест, методом искры. Для этого при помощи крана  $K_5$  присоединяют трубку  $T_p$  к форвакуумной системе установки, держа конец провода вторичной обмотки трансформатора за изолирующую ручку, медленно проводят им вблизи поверхности трубки в местах, вызывающих подозрение на течь. Установив места натекания, отмечают их специальным карандашом. После выполнения этого упражнения производится окончательное выключение вакуумной установки. Закрывают краны  $K_1$  и  $K_5$  (отверстия пробок кранов должны быть обращены к работающему), при помощи пакетного выключателя прекращают работу форвакуумного насоса. Затем медленным поворотом крана  $K_1$  сообщают насос с атмосферой (отверстие в пробке крана должно быть обращено к открытому концу крана). Наконец, убедившись, что диффузионный насос к этому времени уже остыл, перекрывают охлаждающую систему насоса, воду.

### ЛИТЕРАТУРА

1. С. Э. Фриш и А. В. Тиморева, Курс общей физики, т. I, § 56—58, Физматгиз, 1962.

### СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

2. Б. И. Королев, Основы вакуумной техники, Госэнергониздат, 1953.
3. А. А. Иванов, Электровacuумная технология, Госэнергониздат, 1954.
4. Г. П. Шкурин, Справочник по электроизмерительным и радиоизмерительным приборам, Воениздат, 1955.

---

### ЗАДАЧА 47

### ИЗМЕРЕНИЕ СРЕДНЕЙ ДЛИНЫ СВОБОДНОГО ПРОБЕГА АТОМОВ МЕТАЛЛА В ВАКУУМЕ

**Установка и приборы:** 1) вакуумная установка ТВУ-5 с приспособлением для температурного распыления металла, 2) микрофотометр МФ-2.

**Краткая теория.** Известно, что молекулы газа испытывают при своем движении бесчисленные столкновения между собой. Молекулы газа между двумя столкновениями движутся прямоли-

нейно и равномерно, т. е. проходят определенную длину свободного пробега. При неизменных условиях (род газа, давление и температура) эти пути могут сильно отличаться друг от друга. Поэтому рассматривают некоторую среднюю статистическую величину — среднюю длину свободного пробега. Эта величина, обозначим ее  $\lambda$ , зависит от рода газа, вернее, от размера молекул газа, от температуры и от давления или плотности газа.

Зависимость средней длины свободного пробега  $\lambda$  от плотности газа можно вывести, считая молекулы твердыми упругими шариками диаметра  $D$  и полагая, что молекулы взаимодействуют, если расстояние между их центрами не больше  $D$ , т. е. при соударении. Если в единице объема содержится  $K$  молекул и все они движутся, то эту зависимость можно записать в виде

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} \pi D^2 K}. \quad (1)$$

Мы для упрощения считали молекулы твердыми шариками диаметра  $D$ . В действительности  $D$  — диаметр эффективного поперечного сечения — статистическая величина, характеризующая вероятность процесса соударений молекул металла с молекулами воздуха. В отличие от истинного диаметра молекул, диаметр эффективного поперечного сечения зависит от температуры или от относительной скорости молекул.

В нашем случае молекулы металла и воздуха находятся при разных температурах, поэтому в формулу (1) должна быть введена поправка Максвелла:

$$\lambda = \frac{1}{\pi D^2 K \sqrt{1 + \frac{mT'}{m'T}}}, \quad (2)$$

где  $m'$  и  $T'$  — молекулярный вес и абсолютная температура воздуха,  $m$  и  $T$  — соответствующие величины для металла. Из первых опытов с молекулярными пучками (Дюнуайе в 1911 г.), полученными распылением металла в высоком вакууме ( $\lambda \gg l$ , где  $l$  — размеры сосуда), было обнаружено, что молекулярные пучки ведут себя подобно световому потоку: дают четкие тени от поставленных на их пути предметов при точечном источнике распыления и ясные тени и полутени при использовании источника конечных размеров.

При среднем вакууме ( $\lambda \approx l$ ) тень от предмета получается размытой, а при низком вакууме ( $\lambda \ll l$ ) из-за большого числа столкновений между молекулами нельзя получить изображения предмета.

Пусть в газе находится источник молекул, испускающий равномерно по всем направлениям  $N$  молекул в секунду. Обозначим через  $N_x$  число молекул, прошедших расстояние  $x$  без столкнове-

ний. Число молекул, испытавших столкновения на пути от  $x$  до  $x + dx$ , очевидно, равно  $-dN_x$  и пропорционально  $N_x$  и  $dx$ , т. е.  $-dN_x = bN_x dx$ , откуда, интегрируя, получим

$$\int_{N_x}^{N_x} \left( -\frac{dN_x}{N_x} \right) = \int_0^x b dx, \quad N_x = Ne^{-bx}.$$

Средняя длина свободного пробега  $\lambda$  этих  $N$  молекул равна

$$\lambda = \frac{1}{N} \int_0^{\infty} x (-dN_x) = \frac{1}{N} \int_0^{\infty} bx N_x dx = \frac{1}{N} \int_0^{\infty} bx N e^{-bx} dx = \frac{1}{b}$$

и

$$N_x = Ne^{-x/\lambda}.$$

Нетрудно подсчитать число молекул, которые пересекут малую поверхность  $S$ , находящуюся на расстоянии  $x$  от источника под углом  $\alpha$  к направлению пучка. Положим  $N_0$  — число молекул,

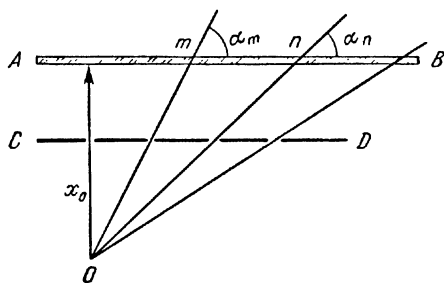


Рис. 92.

выходящих из точечного источника за малый промежуток времени. Если предположить, что на пути  $x$  не происходит соударений молекул пучка с молекулами воздуха, то из этого числа на площадку  $S$  попадет  $N_0 S \frac{1}{4\pi x^2} \sin \alpha$  молекул. Учитывая столкновения молекул, надо написать

$$N_x = N_0 S \frac{1}{4\pi x^2} \sin \alpha e^{-x/\lambda},$$

или, заменяя  $\frac{1}{4\pi} N_0 S = c = \text{const}$  для данных условий эксперимента:

$$N_x = \frac{c}{x^2} \sin \alpha e^{-x/\lambda}. \quad (3)$$

Этой формулой мы будем пользоваться для определения средней длины свободного пробега молекул  $\lambda$ .

Пусть  $O$  — крупинка распыляемого в вакууме металла (рис. 92),  $AB$  — горизонтальная пластинка на расстоянии  $x_0$  от источника  $O$ ,  $CD$  — диафрагма с несколькими круглыми отверстиями.

Рассмотрим два пятна,  $m$ -е и  $n$ -е, напыленные на пластинке. Расстояния от этих пятен до источника  $O$  будут  $x_m$  и  $x_n$  соответственно. Тогда по формуле (3), заменив  $\sin \alpha = \frac{x_0}{x}$  и  $cx_0 = C$  для точек  $m$  и  $n$ , можно записать

$$N_m = \frac{C}{x_m^3} e^{-x_m/\lambda} \quad \text{и} \quad N_n = \frac{C}{x_n^3} e^{-x_n/\lambda}. \quad (4)$$

Назовем непрозрачностью в данной точке пластинки величину

$$\eta = \ln \frac{i_0}{i},$$

где  $i_0$  — фототок, вызванный светом, прошедшим через чистую стеклянную пластинку,  $i$  — фототок, полученный при прохождении света от того же источника через пластинку с напыленным слоем металла. Для тонких слоев с достаточной точностью можно считать, что непрозрачность  $\eta$  пропорциональна числу молекул металла, находящихся на единице поверхности в данной точке пластинки.  $\eta = aN$ , где  $a$  — коэффициент пропорциональности. Выражения (4) перепишем в виде

$$\eta_m = aN_m = \frac{C'}{x_m^3} e^{-x_m/\lambda} \quad \text{и} \quad \eta_n = aN_n = \frac{C'}{x_n^3} e^{-x_n/\lambda}.$$

Разделим первое на второе

$$\frac{\eta_m}{\eta_n} = \frac{x_n^3}{x_m^3} e^{(x_n - x_m)/\lambda} \quad \text{или} \quad \lambda = \frac{x_n - x_m}{\ln(\eta_m x_m^3) - \ln(\eta_n x_n^3)}. \quad (5)$$

Таким образом, для нахождения средней длины свободного пробега надо, измерив расстояние нескольких точек пластинки от источника, определить для каждой из них непрозрачность. По полученным данным следует построить график, откладывая на оси абсцисс  $\ln(\eta x^3)$ , а на оси ординат —  $x$ , тогда тангенс угла наклона полученной прямой даст значение  $\lambda$ . Определив  $\lambda$  и зная условия, при которых напылялась пластинка (давление и температура), следует по формуле (2) подсчитать диаметр эффективного поперечного сечения молекулы  $D$ .

**Описание установки и приборов.** Для создания молекулярного пучка применяется вакуумная установка, способная давать разрежение порядка  $10^{-3}$ — $10^{-5}$  мм рт. ст. В нашей задаче для этих целей используется вакуумная установка ТВУ-5, имеющая рабочее пространство под съемным металлическим колпаком с окнами, которые позволяют наблюдать ход напыления. Для распыления металла установка имеет пульт напыления, позволяющий регулировать ток накала испарителя до 50 а.

Схема вакуумной установки дана на рис. 93. Колпак  $A$  откачивается форвакуумным  $B$  и диффузионным  $C$  насосами. Давление может контролироваться термопарной ЛТ-2 и ионизационной ЛМ-2 манометрическими лампами.

**Напыление и обработка результатов.** Стеклающую пластинку тщательно промывают и просушивают. Между клеммами напылителя

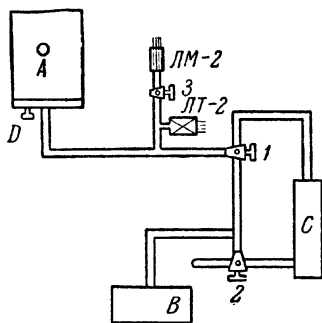


Рис. 93.

закрепляют танталовую лодочку с крупинкой распыляемого металла (в нашей задаче — медь), укрепляют пластинку в держателе и измеряют расстояние между лодочкой и пластинкой  $x_0$ . Устанавливают колпак  $A$  на резиновом кольце и плотно его закрепляют. Все краны перед началом откачки должны быть закрыты. Вентиль для впуска воздуха в колпак должен быть плотно завинчен. Включают форвакуумный насос.

После 2—3 минут откачки открывают кран  $1$  так, чтобы воздух из-под колпака откачивался форвакуумным насосом. Включают термопарный манометр. Когда давление достигнет  $10^{-2}$  мм рт. ст., с помощью кранов  $1$  и  $2$  соединяют колпак с диффузионным насосом, а диффузионный насос с форвакуумным. При давлении  $10^{-2}$  мм рт. ст. пускают воду для охлаждения диффузионного насоса и включают его. При давлении  $10^{-3}$  мм рт. ст. открывают кран  $3$  и включают ионизационный манометр. Когда давление достигнет значения  $1-5 \cdot 10^{-4}$  мм рт. ст., включают пульт напыления и тумблеры «трансформатор» и «автотрансформатор» на пульте напыления. Затем один из работающих поворачивает ручку автотрансформатора, устанавливает ток накала напылителя 40—45 а и следит за ходом напыления через окно. Другой работающий в это время отмечает по манометру давление, при котором производилось напыление. Весь процесс напыления продолжается 10—30 сек, пока на пластинке не появятся легкие, видимые в окно пятна.

Процесс напыления окончен. Пульт напыления выключают, отключают ионизационный манометр, закрывают краны  $1$  и  $3$  и выключают подогреватель диффузионного насоса. Кран  $2$  остается открытым, происходит откачка диффузионного насоса при постоянном охлаждении.

*Воду до полного остывания насоса не выключать!*

Открывают вентиль  $D$  для впуска воздуха под колпак, который поднимают, чтобы достать пластинку. (Если окажется, что надо получить другую пластинку с напылением, то берут чистую пластинку, ставят и укрепляют колпак, закрывают вентиль  $D$ , закрывают кран  $2$  и повторяют весь процесс откачки, как указано выше.) Напыленная пластинка помещается на столике микрофотометра. Регулируя ширину щели, устанавливают определенную величину фототока  $i_0 = 500-700$  делений шкалы. Затем, перемещая пластинку со столиком микрофотометра, находят для каждого из шести пятен значения  $i$  в точке наиболее плотного напыления, отмечают одновременно по шкале (укрепленной на передней стенке столика) расстояние между первым пятном и остальными пятнами. Полученные результаты заносятся в таблицу. Для определения  $\lambda$  строят график. При определении  $D$  по формуле (2) принимают  $K = 3,56 \cdot 10^{18}$  р, где  $p$  — давление в мм рт. ст., при котором производилось напыление.



Отчет о работе удобно составить в виде таблицы. Во второй колонке таблицы записывается расстояние между данным и первым пятнами.

 $x_0 =$  $i_0 =$ 

№ пятна	$l$	$i$	$\frac{i_0}{l}$	$\eta$	$x^2 = x_0^2 + l^2$	$x$	$\ln x$	$3 \ln x$	$\ln \eta$	$\ln (\eta x^3)$

Для определения натуральных логарифмов, квадратных корней и кубов вычисляемых величин следует пользоваться математическими таблицами.

## ЛИТЕРАТУРА

1. С. Э. Фриш и А. В. Тиморева, Курс общей физики, т. I, гл. VII, § 53, 54, Физматгиз, 1962.
2. А. Б. Млодзеевский, Молекулярная физика, стр. 37—39, Гостехиздат, 1941.

## ЗАДАЧА 48

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧИСЛА АВОГАДРО

Принадлежности: 1) микроскоп МБИ-2 с осветителем, 2) объектомикrometer, 3) набор предметных и покровных стекол, 4) секундомер, 5) фильтровальная бумага, 6) пипетка, 7) эмульсия.

**Введение.** Грамм-молекула любого вещества содержит одинаковое число молекул  $N$ . Число это носит название числа Авогадро.

Целью задачи является экспериментальное определение этой чрезвычайно важной физической константы, необходимой для расчетов многих величин в различных областях физики и химии (масса молекулы, заряд электрона и т. д.). В классической работе по изучению броуновского движения Перрен показал, что, пользуясь аналогией газа и эмульсии, можно определить число Авогадро из соотношения

$$\frac{n_1}{n_2} = e^{-\frac{mg' (h_1 - h_2) N}{RT}}, \quad (1)$$

где  $N$  — число Авогадро,  $n_1$  и  $n_2$  — число частиц в единице объема на уровнях  $h_1$  и  $h_2$ ,  $g'$  — эффективное ускорение силы тяжести

(см. [2]),  $T$  — абсолютная температура,  $R$  — универсальная газовая постоянная,  $m$  — масса частицы.

Для частицы эмульсии, имеющей форму шарика, эффективный вес может быть вычислен по формуле

$$mg' = \frac{4}{3} \pi r^3 (\rho - \rho_0) g, \quad (2)$$

где  $r$  — радиус частицы,  $\rho$  — плотность вещества частицы,  $\rho_0$  — плотность среды.

Подставляя (2) в (1) и логарифмируя, получаем

$$N = \frac{3RT \ln \left( \frac{n_1}{n_2} \right)}{4\pi r^3 (\rho - \rho_0) g (h_2 - h_1)}. \quad (3)$$

Величины  $n_1$ ,  $n_2$ ,  $r$ ,  $\rho$ ,  $\rho_0$ ,  $h_2 - h_1$  могут быть измерены. Измерить  $n_1$  и  $n_2$  можно двумя способами:

1. С помощью мгновенной фотографии и последующего подсчета резких изображений частиц на разных уровнях эмульсии. Однако частицы малы и все время движутся, поэтому время экспозиции должно быть мало, нужно сильное освещение. Резкие негативы получить трудно.

2. Второй способ основан на том, что броуновские частицы эмульсии, как и молекулы газа, подчиняются закону распределения Больцмана, не зависящему от времени. Уменьшив с помощью диафрагмы поле зрения микроскопа так, чтобы в поле зрения сразу попадало малое число видимых зернышек (4—5), сосчитаем их, повторим такой подсчет достаточное число раз и просуммируем полученные значения.

В силу беспорядочности броуновского движения 150—200 отсчетов вполне заменят фотографию, охватывающую поле зрения в 150—200 раз больше. Одинаковое число измерений на разных уровнях позволит определить отношение  $\frac{n_1}{n_2}$ . Диафрагмой может служить пластинка из фольги с отверстием, проколотым концом тонкой иглы, помещенная в фокальной плоскости окуляра.

Для правильного подсчета частиц требуется соблюдать следующие основные условия. При применении первого способа площади снимков, на которых подсчитываются  $n_1$  и  $n_2$ , должны быть строго одинаковы. При втором способе число отсчетов на уровне  $h_1$  и  $h_2$  тоже должно быть строго одинаковым и достаточно большим (не меньше 150).

В качестве исследуемого объекта в данной задаче используется эмульсия канифоли в воде или в растворе спирта и воды. Если полученную эмульсию освободить от спирта, то она может сохраняться длительное время — частицы не слипаются. В случае при-

сутствия спирта частицы канифоли укрупняются, и эмульсия через трое суток уже для работы непригодна.

Для получения эмульсии  $10 \text{ см}^3$  2%-ного раствора канифоли в спирте вливают по каплям в  $15 \text{ см}^3$  воды при тщательном помешивании. При этом образуется молочно-белая эмульсия из частиц шарообразной формы. После суток отстоя наиболее крупные частицы выпадают в осадок. Слой эмульсии над осадком годен для опыта.  $\rho_0$  для среды равно  $0,95 \text{ г/см}^3$ ,  $\rho$  канифоли меняется от 1,01 до  $1,09 \text{ г/см}^3$ , поэтому перед составлением 2%-ного раствора рекомендуется ее определить.

**Описание установки.** Установка состоит из микроскопа МБИ-2, осветителя и стеклянной тонкой кюветы с исследуемой эмульсией. Изготовить такую кювету можно следующим образом: две половинки покровного стекла наклеиваются теплым парафином на предметное стекло на некотором расстоянии друг от друга. Промежуток заливается эмульсией и закрывается сверху покровным стеклом (надо следить, чтобы не появлялись пузырьки воздуха). Края кюветы парафинируют, чтобы объект не высыхал. Для работы следует пользоваться монокулярной насадкой.

Окуляр  $\times 20$  снабжен диафрагмой и служит для отсчета частиц. Окуляр  $\times 15$  имеет сетку и употребляется для определения среднего радиуса частиц. Работа ведется при светлом поле, осветитель обеспечивает равномерное и одинаковое освещение объекта в течение всей работы.

**Измерения.** Устанавливают микроскоп и осветитель на нужную яркость поля. На столик микроскопа кладут кювету с эмульсией. Берут объектив с шестидесятикратным увеличением ( $\times 60$ ) и с помощью слабого окуляра ( $\times 10$ ) фокусируют микроскоп на объект. Работать следует с иммерсионной жидкостью<sup>1)</sup>. Фокусировать следует осторожно, чтобы не повредить кювету, лучше из крайнего, нижнего положения объектива, выдвигая его вверх. После фокусировки меняют окуляр на рабочий ( $\times 20$ ) с диафрагмой и приступают к счету частиц на данном уровне  $h_1$  (уровень замечают по делениям на барабане микрометрического винта).

Производят счет числа частиц, находящихся в данный момент в поле зрения. Рекомендуется производить отсчеты через каждые 5 сек<sup>2)</sup>. Следует сделать не менее 150 отсчетов, после чего микрометрическим винтом перемещают вертикально микроскоп на 40—50  $\mu\text{м}$  и производят счет числа частиц на уровне  $h_2$ . Число отсчетов должно быть одинаковое. Число частиц, находящихся в поле

<sup>1)</sup> Кедровое масло с показателем преломления, равным показателю преломления стекла. Вносится между линзой осветителя и объектом, и между объектом и объективом.

<sup>2)</sup> Это время может быть произвольным, так как распределение частиц стационарно.

зрения в данный момент (с интервалом в 5 сек), записывают в таблицу следующей формы:

Уровень	Число частиц в поле зрения
$h_1$	3, 2, 4, 3, 0, 2, 2, 1, 3, 5 и т. д.
$h_2$	0, 1, 2, 0, 1, 0, 0, 3, 1, 2 и т. д.

После окончания счета кювету снимают со столика микроскопа. Отмечают абсолютную температуру  $T$  эмульсии (комнатную).

Определение среднего радиуса частицы производят при помощи окуляра с пятнадцатикратным увеличением ( $\times 15$ ) с сеткой. Предварительно надо определить размеры сетки с помощью объект-микрометра. Каплю эмульсии наносят на предметное стекло и дают подсохнуть на воздухе, после чего накрывают покровным стеклом. При высыхании среды зерна эмульсии соединяются цепочками, ими покрывается плотно участок поля. Поэтому можно подсчитать число зерен, имеющих на стороне квадрата сетки. Подсчет производят 10 раз в разных местах объекта. Эти подсчеты следует делать особенно тщательно, так как наибольшая ошибка происходит за счет ошибки при определении радиуса частицы. Пользуются средним значением радиуса. Так как работа ведется с иммерсионным слоем, то расстояние  $h'_2 - h'_1$ , измеряемое по барабану микроскопа, не равно расстоянию  $h_2 - h_1$  в эмульсии. Следует ввести поправку, равную отношению показателей преломления  $n_1$  эмульсии и  $n_2$  иммерсии, таким образом, истинное расстояние  $h_2 - h_1 = \frac{n_1}{n_2} (h'_2 - h'_1) = \frac{1,35}{1,51} (h'_2 - h'_1)$ .

Конечная расчетная формула имеет вид

$$N = \frac{3RT \ln \frac{n_1}{n_2}}{4\pi r^3 (\rho - \rho_0) g 0,89 (h'_2 - h'_1)} \quad (4)$$

Весь проведенный расчет применим к частицам строго одинакового размера. В эмульсии, приготовленной вышеописанным способом, имеются частицы разных размеров, причем кривая распределения частиц по величине имеет максимум. Положение этого максимума зависит от концентрации эмульсии и смещается в сторону больших радиусов при старении. Поэтому для расчета следовало бы пользоваться не средним арифметическим радиусом частицы, а наивероятнейшим, который всегда меньше среднего. Однако получить кривую распределения частиц эмульсии по размерам трудно, к тому же она меняется во времени, приготовить эмульсии с частицами одинакового размера тоже очень сложно, поэтому

получаемое по формуле (4) число Авогадро несколько занижено по абсолютной величине.

Постановка задачи в таком виде все же целесообразна. Выполнение ее дает возможность наблюдать броуновское движение. убедиться, что имеет место изменение плотности частиц по высоте в поле силы тяжести, и получить на основании собственных измерений число Авогадро, не сильно отличающееся от его точного значения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. С. Э. Фриш и А. В. Тиморева, Курс общей физики, т. I, § 52, Физматгиз, 1962.
2. Е. А. Штрауф, Молекулярная физика, ч. II, гл. 1, § 8; гл. III, § 2. 10, II, Гостехиздат, 1949.

#### СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

3. Ф. Перрен, Атомы, гл. III, Госиздат, 1924.

### ЗАДАЧА 49

## ИЗУЧЕНИЕ БРОУНОВСКОГО ДВИЖЕНИЯ ГАЗОВОГО ПУЗЫРЬКА

Принадлежности: 1) микроскоп МБИ-4 с кристаллическим препаратом — пластинкой берилла, 2) осветитель ОИ-7, спектропроектор СП-1, 3) киноплёнка со снимками пузырька газа в жидком включении в кристалле.

Броуновское движение — непрерывное, беспорядочное перемещение малых частиц вещества, взвешенных в жидкости или в газе, — представляет собой одно из наиболее ярких и доступных наблюдению проявлений молекулярно-кинетической природы тепла. Броуновское движение в более сложных формах — тепловые шумы в радиосхемах, вибрации легких деталей в измерительных приборах, колебания тока электронной эмиссии — требует специального учета при точных физических измерениях.

Поэтому наблюдение броуновского движения и изучение его закономерностей входит в круг обязательных этапов подготовки современного физика. Количественное теоретическое и экспериментальное изучение броуновского движения дает поучительный пример тех статистических закономерностей, которым подчиняются флуктуационные явления<sup>1)</sup>. Броуновское движение представляет собой флуктуации импульса (количества движения) частиц, создающиеся в результате беспорядочных толчков, получаемых ими со

<sup>1)</sup> Флуктуациями называются случайные местные и временные отклонения значений параметров системы (плотности, температуры, давления, эмиссии электронов и т. д.) от их средних значений. Флуктуации происходят в результате теплового движения атомов и молекул и имеют место даже в системах, находящихся в состоянии термодинамического равновесия.

стороны участвующих в тепловом движении окружающих молекул среды.

При изучении процессов, подчиняющихся статистическим закономерностям, совсем непросто является вопрос о том, какие именно параметры изучаемых систем и какие взаимосвязи этих параметров целесообразно измерять на опыте. Например, при изучении теплового движения молекул газа целесообразно и возможно измерять на опыте скорость молекул и ее зависимость от температуры. Однако в случае броуновского движения частиц измерения их скорости оказываются нецелесообразными. Дело в том, что в жидкости, в отличие от газа, молекулы расположены в непосредственной близости друг от друга и в результате этого непрерывно испытывают соударения между собой и с броуновскими частицами. Это обстоятельство придает запутанный характер движению броуновских частиц, непрерывно изменяющих свою скорость, и приводит к тому, что измерения скорости теряют практический смысл. Именно опыт показывает, что значение отношения  $\frac{\Delta S}{\Delta t}$ , где  $\Delta S$  — смещение частицы за время  $\Delta t$ , не стремится к определенному пределу при уменьшении промежутка времени  $\Delta t$ . Наличие такого предела, как известно, является необходимым условием отыскания истинного значения скорости всякого движения.

Теоретический анализ броуновского движения, произведенный А. Эйнштейном, показал, что целесообразно находить на опыте средние квадратичные смещения  $(\overline{S})^2$  броуновских частиц или их проекции  $(\overline{\Delta x})^2$  на какое-нибудь произвольное направление  $x$ <sup>1)</sup>. Оказывается, что для случая беспорядочного теплового движения частиц связь этих величин с промежутками времени  $\tau$ , в течение которых происходили смещения  $\Delta x$ , очень проста. Именно

$$(\overline{\Delta x})^2 = 2D\tau, \quad (1)$$

где  $D$  — коэффициент диффузии частицы в жидкости или в газе (см. ниже). Полученные на опыте многочисленные подтверждения этого соотношения явились доказательством молекулярно-кинетической природы броуновского движения. Изучение броуновского движения послужило основанием к исследованию в дальнейшем целого ряда флуктуационных явлений.

Рассмотрим принадлежащий А. Эйнштейну элементарный вывод соотношения (1), экспериментальная проверка справедливости которого составляет предмет настоящей задачи.

Пусть в некотором объеме однородной жидкости или газа находятся посторонние взвешенные частицы или молекулы и concentra-

<sup>1)</sup> Чертой сверху мы будем обозначать операцию усреднения изучаемой величины по всем частицам (молекулам). В результате полной беспорядочности теплового движения среднее значение смещения  $S$  будет равно нулю.

ция их меняется только в направлении некоторой координаты  $x$ . Обозначим их концентрацию (число частиц в единице объема) буквой  $n$ . Проведем мысленно плоскость  $AB$  перпендикулярно  $x$  (рис. 94). В результате теплового движения частицы будут изменять свою координату  $x$ , причем смещения частиц в направлении  $+x$  и  $-x$  будут равновероятны. Пусть среднее квадратичное смещение по всем частицам вдоль  $x$  за время  $\tau$  будет  $\sqrt{(\Delta x)^2}$ . В таком случае не представляет труда подсчитать поток частиц, который за время  $\tau$  продиффундирует сквозь плоскость  $AB$ . Если концентрация частиц влево от плоскости в среднем на отрезке  $\sqrt{(\Delta x)^2}$  будет  $n_1$ , а вправо от плоскости — соответственно  $n_2$ , то искомый поток частиц  $N$  за время  $\tau$  через  $1 \text{ см}^2$  нашей плоскости слева направо выразится соотношением

$$N = \frac{1}{2} \sqrt{(\Delta x)^2} (n_1 - n_2). \quad (2)$$

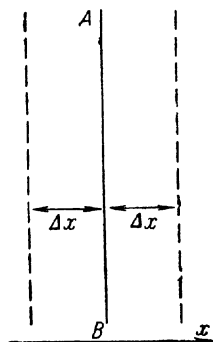


Рис. 94.

С другой стороны, макроскопическое изучение диффузии показывает, что количество продиффундировавших через  $1 \text{ см}^2$  нашей плоскости за время  $\tau$  частиц  $N$  пропорционально градиенту концентрации диффундировавшего вещества и времени  $\tau$ , т. е. можно записать

$$N = D \frac{(n_1 - n_2)}{\sqrt{(\Delta x)^2}} \tau, \quad (3)$$

где  $D$  — коэффициент диффузии. Размерность коэффициента диффузии  $\text{см}^2/\text{сек}$ , а его физический смысл таков: это — количество вещества (частиц), прошедшее через  $1 \text{ см}^2$  плоскости  $AB$  в  $1 \text{ сек}$  при градиенте концентрации частиц, равном единице.

Приравнявая друг другу полученные выражения для  $N$ , находим

$$\frac{1}{2} \sqrt{(\Delta x)^2} (n_1 - n_2) = D \frac{(n_1 - n_2)}{\sqrt{(\Delta x)^2}} \tau,$$

откуда получается искомое соотношение

$$(\Delta x)^2 = 2D\tau.$$

Хотя проведенный нами расчет и опирался на рассмотрение процесса диффузии, однако полученный результат для связи между  $(\Delta x)^2$  и  $\tau$  свободен от зависимости от числа диффундировавших частиц, а следовательно, он справедлив и для перемещений отдельной броуновской частицы.

Новый интересный случай броуновского движения был открыт и изучен в последние годы проф. Г. Г. Леммлейном <sup>1)</sup>. Сущность дела может быть изложена следующим образом.

В естественных кристаллах минерала берилла ( $\text{Be}_3\text{Al}_2\text{Mg}_6\text{O}_{18}$ ), образовавшихся в отдаленную геологическую эпоху, встречаются своеобразные жидкие включения тех растворов солей, из которых образовался берилл. При кристаллизации берилла капельки этого раствора оказались замкнутыми в теле выросшего кристалла. Раствор этот в свою очередь расслоился на водный раствор солей и на капельки выделившейся из него углекислоты  $\text{CO}_2$ . Ввиду того что теперь углекислота в этих капляках находится уже при температуре ниже критической, она разделяется на две фазы: жидкую и газовую.

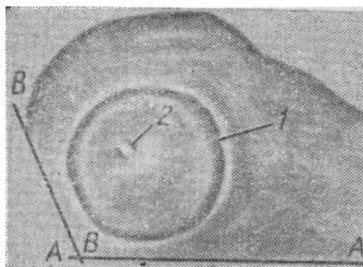


Рис. 95.

Газовая фаза образует маленький пузырек, помещающийся где-либо внутри сферической капельки углекислоты.

Картину подобного включения в кристалле берилла можно видеть на прилагаемой фотографии (рис. 95). На рисунке видны составные части, находящиеся внутри включения в кристалле: водный раствор двойной алюминиевой магниевой соли бериллия, жидкая углекислота *1* и газовый пузырек  $\text{CO}_2$  — *2*.

Наблюдение и количественное исследование броуновского движения пузырька и составляет предмет настоящей задачи.

### Упражнение 1

#### Визуальное наблюдение движений броуновской частицы — газового пузырька

Кристаллический препарат берилла с несколькими включениями установлен на столике микроскопа с большим увеличением, так как размер пузырька составляет лишь несколько микрон. Вся система микроскопа в п о л н е п о д г о т о в л е н а к н а б л ю д е н и я м и микроскоп помещен под колпак, открывать который категорически воспрещается из-за чрезвычайной хрупкости кристаллов берилла.

Осветитель микроскопа расположен, разумеется, вне защитного колпака.

<sup>1)</sup> Мы пользуемся здесь случаем принести глубокую благодарность проф. Г. Г. Леммлейну и старшему научному сотруднику Института кристаллографии АН СССР М. О. Клио за предоставление всех материалов, включая киноснимки, необходимых для постановки этой задачи.



В целях наилучшей фокусировки препарата по глазам наблюдателя ручка тонкой фокусировки микроскопа выведена с левой стороны колпака, через его стеклянную стенку. Вращением этой ручки на 1—2 оборота можно хорошо сфокусировать включения в кристалле и движущиеся в них пузырьки.

Следует иметь в виду, что разные включения, а следовательно и пузырьки, расположены на разных уровнях внутри кристалла. Поэтому, как правило, нельзя одновременно хорошо видеть несколько движущихся пузырьков. Надо отдельно фокусировать микроскоп на каждый пузырек.

Выполняющий задачу должен внимательно рассмотреть движения пузырьков, убедиться в хаотичности этих движений, в том, что маленькие пузырьки движутся быстрее крупных.

Подобные непосредственные наблюдения физического процесса являются важным моментом подготовки выполнения количественной части задачи.

## *Упражнение 2*

### **Количественное исследование броуновского движения**

Количественное исследование в данном случае заключается в проверке соотношения Эйнштейна, связывающего средний квадрат смещения частицы с протекшим промежутком времени. Но эта проверка осуществляется в настоящей задаче своеобразным способом.

Броуновское движение одного из пузырьков углекислоты снято через микроскоп на киноплёнку (рис. 95). Фотографии сделаны, как всегда при работе киноаппарата, через одинаковые промежутки времени.

Таким образом, последовательные кадры киноплёнки дают возможность фиксировать положение броуновской частицы (пузырька) через равные промежутки времени. Измеряя величину смещений пузырька и обрабатывая их должным образом (см. ниже), можно проверять закон Эйнштейна.

Использование киноплёнки со снимками движения пузырька для указанных целей требует некоторых специальных технических средств и знания некоторых приемов работы.

Плёнка с нумерованными кадрами снимков зажата между двумя стеклами. Эти стекла с плёнкой помещаются на столик специального оптического проекционного аппарата — спектропроектора. Устройство его напоминает конструкцию обычного фотоувеличителя.

Спектропроектор дает возможность получать на листе бумаги, лежащем под объективом прибора, увеличенное изображение кадров киноплёнки, расположенных на столике прибора. На этих

увеличенных изображениях кадров легко видеть сфотографированные включения в кристалл берилла, контуры капли жидкой углекислоты и плавающий в ней пузырек.

Если с помощью острого или остро отточенного карандаша нанести на бумагу положение пузырька, соответствующее одному кадру пленки, то, передвинув пленку на один кадр, можно вновь нанести на бумагу и новое положение пузырька.

Таким путем, просматривая кадр за кадром, можно нанести на бумагу множество положений пузырька, соответствующих снимкам, сделанным через равные промежутки времени. Каждое положение пузырька при этом должно быть пронумеровано.

Однако для того, чтобы эта операция имела практическую ценность, необходимо соблюдение следующего важного условия. Необходимо, чтобы на бумаге фиксировалось именно броуновское смещение пузырька относительно кристалла. Поэтому необходимо, чтобы изображения включений в кристалл, полученные на разных кадрах, точно совмещались друг с другом в проекции.

Следовательно, перед нанесением на бумагу каждого положения пузырька необходимо убедиться в том, что изображение включения в кристалле ложится на бумагу всякий раз на прежнее место.

Для этой цели при проектировании первого же кадра пленки на бумагу с помощью линейки наносятся две линии (линии  $AA$  и  $BB$  на рис. 95), совпадающие с изображением контуров исследуемого включения в кристалле.

После этого при смене кадров контуры каждого следующего кадра опять точно совмещаются с этими же линиями  $AA$  и  $BB$ . При этих условиях изменение в положениях изображения пузырька будут действительно результатом броуновского движения.

Разумеется, что в процессе этих операций бумага на столике спектропроектора должна быть абсолютно неподвижна.

Устройство спектропроектора несложно. Его осветительная часть никакой регулировке не подлежит. Зажатая между стеклами кинопленка помещается на его верхний столик. Изображение кадров на бумагу фокусируется вращением объектива проектора

на  $\frac{1}{4} - \frac{1}{2}$  оборота.

Несущий пленку столик спектропроектора имеет два взаимноперпендикулярных перемещения, осуществляемых при помощи рычагов управления. Вращение кадров в горизонтальной плоскости осуществляется непосредственно от руки перемещением пленки на столике проектора. Все три перечисленных возможных перемещения пленки над объективом спектропроектора обеспечивают возмож-

ность полного совмещения друг с другом на бумаге последовательных проекций изображений включения в кристалле с разных кадров киноплёнки. Но перед тем, как начинать наносить на бумагу нужные для работы положения пузырька, рекомендуется просмотреть через проектор несколько кадров плёнки и попрактиковаться в совмещении даваемых ими изображений.

Полученная на бумаге в увеличенном виде картина броуновских перемещений газового пузырька обрабатывается следующим образом.

Прежде всего отметим, что отсутствие какого-либо одностороннего систематического конвекционного дрейфа пузырька позволяет проверять закон Эйнштейна непосредственно для полных перемещений пузырька  $\Delta S$ , а не для их проекций на какую-либо ось координат. Длина каждого отрезка между двумя отмеченными на бумаге положениями пузырька измеряется так: сначала концы игл раздвижного циркуля-измерителя совмещаются с отмеченными на бумаге нужными точками, а затем циркуль-измеритель переносится на миллиметровую линейку, по которой расстояние между концами игл измеряется с точностью до 0,1 мм. Результаты подобных измерений перемещений пузырька заносятся в составленную по приведенному образцу таблицу (стр. 246), которая также используется и для внесения в нее результатов последующей обработки измерений. Обращаем внимание на то, что в таблице для примера приведены результаты измерений и их обработки лишь для трех значений промежутка времени  $\tau$ <sup>1)</sup>. Между тем, в действительности, по этой схеме должна быть проведена обработка результатов и для других значений  $\tau = 1, 2, 3, \dots, n$ , допускаемых сочетаниями зарегистрированных нами положений пузырька, составленными по образцу первых трех сочетаний, приведенных в таблице. Однако не имеет смысла использовать высокие значения  $\tau$ , для которых число измеренных перемещений пузырька не может быть сделано больше трех. Очевидно, что в этом случае операция усреднения квадратов перемещений становится мало надежной.

Заключительным этапом обработки результатов измерений является наглядная форма проверки закона Эйнштейна.

Для этого на миллиметровой бумаге строится прямоугольная система координат, на оси абсцисс которой откладываются промежутки времени  $n\tau$ , а на оси ординат — значения  $(\Delta S)^2$  в подходящем масштабе. Если все нанесенные таким образом на координатную плоскость точки могут быть соединены прямой линией, проходящей через начало координат, то закон Эйнштейна удовлетворен. Высокое качество эксперимента при выполнении киносъемки движений пузырька и главное соответствие условий его

<sup>1)</sup> Мы принимаем условно за  $\tau = 1$  промежуток времени между съемкой двух смежных кинокадров.

## Для записи результатов измерений и их обработки

$\tau = 1$			$\tau = 2$			$\tau = 3$		
Сочетания точек	$\Delta S$	$(\Delta S)^2$	Сочетания точек	$\Delta S$	$(\Delta S)^2$	Сочетания точек	$\Delta S$	$(\Delta S)^2$
1—2	$\Delta S_{12}$	$(\Delta S_{12})^2$	1—3	$\Delta S_{13}$	$(\Delta S_{13})^2$	1—4	$\Delta S_{14}$	$(\Delta S_{14})^2$
2—3	$\Delta S_{23}$	$(\Delta S_{23})^2$	2—4	$\Delta S_{24}$	$(\Delta S_{24})^2$	2—5	$\Delta S_{25}$	$(\Delta S_{25})^2$
3—4	$\Delta S_{34}$	$(\Delta S_{34})^2$	3—5	...	...	3—6	...	...
4—5	$\Delta S_{45}$	$(\Delta S_{45})^2$	4—6	...	...	4—7	...	...
5—6	$\Delta S_{56}$	$(\Delta S_{56})^2$	5—7	...	...	5—8	...	...
6—7	$\Delta S_{67}$	$(\Delta S_{67})^2$	6—8	...	...	6—9	...	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...
$(n-1)-n$	$\Delta S_{n-1, n}$	$(\Delta S_{n-1, n})^2$	$(n-2)-n$	...	...	$(n-3)-n$	...	...
$\Sigma (\Delta S)^2 =$			$\Sigma (\Delta S)^2 =$			$\Sigma (\Delta S)^2 =$		
$\overline{(\Delta S)^2}_{\tau=1} = \frac{\Sigma (\Delta S)^2}{n-1} =$			$\overline{(\Delta S)^2}_{\tau=2} = \frac{\Sigma (\Delta S)^2}{n-2} =$			$\overline{(\Delta S)^2}_{\tau=3} = \frac{\Sigma (\Delta S)^2}{n-3} =$		

движения в кристалле предпосылкам, положенным в основу теоретического рассмотрения вопроса, обеспечивают в данном случае полное удовлетворение закона Эйнштейна, если, конечно, все последующие этапы выполняемой уже в практикуме работы проведены достаточно тщательно.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Е. А. Штрауф, Молекулярная физика, стр. 169, Гостехиздат, 1949.

#### СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

2. А. К. Тимирязев, Кинетическая теория материи, Учпедгиз, 1956.
3. М. А. Леонтович, Статистическая физика, Гостехиздат, 1944.
4. А. Эйнштейн, М. Смолуховский, Броуновское движение, Сборник статей, ОНТИ, 1936.

#### ЗАДАЧА 50

### ОЗНАКОМЛЕНИЕ СО СТАТИСТИЧЕСКИМИ ЗАКОНОМЕРНОСТЯМИ НА МЕХАНИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ

**Введение.** В природе, в жизни, в технике часто встречаются случайные явления. Предсказать отдельные случайные явления нельзя, так как на них сказывается влияние очень большого числа неподдающихся контролю факторов. Например, при стрельбе в цель, при измерениях физических величин, в движении молекул, в азартных играх и т. п. в той или иной степени наблюдаются элементы случайности. Однако даже если можно было бы учесть все определяющие данное явление факторы, то одно единичное явление еще не характеризует общей картины случайных явлений. Например, одно наугад выбранное отверстие в мишени почти ничего не говорит нам о меткости стрелка, в то время как большое число произведенных выстрелов дает понятие о точности стрельбы в цель. Случайные явления наиболее полно описываются при помощи математического аппарата теории вероятности. Большая совокупность случайных явлений или величин подчиняется так называемым статистическим законам. Статистические законы дают возможность определять вероятность, с которой осуществляется то или иное событие в серии случайных однотипных событий, средние величины в серии измеряемых величин, наиболее вероятные отклонения от среднего и т. п. Все эти характеристики определяются законом распределения случайных величин — зависимостью вероятности появления данной величины от значения самой величины.

Наиболее распространенным в природе законом распределения случайных величин является так называемый закон нормаль-

ного распределения (закон Гаусса). Это распределение имеет место в том случае, если случайная величина зависит от большого числа факторов, могущих вносить с равной вероятностью положительные и отрицательные отклонения. Примером такого распределения может служить распределение случайных ошибок при измерении любой физической величины. Действительно, на величину полученного результата измерения влияют такие факторы, как нестабильность физических условий (например, температуры), при которых проводились измерения, случайные колебания прибора, различные положения глаза при отсчете показаний прибора, индивидуальные свойства глаза наблюдателя и т. п. Ошибку каждого измерения можно разбить на более мелкие элементарные ошибки, вызван-

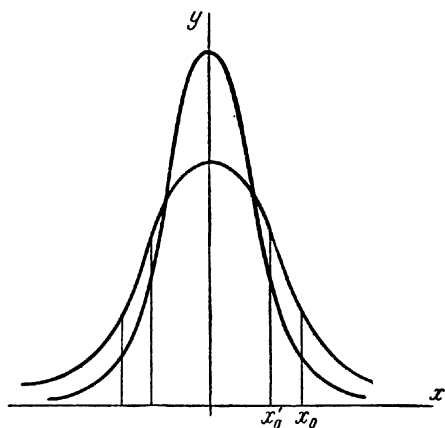


Рис. 96.

ные различными причинами, предположив, что они имеют одинаковую величину и равновероятные знаки.

Число измерений  $\Delta N$ , давших отклонение от среднего значения измеряемой величины в пределах от  $x$  до  $x + \Delta x$ , пропорционально интервалу  $\Delta x$  и полному числу измерений  $N$ .

Законом распределения называется функция

$$y = \frac{\Delta N}{N \Delta x} = f(x). \quad (1)$$

Можно показать, что закон распределения ошибок измерения (закон Гаусса) имеет вид

$$y = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 x^2}, \quad (2)$$

где  $x$  — ошибка, т. е. отклонение измеряемой величины от ее среднего значения, а  $y$  — вероятность появления ошибки величины  $x$  (рис. 96). Величина  $h$  носит название «меры точности», она определяется из соотношения<sup>1)</sup>

$$y_0 \left( \frac{1}{h} \right) = \frac{1}{e} y_{\max}. \quad (3)$$

<sup>1)</sup> Величина  $h$  равна обратному значению  $x_0$ , соответствующему значению вероятности  $y_0$ , в  $e$  раз меньшему максимальной вероятности  $y_{\max}$ .

Чем больше мера точности  $h$ , тем меньше  $x_0$ , т. е. тем меньше рассеяние результатов измерений относительно их среднего значения и соответственно больше точность измерений. Другие характеристики рассеяния — средняя арифметическая ошибка  $\bar{x}$  и средняя квадратичная ошибка  $\sigma$  — связаны с мерой точности следующими соотношениями:

$$\bar{x} = \frac{1}{\sqrt{\pi} h}, \quad \sigma = \frac{1}{\sqrt{2} h}.$$

Другим примером распределения случайных отклонений может служить стрельба в цель. Большое число неподдающихся контролю

факторов (неточность прицела, несимметричность пули, дефекты ружья и т. п.) приводят к случайным отклонениям пули от цели. Однако в данном случае элементарные ошибки имеют не два равновероятных значения (положительное и отрицательное), а бесконечное множество значений, соответствующих смещениям точки попадания по различным радиусам в плоскости мишени

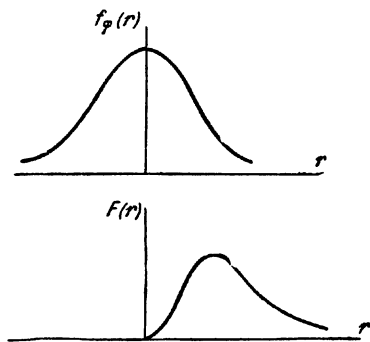


Рис. 98.

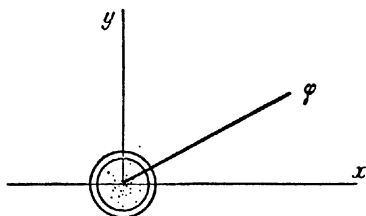


Рис. 97.

(рис. 97). Вдоль любого направления  $\varphi$ , проведенного через максимум плотности попадания, закон имеет характер нормального распределения  $f_\varphi(r)$ . Если же нас интересует вероятность отклонения от цели на расстояние  $r$  независимо от направления этого отклонения, то плотность (вероятность) попадания  $f(r)$  надо просуммировать по площади тонкого кольца радиусом  $r$  и шириной  $\Delta r$ :

$$F(r) \Delta r = f(r) 2\pi r \Delta r = A e^{-h^2 r^2} r \Delta r, \\ F(r) = A e^{-h^2 r^2}. \quad (4)$$

В результате одномерный закон распределения отклонений от цели приобретает вид асимметричного максимума, смещенного относительно центра (рис. 98). (С увеличением  $r$  плотность попадания падает, а площадь кольца  $2\pi r \Delta r$  растет.)

Аналогичная картина наблюдается и при изучении распределения молекул газа по скоростям — так называемого распределения Максвелла. Случайные столкновения молекул при хаотическом движении в газе приводят к случайным изменениям их скоростей как по величине, так и по направлению. Если рассматривать распределение молекул по скоростям вдоль какого-нибудь одного направления  $\varphi$ , то большое число случайных соударений приводит

к закону нормального распределения вдоль этого направления. Если же интересоваться числом молекул  $\Delta N(u)$ , имеющих скорость в интервале от  $u$  до  $u + \Delta u$  независимо от направления, то необходимо просуммировать закон нормального распределения по всем направлениям в пространстве. Тогда

$$\Delta N(u) = n(u) \Delta u = A e^{-h^2 u^2} 4\pi u^2 \Delta u = B e^{-h^2 u^2} u^2 \Delta u. \quad (5)$$

Пронормировав это соотношение и учтя, что давление газа

$$p = \frac{N}{V} \int_0^\infty \frac{1}{3} \mu u^2 n(u) du = \frac{N}{V} \frac{\mu}{2h^2}$$

связано с абсолютной температурой  $T$  уравнением состояния  $p = \frac{N}{V} kT$ , получим закон распределения молекул по скоростям

$$n(u) = \frac{4N}{V\pi} \left( \frac{\mu}{2kT} \right)^{3/2} e^{-\mu u^2/2kT} u^2, \quad (6)$$

где  $N$  — общее число молекул,  $\mu$  — молекулярный вес,  $k$  — постоянная Больцмана. Так как наиболее вероятная скорость  $u_b$  соответствует максимуму на кривой распределения, то  $\left. \frac{dn(u)}{du} \right|_{u=u_b} = 0$ , и закон распределения можно выразить через  $u$ :

$$n(u) = \frac{4N}{V\pi} e^{-u^2/u_b^2} \frac{u^2}{u_b^3}. \quad (7)$$

Из уравнения (6) видно, что закон распределения молекул по скоростям качественно имеет такой же характер, как и при стрельбе в цель (4) с той лишь разницей, что в этом случае при экспоненте стоит квадратичный ( $u^2$ ), а не линейный ( $r$ ) множитель.

### Упражнение 1

#### Изучение закона нормального распределения случайных ошибок

Изучение закона нормального распределения ошибок проводится на механической модели, воспроизводящей картину случайных отклонений от среднего положения частиц в результате суммирования большого числа равновероятных элементарных ошибок (рис. 99). Сыпучий материал (например, пшено) из воронки 1 просыпается через ряд сеток 2, отклоняющих частицы от вертикального направления. Рассеянное зерно, собираясь в ящике с узкими ячейками 3, дает представление о характере распределения случайных отклонений от вертикали. Все отдельные детали модели крепятся на общем штативе 4. Прямоугольная воронка имеет внизу узкую щель, ширина которой регулируется высотой поднятия боковых щечек 5. Рекомендуется устанавливать ширину щели в 2—3 мм. Из воронки падает узкий поток частиц. Сетки представляют собой стальные струны, натянутые на рамки параллельно



щели воронки на расстоянии 7 мм друг от друга. Сетки располагаются в держателе 6 одна под другой со смещением на половину периода так, чтобы струна каждой сетки приходилась под серединой промежутка предыдущей. При соударении частиц со струной происходит элементарное отклонение с равной вероятностью вправо и влево. Таким образом, воспроизводится закон нормального распределения случайных отклонений от вертикали в плоскости, перпендикулярной щели воронки и струнам (одномерное распределение). Плоский ящик 3 имеет прозрачные стенки из плексигласа, на которых нанесены горизонтальные риски, позволяющие определять высоту уровня зерна в каждой ячейке.

1. В держатель 6 вставляются три сетки (малое число элементарных ошибок) таким образом, чтобы центральная струна верхней сетки приходилась под щелью воронки. Через воронку сыплется зерно до тех пор, пока центральные ячейки ящика 3 не заполнятся почти до верха. Измеряется уровень зерна в каждой ячейке в условных единицах (число рисок). Результаты измерений наносятся на график распределения зерен по ячейкам  $y_i = f(x_i)$ . Очевидно, что уровень зерна в  $i$ -й ячейке  $y_i$  пропорционален числу зерен, попавших в эту ячейку. Величина отклонения  $x_i$  есть расстояние  $i$ -й ячейки от средней, лежащей непосредственно под щелью, а интервал между ячейками  $\Delta x$  принимается за единицу.

2. В держатель 6 вставляются все 12 сеток с чередующимся сдвигом струн на полпериода. Количество высыпаемых зерен мало ( $\sim 20-30$  зерен), т. е. мало число измерений. Распределение зерен по ячейкам в этом случае измеряется не по уровню, а по числу зерен в каждой ячейке. Результаты измерений наносятся на аналогичный предыдущему график  $y_i = f(x_i)$ .

3. Через то же число сеток (12) сыплется большее количество зерна. Полученное в результате этого нормальное распределение зерен по ячейкам измеряется по уровням зерна в ячейках и наносится на график  $y_i = f(x_i)$ . Результаты измерений и вычислений сводятся в таблицу:

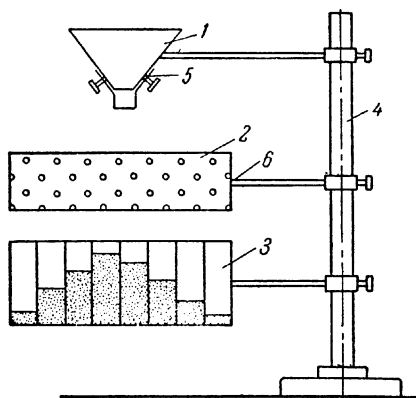


Рис. 99.

$x$	$x^2$	$y$	$yx^2$

Для серии экспериментальных данных, сведенных в таблицу, определяется мера точности  $h = \sqrt{\frac{\sum y_i}{2 \sum (y_i x_i^2)^{-1}}}$ <sup>1)</sup>. Затем строится по нескольким точкам теоретическая кривая с данной мерой точности  $h$

$$y = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 x^2}$$

и наносится на тот же график.

### Упражнение 2

#### Изучение распределения Максвелла

Для знакомства с законами распределения, аналогичными закону Максвелла (закону распределения молекул по скоростям), служит механическая модель, осуществляющая двумерное рассеивание частиц (рис. 100). Круглая воронка 1 направляет поток зерна

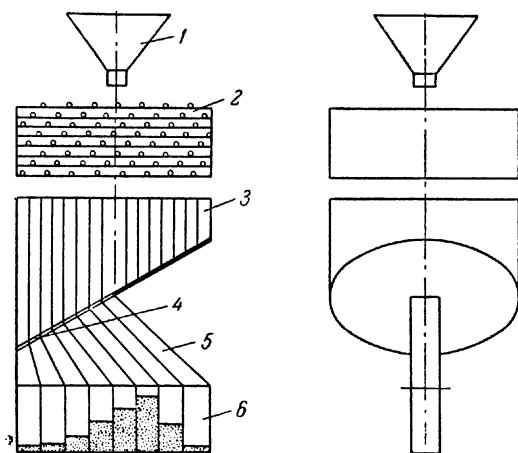


Рис. 100.

на ряд металлических сеток 2 диаметром 30 см с квадратными ячейками  $7 \times 7 \text{ мм}^2$ . Сетки расположены на расстоянии 1 см друг от друга по вертикали таким образом, чтобы узлы каждой сетки приходились над центрами отверстий предыдущей. Зерно, просыпаясь через сетки, рассеивается по всем направлениям в плоскости, параллельной плоскостям сеток, и образует распределение, подобное распределению точек попадания пуль при стрельбе в мишень. Непосредственно под сетками располагается серия концентрических вертикальных цилиндров 3 с радиусами 1, 2, 3, ..., 15 см.

<sup>1)</sup> См. приложение 2.

Так как дно цилиндров скошено, то все зерна, попавшие в тонкий цилиндрический слой между двумя соседними цилиндрами, ссыпаются вместе и через отверстия 4 по направляющим 5 поступают в отдельные ячейки ящика с прозрачными стенками 6. Каждый цилиндрический слой осуществляет, таким образом, суммирование всех случайных отклонений определенной величины независимо от направления этого отклонения. Полученное в результате этого распределение аналогично распределению Максвелла для скоростей двумерного газа

$$\Delta n(u) = N e^{-u^2/2u_B^2} \frac{u \Delta u}{u_B^2} \quad (8)$$

1. В механическую модель закладываются в определенном порядке в соответствии с номерами все 20 сеток, через которые сыплется зерно. Измеряется полученное в ящике 6 распределение зерна по ячейкам  $n_i = f(u_i)$ ;  $n_i$  — уровень зерна в  $i$ -й ячейке, пропорциональный числу зерен в этой ячейке  $n_i = \Delta N(u_i)/\Delta u$ ,  $\Delta u = 1$ , а  $u_i$  — расстояние  $i$ -й ячейки от начальной, в которую ссыпается зерно из самого узкого цилиндра ( $R = 1$  см). Результаты измерений наносятся на график.

2. Аналогичные измерения проводятся при вдвое меньшем числе сеток. Результаты измерений также наносятся на график. Если удары зерна о сетку в модели аналогичны соударениям молекул в газе, то уменьшение числа сеток, ведущее к уменьшению числа соударений, а следовательно к уменьшению рассеяния, можно связать с понижением температуры газа.

3. По максимумам кривых в обоих графиках определяются наиболее вероятные скорости  $u_B$  и  $u'_B$  в наших условных единицах, а затем находится отношение температур двумерного газа, моделированного в нашей задаче  $\frac{u_B'^2}{u_B^2} = \frac{T'}{T}$  (так как  $u_B \sim \sqrt{T}$ ).

4. Для результатов измерений п. 1 проводится проверка совпадения экспериментального распределения  $n_i = f(u_i)$  с вычисленными по формуле (8)

$$\Delta n(u) = N e^{-u^2/2u_B^2} \frac{u \Delta u}{u_B^2} = -N \Delta (e^{-u^2/2u_B^2}). \quad (9)$$

Число частиц, попавших в интервал от  $u_{i-1}$  до  $u_i$  (количество зерна в  $i$ -й ячейке), равно интегралу от  $\Delta n(u)$  в пределах от  $u_{i-1}$  до  $u_i$ :

$$n'_i = -N (e^{-u_i^2/2u_B^2} - e^{-u_{i-1}^2/2u_B^2}) = N (e^{-\alpha(i-1)^2} - e^{-\alpha i^2}), \quad (10)$$

где  $N = \sum n_i$ ,  $\alpha = \frac{1}{2u_B^2}$ ,  $u_i = i$ ;  $n'_i$ , вычисленные таким образом, наносятся на график с экспериментальным распределением  $n_i = f(u_i)$ .

1) Для двумерного газа  $h^2 = \frac{1}{2u_B^2}$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. А. К. Тимирязев, Кинетическая теория материи, гл. II, Учпедгиз, 1956.
2. И. К. Кикоин, Конспект лекций по молекулярной физике, ч. I, стр. 32—48 (на правах рукописи), Изд. Московского университета, 1956.

## СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

3. К. П. Яковлев, Математическая обработка результатов измерений, гл. IV, Гостехиздат, 1953.
4. А. Уорсинг, Дж. Геффнер, Методы обработки экспериментальных данных, гл. VI, VII, ИЛ, 1953.
5. F. A. Schulze, Phys. Zeits., т. XXX, 325, 1925.

## Приложение I

Ниже приводится вывод закона нормального распределения. Пусть в каждое измерение входит  $n$  элементарных ошибок равной величины  $\delta$ , каждая из которых с равной вероятностью  $(1/2)$  может иметь положительный и отрицательный знак. Вероятность того, что все  $n$  элементарных ошибок войдут в измерение со знаком «+», равна  $y_0 = (1/2)^n$ , т. е. произведению вероятностей каждого из  $n$  событий. Результирующая ошибка в этом случае равна  $x_0 = n\delta$ . Вероятность такого события, когда  $m$  элементарных ошибок из  $n$  имеют отрицательные знаки, а остальные  $(n - m)$  — положительные, равна  $y_m = C_n^m \left(\frac{1}{2}\right)^m \left(\frac{1}{2}\right)^{n-m} = C_n^m \left(\frac{1}{2}\right)^n$ , где  $C_n^m = \frac{n!}{(n-m)!m!}$  — число возможных сочетаний из  $n$  ошибок по числу отрицательных ошибок  $m$ . Величина соответствующей результирующей ошибки  $x_m$  будет равна  $(n - 2m)\delta$ :

Число элементарных ошибок		Результирующая ошибка $x$	Вероятность появления такой ошибки $y$
положительных	отрицательных		
$n$	0	$n\delta$	$(1/2)^n$
$n - 1$	1	$(n - 2)\delta$	$n(1/2)^n$
...	...	...	...
$n - m$	$m$	$(n - 2m)\delta$	$\frac{n!}{(n-m)!m!} (1/2)^n$
$n - m - 1$	$m + 1$	$(n - 2m - 2)\delta$	$\frac{n!}{(n-m-1)!(m+1)!} (1/2)^n$
...	...	...	...

Зависимость вероятности появления ошибки  $y$  от величины  $x$  представляет собой ступенчатую кривую. При уменьшении элементарных ошибок  $\delta$  и при возрастании их числа  $n$  так, чтобы  $n\delta^2$  стремилось к конечному пределу, ступенчатая кривая приближается к плавной. Найдем аналитическое выражение этого распределения при  $\delta \rightarrow 0$ . Касательная к кривой определяется пределом отношения  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$  при  $\delta \rightarrow 0$ :

$$\begin{aligned}\frac{\Delta y}{\Delta x} &= \frac{y_{m+1} - y_m}{x_{m+1} - x_m} = -\frac{1}{2\delta} \left(\frac{1}{2}\right)^n \frac{n!}{(n-m)!m!} \left(\frac{n-2m-1}{m+1}\right) = \\ &= -\frac{y_m}{2\delta} \left(\frac{n-2m-1}{m+1}\right) \approx -\frac{y_m}{2\delta} \left(\frac{n-2m}{m}\right), \text{ так как } m \gg 1.\end{aligned}$$

Поскольку

$$x_m = (n - 2m)\delta, \text{ то } 2m = n - \frac{x_m}{\delta},$$

и

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{y_m x_m}{n\delta^2 - x_m \delta}. \quad (11)$$

При  $\delta \rightarrow 0$   $n\delta^2$  стремится к постоянному пределу, который обозначим  $1/2h^2$ ; отсюда

$$\frac{dy}{dx} = -2h^2 y x, \quad \frac{dy}{y} = -2h^2 x dx. \quad (12)$$

Интегрирование дает нам следующее соотношение: -

$$y = A e^{-h^2 x^2}. \quad (13)$$

Пронормировав это выражение, получим закон нормального распределения в окончательной форме

$$y = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 x^2}. \quad (14)$$

Это распределение может быть получено и другими методами (см. [3]).

## Приложение 2

Определение меры точности  $h$  данной серии случайных величин ( $x_1, x_2, \dots, x_n$ ), распределяющихся по нормальному закону, состоит в том, чтобы найти такое значение  $h$ , при котором появление данной серии величин ( $x_1, x_2, \dots, x_n$ ) было бы наиболее вероятным. Вероятность появления серии случайных величин  $Y$

равна произведению вероятностей появления каждой из этих величин

$$Y = y(x_1) y(x_2) \dots y(x_n) = \left(\frac{h}{\sqrt{\pi}}\right)^n e^{-h^2(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2)} = \left(\frac{h}{\sqrt{\pi}}\right)^n e^{-h^2 \sum x_i^2}.$$

Мера точности  $h$  определяется из условия  $Y = \max$  или  $\frac{dY}{dh} = 0$  и  $\frac{d^2Y}{dh^2} < 0$ . Тогда

$$\frac{dY}{dh} = n \left(\frac{h}{\sqrt{\pi}}\right)^{n-1} \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 \sum x_i^2} - \left(\frac{h}{\sqrt{\pi}}\right)^n e^{-h^2 \sum x_i^2} 2h \sum x_i^2 = 0, \quad (15)$$

$$n - 2h^2 \sum x_i^2 = 0,$$

$$h^2 = \frac{n}{2 \sum x_i^2}, \quad h = \sqrt{\frac{n}{2 \sum x_i^2}}. \quad (16)$$

(Величина же  $\frac{d^2Y}{dh^2}$  всегда отрицательна.)

Для нашего случая число измерений  $n$  равно числу зерен, т. е.  $n = \sum k y_i$ , где  $y_i$  — высота уровня в ячейке. Каждое отклонение  $x_i$  входит в серию измерений  $n_i$  раз ( $n_i = k y_i$ ). Следовательно,

$$h = \sqrt{\frac{k \sum y_i}{2 k \sum y_i x_i^2}} = \sqrt{\frac{\sum y_i}{2 \sum y_i x_i^2}}. \quad (17)$$


---

## ЧАСТЬ ТРЕТЬЯ

### ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

---

#### ЗАДАЧА 51

#### ИЗУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ

Как известно, электростатическое поле характеризуется в каждой точке пространства значением вектора **напряженности** поля  $E$  и значением электростатического **потенциала**  $V$ . Направление вектора напряженности поля в каждой точке поля и распределение потенциалов в поле можно сделать особенно наглядным, пользуясь понятиями о силовых линиях и о поверхностях равного потенциала, так называемых эквипотенциальных поверхностях.

Силовые линии всегда нормальны к поверхностям равного потенциала. Так, например, силовые линии нормальны к поверхностям находящихся в электростатическом поле проводников, которые являются телами с одним значением потенциала во всем объеме.

Экспериментальное исследование электростатического поля в простейших случаях и описание его при помощи указанных характеристик (силовые линии и поверхности равного потенциала) составляют содержание настоящей задачи.

Практическому выполнению задачи следует предпослать следующие существенные замечания.

Ортогональность силовых линий и поверхностей равного потенциала существенно облегчают как экспериментальное, так и теоретическое исследование электростатического поля. Именно, коль скоро найдены значения вектора напряженности поля, облегчается задача нахождения поверхностей равного потенциала. Справедливо и обратное: найденное положение поверхностей равного потенциала позволяет построить силовые линии поля. Последняя возможность как раз имеет практическое значение.

Теоретически, как правило, легче вести расчет потенциалов, чем напряженностей поля, так как первые есть величины скалярные, а вторые — векторные. Экспериментально измерения потенциалов также оказываются проще, чем измерения напряженностей поля, так как большинство приборов, пригодных для изучения полей, измеряют разности потенциалов, а не напряженности поля.

Поэтому и в данной задаче экспериментально изучается распределение потенциалов в поле, а не напряженностей этого поля. Линии сил изучаемых полей строятся уже потом как ортогональные кривые к экспериментально найденным поверхностям равного потенциала.

В основу изучения распределения потенциалов в электростатическом поле часто кладется так называемый метод зондов. Его сущность заключается в следующем: в исследуемую точку поля вводится специальный дополнительный электрод — зонд, по возможности так устроенный, чтобы он минимально нарушал своим присутствием исследуемое поле. Этот зонд соединяется проводником с прибором, измеряющим приобретенный зондом в поле потенциал, по отношению к какой-нибудь избранной за начало отсчета точке поля. При этом необходимо обеспечить такие условия, чтобы этот зонд принял потенциал той точки поля, в которую он помещен. Только тогда показания прибора, соединенного с зондом, будут давать правильную картину распределения потенциалов в исследуемом поле. Выполнить это условие в непроводящей среде нелегко, и для этой цели существуют специальные методы, разработанные главным образом для изучения полей при электрическом разряде в газах.

Мы упомянем здесь только об устройстве простейшего пламенного зонда. Для того чтобы могло осуществиться выравнивание потенциала зонда и той точки поля, в которую он помещен, необходимо обеспечить возможность натекания (или стекания) электрических зарядов на зонд. Пламенный зонд представляет собой сочетание тонкой металлической проволоочки с маленьким пламенем газовой горелки, сделанной из оттянутого кончика стеклянной трубочки. Проволочка соединена с электрометром, а ее кончик помещается в пламени в исследуемую точку поля. Наличие в газовом пламени ионов и электронов обеспечивает возможность стекания или натекания зарядов на проволочку под действием электрического поля до тех пор, пока потенциал проволоочки не примет значения потенциала той точки поля, в которую помещен ее кончик. После этого показания электрометра, соединенного с проволочкой, будут действительно соответствовать потенциалу исследуемой точки поля.

Сложности работы с зондами и вообще трудности электростатических измерений привели к разработке особого метода изучения электростатических полей путем искусственного воспроизведения их структуры в проводящих средах, по которым пропускается постоянный ток. Таким путем прямое изучение электростатического поля заменяется изучением его точной, но более удобной модели. Оказывается, что при некоторых условиях распределение потенциалов в среде, по которой течет ток между установленными в ней электродами, может быть сделано тождественным с распределением



потенциалов между теми же электродами, когда между ними имеется электростатическое поле в вакууме или в однородном диэлектрике. Измерения же распределения потенциалов в проводящей среде, по которой течет постоянный ток, сравнительно легкая экспериментальная задача.

Поясним только что сказанное простым примером. Пусть имеются две concentрические металлические сферы. Если эти сферы заряжены, то в разделяющем их шаровом слое существует электростатическое поле, задаваемое зарядом только внутренней сферы. Поверхности равного потенциала в этом случае — concentрические сферы, силовые линии направлены радиально, напряженность поля убывает как  $1/R^2$ . Пусть теперь шаровой слой между сферами заполняется однородным проводящим веществом, проводимость которого много меньше электропроводности сфер. Пусть к внешней и внутренней сферам теперь подведены провода от батареи, поддерживающей между сферами ту же разность потенциалов, которая была между сферами в первом случае. В шаровом слое, разумеется, идет постоянный ток.

Как известно, в о д н о р о д н о м проводнике при прохождении по нему постоянного тока нет объемных зарядов; это значит, что поле в шаровом слое между сферами должно остаться т а к и м же, каким оно было при наличии на сферах только статических зарядов и в отсутствие проводящей среды в шаровом слое.

Таким образом, можно заменить изучение электростатического поля между системой заряженных проводников изучением электростатического поля постоянного тока между той же системой проводников, если потенциалы проводников поддерживаются постоянными и соотношение проводимостей среды и проводников допускает предположение об эквипотенциальности последних.

Указанная замена изучения поля неподвижных зарядов изучением поля стационарного тока дает большие экспериментальные преимущества: 1) вводя в проводящую среду в качестве зондов простые металлические электроды, мы автоматически получаем в ы р а в н и в а н и е потенциалов зонда и той же точки поля, в которую введен зонд; 2) зонды в этом случае могут быть соединены с токоизмерительными приборами, а не с электростатической аппаратурой, которая всегда гораздо сложнее и ненадежнее в работе, чем токовые приборы.

Нужно иметь в виду, что электрическая цепь зонда должна обладать большим сопротивлением, по сравнению с сопротивлением проводящих слоев вещества между точкой, в которую помещен зонд, и ближайшим электродом. В противном случае включение зонда исказит распределение потенциалов в исследуемом поле.

Отдельного замечания заслуживает вопрос об изучении строения электростатического поля в пространстве, заполненном диэлектриком, в особенности неоднородным диэлектриком. Как известно, в тех случаях, когда весь объем

поля заполнен однородным диэлектриком, структура поля остается такой же, как и в отсутствие диэлектрика. Поэтому такое поле может быть заменено на общих основаниях полем стационарного тока. Если же объем изучаемого поля заполнен неоднородным диэлектриком, то такому полю должно быть приведено в соответствие поле стационарного тока в среде с не одн ор одн ой п ро во ди мо ст ью. Мы не останавливаемся здесь на дальнейшем обсуждении этого вопроса, так как он в задаче экспериментально не исследуется, но предостерегаем от одной довольно распространенной среди начинающих работать ошибки. Именно иногда предполагают, что введение в проводящую среду (в которой поле тока воспроизводит электростатическое поле) диэлектрических тел изменит конфигурацию поля в соответствии со значением диэлектрической проницаемости введенных тел. Это — ошибочное предположение. Поле тока изменится в таком

случае в соответствии со значением проводимости введенного тела, а не его диэлектрической проницаемости.

Практическое осуществление описанного приема изучения электростатического поля будет ясно из объяснения устройства применяемой для этой цели простейшей установки.

**Описание установки и метода измерений.** В ванну, сделанную из материала с хорошими электроизолирующими свойствами (например, из плексигласа), помещают те металлические электроды *A* и *B*, поле между которыми хотят изучить (рис. 101). На приведенном рисунке контуры ванны показаны пунктирными линиями. Ванна заполняется жидким электролитом, проводимость которого мала по сравнению с проводимостью металла. В частности, для заполнения ванны подходит вода. Электроды *A* и *B* опираются на дно ванны и возвышаются над поверхностью уровня налитого в ванну электролита.

Схема подачи напряжения на электроды *A* и *B* включает в себя понижающий трансформатор и купроксный выпрямитель (рис. 101). В измерительную часть схемы, кроме зонда *Z*, входят также нулевой гальванометр *G*, вольтметр *V* и делитель напряжения *R*<sup>1)</sup>. Принцип работы измерительной части схемы легко понять из следующих соображений.

1) Нулевым гальванометром называется стрелочный гальванометр, нулевое деление шкалы которого расположено посредине шкалы и стрелка прибора может отклоняться от него симметрично в обе стороны. Такой гальванометр удобен при работе с зондом, когда при поисках эквипотенциальной поверхности направление тока через гальванометр может менять знак.

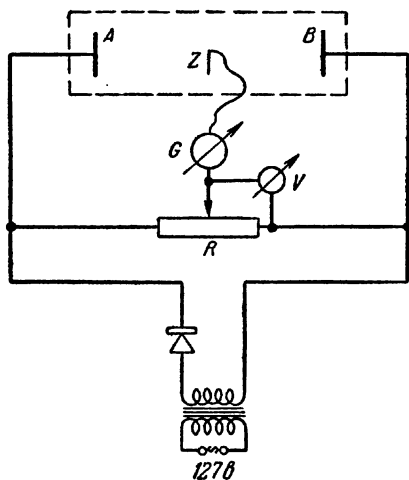


Рис. 101.

Перемещением движка на делителе напряжения  $R$  этому движку можно придавать различные значения потенциала относительно электродов, погруженных в ванну (разумеется, в пределах полной разности потенциалов, наложенной на электроды и на делитель). Наличие или отсутствие тока в цепи гальванометра зависит при этих условиях от того, в какой точке поля находится зонд. Если он находится в такой точке поля, потенциал которой равен потенциалу, установленному на движке делителя, то тока в цепи зонда и гальванометра не будет.

Геометрическое место всех точек поля, для которых в цепи зонда ток будет равен нулю (при данном положении движка на делителе), образует эквипотенциальную поверхность в исследуемом поле. Для измерения потенциала этой поверхности (относительно электродов, помещенных в ванну) служит вольтметр, включенный между движком и одним из электродов.

Процесс изучения исследуемого поля сводится, таким образом, к следующему: перемещая по этапам движок на делителе напряжения, придают движку различные значения потенциала. Для каждого установленного на движке значения потенциала путем перемещений зонда в ванне находят соответствующую эквипотенциальную поверхность исследуемого поля.

Теперь остается только выяснить, каким образом надо рационально фиксировать положение и форму всех находимых с помощью зонда эквипотенциальных поверхностей изучаемого поля.

Это делается графическим путем с помощью специального прибора, называемого пантографом (рис. 102). К концу рычага 1 пантографа прикрепляется вертикальный зонд  $Z$ , могущий беспрепятственно вместе с рычагами перемещаться в горизонтальной плоскости над электролитической ванной, в которой создано поле. Контуры этой ванны показаны на рисунке пунктиром. Нижний конец зонда погружен в электролит, а верхний при помощи гибкого провода соединен с гальванометром. Таким устройством зонда с рычагами можно обследовать всю ванну.

Для фиксации эквипотенциальных поверхностей служит правая часть пантографа. К концу рычага 2 пантографа прикреплен вертикальный карандаш  $K$ . Карандаш может свободно перемещаться вместе с рычагами над листом бумаги. Контуры этого листа бумаги показаны на рисунке пунктиром. С помощью пружины карандаш в нормальном положении приподнят над бумагой и движется в

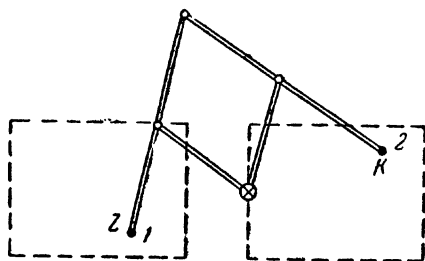


Рис. 102.

горизонтальной плоскости, не касаясь поверхности бумаги. При нажатии сверху на карандаш пружина укорачивается, и нижний очиненный конец карандаша достает до бумаги.

Система рычагов пантографа устроена таким образом, что все горизонтальные перемещения зонда в ванне автоматически воспроизводятся перемещениями карандаша над листом бумаги. Пусть зондом с помощью гальванометра последовательно отыскиваются в ванне точки на исследуемой в данный момент времени эквипотенциальной поверхности. Если после нахождения каждой такой точки нажимать на карандаш пантографа, то этот карандаш будет наносить точку (отметку) на лежащем под ним листе бумаги. Если нанести на бумаге таким путем отметки, соответствующие всем отысканным с помощью зонда точкам некоторой эквипотенциальной поверхности, то, соединяя потом эти отметки на бумаге плавной линией, мы воспроизведем на бумаге геометрическую форму и размеры горизонтального сечения исследуемой эквипотенциальной поверхности. Таким способом можно по ходу работы с зондом зафиксировать все находящиеся с его помощью эквипотенциальные поверхности. Если предварительно обойти (ощупать) зондом контуры поверхности электродов (это будут, по условиям опыта, также эквипотенциальные поверхности), непрерывно нажимая при этом на карандаш, то мы автоматически получим на бумаге контуры горизонтальных сечений установленных в ванне электродов.

Разумеется, при всех описанных операциях лист бумаги под карандашом пантографа должен быть закреплен, иначе можно исказить всю геометрическую картину поля в результате случайных сдвигов бумаги. Указанным способом можно получить семейство эквипотенциальных линий. Так как эквипотенциальные поверхности и силовые линии ортогональны, то легко дополнить полученную картину и силовыми линиями. Это даст полную картину изучаемого электростатического поля.

Описанный метод исследования электростатического поля имеет не только иллюстративное значение, но и широкие применения на практике. Метод этот практически полезен для изучения сложных электростатических полей, точный расчет которых затруднителен из-за сложности граничных условий (многоэлектродные радиолампы в отсутствие объемного заряда, электростатические линзы, фотоэлектронные умножители). При этом принципиальное значение имеет правило подобия подобия потенциалов полей, позволяющее в большом масштабе воспроизводить подлежащие изучению поля. Правило подобия утверждает, что если размеры электродов, создающих поле, и все расстояния между электродами изменены в одной пропорции, то структура поля остается прежней.

**Измерения.** При практическом выполнении задачи очевидно, что отыскание зондом эквипотенциальных поверхностей не должно проводиться бессистемно. Необходимо для каждого набора уста-

новленных в ванне электродов руководствоваться разумными соображениями о возможной в общих чертах конфигурации поля. В частности, необходимо привлекать при этом предварительном рассмотрении поля свойства симметрии данной системы электродов. Но для полного анализа структуры поля уже необходимы планомерные опыты с зондом. Наконец, необходимо в ходе опытов обеспечивать безопасные для гальванометра условия работы. Именно, устанавливая то или иное положение движка на делителе напряжения, надо перемещать и зонд в соответствующем направлении. При необдуманных действиях между зондом и движком реостата легко создать разность потенциалов, равную полной разности потенциалов между электродами, а это приведет к сгоранию обмотки рамки гальванометра.

1. Устанавливают в ванне систему двух плоских электродов. Помещают зонд вблизи одного из электродов и движок на делителе напряжения вблизи того же конца реостата делителя, к которому присоединен этот электрод.

2. С разрешения дежурного лаборанта или преподавателя включают в сеть понижающий трансформатор, от которого питается схема.

3. Исследуют зондом и зарисовывают пантографом эквипотенциальные поверхности поля между электродами. Около обоих концов каждой линии, обозначающей на бумаге эквипотенциальную поверхность, надписывают соответствующие ей показания вольтметра.

При всех измерениях особенно подробно обследуют зондом все участки сильных неоднородностей в поле, где эквипотенциальные поверхности (построенные через равные интервалы напряжения) располагаются особенно густо.

4. Помещают в середину ванны, в только что исследованное поле, металлический цилиндр и исследуют поле в новых условиях.

5. Помещают в ванну поочередно все наборы электродов, имеющиеся при установке, обследуют зондом и зарисовывают пантографом поля между этими электродами.

6. По полученным системам эквипотенциальных поверхностей строят для всех изученных полей картины силовых линий.

7. Для случая коаксиальных цилиндрических электродов по полученной системе эквипотенциальных поверхностей строят график распределения потенциала в поле между электродами в зависимости от расстояния до оси внутреннего электрода.

**Технические данные установки.** Электролитическая ванна размером  $8 \times 40 \times 50$  см<sup>3</sup> и соответствующие системы электродов и пантограф изготовлены в мастерской физического факультета университета. В работе используется гальванометр марки ГМП с чувствительностью 0,5 мкА на одно деление шкалы. На электроды подается напряжение  $\sim 2$  в.

#### ЛИТЕРАТУРА

С. Г. К а л а ш н и к о в, Электричество, гл. I, Гостехиздат, 1956.

## ЗАДАЧА 52

ГРАДУИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ВОЛЬТМЕТРА  
ПО АБСОЛЮТНОМУ ЭЛЕКТРОМЕТРУ

**Введение.** Задачей данной работы является применение метода абсолютных измерений разности потенциалов для градуирования электростатического вольтметра, т. е. для установления соответствия между делениями шкалы прибора, отсчитываемыми по этой шкале, и значениями измеряемого напряжения. Для построения абсолютной электростатической системы единиц (CGSE) за основные единицы выбираются сантиметр, грамм, секунда и используется закон Кулона для точечных зарядов при измерении силы взаимодействия между ними в пустоте. Полагая коэффициент пропорциональности равным единице, можно написать

$$f = \frac{q_1 q_2}{r^2}, \quad (1)$$

где  $q_1$  и  $q_2$  — величины зарядов,  $r$  — расстояние между ними,  $f$  — сила взаимодействия между зарядами. Если  $f$  измерить в динах, а  $r$  — в сантиметрах, то (1) позволяет установить CGSE — единицу заряда, исходя из которой можно определить единицы для измерения всех электрических величин. Силу взаимодействия  $f$  можно измерить с помощью крутильных весов Кулона. В этом случае величина заряда будет измерена непосредственно в абсолютных электростатических единицах. Такие измерения, которые позволяют найти величину заряда в единицах системы CGSE путем

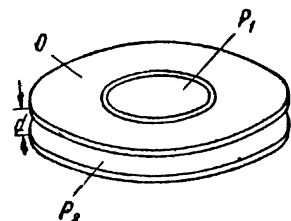


Рис. 103.

определения  $f$  и  $r$ , называются абсолютными, а измерения, основанные на использовании различных предварительно проградуированных приборов, относительными.

Аналогично обстоит дело и в отношении измерений разности потенциалов. Необходимо установить связь между разностью потенциалов, приложенной к системе двух тел с силой их взаимного притяжения, и размерами этих тел. Тогда, найдя для такой системы способ определения силы взаимодействия, можно осуществить абсолютные измерения разности потенциалов.

Такую формулу легко получить для плоского конденсатора, состоящего из двух круглых горизонтальных пластин  $P_1$  и  $P_2$  (рис. 103), расположенных параллельно. Верхняя пластина  $P_1$  окружена кольцом  $O$ , имеющим ту же толщину, как и  $P_1$ , и находящимся в одной плоскости с  $P_1$ . Между пластиной  $P_1$  и кольцом  $O$  имеется незначительный зазор. Если нижнюю пластину  $P_2$  заря-

доть до потенциала  $V_1$ , а  $P_1$  и  $O$  — до потенциала  $V_2$ , то электрическое поле между  $P_1$  и  $P_2$  будет однородно, так как рассеяние поля заметно сказывается только у внешних краев кольца и пластины  $P_2$ . Такое кольцо, позволяющее осуществить однородность электрического поля в плоском конденсаторе, получило название охранного кольца. Зная напряженность поля плоского конденсатора с воздухом между пластинами, легко подсчитать силу взаимодействия между пластинами  $f$ . Тогда для разности потенциалов  $V_1 - V_2$  получим [1]

$$V_1 - V_2 = 4 \frac{d}{D} \sqrt{2f}, \quad (2)$$

где  $d$  — расстояние между пластинами, а  $D$  — диаметр пластины  $P_1$ . Выразив  $f$  в динах, а  $d$  и  $D$  в сантиметрах, получим  $V_1 - V_2$  в абсолютных электростатических единицах. Силу  $f$  можно измерить с помощью чувствительных рычажных весов, если заменить одну из их чашек пластиной  $P_1$ . Приборы, служащие для измерения разности потенциалов посредством определения силы притяжения между пластинами заряженного плоского конденсатора, носят название абсолютных электрометров, абсолютных потому, что позволяют производить абсолютные (т. е. без предварительного градуирования прибора) измерения разности потенциалов.

Для других видов электрометров (например, струнного или квадратного [2] не удастся рассчитать достаточно точно и просто зависимость между силой, действующей на подвижную систему электрометра, и размерами последней. Поэтому, чтобы с помощью таких приборов можно было измерять разности потенциалов, необходимо их заранее проградуировать по абсолютному электрометру. В этом случае измерения будут относительными.

В настоящей задаче абсолютный электрометр применяется для градуирования электростатического вольтметра.

**Описание приборов. 1. Абсолютный электрометр.** Главной частью этого прибора, схематически изображенного на рис. 104, является конденсатор, состоящий из пластин  $P_1$ ,  $P_2$  и охранного кольца  $O$ . Верхняя пластина  $P_1$  подвешена горизонтально к коромыслу аналитических весов; нижняя  $P_2$  установлена параллельно  $P_1$  внутри металлического цилиндра  $C$ , на верхней части которого укреплено охранное кольцо. К пластине  $P_2$ , изолированной от цилиндра  $C$ , подводится проводник, потенциал которого измеряется. Если цилиндр  $C$  заземлить (с помощью клеммы  $a$ ), то пластина  $P_1$  будет также находиться под потенциалом земли благодаря наличию электрического соединения между цилиндром  $C$  и этой пластиной через винт  $M$ , проводящий стержень  $N$  (укрепленный в нижней части весов), стойку весов  $S$ , коромысло  $K$  и нити подвеса. Цилиндр  $C$  служит экраном от внешних электрических воздействий на поле конденсатора, а также защитой от высокого

потенциала, под которым может находиться нижняя пластина  $P_2$ .

При незаряженном конденсаторе верхняя пластина уравнивается на одном уровне с охранным кольцом на расстоянии  $d$  от нижней пластины. Винт  $B_1$  поддерживает  $P_1$  в этом положении,

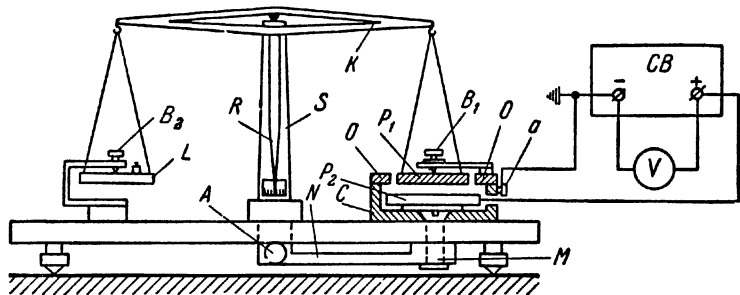


Рис. 104.

когда чашка  $L$  весов нагружена гирьками. Для того чтобы при зарядке конденсатора верхняя пластина под действием силы притяжения не соединилась с нижней, предусмотрен задерживающий винт  $B_2$ . В начале измерений расстояние между концом этого винта и чашкой весов устанавливается равным 1—1,5 мм.

Для предохранения прибора от пыли и воздушных потоков электрометр заключен в ящик со стенками из органического стекла; передняя стенка сделана подъемной.

В нижней части прибора помещена ручка  $A$  для арретирования весов.

## 2. Электростатический вольтметр.

В данной задаче в качестве прибора, подлежащего градуированию, взят электростатический вольтметр типа С-95.

Принцип действия такого вольтметра основан на электростатическом взаимодействии заряженных проводников. Измерительный механизм прибора состоит из неподвижного

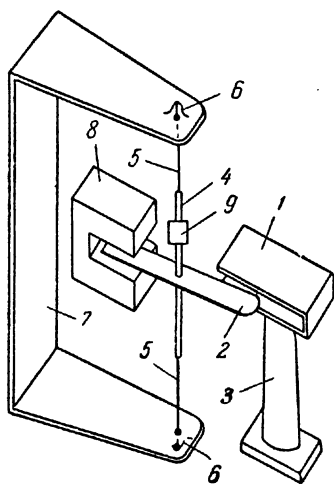


Рис. 105.

электрода  $1$  (рис. 105), представляющего собой металлическую камеру, и подвижного алюминиевого электрода  $2$  в форме пластинки. Камера укреплена на изоляционной колонке  $3$  из вещества, обладающего большим сопротивлением на высоких частотах (керамики стеатита).



Пластинка 2 закреплена на оси 4, которая установлена вертикально с помощью двух нитей 5 из бронзы (так называемых растяжек). Пружины 6, укрепленные на стойке 7, растягивают эти нити.

Измеряемое напряжение подводится одним полюсом к камере, а другим — к пластинке. Камера и пластинка заряжаются противоположными по знаку зарядами, и возникающая сила притяжения втягивает подвижную пластинку внутрь неподвижной камеры. Противодействующий момент создается упругими силами растяжек.

Для быстрого успокоения подвижной пластинки конец ее помещается в поле постоянного магнита 8. Торможение возникает благодаря силам, действующим со стороны магнитного поля магнита на ток, индуцируемый в той части пластинки, которая движется между полюсами магнита.

Так как обычно в таких электростатических приборах моменты, действующие на подвижную часть, малы, то для отсчета показаний прибора пользуются световым лучом, отраженным от небольшого легкого зеркальца 9, укрепленного на оси 4.

Для уменьшения влияния внешних электрических полей прибор снабжен экраном, который заземляется. Принципиальная схема электростатического вольтметра и его подключения к источнику напряжения  $V$  представлена на рис. 106.

Теория электростатического вольтметра дает следующее выражение для угла отклонения  $\alpha$  подвижной части [3]:

$$\alpha = \frac{1}{2k} \frac{dC}{d\alpha} U^2. \quad (3)$$

Здесь  $U$  — напряжение, подаваемое на вольтметр,  $C$  — емкость между электродами,  $k$  — момент кручения растяжек, приходящийся на единицу угла отклонения.

Из формулы (3) видно, что угол  $\alpha$  зависит как от квадрата напряжения  $U$ , так и от изменения емкости  $C$ . Подбором размеров и формы электродов удастся сделать величину  $\frac{dC}{d\alpha}$  постоянной. Поэтому обычно шкала электростатических вольтметров имеет квадратичный характер.

Квадратичная зависимость угла отклонения от напряжения позволяет применять такие приборы для измерения не только постоянного напряжения, но и напряжения переменного тока (до частоты порядка 30 МГц).

Эти приборы имеют малую входную емкость и высокое сопротивление изоляции; поэтому измерение постоянного напряжения

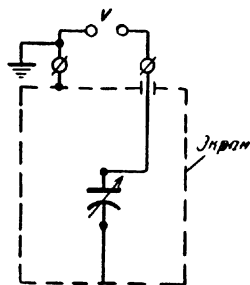


Рис. 106.

происходит практически без потребления мощности самим прибором и с очень малым потреблением мощности при измерении переменного напряжения. Электростатические вольтметры пригодны для измерений высоких напряжений постоянного, а также переменного токов, причем при измерении высокого напряжения переменного тока не требуется применения специальных измерительных трансформаторов.

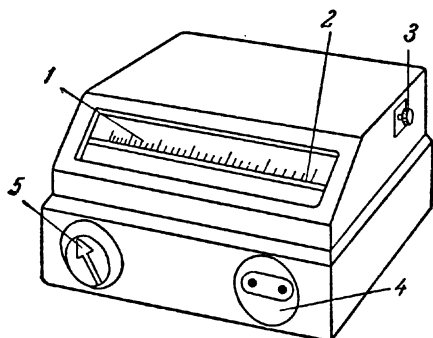


Рис. 107.

Схематически внешний вид электростатического вольтметра типа С-95 изображен на рис. 107. Шкала 1 с горизонтальной прорезью 2 для светового указателя расположена наклонно на передней панели прибора. Для установки светового указателя в нулевое положение имеется корректор, головка 3 которого

выведена на боковую сторону. На передней стенке прибора помещены штепсельная колодка 4 для подключения питания осветителя и переключатель 5 этого питания. Зажимы для включения вольтметра в схему расположены на задней панели.

**3. Источник напряжения.** В качестве источника постоянного напряжения в задаче используется высоковольтный стабилизированный выпрямитель, дающий плавно регулируемое напряжение от 0 до 2000 в. Этот прибор собран по схеме двухполупериодного кенотронного выпрямителя (см. задачу 87) с фильтром и электронной стабилизацией на выходе. Такой выпрямитель дает напряжение, которое остается постоянным при случайных изменениях напряжения в сети. Прибор заключен в металлический кожух, служащий экраном. На передней панели выпрямителя (рис. 108) имеются два выходных гнезда 1 «—» и «+» для вывода напряжения, рукоятка 2 плавной регулировки напряжения, вольтметр постоянного тока 3 для приблизительной оценки величины напряжения на выходе выпрямителя, выключатель 4, включающий прибор в сеть, и сигнальная лампочка 5.

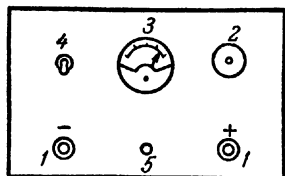


Рис. 108.

Напряжение, получаемое на выходе выпрямителя, подается к электрометру и вольтметру с помощью высоковольтных кабелей.

**Измерения.** Источник напряжения СВ, абсолютный электрометр и электростатический вольтметр V, подлежащий градуировке

ванию, соединяются в соответствии со схемой, представленной на рис. 104. Весы электрометра освобождают от арретира и замечают положение стрелки  $R$  весов, соответствующее равновесию. Затем весы арретируют и на чашку  $L$  кладут груз весом в 10 мг. Поворачивая винт  $B_2$ , устанавливают его конец на расстоянии 1—1,5 мм от чашки (регулировка винта  $B_1$  производится лаборантом до начала выполнения работы студентом). После освобождения весов от арретира пластина  $P_1$  прижмется к винту  $B_1$ . Включают источник напряжения  $СВ$  и, дав прибору прогреться, через 2—3 минуты начинают постепенно повышать напряжение, плавно вращая ручку регулятора напряжения на щитке выпрямителя. При этом внимательно следят за показаниями градуируемого вольтметра  $V$ . Увеличение напряжения производится до тех пор, пока стрелка весов не отклонится от начального положения. (Или пластина  $P_1$  не оторвется от винта  $B_1$ .) В этот момент замечают показание вольтметра и сводят напряжение до нуля, устанавливая ручку регулятора в крайнее левое положение. Момент отрыва верхней пластины конденсатора соответствует равенству между силой притяжения пластины и весом гири, находящейся на чашке весов.

Затем увеличивают груз еще на 10 мг и вновь повторяют весь процесс измерений. Измерения производятся до тех пор, пока не будет пройдена вся шкала вольтметра, причем при каждом последующем измерении нагрузка увеличивается на 10 мг.

**Обработка результатов измерений.** Подставляя в формулу (2) данные прибора ( $d = 0,4$  см,  $D = 6$  см) и найденные в результате измерений значения сил притяжения пластин, выраженные в динах, вычисляют значения разности потенциалов, соответствующие отсчетам по шкале вольтметра. Затем графически изображают результаты градуирования. Для этого на оси абсцисс откладывают отсчеты по шкале вольтметра, а на оси ординат — вычисленные значения разности потенциалов, выраженные в вольтах.

Непрерывная кривая, получающаяся в результате соединения нанесенных на график точек, будет являться градуировочной кривой вольтметра. С помощью такой кривой можно найти значение напряжения (в вольтах), соответствующее любому делению шкалы вольтметра.

При проведении измерений надо иметь в виду, что придется работать с высоким напряжением, достигающим 1500—2000 в. Поэтому *строго воспрещается*:

- 1) включать схему без проверки преподавателем или лаборантом;
- 2) делать какие-либо переключения при включенном источнике напряжения.

**Технические данные установки.** Абсолютный электрометр сконструирован на основе аналитических весов «Госметр» (Ленинград), разновес от аналитических весов «Госметр» (Ленинград), электростатический вольтметр типа

С-95 с верхним пределом измерения 1000 в (или 1500, 2000 в), высоковольтный выпрямитель с электронной стабилизацией и плавной регулировкой напряжения от 0 до 1000 в (или 0—1500, 0—2000 в соответственно пределу измерения вольтметра, выбранного для градуирования).

### ЛИТЕРАТУРА

1. С. Э. Фриш и А. В. Тиморева, Курс общей физики, т. II, Физматгиз, 1962.

### СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

2. С. Г. Калашников, Электричество, Гостехиздат, 1956.

3. Е. А. Свирицкий, Общий курс электрических и магнитных измерений, Оборонгиз, 1939.

## ЗАДАЧА 53

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕМЕНТАРНОГО ЗАРЯДА МЕТОДОМ ИЗМЕРЕНИЯ СКОРОСТИ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ПОЛЕ КОНДЕНСАТОРА

**Введение.** Определение элементарного заряда  $e_0$  может быть выполнено при помощи ряда методов:

а) измерением заряда сосчитанных непосредственно частиц;  
б) статистической обработкой результатов наблюдений шротт-эффекта (дробовой шум в электронных лампах);

в) из равенства  $e_0 N = F$ , где  $F = 96494 \pm 6$  кулон — число Фарадея,  $N = (6,0228 \pm 0,0011) \cdot 10^{23}$  — число Авогадро.

Число Фарадея определяется непосредственно; число Авогадро может быть очень точно определено, например, из наблюдений дифракции на кристалле рентгеновских лучей известной длины волны;

г) из измерения скорости перемещения заряженных микроскопических частиц в однородном электрическом поле.

В настоящей работе используется метод измерения скорости заряженных частиц в электрическом поле, так как он является одновременно наиболее прямым и убедительным доказательством прерывного строения электрических зарядов.

В основу метода положено изучение движения заряженных капелек жидкости (масла) в однородном электрическом поле известной напряженности.

Измеряя скорости капелек, падающих в поле силы тяжести (при отсутствии электрического поля), и скорости капелек, поднимающихся в поле сил тяжести при наличии электрического поля, можно вычислить действующую на капельку силу электрического

поля. Затем, зная величину напряженности электрического поля, уже нетрудно определить заряд капельки.

Измерение элементарного заряда по этому способу и доказательство прерывности заряда было проведено в классических опытах Р. Милликена в 1914—1916 гг.

Следует отметить, что получение значения  $e_0$  с точностью, достигнутой Р. Милликоном, невозможно в условиях учебной лабораторной работы. Поэтому при выполнении задачи необходимо обратить внимание на изучение метода, примененного в данном случае, и на доказательство дискретности зарядов, удовлетворяясь значением  $e_0$ , полученным с невысокой точностью.

Если к микроскопическим капелькам жидкости, движущимся в воздухе, применим закон Стокса, то скорость установившегося (равномерного) падения капельки в поле только силы тяжести определяется уравнением

$$\frac{4}{3} \pi a^3 \rho g - \frac{4}{3} \pi a^3 \sigma g + 6\pi\eta a v_g = 0 \quad (1)$$

(см. задачу 31). Здесь  $a$  — радиус капли,  $\sigma$  — плотность вещества капли (масла),  $\rho$  — плотность воздуха,  $g$  — ускорение силы тяжести,  $\eta$  — коэффициент внутреннего трения воздуха,  $v_g$  — скорость падения капли.

Установившаяся скорость движения заряженной капли, если она поднимается в электрическом поле, определяется уравнением

$$Ee + \frac{4}{3} \pi a^3 \rho g - \frac{4}{3} \pi a^3 \sigma g - 6\pi\eta a v_E = 0, \quad (2)$$

где  $E$  — напряженность электрического поля,  $e$  — заряд капли,  $v_E$  — скорость подъема капли.

В этих уравнениях все величины, за исключением заряда капельки  $e$  и ее радиуса  $a$ , доступны непосредственному измерению. Непосредственное измерение радиуса капельки сопряжено со значительными трудностями ввиду ее микроскопических размеров. Исключая из уравнений (1) и (2) радиус капельки  $a$ , находим выражение для величины заряда  $e$

$$e = \frac{9 \sqrt{2} \pi \eta^{3/2}}{E(\sigma - \rho)^{1/2} g^{1/2}} v_g^{1/2} (v_g + v_E). \quad (3)$$

Многократно повторяя измерения заряда одной и той же капли, можно заметить, что этот заряд время от времени меняется. Причиной изменения заряда капли может быть ионизация воздуха космическими лучами или ионизация с помощью специального радиоактивного препарата, который помещают в особое гнездо футляра конденсатора. Изменение заряда капли может происходить также в результате фотоэффекта при взаимодействии фотонов с веществом капли.

Сравнивая величины заряда одной и той же капли, полученные из различных опытов, можно убедиться, что величина изменения заряда и сам заряд капли являются целыми кратными одной и той же величины. Эту величину  $e_0$  естественно считать элементарным зарядом.

При выводе уравнений (1) и (2) мы предположили, что к микроскопическим капелькам, движущимся в воздухе, применим закон Стокса. Однако это справедливо только до тех пор, пока размеры капельки велики по сравнению с длиной свободного пробега молекул воздуха. При невыполнении этого условия закон Стокса неприменим, и вычисления усложняются. Кроме того, при значительном уменьшении капельки, когда ее размеры становятся сравнимыми с толщиной слоя молекул воздуха, адсорбированного на поверхности капли, эффективная плотность капли может существенно отличаться от плотности ее вещества. Отсутствие должного внимания к этим обстоятельствам являлось причиной ошибок при ранних измерениях элементарного заряда по этому методу.

Необходимо отметить, что определения по данному методу значения элементарного заряда  $e_0$  до недавнего времени содержали также систематическую ошибку, связанную с несколько заниженными значениями принимавшегося для воздуха коэффициента внутреннего трения  $\eta$ . Считалось, что  $\eta = 1822,6 \cdot 10^{-7} \text{ г/см} \cdot \text{сек}$ , при этом получилось  $e_0 = 4,770 \cdot 10^{-10} \text{ CGSE}$ , что отличалось от значений  $e_0$ , измеренных другими методами. После ряда точных измерений (1936—1940 гг.) было найдено  $\eta = 1832 \cdot 10^{-7} \text{ г/см} \cdot \text{сек}$  и соответственно  $e_0 = 4,805 \cdot 10^{-10} \text{ CGSE}$ .

Другими методами для элементарного заряда было получено то же значение. Наиболее точное значение этой величины по последним данным следующее:

$$e_0 = (4,8025 \pm 0,0010) \cdot 10^{-10} \text{ CGSE}.$$

При проведении эксперимента следует использовать капли микроскопических размеров, так как в этом случае заряд капли, а также его приращения равны достаточно малому числу элементарных зарядов. Поэтому кратность заряда капельки элементарному заряду  $e_0$  легче устанавливается.

Точность измерения заряда капельки существенно зависит от точности измерения скорости ее движения (см. формулу (3)). При этом скорость  $v_g$  падения капли в отсутствие электрического поля, оставаясь неизменной для одной и той же капли при изменении ее заряда, может быть измерена достаточно точно за счет многократного повторения измерений. Для получения достаточной точности измерения скорости движения капельки в электрическом поле следует использовать достаточно малую напряженность поля. Однако при малой напряженности поля на движении капель существенно сказывается влияние воздушных конвекционных потоков,

которое становится особенно заметным при малых скоростях перемещения капельки. Поэтому при осуществлении эксперимента существенное внимание уделяется уменьшению воздушных потоков.

**Описание установки.** Схема прибора представлена на рис. 109. На рис. 110 приведена электрическая схема соединений.

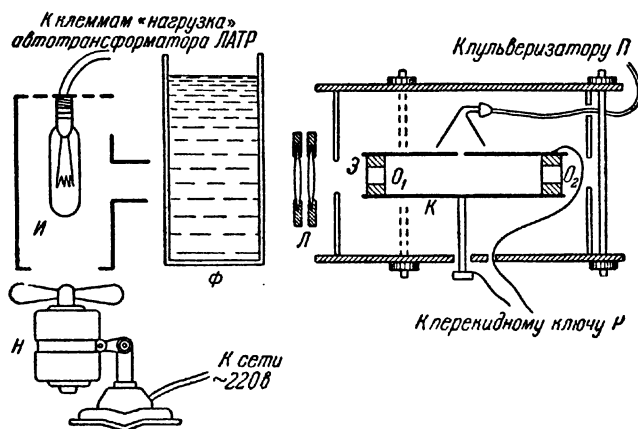


Рис. 109.

В пространство между пластинами конденсатора  $K$  через отверстие в центре верхней пластины при помощи пульверизатора  $\Pi$  вводятся капли масла микроскопических размеров. За их движением наблюдают в трубу. Частицы освещаются пучком света, падающим перпендикулярно трубе от источника  $И$ , и видны в затемненном поле как светящиеся точки. Для уменьшения движения воздуха внутри конденсатора, которое могло бы исказить движение капельки, пространство между пластинами конденсатора ограничено с боков эбонитовым кольцом  $\mathcal{E}$ , имеющим три окошка. Два из них  $O_1$  и  $O_2$  служат для прохождения через конденсатор светового пучка, третье, перпендикулярное к первым двум, используется для наблюдения движения капель.

Условием удовлетворительной видимости капель является достаточно большая интенсивность светового потока, что достигается как за счет применения мощного источника света, так и путем концентрации пучка света при помощи линзового конденсора  $\mathcal{L}$ .

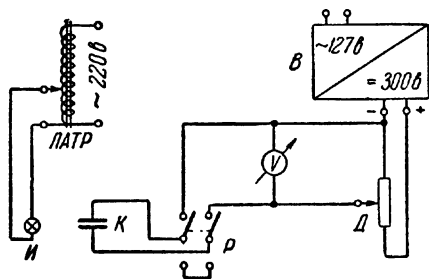


Рис. 110.

Пучок света, прежде чем попасть в конденсатор  $K$ , проходит через плоскопараллельный сосуд с водой  $\Phi$ , поглощающий тепловые лучи. Это уменьшает воздушные потоки внутри конденсатора и предотвращает испарение капелек.

Разность потенциалов подается на пластины конденсатора от выпрямителя  $B$ . Она может регулироваться с помощью потенциометра  $D$  и измеряться статическим вольтметром  $V$ . Принцип действия статического вольтметра основан на измерении силы ponderomotorного взаимодействия между пластинками, которым сообщается измеряемая разность потенциалов. Измерение взаимодействия пластин в статическом вольтметре производится обычно по методу крутильных весов. Статический вольтметр практически не потребляет тока и потому находит широкое применение при измерениях разности потенциалов в высокоомных цепях (см. задачу 52).

Ключ  $P$  служит для замыкания накоротко пластин конденсатора при измерениях скорости падения капель в отсутствие поля.

**Измерения.** При помощи пульверизатора в пространство между пластинами конденсатора вводятся микроскопические капельки масла. При распылении большинство капель электризуется, приобретая больший или меньший положительный или отрицательный заряд. Перемещением трубы, а также вращением конденсатора  $L$ , закрепленного несколько эксцентрично в оправе, добиваются отчетливой видимости капелек в виде звездочек на темном фоне.

Чтобы убрать капельки, несущие слишком большой заряд, пластинам конденсатора на некоторое время сообщают разность потенциалов около 300 в. При этом капельки с большим зарядом быстро двигаются к пластинам, капли же с малым зарядом двигаются медленно и не успевают достигнуть электродов.

Все последующие измерения производят, установив в конденсаторе с помощью потенциометра разность потенциалов порядка 200—250 в. Эта разность потенциалов поддерживается неизменной в течение всего эксперимента и периодически контролируется при помощи статического вольтметра.

Выбрав ясно видимую обособленную капельку, которая под действием поля медленно движется вверх, уничтожают поле. Для этого при помощи ключа  $P$  замыкают конденсатор  $K$  накоротко. В отсутствие поля капля падает вниз.

Следует иметь в виду, что труба дает перевернутое изображение, поэтому наблюдатель будет видеть обратную картину: при наличии поля капля движется вниз, при отсутствии поля — вверх.

Определяют скорость падения капли, измеряя секундомером время прохождения капель нескольких (не менее трех) делений окулярного микрометра. Затем снова накладывают электрическое поле и измеряют уже скорость подъема той же капельки, отсчитывая время, затрачиваемое на прохождение того же числа делений



окулярного микрометра. Перемещения данной капельки вверх и вниз повторяют много раз (не менее 15 в каждую сторону) одновременно включением и выключением поля.

Необходимо провести измерение не менее чем для восьми различных капелек, из которых некоторые должны обладать зарядом противоположного знака. При наблюдении за каплей, несущей противоположный заряд, надлежит соответственно изменить полярность пластин конденсатора, чтобы обеспечить движение капли вверх при наложении поля. Это достигается путем пересоединения проводов, идущих к ключу  $P$  от выпрямителя.

*Пересоединение производить только при выключенном выпрямителе!*

В процессе измерения возможна перезарядка капельки, что резко меняет скорость ее подъема. Вероятность перезарядки увеличивается при наличии радиоактивного препарата, вложенного в специальное гнездо футляра конденсатора.

Пластины конденсатора  $K$  при измерениях должны находиться в строго горизонтальном положении, Правильность установки может быть проверена с помощью уровня или по отсутствию систематического движения капелек вправо или влево в поле зрения трубы. Строго горизонтальное положение пластинам конденсатора может быть придано с помощью установочных винтов.

Эксперимент удобно проводить вдвоем. При этом один из операторов непрерывно следит за каплей, нажимая кнопку секундомера, и действует ключом  $P$ , попеременно включая и выключая поле. Второй производит все остальные отсчеты и записи.

**Обработка результатов измерений.** Считая поле в центре конденсатора однородным, формулу (3) можно переписать в виде

$$e = \frac{9 \sqrt{2} \pi d \eta^{3/2} p^{3/2} s^{3/2}}{U (\sigma - \rho)^{1/2} g^{1/2}} \frac{1}{t_g^{1/2}} \left( \frac{1}{t_g} + \frac{1}{t_E} \right) = k e^*, \quad (4)$$

где  $U$  — разность потенциалов на пластинах конденсатора,  $d$  — расстояние между пластинами,  $s$  — цена деления окулярного микрометра,  $t_g$  — время прохождения каплей  $p$  делений окулярного микрометра в отсутствие электрического поля,  $t_E$  — то же при наличии электрического поля.

В формуле (4) выражение

$$e^* = \frac{1}{t_g^{1/2}} \left( \frac{1}{t_g} + \frac{1}{t_E} \right)$$

можно рассматривать, как численное значение заряда капли, выраженное в некоторых относительных единицах. Величина  $k$  остается постоянной для всех капель при неизменном напряжении на конденсаторе и одном и том же числе делений окулярного микрометра, проходимом каждой каплей.

Результаты измерений рекомендуется представить в виде таблицы:

$t_g$	$t_E$	$e^* = \frac{1}{t_g^{1/2}} \left( \frac{1}{t_g} + \frac{1}{t_E} \right)$	$\Delta e^*$	$\Delta n$	$e_0^* = \frac{\Delta e^*}{\Delta n}$	$n$	$e_0^* = \frac{e^*}{n}$	$a$

В первой и второй графах записываются соответственно время опускания и время подъема капельки, усредненные для ряда наблюдений за движением капли с одним и тем же зарядом. Изменение заряда капли, сопровождающееся резким изменением скорости, происходит довольно редко, вследствие чего мы получаем ряд значений скорости для одного и того же заряда. Разброс скоростей в этом случае относится к погрешностям эксперимента. В третьей графе записывается заряд капельки в относительных единицах. В четвертой графе помещаются разности между двумя последующими числами третьей графы. Эти разности являются численными значениями изменения заряда капелек, выраженного в относительных единицах. Если эксперимент был проведен достаточно тщательно, то при рассмотрении чисел четвертой графы можно заметить, что они являются приблизительно целыми кратными некоторого числа  $e_0^*$ .

Числа кратности  $\Delta n$ , округленные до целого, выписываются в следующей пятой графе.

Разделив величину изменения заряда на соответствующую ему кратность, получим ряд численных значений для элементарного заряда  $e_0^*$  в относительных единицах (графа 6).

Если рассмотреть числа третьей графы, можно убедиться, что они также являются приблизительно целыми кратными некоторых чисел, совпадающих с числами шестой графы. Числа кратности  $n$ , округленные до целого, выписываются в седьмой графе.

Численные значения элементарного заряда  $e_0^*$  (в относительных единицах), полученные путем деления величин заряда (графа 3) на соответствующие кратности (графа 7), записываются в графе 8. Как указано выше, числа, помещенные в графах 6 и 8, должны примерно совпадать.

Представленные в таблице результаты должны явиться доказательством того, что изменение заряда капельки происходит конечными порциями и что заряд капельки состоит из целого числа элементарных зарядов, равных по величине наименьшей порции изменения заряда.

Абсолютное значение элементарного заряда  $e_0$  вычисляется из соотношения (4)

$$e_0 = ke_0^*.$$

За величину  $e_0^*$  следует взять среднее из всех экспериментально определенных относительных значений элементарного заряда.

Для каждой наблюдаемой капельки по формуле (1) следует вычислить радиус капли  $a$  (графа 9).

В применяемом приборе среднее расстояние между пластинами конденсатора  $d = 0,72$  см.

Цена деления окулярного микрометра  $s = 0,036$  см.

Плотность масла (МЗП-6)  $\sigma = 0,909$  г/см<sup>3</sup>.

Плотность воздуха  $\rho$  и коэффициент внутреннего трения воздуха берутся из таблиц.

**Технические данные установки.** В задаче используется прибор (конденсатор с оптической трубкой и пульверизатором), изготовленный мастерскими Физико-технического института, стабилизированный выпрямитель на 300 в, статический вольтметр С-91. Для освещения используется кинопроекционная лампа К-15 (110 в, 750 в) и две конденсорные линзы (+ 5 диоптрий каждая).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. С. Г. К а л а ш н и к о в, Электричество, гл. XIV, § 159, Гостехиздат, 1956.

2. С. Э. Ф р и ш и А. В. Т и м о р е в а, Курс общей физики, т. II, Физматгиз, 1962.

#### СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

3. Э. В. Ш п о л ь с к и й, Атомная физика, т. 1, гл. 1, Гостехиздат, 1951.

4. Р М и л л и к е н, Электроны (+ и —), протоны, фотоны, нейтроны и космические лучи, гл. I—V, Гостехиздат, 1939.

---

#### ЗАДАЧА 54

#### ГРАДУИРОВАНИЕ АМПЕРМЕТРА И ВОЛЬТМЕТРА

Проградуировать какой-либо измерительный прибор — это значит установить соответствие между делениями его шкалы и значениями величины, отсчитываемой по этой шкале. Результаты градуировки удобно представлять в виде градуировочных кривых, откладывая по оси абсцисс показания прибора, а по оси ординат значения измеряемой величины. Градуировочная кривая позволяет определить цену деления шкалы прибора; последняя является величиной постоянной, когда результат градуировки может быть представлен прямой линией. Цена деления шкалы прибора в этом случае будет численно равна тангенсу угла наклона прямой к оси абсцисс.

## Упражнение 1

## Градуирование амперметра

**Описание прибора.** Для градуирования амперметра надо пропускать через него ток, сила которого известна, и сопоставлять показания амперметра со значениями этой силы тока. Одним из возможных методов градуирования амперметра является включение этого прибора в электрическую цепь с известным сопротивлением, питаемую источником тока с известной электродвижущей силой. Тогда сила тока в этой цепи может быть вычислена по закону

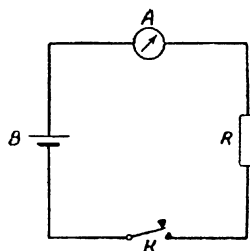


Рис. 111.

Ома, и показания амперметра сопоставлены с этими вычисленными значениями силы тока.

Другой возможный прием градуирования амперметра заключается в том, что он включается в цепь последовательно с другим ранее проградуированным амперметром и показания обоих приборов сопоставляются между собой. Исходным же моментом градуировки приборов, измеряющих силу тока, является сопоставление их показаний с величиной электрического заряда, протекающего через прибор за единицу времени. Количество же

электричества определяется по химическому действию тока; подробнее с этим можно познакомиться по описанию задачи 68.

В настоящей задаче используется первый из только что описанных методов градуирования амперметра. Схема необходимой для этого электрической цепи изображена на рис. 111. На этой схеме *A* обозначает амперметр, *R* — магазин сопротивлений, *K* — ключ для замыкания цепи и *B* — аккумулятор, служащий в данном случае источником тока с известным значением электродвижущей силы.

Сделаем здесь некоторое замечание об устройстве штепсельных магазинов сопротивлений Р-14, с которыми предстоит дальше работать. Эти магазины состоят из многих последовательно соединенных между собой катушек бифилярно намотанной константановой проволоки. Каждая катушка, помимо соединения с двумя соседними катушками, соединена еще с двумя половинками массивного разрезного гнезда, находящегося непосредственно под верхней панелью магазина. Когда в такое гнездо плотно вставлен и притерт к нему вращением конический латунный штырек, то половинки гнезда и штырек замыкают находящуюся под ними катушку накоротко и ее сопротивление в работе магазина не участвует. Когда штырек вынут из разрезного гнезда — катушка включена. Вблизи каждого гнезда на верхней панели магазина есть надпись, указывающая сопротивление катушки.

Надо иметь в виду, что в верхней панели магазина, помимо рабочих разрезных гнезд для штырьков, замыкающих катушки неработающих сопротивлений, есть еще гнезда, расположенные также рядами. Эти гнезда служат для вставления в них штырьков, вынутых из разрезных гнезд включенных в данный момент сопротивлений. Штырьки вставляются в вспомогательные гнезда только для хранения.

Однако в условиях настоящей задачи обычный способ хранения штырьков, вынутых из гнезд включенных сопротивлений, не рекомендуется ввиду специфического использования магазинов в компенсационной схеме. Вынутые на первом этапе работы штырьки из первого магазина откладываются совсем в сторону.

Аккумуляторы вообще не являются источниками тока со строго определенным значением электродвижущей силы и не используются в качестве таковых при точных электрических измерениях, в которых применяются так называемые *нормальные элементы* (см. описание задачи 60). Аккумуляторы при точных измерениях играют лишь роль вспомогательных источников тока, электродвижущая сила которых не входит в окончательный расчет результата измерений <sup>1)</sup>. Однако нормальные элементы не могут давать большие токи, необходимые, например, для калибровки грубого технического прибора, используемого для учебных целей в практикуме. Поэтому в настоящей задаче и используется аккумулятор.

Сила тока в цепи амперметра может быть вычислена из формулы

$$I = \frac{E}{R + \rho},$$

где  $E$  — электродвижущая сила аккумулятора,  $R$  — введенное в цепь сопротивление магазина сопротивлений,  $\rho$  — сопротивление амперметра. Сопротивлением аккумулятора и подводящих проводов можно пренебречь, так как оно составляет всего несколько сотых долей ома. Сопротивление амперметра указано непосредственно на приборе, а электродвижущая сила аккумулятора — на табличке, помещенной на лабораторном столе.

**Измерения.** Соединяют проводами приборы согласно схеме, изображенной на рис. 111, и, не включая тока, отсчитывают положение стрелки амперметра на шкале; это будет *нулевым отсчетом* прибора. Он может и не совпадать с *нулевым делением* шкалы прибора.

Затем устанавливают в магазине сопротивлений максимальное сопротивление, замыкают ключом цепь, отсчитывают и записывают первое показание амперметра.

Может оказаться, если аккумулятор недостаточно хорошо заряжен, что показания прибора меняются с течением времени (за 20—30 сек). В таком случае аккумулятор должен быть заменен.

Далее начинают уменьшать включенное в магазине сопротивление, что осуществляется путем помещения штепселей обратно в гнезда. Штепсели следует вставлять с легким вращением и небольшим нажимом, чтобы гарантировать надежный контакт с обеими половинками разрезного гнезда. Сопротивление надо уменьшить так, чтобы стрелка амперметра перемещалась каждый раз на 3—5 де-

<sup>1)</sup> При точной работе лучше пользоваться кислотными аккумуляторами, а не щелочными, так как первые лучше держат постоянный режим в цепи.

лений шкалы прибора. Отсчеты по шкале ведутся с точностью до 0,1 деления шкалы. Уменьшение сопротивления ведется при замкнутой цепи прибора, для того чтобы многократными размыканиями не изменять резко режим работы аккумулятора, что приведет к некоторому изменению его электродвижущей силы.

Следует отметить, что хотя принцип по возможности неизменной нагрузки источника тока и должен соблюдаться при измерениях, это не должно приводить к слишком длительному пребыванию цепи аккумулятора в замкнутом состоянии во избежание излишнего расхода его запаса энергии. При всяких задержках хода измерений надо немедленно размыкать ключом цепь аккумулятора. Надо иметь в виду, что переключение металлических штепселей рукой при замкнутой цепи возможно только при питании схемы малым напряжением, как в данной задаче; в большинстве случаев этот прием недопустим.

Доводить сопротивление магазина до нуля возможно только в том случае, когда амперметр имеет значительное сопротивление и схема питается низковольтным источником напряжения. С произвольным прибором вести градуирование до полного выключения магазина сопротивлений нельзя, так как сопротивление амперметра может быть весьма малым и его включение без дополнительного сопротивления соответствует режиму короткого замыкания.

Результаты градуирования изображают графически, откладывая по оси абсцисс отсчеты по шкале прибора, а по оси ординат — вычисленные значения силы тока. Кривая, соединяющая нанесенные на график точки, является градуировочной кривой прибора. С ее помощью можно в дальнейшем найти силу тока, соответствующую любому отсчету на приборе. В том случае, если построенный график оказывается близким к прямолинейному, имеет смысл найти цену деления шкалы, которая будет величиной, постоянной для всей шкалы.

### Упражнение 2

#### Градуирование вольтметра

**Описание приборов.** Для градуирования вольтметра надо подавать на него известные напряжения и сопоставлять показания вольтметра со значениями этих напряжений. Контроль значения этих напряжений может быть осуществлен путем соединения исследуемого вольтметра параллельно с ранее отградуированным точным прибором. В настоящей задаче используется другой прием. Он заключается в получении изменяемых, но всякий раз известных значений напряжения с делителя напряжения, соединенного с источником известной электродвижущей силы. Такой делитель напряжения, выполненный в виде магазина сопротивлений  $R$ , изображен на рис. 112 вместе с включенной в делитель батареей аккумуляторов (источник известной электродвижущей силы  $E$ ), градуируемым вольтметром  $V$  и ключом  $K$ , замыкающим цепь. Из схемы видно, что на участке делителя  $ab$ , параллельно которому включен вольтметр, падение напряжения будет составлять некоторую долю значения электродвижущей силы батареи,

замкнутой на делитель. В этом и заключается роль делителя напряжения — прибора, часто встречающегося в электроизмерительной практике слабых токов.

Для градуирования вольтметра надо знать величину  $E$  и то, какая ее доля снимается на вольтметр. Сопротивление вольтметра составляет даже для низковольтных приборов обычно несколько сотен омов, достигая для высоковольтных и точных приборов значения в десятки тысяч омов. Поэтому через вольтметр всегда идет небольшой ток, и вольтметр не может существенно изменить сопротивления участка схемы  $ab$  по сравнению с величиной части магазина сопротивлений, включенной между этими точками.

В таком случае снимаемая с делителя величина напряжения может быть определена особенно просто. Именно, пренебрегая по вышеуказанным причинам разветвлением тока на участке  $ab$ , можно из закона Ома найти, что падение напряжения на сопротивлении  $r$  будет пропорционально отношению сопротивления этого участка к сопротивлению всего магазина

$$e = \frac{r}{R} E.$$

В случае если сопротивление вольтметра  $\rho$  сравнимо с сопротивлением части магазина  $r$ , величина падения напряжения на этом участке представится выражением

$$e = \frac{E}{\frac{R-r}{\rho} + \frac{R}{r}}.$$

Эту формулу легко получить, если учесть, что теперь используемый участок делителя  $ab$  шунтируется сопротивлением вольтметра и они вместе обладают сопротивлением

$$Z = \frac{r\rho}{r+\rho}.$$

Тогда падение напряжения на участке представится выражением

$$e = \frac{Z}{R-r+Z} E = \frac{r\rho E}{(r+\rho) \left( R - r + \frac{r\rho}{r+\rho} \right)},$$

из которого после преобразований получается приведенная выше формула.

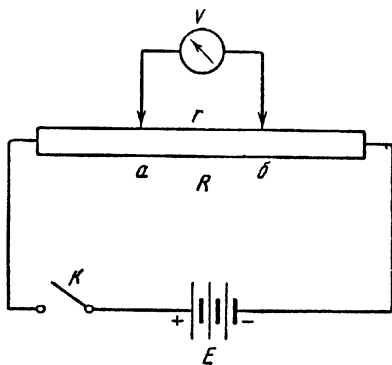


Рис. 112.

Относительно использования в этом случае в качестве источника известной электродвижущей силы батареи аккумуляторов следует сделать те же оговорки, которые были сделаны в первом упражнении. Однако использование нормальных элементов в этом упражнении уже возможно, так как делитель напряжения расходует очень небольшой ток.

**Измерения.** Устанавливают в магазине сопротивлений делителя напряжения постоянное сопротивление не менее 100  $\Omega$  и собирают схему, включая вольтметр параллельно участку магазина с сопротивлением в 1  $\Omega$ . Записывают нулевой отсчет вольтметра. Затем замыкают ток ключом и записывают показания вольтметра. Комбинируя положение штепселей в магазине делителя или даже переключая провода, идущие от вольтметра к различным промежуточным клеммам магазина, изменяют сопротивление участка  $ab$  таким образом, чтобы показания вольтметра увеличивались всякий раз на 10—12 делений шкалы. Все перестановки штепселей в магазине можно делать не размыкая ключа, но при переключении проводов на клеммах магазина ключ нужно обязательно размыкать.

После окончания измерений вычисляют для каждого отсчета на вольтметре величину подававшегося на него напряжения  $\mathcal{E}$ . Затем изображают графически результаты градуировки. Для этого на оси абсцисс откладывают результаты отсчетов по шкале вольтметра, а на оси ординат — вычисленные значения величины  $\mathcal{E}$ . Соединяя нанесенные таким образом точки непрерывной кривой, получают градуировочную кривую вольтметра. Если построенный график окажется прямолинейным, то находят цену деления шкалы вольтметра, которая будет величиной, постоянной только в этом случае.

При сдаче результатов настоящей работы студенты обязаны знать конструкцию использованных измерительных приборов, а также методы изменения диапазона применений этих приборов путем включения шунтов к амперметрам и дополнительных сопротивлений к вольтметрам.

**Технические данные установки.** В работе используется миллиамперметр марки ЛМ на 500  $\mu\text{A}$ , вольтметр марки ЛМ на 3  $\text{В}$ , магазин сопротивлений Р-14.

## ЛИТЕРАТУРА

1. С. Г. К а л а ш н и к о в, Электричество, Гостехиздат, 1956.
2. Курс физики под редакцией Н. Д. П а п а л е к с и, т. II, Гостехиздат, 1948.

## СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

3. Е. А. С в и р с к и й, Общий курс электрических и магнитных измерений, Оборонгиз, 1939.
  4. Курс электрических измерений, под редакцией В. Т. Прыткова и А. В. Талицкого, Госэнергоиздат, 1960.
-



## ЗАДАЧА 55.

## ИЗМЕРЕНИЕ СОПРОТИВЛЕНИЙ ПРИ ПОМОЩИ МОСТА ПОСТОЯННОГО ТОКА

Целью задачи является ознакомление с классическим методом измерения сопротивления при помощи мостовой схемы.

**Описание приборов.** Мостовая схема постоянного тока, часто называемая сокращенно мостом Уитстона, представляет собой замкнутый четырехугольник, составленный из сопротивлений  $R$ ,  $X$ ,  $r_1$  и  $r_2$  (рис. 113), соединенных между собой проводами. В одну из диагоналей этой схемы включается источник электродвижущей силы. В другую диагональ схемы включается чувствительный гальванометр. Эта диагональ схемы и называется *мостом* в собственном смысле. Весь процесс измерений при помощи этой схемы связан с требованием равенства нулю силы тока в мосте, отсюда и распространение названия *мост* на всю схему. Мост в собственном смысле не обязательно состоит только из двух

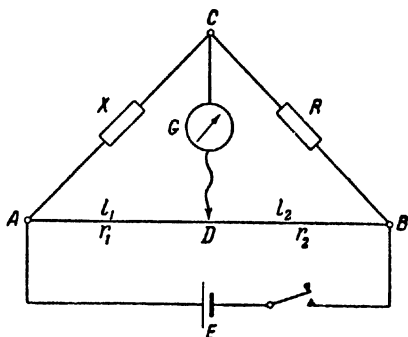


Рис. 113.

проводов и гальванометра, включенных в диагональ схемы. В некоторых случаях мост составляет и более сложную систему, в которую кроме гальванометра включены еще и сопротивления (см., например, описание задачи 59, в которой применяется так называемый *двойной мост*).

При произвольном соотношении сопротивлений, составляющих всю мостовую схему, через гальванометр, разумеется, должен идти ток. Но, как это можно показать простым расчетом (см. литературу в конце описания задачи), существует одно определенное соотношение между сопротивлениями, составляющими схему, при котором сила тока, идущего через гальванометр, обращается в нуль, хотя при этом во всех других звеньях схемы сила тока не равна нулю. Указанное соотношение между сопротивлениями, составляющими так называемые *плечи моста*, имеет вид

$$\frac{X}{R} = \frac{r_1}{r_2},$$

откуда

$$X = R \frac{r_1}{r_2}.$$

Это соотношение может служить для отыскания любого из четырех сопротивлений, включенных в плечи моста, если известны три

других сопротивлений. Поэтому сущность процесса измерений на мостовой схеме заключается в экспериментальном определении величин  $X$ ,  $R$ ,  $r_1$  и  $r_2$ , удовлетворяющих этому соотношению.

Мостовая схема применяется следующим образом. В одно из плеч моста включается известное сопротивление  $R$  (например, магазин сопротивлений). В другое плечо включается измеряемое сопротивление  $X$ . Наконец, третье и четвертое плечи мостовой схемы составляют два сопротивления  $r_1$  и  $r_2$ . Соответственно тому, что в окончательную расчетную формулу для  $X$  входят не абсолютные

величины этих сопротивлений, а только их отношение, они обычно осуществляются в виде металлического проводника (реохорда), натянутого вдоль миллиметровой шкалы. Соединение гальванометра с реохордом осуществляется с помощью контактного движка, скользящего вдоль реохорда. Таким образом, сопротивлениями  $r_1$  и  $r_2$  служат отрезки проводника, расположенные по разные стороны от движка. Такая система скользящего конца мостика позволяет легко изменять величины сопротивлений  $r_1$  и  $r_2$ , пропорциональные отрезкам  $l_1$  и  $l_2$  (рис. 113), а следовательно, и их отношение, входящее в выражение для расчета  $X$ .

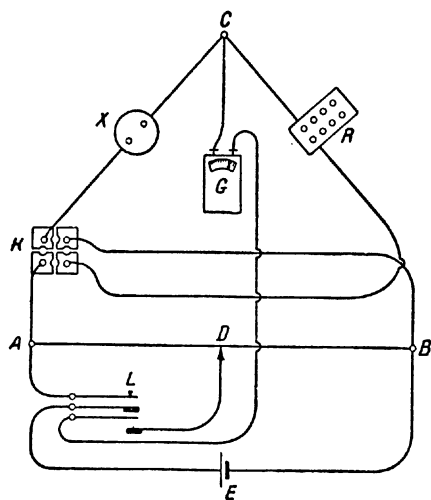


Рис. 114.

В этих условиях процесс измерений на мостовой схеме заключается в установке в магазине сопротивления  $R$  (близкого по величине к измеряемому сопротивлению) и в отыскании при помощи скользящего контакта такого положения моста, при котором сила тока в гальванометре обращается в нуль. Эта операция подбора положения движка называется *уравновешиванием моста*, а мост, через гальванометр которого не идет ток, называется *уравновешенным*.

Составляя отношение отрезков  $l_1$  и  $l_2$ , отсчитанных на реохорде при уравновешенном мосте, можно, зная величину  $R$ , найти неизвестное сопротивление  $X$ .

Практическая измерительная схема представлена на рис. 114. Эта схема полностью сохраняет принципиальное устройство схемы, изображенной на рис. 113, но она усложнена некоторыми деталями. Прежде всего в эту схему введен коммутатор  $K$ , допускающий обмен местами сопротивлений, включенных в плечи моста, без переключе-

чения для этого соединительных проводов схемы. Коммутатор (рис. 115) представляет собой разрезанную на четыре части металлическую пластинку с клеммами для включения проводов по углам пластинки. Различные комбинации соединения проводов, необходимые для переключения сопротивлений в плечах моста, достигаются путем перестановки металлических штырьков в прорезях между четырьмя частями металлической пластинки.

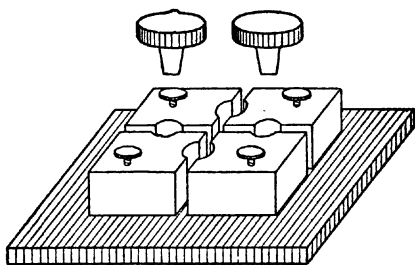


Рис. 115.

Целесообразность коммутирования сопротивлений при измерениях связана с тем, что проводник реохорда никогда не бывает вполне однородным по всей длине, а потому и отношение сопротивлений  $r_1$  и  $r_2$  не является точно равным отношению длин отрезков  $l_1$  и  $l_2$ . При окончательном расчете неизвестного сопротивления используется среднее арифметическое каждой из величин  $l_1$  и  $l_2$ , найденных при двух положениях коммутатора.

Второе отличие практической мостовой схемы от принципиальной заключается в том, что в ней применяется двойной ключ (рис. 116 и  $L$  на рис. 114), которым можно замыкать и размыкать не только цепь источника тока, но и цепь включенного в мост гальванометра. Двойной ключ состоит из эбонитовой пластинки, на которой укреплена латунная пластинка  $a$  с клеммой и эбонитовая

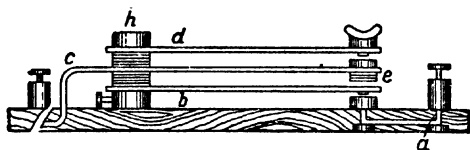


Рис. 116.

стойка  $h$ . В эту стойку вделаны одна над другой три изолированные друг от друга латунные плоские пружинные пластинки  $b$ ,  $c$  и  $d$ , снабженные клеммами. Пластинки  $a$  и  $b$ , так же как  $c$  и  $d$ , при нажатии на верхнюю пластинку ключа замыкаются между собой, тогда как пластинки  $b$  и  $c$  разделены друг от друга эбонитовой прокладкой  $e$ , которая передает давление на пластинки, лежащие ниже. Сущность действия ключа заключается в том, что при нажатии на него сначала замыкаются пластинки  $c$  и  $d$  и, разумеется, соединенные с их клеммами провода, а затем замыкаются пластинки  $a$  и  $b$  и соединенные с последними провода. При прекращении нажима на ключ размыкание пластинок происходит в обратном порядке.

Целесообразность такого устройства ключа связана с тем, чтобы цепь гальванометра, включенного к нижним пластинкам, замыкалась после замыкания цепи источника

тока, а размыкалась, наоборот, раньше еще цепи источника тока. Таким образом, цепь гальванометра бывает замкнутой только при установившемся режиме работы схемы. Дело в том, что в моменты замыканий и размыканий цепи источника электродвижущей силы в схеме возникают электродвижущие силы самоиндукции. Текущие под действием этих электродвижущих сил экстратоки могут быть значительны и портят гальванометр.

Наконец, непосредственно мостовая часть схемы осложнена тем, что гальванометр шунтирован переменным сопротивлением. Этот переменный шунт сделан для того, чтобы начинать уравнивание моста при малом токе через гальванометр с тем, чтобы предохранить его подвижную систему от сильных толчков. По мере улучшения равновесия моста сопротивление переменного шунта можно увеличивать. Окончательное уравнивание моста производится при разомкнутом шунте.

В схеме используется стрелочный гальванометр магнитоэлектрической системы чувствительностью порядка  $10^{-6}$  а/дел шкалы, у которого нулевое деление находится посредине шкалы и стрелка может отклоняться в обе стороны (рис. 117). Под стрелкой гальванометра расположена (ниже шкалы) зеркальная полоска. Для правильного положения глаза наблюдателя относительно шкалы и стрелки необходимо, чтобы стрелка закрывала для наблюдателя свое изображение в зеркале. Тогда луч зрения наблюдателя, проходящий через стрелку, нормален к плоскости шкалы.

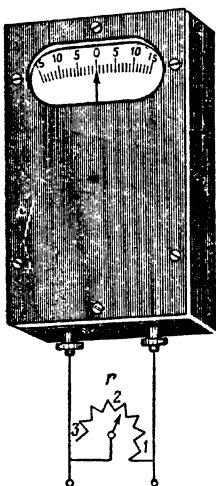


Рис. 117.

При более точных измерениях на мостовых схемах применяются зеркальные гальванометры, и сопротивления  $r_1$  и  $r_2$  выполняются не в виде плеч реохорда, а в виде магазинов сопротивлений, допускающих хотя и скачкообразные, но очень небольшие изменения сопротивления при уравнивании схемы.

**Измерения.** После сборки схемы устанавливают шунт гальванометра на наименьшее сопротивление и включают в магазин сопротивление в несколько десятков омов. Движок мостика ставят на середину шкалы и замыкают на короткое время цепь источника тока и гальванометра <sup>1)</sup>. При этом стрелка гальванометра отклоняется от нулевого положения.

Постепенно изменяя величину сопротивления в магазине, добиваются предельного уменьшения отклонений гальванометра при

<sup>1)</sup> Держать длительное время под током даже уравновешенную схему нельзя, так как нагревание всех частей схемы током вызывает изменение их сопротивления.

не подвижном движке. Когда изменение сопротивления в магазине на 1—2 ом перестает уменьшать отклонения гальванометра, добиваются уменьшения этих отклонений перемещениями движка. Если найдено положение движка, при котором шунтированный гальванометр перестает давать отклонения при замыкании ключа, то начинают постепенно увеличивать шунт гальванометра. При этом передвигают движок всякий раз так, чтобы отклонения гальванометра становились незаметными при нажиме на ключ.

Измерения заканчиваются при полностью разомкнутом шунте.

После окончания первого измерения изменяют положение штырьков в коммутаторе так, чтобы сопротивления  $R$  и  $X$  обменялись местами в плечах моста, и снова производят измерения в вышеуказанном порядке.

После этого изменяют сопротивление в магазине примерно на  $\pm 10\%$  и проделывают весь цикл измерений сначала.

Среднее значение, найденное в результате всех измерений, и является окончательным результатом работы с одним сопротивлением. Отчет о работе включает в себя отсчеты на реохорде, величины сопротивлений в магазине, результаты расчета  $X$  из отдельных измерений, среднее значение  $X$  и величину погрешностей измерений.

При выполнении задачи необходимо провести измерения двух неизвестных сопротивлений порознь, измерения сопротивления тех же двух сопротивлений, включенных последовательно, и, наконец, сопротивления тех же двух сопротивлений, соединенных между собой параллельно. Последние два результата измерений надо сопоставить с величинами сопротивлений, рассчитанными по формулам для последовательного и параллельного соединения сопротивлений, пользуясь значениями сопротивлений, найденными при их раздельном измерении.

На простом мосте Уитстона возможно вести измерения с точностью до десятых долей ома. Недостатком схемы является то, что неконтролируемое сопротивление соединительных проводов прибавляется к величине измеряемого сопротивления и к величине сопротивления магазина. Этот недостаток существенно исправляется в схеме двойного моста (см. задачу 59), а принципиально он исключается при компенсационном методе измерения сопротивлений (см. задачу 60).

Вопрос о чувствительности мостовой схемы при разных режимах ее работы достаточно сложен, и обсуждение его выходит за рамки первоначального знакомства с работой схемы. Подробно вопрос о чувствительности мостовой схемы разобран в книге М. М. Попова, указанной в списке специальной литературы к настоящей задаче.

**Технические данные установки.** В задаче используется стрелочный гальванометр чувствительностью  $10^{-6}$  а/дел, магазин сопротивлений Р-14.

## ЛИТЕРАТУРА

1. С. Г. К а л а ш н и к о в, Электричество, Гостехиздат, 1956.
2. Курс физики под редакцией Н. Д. П а п а л е к с и, т. II, Гостехиздат, 1948.

## СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

3. А. Е. С в и р с к и й, Общий курс электрических и магнитных измерений, Оборонгиз, М. 1939.
4. М. М. П о п о в, Термометрия и калориметрия, Изд. МГУ, 1954.
5. Курс электрических измерений, под редакцией В. Т. Прыткова и А. В. Талицкого, Госэнергоиздат, 1960.

## ЗАДАЧА 56

ИЗУЧЕНИЕ ЗАВИСИМОСТИ СОПРОТИВЛЕНИЯ МЕТАЛЛОВ  
ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ

Электрическое сопротивление проводников зависит от температуры. У металлов оно возрастает при нагревании, у электролитов оно возрастает при охлаждении. Простейшим образом зависимость сопротивления металлов от температуры можно выразить соотношением

$$R_t = R_0(1 + \alpha t + \beta t^2),$$

где  $R_0$  и  $R_t$  — значения сопротивления соответственно при  $0^\circ \text{C}$  и при температуре  $t$ ,  $\alpha$  и  $\beta$  — индивидуальные константы металла, определяемые из опыта,  $t$  — температура.

Для определения  $\alpha$  и  $\beta$  надо сделать измерение сопротивления при трех значениях температуры.

Приближенно можно считать зависимость сопротивления от температуры линейной:

$$R_t = R_0(1 + \alpha t). \quad (1)$$

В таком случае для определения  $\alpha$  надо произвести измерение сопротивления при двух значениях температуры.

Изучение зависимости сопротивления металла от температуры и определение величины  $\alpha$  составляют содержание настоящей задачи.

Изучение зависимости сопротивления металлов от температуры имеет для экспериментальной физики и техники важное значение.

Дело в том, что сейчас большинство точных измерений температуры производится при помощи так называемых *термометров сопротивления*. Последние представляют собой проволочные (обычно платиновые) сопротивления, температурная зависимость которых тщательно градуирована в специальных термостатах. После подобной градуировки измерение сопротивления такого термометра позволяет определять температуру того объема, в котором нахо-

дится термометр. Этот способ измерения температуры оказывается гораздо точнее и удобнее, чем применение ртутных или других жидкостных термометров. Диапазон применения термометра сопротивления несравненно шире диапазона применения ртутных термометров. Так, платиновый термометр сопротивления можно применять в интервале от  $-263$  и до  $+1000^{\circ}\text{C}$ <sup>1)</sup>. Получение точности в несколько сотых градуса при измерении температуры термометром сопротивления не представляет затруднения. При особенно благоприятных условиях опыта с помощью такого термометра можно регистрировать разность температур в несколько десятитысячных градуса.

**Описание прибора.** Электрическая часть установки представляет собой мостовую схему. Принцип работы этого моста описан в задаче 55. Термостат для нагревания исследуемого сопротивления представляет собой водяную ванну (рис. 118), в которую погружены U-образная стеклянная трубка  $CD$ , электрический нагреватель  $E$  и мешалка  $M$ . В нижнюю часть U-образной трубки вложена спираль  $KL$  изучаемой платиновой проволоки. Концы этой спирали выведены через стекло в вертикальные колена трубки и соединены с электродами  $P$  и  $Q$ , к которым присоединяются провода, идущие к мосту. Спираль включается в мост к клеммам, предназначенным для измерения сопротивления.

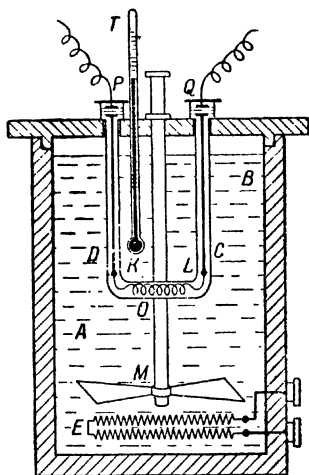


Рис. 118.

Ток в нагревателе можно регулировать так, чтобы поддерживать температуру термостата на желаемом уровне. Охлаждение термостата осуществляется змеевиком из металлической трубки, погруженным в термостат: Через трубку змеевика пропускается в случае надобности вода из водопровода. На опыте, разумеется, измеряется не температурный коэффициент сопротивления, но значения сопротивления, из которых потом находят величину  $\alpha$ .

**Измерения и их обработка.** Измерения начинают с комнатной температуры. Температуру отсчитывают по термометру  $T$  при постоянной работе мешалки  $M$ . Вслед за отсчетом температуры измеряют при помощи мостовой схемы сопротивление исследуемой проволоки.

В настоящей задаче для измерения сопротивления применяется мост Уитстона, собранный по схеме так называемого у н и в е р с а л ь н о г о моста, допускающего измерения как на постоянном,

<sup>1)</sup> До температур примерно  $1700^{\circ}\text{C}$  температуры измеряются термопарами. Более высокие температуры измеряются оптическими методами.

так и на переменном токе. Заводское описание этого простого прибора выдается каждому выполняющему задачу студенту.

Измерений при комнатной температуре делают несколько и из них находят среднее значение сопротивления  $R_{t_1}$ . Затем повышают температуру термостата приблизительно на  $20^\circ \text{C}$ ; уменьшив ток в нагревателе, поддерживают температуру постоянной и производят то же число отсчетов по термометру и мосту. Пусть среднее значение сопротивления в этом случае будет  $R_{t_2}$ .

Продолжая нагревание, производят аналогичные измерения через равные интервалы температуры вплоть до температуры  $90-95^\circ \text{C}$ . Пусть полученные средние значения сопротивления будут  $R_{t_1}, R_{t_2}, R_{t_3}, \dots$ . Затем выключают нагреватель термостата и производят те же измерения в обратном порядке (при охлаждении). Полученные средние сопротивления обозначим через  $R'_{t_1}, R'_{t_2}, R'_{t_3}, \dots$ .

Окончив измерения, находят средние значения сопротивлений при каждой данной температуре, используя для этого результаты измерений, произведенных при восходящем и при нисходящем ходах температуры в термостате.

Результаты измерений изображают графически. Строят график зависимости сопротивления от температуры и составляют таблицу значений коэффициента  $\alpha$ , вычисленного из нескольких значений  $R_t$ .

Искомое значение температурного коэффициента сопротивления определяется как производная от  $R$  по температуре, отнесенная к значению  $R$  при исходной температуре опыта

$$\alpha = \frac{\Delta R}{\Delta t R_{\text{комн}}} {}^1).$$

Технические данные установки. В работе используется водяной термостат марки МС-15 и реохордный мост типа РМ.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. С. Г. К а л а ш н и к о в, Электричество, Гостехиздат, М., 1956.
2. Курс физики под редакцией Н. Д. П а п а л е к с и, т. II, Гостехиздат, 1948.

#### ЗАДАЧА 57

### ИЗУЧЕНИЕ ЗАВИСИМОСТИ СОПРОТИВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОЛИТОВ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ

Электропроводность электролитов растет при повышении температуры. Это происходит вследствие возрастания степени диссоциации в электролитах при повышении температуры и уменьшения

<sup>1)</sup> Если график зависимости  $R$  от  $t$  нелинеен, то вычисляют  $\alpha$  для разных его участков.



коэффициента вязкости жидкости при нагревании. Степень диссоциации электролита определяет число диссоциированных молекул, т. е. число ионов в электролите, которые являются в нем носителями зарядов. Электропроводность электролитов зависит не только от числа ионов в  $1 \text{ см}^3$ , но и от их подвижности, а последняя обратно пропорциональна вязкости, убывающей при повышении температуры. Таким образом, оба эти фактора влияют в сторону увеличения электропроводности электролитов при повышении температуры.

Целью настоящей работы является изучение температурной зависимости сопротивления электролитов.

Зависимость сопротивления электролитов от температуры можно представить следующей приближенной формулой:

$$R_t = R_0 (1 - \alpha t),$$

где  $R_t$  и  $R_0$  — сопротивления при температурах  $t_2$  и  $t_1$ ; коэффициент  $\alpha$  носит название *температурного коэффициента* сопротивления. Написанное линейное соотношение неточно передает зависимость сопротивления электролитов от температуры, и найденная из него для разных значений температуры величина  $\alpha$  не оказывается величиной вполне постоянной, что указывает на ограниченную применимость написанного выражения. Однако в узких интервалах температуры можно применять и линейное соотношение между  $R_t$  и  $R_0$ .

Измерения сопротивления электролитов делают обыкновенно при помощи так называемого *универсального моста*, в который вместо источника постоянной электродвижущей силы можно включать индуктор, питающий мост переменным током. Применение переменного тока при измерении сопротивления электролитов необходимо потому, что под действием постоянного тока происходит поляризация электродов продуктами электролиза и измеренное сопротивление не соответствует истинному значению сопротивления объемного слоя электролита. Кроме помех в измерении, связанных с поляризацией электродов, существенно и то, что при прохождении постоянного тока постепенно изменяется состав электролита вследствие электролиза.

Работа с мостом, питаемым переменным током, осложняется тем, что в этом случае надо, вообще говоря, учитывать не только активные сопротивления элементов схемы, но и их индуктивные и емкостные сопротивления. Сам сосуд с электролитом и с введенными в него электродами представляет собой конденсатор. Когда мост уравновешен, то определенное из измерений значение сопротивления сосуда с электролитом не дает, строго говоря, величины активного сопротивления электролита и расчет электропроводности или удельного сопротивления осложняется. Возможное наличие в схеме некомпенсированной разности фаз между напряжениями в разных ветвях схемы приводит к резкому минимуму тока в цепи гальванометра. Компенсация емкостных эффектов возможна путем включения емкости параллельно другой ветви мостика.

**Описание прибора.** Универсальный мост Уитстона отличается от простого моста, питаемого постоянным током, тем, что он позволяет производить измерения при помощи как постоянного тока, так и переменного. При измерении на переменном токе в цепь источника электродвижущей силы включается небольшой индуктор, так называемый зуммер с механическим прерывателем, который производит периодические замыкания и размыкания цепи обмотки индуктора. При использовании переменного тока в цепь гальванометра вводятся купроксные выпрямители, так как без них гальванометр магнито-электрической системы при переменном токе показаний давать не сможет.

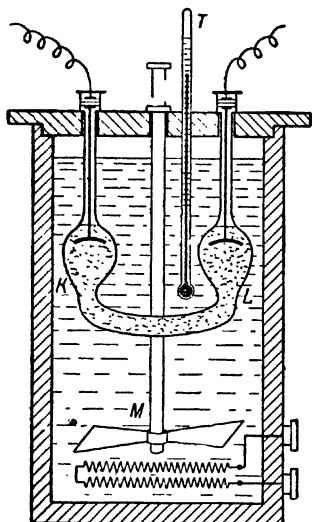


Рис. 119.

Для ознакомления студентов с работой варианта моста Уитстона, работающего как на переменном, так и на постоянном токе, используется подробное заводское описание этого прибора, которое выдается каждому выполняющему работу студенту.

Сосуд для испытуемого электролита представляет собой U-образную стеклянную трубку, в которую вводятся неокисляющиеся металлические электроды (рис. 119).

Термостат с водой для помещения в него сосуда с электролитом нагревается электрическим нагревателем и охлаждается змеевиком с проточной водопроводной водой. В термостате имеется мешалка, приводимая во вращение электромотором, и термометр для измерения температуры воды в термостате.

**Измерения и их обработка.** Измеряют несколько раз сопротивление электролита при комнатной температуре, после чего повышают по этапам приблизительно на  $20^\circ$  каждый раз температуру термостата. При каждом значении установившейся в течение 10 минут постоянной температуры производят трехкратные измерения сопротивления электролита. Таким образом достигают температуры около  $100^\circ \text{C}$ . Затем по этапам охлаждают термостат и вновь производят измерение сопротивления электролита.

Результаты измерений сопротивления  $R$  электролита в зависимости от температуры представляют в виде графика, строя  $R$  как функцию температуры  $t$ . Величину  $\alpha$  находят из выражения

$$\alpha = \frac{\Delta R}{R_{\text{комн}} \Delta t}$$

(см. примечание на стр. 290).

Удельная электропроводность электролита может быть найдена, если известны размеры столба исследуемой жидкости; эти размеры указываются непосредственно на приборе.

**Технические данные установки.** В работе используется термостат марки МС-15 и реохордный мост типа РМ.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. С. Г. К а л а ш н и к о в, Электричество, Гостехиздат, 1956.
2. Курс физики под редакцией Н. Д. П а п а л е к с и, т. II, Гостехиздат, 1948.
3. А. А. Э й х е н в а л ь д, Электричество, ч. 1, Гостехиздат, 1933.

### З А Д А Ч А 58

#### ИЗМЕРЕНИЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ ГАЛЬВАНОМЕТРА И ВНУТРЕННЕГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ГАЛЬВАНИЧЕСКОГО ЭЛЕМЕНТА

Для измерения сопротивления гальванометра и внутреннего сопротивления гальванического элемента пользуются методом мостика на постоянном токе (см. задачу 55) с некоторыми изменениями в расположении его отдельных частей.

#### Упражнение 1

##### Измерение сопротивления гальванометра

**Описание прибора.** Расположение отдельных приборов дано на рис. 120: ток от элемента  $E$  проходит через реостат  $LM$  с подвижным контактом  $m$ ; к точкам  $L$  и  $m$  присоединены концы одной диагонали  $ALmB$  мостика, а в другой диагонали  $CD$  находится пружинный ключ  $K_1$ . Гальванометр, сопротивление которого  $X$  измеряется, включен в одну из ветвей мостика; сопротивления  $R$ ,  $r_1$  и  $r_2$  служат тремя остальными ветвями мостика. Меняя положение контакта  $m$  на реостате  $LM$ , мы тем самым изменяем разность потенциалов ( $v_1 - v_2$ ) от нуля, когда контакт  $m$  совпадает с  $L$ , до некоторого максимума, когда контакт  $m$  совпадает с  $M$ ; вследствие этого изменяется величина силы тока, поступающего в схему, а следовательно, и величина силы тока, протекающего через гальванометр. Регулировка тока необходима, так как при работе схемы, в отличие от обычного мостика, гальванометр находится под током. Сила этого тока не должна превышать допустимой величины для данного гальванометра.

Этот способ включения источника тока, питающего схему, параллельно реостату применен для деления напряжения батареи  $E$ . В измерительных схемах со слабыми токами этот прием

распространен как удобный метод регулировки подаваемых в схему напряжений. Его применение можно проследить на примере целого ряда электроизмерительных задач, описанных в этой книге.

Если потенциалы  $v_3$  и  $v_4$  равны, то сила тока в диагонали  $CD$  равна нулю, а потому замыкание и размыкание ключа  $K_1$  не будут вызывать изменения силы тока в ветвях мостовой схемы, в том числе и в ветви гальванометра  $X$ . Другими словами, при равенстве  $v_3$  и  $v_4$  замыкание ключа  $K_1$  не будет вызывать изменения в показаниях

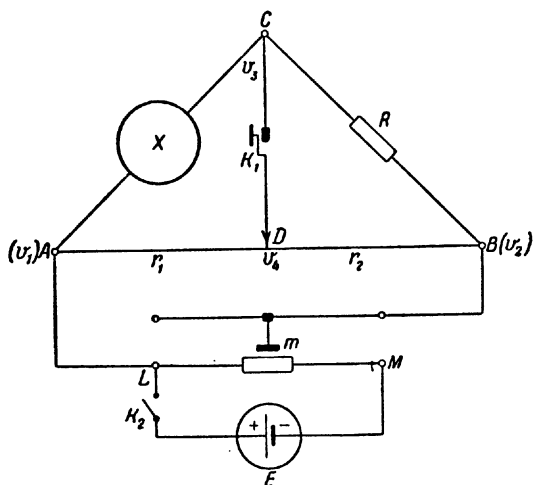


Рис. 120.

гальванометра. При равенстве же потенциалов  $v_3$  и  $v_4$  для мостика на постоянном токе имеет силу формула (см. задачу 55)

$$X = R \frac{r_1}{r_2}, \quad (1)$$

из которой непосредственно определяется измеряемое сопротивление  $X$  гальванометра, если  $R$  и отношение  $r_1/r_2$  известны.

Таким образом, мостовая схема может быть использована для измерений сопротивления не только в том случае, когда гальванометр включен в диагональ мостовой схемы, но и тогда, когда он включен в одно из плеч этой схемы. В этом случае надо при измерениях добиваться постоянства показаний гальванометра при замыкании ключа в диагонали схемы. Такой прием существует именно для измерения сопротивления гальванометра, так как он не требует включения второго прибора в диагональ схемы для использования схемы в обычном порядке; измерения возможны только с одним изучаемым гальванометром.

**Измерения.** Соединяют приборы по схеме рис. 120 и включают в магазине  $R$  приблизительно половину его максимального сопро-

тивления. Движок  $m$  делителя напряжения ставят близко к точке  $L$ , а движок  $D$  — на середину реохорда.

Замыкают ключ  $K_2$  и передвигают контакт  $m$  до тех пор, пока стрелка гальванометра не отклонится приблизительно на половину шкалы.

Замыкая ключ  $K_1$ , замечают, в каком направлении изменяется отклонение гальванометра, и в зависимости от этого направления увеличивают или уменьшают включенное в магазин сопротивление  $R$ . Постепенно подыскивают такое сопротивление  $R$ , чтобы при замыкании ключа  $K_1$  величина отклонения гальванометра совершенно не менялась.

Если сопротивления в магазине  $R$  могут изменяться лишь слишком крупными скачками для этой цели, то окончательную установку на постоянство отклонений гальванометра производят, передвигая в ту или другую сторону подвижный контакт  $D$ .

В последнем случае имеем

$$\frac{X}{R} = \frac{l_1}{l_2},$$

где  $l_1$  и  $l_2$  — длины плеч реохорда. Если изучаемый гальванометр имеет вращающуюся рамку с двумя обмотками, то необходимо определить сопротивление  $X'$  и  $X''$  каждой катушки.

### Упражнение 2

#### Измерение внутреннего сопротивления элемента

**Описание прибора.** Измерительная схема для измерения внутреннего сопротивления гальванического элемента (рис. 121) представляет собой мостовую схему на постоянном токе (см. задачу 55), но распределение токов в ветвях схемы и принцип использования этой схемы отличаются от обычного использования схемы моста на постоянном токе.

В процессе измерений необходимо добиться того, чтобы замыкание ключа  $K$  в диагонали мостовой схемы не вызывало изменений силы тока в гальванометре  $G$ . Если это достигнуто, то вступает в силу известная пропорция, связывающая четыре сопротивления в ветвях мостовой схемы, в одну из которых теперь включен гальванический элемент с неизвестным внутренним сопротивлением. Ниже

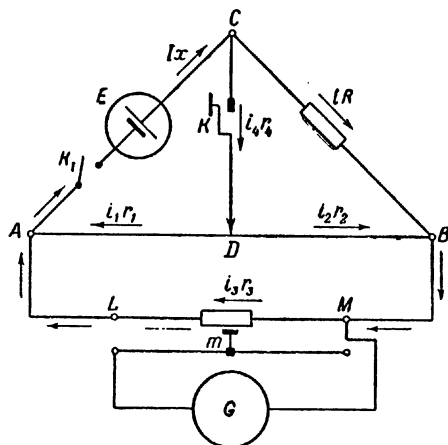


Рис. 121.

приводится подробный расчет работы схемы. Изображенный на схеме (рис. 121) реостат  $r_3$  играет роль переменного шунта гальванометра.

Рассмотрим схему на рис. 121. Мы видим, что гальванометр  $G$  включен в ответвление  $mM$  диагонали  $AmMB$ ; в диагонали  $CD$  стоит ключ  $K$  и в ветви  $AC$  — гальванический элемент  $E$ , сопротивление  $x$  которого измеряется. Буквами  $x, R, r_1, \dots, r_4$  обозначены сопротивления, а буквами  $I, i, i_1, \dots, i_4$  — токи при замкнутых ключах  $K$  и  $K_1$ . Стрелки обозначают направления токов.

Первый закон Кирхгофа при замкнутых ключах  $K$  и  $K_1$  для точек  $C, A, B$  дает

$$I = i + i_4, \quad I = i_1 + i_3, \quad i_3 = i + i_2.$$

Второй закон Кирхгофа при тех же условиях для контуров  $ACBMLA$  и  $ADBMLA$  дает

$$E = Ix + iR + i_3r_3, \quad 0 = i_2r_2 + i_3r_3 - i_1r_1.$$

Из этих выражений

$$\begin{aligned} I(x + R) + i_3r_3 - i_4R &= E, \\ I(r_1 + r_2) - i_3(r_1 + r_2 + r_3) - i_4r_2 &= 0. \end{aligned}$$

Предположим, что размыкание ключа  $K$  не изменяет тока  $i_3$ , а следовательно, и тока, текущего через гальванометр. Разомкнем ключ  $K$ , тогда должно быть  $i_3 = \text{const}$ ,  $i_4 = 0$  и  $E = \text{const}$ , но  $I$ , вообще говоря, примет значение  $I'$ ; получим

$$\begin{aligned} I(x + R) + i_3r_3 - i_4R &= I'(x + R) + i_3r_3, \\ I(r_1 + r_2) - i_3(r_1 + r_2 + r_3) - i_4r_2 &= I'(r_1 + r_2) - i_3(r_1 + r_2 + r_3), \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} (I - I')(x + R) &= i_4R, \\ (I - I')(r_1 + r_2) &= i_4r_2. \end{aligned}$$

Отсюда

$$\frac{x + R}{r_1 + r_2} = \frac{R}{r_2}$$

или

$$\frac{x}{R} = \frac{r_1}{r_2}. \quad (2)$$

Итак, если размыкание и замыкание ключа  $K$  в одной диагонали  $CD$  не влияет на ток  $i_3$  в другой, то существует соотношение (2).

Если сопротивление  $R$  заведомо велико, то почти весь ток  $i_3$  обуславливается током, идущим по пути  $CDB$ , ибо потенциал точки  $D$  выше потенциала точки  $B$ , а сопротивление  $CDB$  меньше сопротивления  $CB$  (сопротивление проводов не принимают в расчет). В этом случае размыкание ключа  $K$ , очевидно, вызовет уменьшение величины отклонения гальванометра  $G$ . Если,

наоборот, сопротивление  $R$  равно нулю, то потенциалы точек  $D$  и  $B$  можно принять почти равными, и так как сопротивление пути  $CDA$  значительно меньше сопротивления пути  $CBMLA$  (сопротивление реостата  $LM$  для предохранения гальванометра берется около 200—300 ом), то размыкание ключа  $K$  в этом случае вызовет очевидное увеличение тока, идущего через гальванометр. Беря различные значения  $R$  то больше, то меньше и постепенно делая между ними разницу все меньше и меньше, мы, наконец, подыщем такое  $R$ , при котором размыкание ключа  $K$  не вызывает изменения величины отклонения гальванометра. В этом случае мы вправе применить формулу (2).

Очевидно, что этот метод измерения внутреннего сопротивления элемента применим только в том случае, если оно немало по сравнению с сопротивлением подводящих проводов в плечах моста. Поэтому этим методом нельзя измерять внутреннее сопротивление аккумуляторов, которое в нормальных условиях достигает значения лишь в несколько сотых долей ома.

**Измерения.** Соединяют при разомкнутых ключах  $K$  и  $K_1$  все приборы по схеме.

Передвижной контакт  $m$  на реостате  $LM$  передвигают к точке  $M$ , чтобы при случайном замыкании ключей не испортить гальванометра. В мостике  $AB$  подвижной контакт  $D$  ставят на среднее деление.

Замыкают ключи  $K$  и  $K_1$  и, отодвигая контакт  $m$  от точки  $M$ , добиваются того, чтобы стрелка гальванометра отклонилась приблизительно на половину шкалы.

Включая в магазин сопротивление  $R$ , заведомо большее сопротивления элемента, и размыкая ключ  $K$  при замкнутом  $K_1$ , замечают, в каком направлении и на сколько изменяется величина отклонения гальванометра.

Снова замыкают ключ  $K$ . Контакт  $m$  в реостате  $LM$  передвигают к  $M$ . Сопротивление  $R$  делают равным нулю. Передвижением контакта  $m$  добиваются приблизительно прежнего отклонения гальванометра. Вторично размыкают ключ  $K$  и наблюдают, в каком теперь направлении и на сколько изменяется величина отклонения гальванометра.

Постепенно сближая пределы, т. е. беря сопротивления, промежуточные между 0 и наибольшим  $R$ , добиваются того, чтобы при замыкании и размыкании ключа величина отклонения гальванометра не изменялась. Если с помощью магазина сопротивлений  $R$  этого добиться не удастся, то для более точной регулировки прибегают к помощи ползушки  $D$ , небольшим перемещением которой добиваются в конце концов постоянства величины отклонения гальванометра.

Так как сопротивления  $r_1$  и  $r_2$  пропорциональны длинам плеч моста  $l_1$  и  $l_2$ , то сопротивление  $x$  вычисляется по формуле

$$x = R \frac{l_1}{l_2}$$

(см. литературу к задаче 55).

**Технические данные установки.** Упражнения задачи могут быть поставлены со стрелочным гальванометром с чувствительностью порядка  $10^{-6}$  а на одно деление шкалы и сопротивлением порядка нескольких десятков ом; используются реостаты сопротивлением 300 ом, магазины сопротивлений типа Р-14, аккумулятор, разборные элементы типа Лекланше или Грене для измерений внутреннего сопротивления источника э. д. с.

### СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Е. А. Сви́рский, Общий курс электрических и магнитных измерений, Оборонгиз, 1939.

2. Курс электрических измерений, под редакцией В. Т. Прыткова и А. В. Талицкого, Госэннергоиздат, 1960.

### ЗАДАЧА 59

### ИЗМЕРЕНИЯ МАЛЫХ СОПРОТИВЛЕНИЙ ПРИ ПОМОЩИ ДВОЙНОГО МОСТА

**Описание прибора.** Если при помощи моста на постоянном токе измерять небольшие сопротивления, которые приближаются по величине к сопротивлениям подводящих проводников и контактов, то результат измерений, вычисленный по общей формуле моста (формула (1) задачи 55), оказывается ошибочным, и ошибка будет тем

больше, чем меньше измеряемое сопротивление по сравнению с сопротивлением подводящих проводов.

Для измерения малых сопротивлений большое распространение получил способ их измерения путем использования схемы, изображенной на рис. 122. Буквой  $X$  на схеме обозначено измеряемое малое сопротивление. Отличие ее от обычной схемы

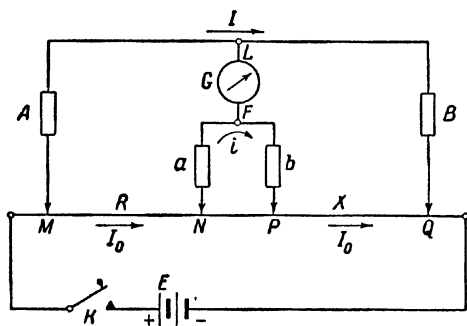


Рис. 122.

моста заключается в том, что один конец моста с гальванометром  $G$  присоединен к добавочной цепи  $NabP$ , в которой вставлены два значительных в сравнении с  $R$  и  $X$  сопротивления  $a$  и  $b$ . Сопротивления  $A$  и  $B$  также велики по сравнению с  $R$  и  $X$ . В такой схеме влияние сопротивления соединительных проводников и зажимов практически исключается.

Действительно, благодаря наличию значительных сопротивлений в проводниках  $MAaN$  и  $PbBQ$  сила тока, ответвляемого в эти две цепи, мала по сравнению с силой тока в  $R$  и  $X$ . Поэтому падение на-



пряжения на соединительных проводниках на всех участках мостика, т. е. на участках  $ML$ ,  $LQ$ ,  $NF$  и  $FP$ , малó по сравнению с падением напряжения как на сопротивлениях  $A$ ,  $B$ ,  $a$ ,  $b$ , так и на  $R$  и  $X$ ; следовательно, сопротивления соединительных проводников должны быть малы лишь в сравнении с  $a$ ,  $b$  и  $A$ ,  $B$ , но не  $X$  и  $R$ .

Сопротивление  $R$  представляет собой хорошо калиброванную проволоку, натянутую вдоль миллиметровой шкалы; длину используемого ее отрезка между точками  $M$  и  $N$  можно изменять с помощью подвижных контактов; сопротивление всей проволоки должно быть заранее точно известно. Неизвестные измеряемые сопротивления  $X$  представляют собой металлические стержни, которые вставляются в особые неподвижные зажимы, провода же от сопротивлений  $b$  и  $B$  подводятся к сопротивлению  $X$  при посредстве двух подвижных зажимов («ножей»).

Изменением сопротивлений  $A$ ,  $B$ ,  $a$ ,  $b$  и  $R$  можно добиться того, что ток в цепи гальванометра будет равен нулю, при этом токи в ветвях  $A$  и  $B$ ,  $a$  и  $b$ ,  $R$  и  $X$  будут, очевидно, попарно равны; обозначим их  $I$ ,  $i$ ,  $I_0$ .

По закону Кирхгофа имеем

$$RI_0 + ai = AI$$

и

$$XI_0 + bi = BI.$$

Отсюда

$$\frac{R}{X} = \frac{A}{B} \frac{I - \frac{a}{A}i}{I - \frac{b}{B}i}. \quad (1)$$

Если подобрать сопротивления  $a$ ,  $A$ ,  $b$  и  $B$  так, чтобы

$$\frac{a}{A} = \frac{b}{B},$$

то уравнение (1) значительно упростится, и мы будем иметь

$$\frac{R}{X} = \frac{A}{B} \quad \text{или} \quad X = \frac{B}{A} R.$$

**Измерения.** Соединяют приборы согласно схеме и, поместив неизвестное измеряемое сопротивление  $X$  в зажимы между  $P$  и  $Q$ , вводят одинаковые сопротивления в ветвях  $A$  и  $a$ , а также в ветвях  $B$  и  $b$ . Одновременно изменяя  $A$  и  $a$ , можно при измерениях установить следующие отношения:

$$\frac{B}{A} = \frac{b}{a} = \frac{10}{10} \quad \text{или} \quad = \frac{10}{100}, \quad \text{или} \quad = \frac{10}{1000}.$$

Для каждого из этих отношений подыскивают такие положения подвижных контактов на  $R$ , чтобы стрелка гальванометра

совершенно не отклонялась. Всякий раз записывают длину отрезка калиброванной проволоки, заключенную между контактами.

При измерениях, так же как при работе с обычным мостиком, цепь тока следует замыкать лишь на короткие промежутки времени.

**Вычисления.** Если сопротивление 1 см калиброванной проволоки обозначить через  $\omega$ , а длину ее, заключенную между подвижными контактами, — через  $l$ , то окончательные вычисления нужно проводить по формуле

$$X = \frac{B}{A} R = \frac{B}{A} l \omega.$$

**Определение удельного сопротивления.** При помощи масштаба измеряют длину исследуемого стержня, а при помощи штангенциркуля в нескольких местах измеряют его диаметр. Для величины диаметра берут среднее из всех отдельных измерений.

Удельное сопротивление  $\rho$  вычисляют по формуле

$$X = \rho \frac{L}{\pi r^2},$$

где  $X$  — измеренное выше сопротивление проволоки,  $L$  — ее длина, а  $r$  — радиус.

**Технические данные установки.** В задаче используется двойной мост заводского изготовления, стрелочный гальванометр чувствительностью  $10^{-6}$  а на одно деление шкалы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. С. Г. К а л а ш н и к о в, Электричество, Гостехиздат, 1956.
2. Курс физики под редакцией Н. Д. П а п а л е к с и, т. II, Гостехиздат, 1948.

#### СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

3. Е. А. С в и р с к и й, Общий курс электрических и магнитных измерений, Оборонгиз, 1939.
4. Курс электрических измерений, под редакцией В. Т. Прыткова и А. В. Талицкого, Госэнергоиздат, 1960.

#### ЗАДАЧА 60

### ИЗУЧЕНИЕ ПРИНЦИПА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ КОМПЕНСАЦИОННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Цель настоящей задачи заключается в изучении *компенсационных методов* измерения электродвижущих сил, токов и сопротивлений и в применении этих методов к некоторым конкретным случаям.

Метод компенсации является в настоящее время одним из основных приемов точных лабораторных электрических измерений.

## Упражнение 1

## Измерение электродвижущей силы методом компенсации

Сущность метода можно понять, анализируя работу принципиальной схемы измерений, изображенной на рис. 123. В этой схеме два элемента с электродвижущими силами  $E$  и  $e$  и внутренними сопротивлениями  $\rho$  и  $\rho_1$  присоединены к некоторому сопротивлению  $R = R_1 + R_2$ , где  $R_1$  и  $R_2$  соответственно сопротивления участков цепи  $AB$  и  $BC$ . Обратим внимание на то, что источники электродвижущих сил в схеме соединены друг с другом одноименными полюсами. Обозначим через  $r$  сопротивление подводящих проводов от элемента  $E$  и через  $r_1$  сопротивление подводящих проводов от элемента  $e$ . Буквами  $I$ ,  $i$  и  $i_1$ , с соответствующими индексами, как это показано на схеме рис. 123, обозначим токи, идущие в отдельных участках схемы.

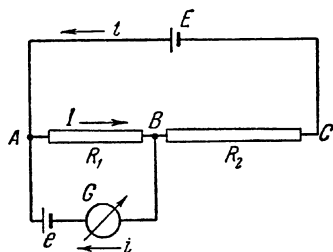


Рис. 123.

Рассмотрим условия, при которых сила тока  $i_1$  в цепи элемента  $e$  и гальванометра  $G$  будет равна нулю. Для этого напишем уравнения первого и второго законов Кирхгофа. Для разветвления токов в точке  $A$  имеем

$$I = i + i_1.$$

Для контуров  $EABCE$  и  $eABe$  можем написать

$$IR_1 + i(R_2 + \rho + r) = E,$$

$$IR_1 + i_1(\rho_1 + r_1) = e.$$

Решая совместно написанные уравнения при условии, что сила тока в цепи элемента  $e$  равна нулю ( $i_1 = 0$ ), находим, что это будет иметь место, когда

$$e = IR_1 = \frac{ER_1}{\rho + r + R_1 + R_2} = \frac{ER_1}{\rho + r + R}. \quad (1)$$

Полученное условие означает, что сила тока в цепи элемента  $e$  равна нулю в том случае, когда падение напряжения на участке цепи  $AB$ , параллельно которому присоединен элемент  $e$ , равно электродвижущей силе этого элемента. В таких случаях также принято говорить о взаимной компенсации падения напряжения на участке цепи  $AeB$  и включенной в этот участок электродвижущей силы  $e$ . От этого термина *компенсация* получил свое название в дальнейшем и весь метод измерений, называемый *компенсационным*. Сущность его будет разъясняться ниже.

Если вместо элемента  $e$  ввести в схему другой элемент  $e_1$  и вновь добиться отсутствия тока в цепи гальванометра и этого элемента (сохраняя неизменным значение общего сопротивления контура  $EABCE$ ), то тогда сопротивление участка цепи  $AB'$  будет равно некоторому значению  $R_1$ . Теперь будет иметь силу равенство

$$e_1 = \frac{ER'_1}{\rho + r + R}. \quad (2)$$

Из соотношений (1) и (2) легко находим

$$\frac{e_1}{e} = \frac{R'_1}{R_1}.$$

Если электродвижущая сила элемента  $e$  известна, например, если это нормальный элемент (см. [2]), имеющий электродвижущую силу  $e_N$ , то, зная  $R_1$  и  $R'_1$ , мы можем из последнего равенства определить электродвижущую силу элемента  $e$ . Таким образом, сравнение электродвижущих сил двух элементов может быть практически сведено к сравнению двух сопротивлений, использованных при компенсационных измерениях.

Метод компенсации для измерений электродвижущих сил обладает рядом существенных достоинств. Во-первых, сила тока через элементы, электродвижущие силы которых сравниваются между собой, близка к нулю. Поэтому падения напряжения внутри элемента, снижающего значение измеренной на полюсах элемента разности потенциалов, практически нет. В этом методе ток через элемент при использовании чувствительного зеркального гальванометра может быть уменьшен до значения  $10^{-9}$ — $10^{-10}$  а. Соответственно не играет также роли и падение напряжения в проводах, соединяющих элемент с измерительной схемой. Во-вторых, при компенсационном методе измерений гальванометр работает как нулевой прибор и градуировка его шкалы в результат измерений не входит. Сопротивления, входящие в окончательное выражение, могут быть в настоящее время измерены с точностью до сотых долей процента. Наконец, величина электродвижущей силы вспомогательной батареи  $E$  также не входит в окончательный результат. Необходимо лишь, чтобы значение ее электродвижущей силы во время измерений было постоянным, кроме того, электродвижущая сила должна превышать электродвижущие силы сравниваемых элементов. Таковую роль может с успехом выполнять батарея аккумуляторов.

Практически описанный метод в простейшем варианте реализуется так, как это показано на рис. 124. В изображенной схеме  $E$  — батарея аккумуляторов,  $R_1$  и  $R_2$  — два штепсельных магазина сопротивлений по 11111 ом каждый,  $R$  — курбельный магазин сопротивлений на 9999,9 ом,  $e_N$  — нормальный элемент Вестона с известной электродвижущей силой (она указана в паспорте элемента, находящемся при установке),  $G$  — гальванометр, служащий инди-

каторм отсутствия тока через элемент  $e$  в момент компенсации его э. д. с.,  $K_1$  — двойной ключ, замыкающий сначала цепь вспомогательной батареи  $E$ , а затем цепь гальванометра и исследуемого (или нормального) элемента  $^1$ ),  $r$  — постоянное вспомогательное сопротивление, служащее для уменьшения тока в цепи гальванометра при предварительной, грубой компенсации,  $K_2$  — однополюсный ключ, служащий для замыкания накоротко этого сопротивления при точной компенсации,  $P$  — двухполюсный перекидной рубильник, позволяющий включать в схему поочередно нормальный или исследуемый элемент.

Если путем изменения сопротивлений  $R_1$  и  $R_2$ , включенных в схему, достигнута компенсация, т. е. сила тока через исследуемый элемент и через гальванометр равна нулю, то согласно изложенному выше имеет место равенство  $e = IR_1$ . Следовательно, для определения электродвижущей силы исследуемого элемента нужно знать величину рабочего тока  $I$ , идущего через сопротивление  $R_1$ , и величину самого сопротивления  $R_1$ , при котором наступает компенсация. Если установить ток равным  $0,001$  а, то значение искомой электродвижущей силы запишется выражением  $e = 0,001 R_1$  в. Для получения определенного значения рабочего тока  $0,001$  а служит нормальный элемент  $e_N$  и переменное сопротивление  $R$ . Указанный способ осуществления компенсационного метода может показаться отличным от описанного выше принципа подобных измерений. Однако, как будет видно дальше, практически он сводится к тому же самому.

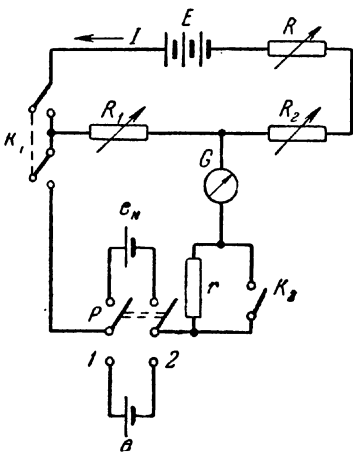


Рис. 124.

**Подготовка к измерениям и измерения.** Установление рабочего тока силой в  $0,001$  а производится в два этапа. Сначала, зная по паспорту электродвижущую силу нормального элемента, устанавливают по расчету такое сопротивление  $R_1$  (в магазине, включенном параллельно нормальному элементу), чтобы  $\frac{e_N}{R_1}$  было равно  $0,001$  а.

Полное сопротивление каждого магазина Р-14 составляет  $11111$  ом. Сопротивления по 4, 3 и 2 тысячи ом в обоих магазинах вообще в задаче не используются, и штырьки в их гнездах остаются все время вставленными. Перед началом работы необходимо только

<sup>1</sup>) Пунктирная линия вблизи ключа  $K_1$  означает, что обе его части механически соединены друг с другом для срабатывания в указанной последовательности.

проверить, насколько плотно они вставлены. Это указание относится также и ко всем другим штырькам неработающих сопротивлений. Следовательно, в каждом магазине привлекаются к работе сопротивления только из числа 2111 ом, имеющиеся в каждом магазине сверх 9000 ом. Но и эти сопротивления используются не полностью (см. ниже).

Итак, после того, как установлено нужное значение сопротивления  $R_1$ , включают во втором магазине сопротивления все те катушки, которые остались невключенными в первом магазине. Таким образом, сумма сопротивлений  $R_1$  и  $R_2$ , включенных в обоих магазинах, составляет вместе 2111 ом. Эта сумма сопротивлений  $R_1 + R_2$  должна оставаться в дальнейшем все время постоянной.

После этого переходят к фактическому установлению в схеме нужного рабочего тока от аккумуляторной батареи. Это делается с помощью курбельного магазина  $R$  (рис. 124). (Мы не останавливаемся здесь на описании способа работы с этим магазином, так как он вполне очевиден: нужные сопротивления включаются посредством вращений ручек курбелей, устанавливаемых против соответствующих стрелок.)

Для установления рабочего тока, учитывая 2111 ом, включенных в двух штепсельных магазинах, и ориентировочное значение электродвижущей силы батареи (из расчета 1,3 в на одну банку щелочного аккумулятора), устанавливают в курбельном магазине такое сопротивление  $R$ , чтобы приблизительно имело место равенство

$$\frac{E}{R + 2111} = 0,001a.$$

После этого, установив перекидной рубильник в такое положение, чтобы к схеме был присоединен нормальный элемент, размыкают ключ  $K_2$  и замыкают на короткое время двойной ключ  $K_1$ , наблюдая за показаниями гальванометра. Стрелка гальванометра даст какое-то отклонение. Тогда, изменяя сопротивление, включенное в курбельном магазине, и нажимая на короткое время на двойной ключ, добиваются отсутствия тока через гальванометр. Когда отклонения стрелки гальванометра перестанут быть заметными, то замыкают на короткое время ключом  $K_2$  предохранительное сопротивление гальванометра и вновь добиваются отсутствия тока через него в условиях возросшей чувствительности измерительной схемы.

Когда поставленное требование отсутствия тока в цепи гальванометра и нормального элемента выполнено, то это значит, что в цепи штепсельных магазинов действительно установлен рабочий ток силой в 0,001 а.

После этого размыкают ключ  $K_2$  и с помощью перекидного рубильника  $P$  присоединяют к схеме элемент с неизвестным значением электродвижущей силы.

Теперь при нажатии на двойной ключ  $K_1$  можно будет опять наблюдать отклонения стрелки гальванометра, так как электродвижущая сила включенного исследуемого элемента не будет скомпенсирована. Изменяя значения сопротивлений  $R_1$  и  $R_2$  в обоих штепсельных магазинах, но так чтобы их сумма оставалась всегда постоянной и равной 2111 ом, снова добиваются компенсации, т. е. отсутствия тока в цепи гальванометра <sup>1)</sup>. Это делают сначала при разомкнутом ключе  $K_2$ , а затем окончательно при замкнутом ключе  $K_2$ . Разумеется, что при всех этих операциях значение сопротивления  $R$ , включенного в курбельном магазине, остается все время постоянным.

Когда компенсация будет достигнута, значение электродвижущей силы исследуемого элемента может быть найдено из условия

$$e = 0,001 R_1,$$

где  $R_1$  — включенное в цепь сопротивление магазина, параллельного исследуемому элементу. В самом деле, в процессе компенсации сумма значений всех сопротивлений  $R_1 + R_2 + R$  в цепи вспомогательной батареи оставалась неизменной, следовательно, рабочий ток сохранил свое значение, установленное с помощью нормального элемента.

Измерения электродвижущей силы исследуемого элемента производят два раза, меняя между собой ролями штепсельные магазины, при неизменной общей измерительной схеме. Закончив измерения, находят погрешность конечного результата.

Надо отметить, что в настоящей задаче демонстрируется общий принцип компенсационных измерений и только поэтому используются три отдельных магазина сопротивлений. Практически в лабораторных работах применяются комбинированные магазины сопротивлений, смонтированные вместе со всеми ключами, а нередко и с гальванометром. Такие установки носят название потенциометров. В потенциометрах обычно имеется отдельный магазин, соответствующий нашему курбельному магазину  $R$ , для установления рабочего тока. В качестве двух штепсельных магазинов используются также курбельные магазины. Вращающиеся ручки этих магазинов так соединены между собой, что условие постоянства суммы  $R_1 + R_2$  (при изменениях  $R_1$ ) автоматически выполняется: всякое сопротивление, введенное в одном магазине, одновременно автоматически выключается в другом магазине.

<sup>1)</sup> Для соблюдения обязательного условия сохранения постоянства суммы двух сопротивлений  $R_1$  и  $R_2$  надо придерживаться следующего правила работы: каждый штырек, вынимаемый при компенсации измеряемого напряжения из рабочего гнезда одного магазина, немедленно вставляется в гнездо, отмеченное той же цифрой второго магазина. Это гнездо во втором магазине будет обязательно свободным в силу принятого первоначального способа включения сопротивлений в обоих магазинах. Таким образом будет автоматически сохраняться требуемое постоянство суммы  $R_1 + R_2$ .

Компенсационный метод измерения электродвижущих сил используется, в частности, для измерения электродвижущих сил термоэлементов, применяемых для измерения температуры. Метод компенсации позволяет достигать точности до 0,03% от измеряемой величины.

### Упражнение 2

#### Измерение силы тока компенсационным методом

Принцип осуществляемых в настоящем упражнении измерений легко понять на основании всего изложенного выше и рис. 125. Пусть надо измерить силу тока в контуре батареи  $E_1$ . В таком случае в этот контур, кроме необходимых в нем для работы приборов (в нашем случае это батарея аккумуляторов  $E_1$ , переменное сопротивление  $R$ , балластное сопротивление  $R_X$ , градуируемый миллиамперметр  $mA$ ), включено еще специально для измерительных целей *эталонное* (или, иначе, *нормальное*) сопротивление  $R_N$ <sup>1)</sup>.

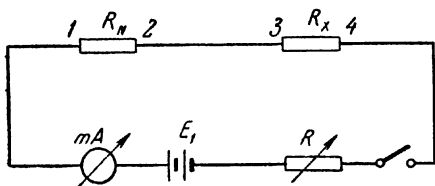


Рис. 125.

Величина этого сопротивления заранее надежно измерена. Если мы будем знать величину падения напряжения  $V_N$  на нормальном сопротивлении, то из соотношения  $V_N = IR_N$  можно найти искомую величину силы тока в контуре батареи  $E_1$ . Следовательно, задача сводится к из-

мерению величины  $V_N$ . Но способ измерения  $V_N$  нам уже известен из предшествующего упражнения. Именно, присоединяя к клеммам 1 и 2 (рис. 124) перекидного рубильника вместо исследуемого элемента провода от клемм 1 и 2 эталонного сопротивления (рис. 125), мы можем измерить величину  $V_N$  так же, как измеряли раньше электродвижущую силу.

Надо только, разумеется, правильно задать полярность аккумуляторной батареи в том новом контуре, в котором измеряется сила тока. В противном случае компенсация падения напряжения на эталонном сопротивлении окажется невозможной. Компенсацию необходимо сначала вести при разомкнутом ключе  $K_2$  в схеме рис. 124, а затем при замкнутом ключе.

В данном упражнении компенсационные измерения силы тока используются для градуировки некоторого миллиамперметра. Поэтому в той цепи, в которой измеряется сила тока, кроме постоянного балластного сопротивления  $R_X$  имеется еще переменное сопротивление  $R$  и миллиамперметр. Переменное сопротивление позволяет устанавливать последовательно по этапам различные значения силы

<sup>1)</sup> О роли миллиамперметра сказано ниже.



тока, текущего через миллиамперметр, постепенно проходя всю его шкалу. Каждое установленное значение силы тока измеряется компенсационным методом.

По результатам работы следует построить калибровочный график миллиамперметра, выражающий зависимость показаний этого прибора от силы протекающего через него тока. На основании этого графика надо найти среднее значение цены деления шкалы прибора, выраженное в миллиамперах.

### Упражнение 3

#### Измерение сопротивления компенсационным методом

Компенсационный метод измерения сопротивлений является дальнейшим развитием описанного выше метода измерения силы тока.

Пусть мы хотим найти значение балластного сопротивления  $R_X$  в нашей схеме рис. 125. Так как это сопротивление включено последовательно с  $R_N$ , то через оба сопротивления идет ток одной и той же силы. Исходя из этого, легко написать, что  $V_N = IR_N$  и  $V_X = IR_X$ , где  $V_N$  и  $V_X$  соответственно значения падений напряжения на эталонном и балластном сопротивлениях. Следовательно, если мы измерим тем же компенсационным методом величины  $V_N$  и  $V_X$ , то, зная  $R_N$ , мы можем найти  $R_X = R_N \frac{V_X}{V_N}$ .

Для этого надо к клеммам перекидного рубильника 1 и 2 (рис. 124) присоединить поочередно провода от клемм балластного и эталонного сопротивлений (рис. 125) и обычным путем измерить с помощью компенсационной схемы величины  $V_X$  и  $V_N$ . Измерения надо сделать при нескольких значениях силы тока в цепи, варьируя в ней сопротивление  $R$  так же, как это делалось при градуировке миллиамперметра. Измерения надо начинать всегда при разомкнутом и заканчивать при замкнутом ключе  $K_2$  (рис. 124). В конце работы надо оценить точность сделанных измерений сопротивления.

В заключение необходимо отметить особые преимущества компенсационного метода измерения сопротивлений перед другими способами. При этом способе измерений на результате не сказывается сопротивление подводящих проводов. Существенно также и то, что значение силы тока, текущего через измеряемое и эталонное сопротивления, также никак не входит в конечный результат. Сила тока может иметь совершенно произвольное значение в пределах нагрузок, допустимых для сопротивлений данной конструкции. Кроме того, сила тока должна быть постоянна только в течение времени, достаточного для измерения величин  $V_N$  и  $V_X$ .

Как показывает ближайшее рассмотрение, компенсационный метод позволяет также полностью исключать влияние паразитных термоэлектродвижущих сил, легко возникающих во всех контактах

цепи. Для этого требуется лишь добавление в схему специальных инверсионных переключателей у источников электродвижущих сил, включаемых в схему. В настоящей задаче мы ими не пользовались, чтобы не затруднять понимание принципиальной стороны.

Компенсационный метод является основным точным лабораторным приемом измерения сопротивлений и используется, в частности, для обслуживания таких важных приборов для измерения температуры, как термометры сопротивления. Метод позволяет при наилучших условиях измерений доводить их точность до сотых долей процента измеряемой величины.

**Технические данные установки.** В работе помимо аккумуляторов, нормального элемента и сухой батареи (исследуемый элемент) используются гальванометр марки ЛМ с чувствительностью 0,5 *ма* на одно деление шкалы и магазины сопротивлений КМС-6 (курбелный) и Р-14 (штепсельный).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Е. А. Штрауф, Электричество и магнетизм, Гостехиздат, 1950.
2. С. Г. Калашников, Электричество, гл. 3, § 27, Гостехиздат, 1956.

#### СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

3. М. М. Попов, Термометрия и калориметрия, Изд. МГУ, 1954.
4. Курс электрических измерений, под редакцией В. Т. Прыткова и А. В. Талицкого, Госэнергоиздат, 1960.

---

#### ЗАДАЧА 61

### ИЗУЧЕНИЕ ВАКУУМНОГО ДИОДА И ОПРЕДЕЛЕНИЕ УДЕЛЬНОГО ЗАРЯДА ЭЛЕКТРОНА

**Введение.** Целью настоящей задачи является исследование вольт-амперных характеристик вакуумного диода и определение удельного заряда электрона на основании уравнения Богуславского — Лэнгмюра [1—4].

В вакуумной электронной лампе электрическое поле, действующее на каждый электрон, складывается из внешнего поля, создаваемого разностью потенциалов между электродами, и поля, создаваемого всеми остальными электронами, образующими пространственный заряд. Благодаря пространственному заряду при малых анодных напряжениях анодный ток может быть значительно меньше возможного тока эмиссии катода и постепенно увеличивается при повышении анодного напряжения.

Теоретическое рассмотрение вопроса о зависимости анодного тока от величины анодного напряжения в вакуумном диоде было проведено при следующих допущениях:

1) начальные скорости электронов, эмитируемых катодом, настолько малы, что можно считать их равными нулю. Так как энергии электронов, покидающих катод, не превышают нескольких десятых электроновольта, при анодных напряжениях в десятки вольт это допущение вполне оправдано;

2) анодный ток далек от насыщения;

3) пространственный заряд создает такое распределение потенциала между катодом и анодом, что непосредственно у поверхности катода напряженность электрического поля равна нулю.

При указанных предположениях расчет [2—4] показывает, что анодный ток  $i$  пропорционален анодному напряжению в степени три вторых:

$$i = KU^{3/2}, \quad (1)$$

где  $K$  — коэффициент, зависящий от формы и размеров электродов, заряда и массы электрона.

В случае коаксиальных цилиндрических электродов выражение (1), называемое *законом трех вторых* или уравнением Богуславского — Лэнгмюра, имеет вид

$$i = \frac{2}{9} \sqrt{\frac{2}{e}} \sqrt{\frac{e}{m}} \frac{l}{r \beta^3}, \quad (2)$$

где  $e/m$  — удельный заряд электрона,  $r$  — радиус анода,  $l$  — длина катода,  $\beta^2$  — коэффициент, зависящий от отношения радиусов анода и катода (при отношении радиусов больше 10 близок к единице [2, 3]).

Так как в настоящей задаче по вольтамперным характеристикам диода определяется удельный заряд электрона, удобно строить график зависимости анодного тока от анодного напряжения в степени три вторых. Угловой коэффициент полученной прямой в случае коаксиальных цилиндрических электродов равен

$$K = \frac{2}{9} \sqrt{\frac{2}{e}} \sqrt{\frac{e}{m}} \frac{l}{r \beta^3}. \quad (3)$$

Отсюда можно рассчитать удельный заряд электрона  $e/m$

$$\frac{e}{m} = \left( \frac{9r \beta^3}{2 \sqrt{2} l} K \right)^2. \quad (4)$$

Чтобы получить значение удельного заряда электрона в системе единиц CGSE при расчете углового коэффициента прямой  $K$ , необходимо выразить ток и напряжение в этой же системе единиц.

Из факторов, приводящих к отклонениям от закона трех вторых, наиболее существенными являются следующие [2,3]:

1. Начальные скорости электронов, эмитируемых катодом. За счет этого изменяется характер распределения потенциала между

электродами; в частности, напряженность электрического поля у поверхности катода не равняется нулю.

2. Контактная разность потенциалов между катодом и анодом, так как в уравнении (1) или (2) под напряжением  $U$  подразумевается истинная величина разности потенциалов между электродами. Влияние контактной разности потенциалов наиболее заметно при малых анодных напряжениях.

3. Неэквипотенциальность катода (в случае катодов прямого накала). В этом случае разность потенциалов между анодом и различными участками катода оказывается разной. Этот фактор также является существенным при малых анодных напряжениях.

4. Асимметрия системы электродов (например, неконцентричность катода и анода).

5. Наличие остатков газа в лампе. При достаточно высоких анодных напряжениях происходит ионизация газа. Положительные ионы нейтрализуют действие отрицательного пространственного заряда, и анодный ток возрастает значительно быстрее, чем следует из закона трех вторых.

Перечисленные выше факторы приводят к заметным отклонениям от закона трех вторых и погрешности при определении удельного заряда электрона по формуле (4). Существенно и то обстоятельство, что величина удельного заряда электрона входит в выражение закона трех вторых (2) под знаком квадратного корня. Поэтому при расчете удельного заряда электрона по формуле (4) погрешность соответственно увеличивается.

При снятии вольтамперных характеристик вакуумного диода при разных токах накала получается семейство характеристик, несколько различных даже при низких анодных напряжениях. Это связано с тем, что при изменении температуры катода контактная разность потенциалов между катодом и анодом и начальные скорости электронов изменяются.

В настоящей задаче используется лампа с подогревным оксидным катодом. Оксидный катод отличается той особенностью, что у него не наблюдается резко выраженного, как у катодов из чистых металлов, насыщения анодного тока (см. задачу 63). Это вызвано сильным влиянием внешнего электрического поля на величину тока эмиссии оксидного катода. Поэтому даже при значительных внешних полях при дальнейшем увеличении анодного напряжения анодный ток продолжает возрастать.

**Описание установки.** Схема установки для проведения измерений представлена на рис. 126. В задаче используется радиолампа типа 2Ц2С (диод). Анодное напряжение подается или через кенотронный выпрямитель или от сети постоянного тока. Величина напряжения регулируется потенциометром и измеряется вольтметром. Анодный ток лампы измеряется миллиамперметром.

Напряжение накала подается от понижающей обмотки трансформатора выпрямителя. Ток накала регулируется реостатом и измеряется амперметром.

Данные радиолампы типа 2Ц2С: длина катода  $l = 0,9$  см, радиус анода  $r = 0,95$  см, отношение радиусов анода и катода приблизительно равно 10, так что  $\beta^2 = 0,98$ , см. [2].

#### Измерения и их обработка.

1. Собрать схему для проведения измерений согласно рис. 126.

2. Изучить зависимость анодного тока от анодного напряжения, изменяя его от 0 до 200 в при токах накала 1,4; 1,5; 1,6; 1,75 а, и построить соответствующие графики.

3. Построить график зависимости анодного тока от анодного напряжения в степени три вторых. При построении этого графика рекомендуется использовать экспериментальные данные, относящиеся к меньшим температурам катода (но в области, где закон трех вторых еще выполняется).

4. Определить угловой коэффициент полученной прямой и рассчитать по нему величину удельного заряда электрона в системе единиц CGSE.

**Технические данные установки.** Радиолампа типа 2Ц2С, кенотронный выпрямитель на 200—250 в или сеть постоянного тока, вольтметр в анодной цепи на 150—300 в, миллиамперметр на 75 ма, реостат в цепи накала на 10 ом, амперметр накала на 2,5 а.

Отличие получаемых значений удельного заряда электрона от истинного может достигать 15—20%.

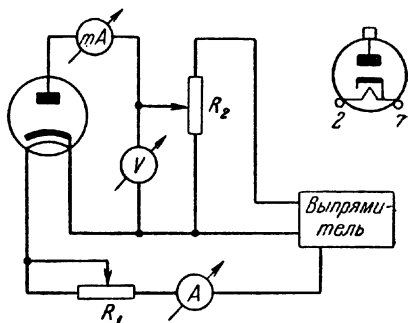


Рис. 126.

## ЛИТЕРАТУРА

1. С. Г. К а л а ш н и к о в, Электричество, Гостехиздат, 1956.

## СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

2. Н. А. Ка п ц о в, Электрические явления в газах и вакууме, Гостехиздат, 1950; Электроника, Гостехиздат, 1956.
3. Электроника, под ред. А. А. Ж и г а р е в а, Госэнергиздат, 1951.
4. И. Е. Т а м м, Основы теории электричества, Гостехиздат, 1954.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАБОТЫ ВЫХОДА ЭЛЕКТРОНА МЕТОДОМ КОМПЕНСАЦИИ ОХЛАЖДЕНИЯ НИТИ

Целью настоящей задачи является определение работы выхода электрона из оксидного катода [1—3] методом компенсации охлаждения нити.

Метод компенсации охлаждения нити является одним из методов непосредственного определения работы выхода электрона. Этот метод [2] основан на том, что при электронной эмиссии каждый электрон, покидающий катод, уносит с собой энергию, равную работе выхода  $\phi$ . Если катод электронной лампы (рис. 127) нагреть до температуры, достаточной для термоэлектронной эмиссии, то в случае разомкнутой анодной цепи устанавливается равенство числа электронов, покидающих катод, и электронов, возвращающихся на катод, из области пространственного заряда. При замыкании анодной цепи возникает движение электронов от катода к аноду. Вследствие этого происходит понижение температуры катода, связанное с указанным выше переносом энергии каждым электроном. Это явление аналогично переносу энергии молекулами жидкости при испарении, в результате которого жидкость охлаждается.

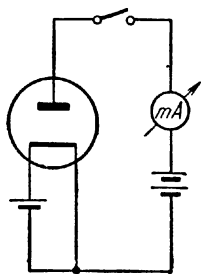


Рис. 127.

При расчете переносимой электронами энергии следует также учесть, что электроны покидают катод при температуре  $T$ , а возвращаются к катоду по проводнику, имеющему температуру  $T_0$ . За счет этого каждый электрон переносит в среднем энергию  $2k(T - T_0)$ , где  $k$  — постоянная Больцмана [2]. Это можно показать расчетом средней энергии электронов, способных покинуть катод [3].

При установлении в лампе анодного тока  $i$  потеря энергии катодом за одну секунду в результате переноса энергии электронами составляет

$$\frac{i}{e} [\phi + 2k(T - T_0)], \quad (1)$$

где  $e$  — заряд электрона.

Происходящее при замыкании анодной цепи лампы понижение температуры катода можно скомпенсировать увеличением тока накала. В случае катода прямого накала с сопротивлением нити  $R$  при повышении тока накала  $i_n$  на величину  $\Delta i_n$  увеличение мощности накала нити-катода равно

$$(i_n + \Delta i_n)^2 R - i_n^2 R = 2R i_n \Delta i_n + R (\Delta i_n)^2. \quad (2)$$

Если подобрать приращение тока накала  $\Delta i_n$  так, чтобы восстановить прежнее значение температуры нити-катода, будет выполнено соотношение

$$\frac{i}{e} [\varphi + 2k(T - T_0)] = 2Ri_n\Delta i_n + R(\Delta i_n)^2. \quad (3)$$

Потери энергии нитью-катодом в результате установления анодного тока в лампе значительно меньше потерь на излучение и потерь из-за теплопроводности держателей катода. Но эти основные потери энергии остаются постоянными, так как при компенсации восстанавливается первоначальное значение температуры нити.

В правой части формулы (3) второй член можно отбросить, так как в данном случае он значительно меньше первого. При этом получаем

$$\varphi = \frac{2eRi_n\Delta i_n}{i} - 2k(T - T_0). \quad (4)$$

Таким образом, для определения работы выхода электрона достаточно измерить приращение тока накала  $\Delta i_n$ , необходимое для компенсации охлаждения нити при установлении в лампе анодного тока  $i$ . Измерение тока накала  $i_n$  и сопротивления нити  $R$  не представляет трудностей. Температуру нити достаточно знать лишь приблизительно, так как второй член в формуле (4) в 10—20 раз меньше первого. Поэтому даже значительная ошибка в определении температуры  $T$  вызовет небольшую ошибку при расчете работы выхода. В то же время фиксирование восстановления первоначальной температуры при компенсации охлаждения нити должно быть точным. Удобно производить фиксирование равенства температур по величине электрического сопротивления нити. Наибольшую трудность представляет точное измерение приращения тока накала нити  $\Delta i_n$ , необходимого для компенсации ее охлаждения при установлении анодного тока. Поэтому в задаче применяется специальная методика измерений, описанная ниже.

**Описание установки.** Схема установки для проведения измерений представлена на рис. 128. Для измерения электрического сопротивления нити и фиксирования восстановления первоначальной температуры используется мост Уитстона на постоянном токе, в одно из плеч которого включена нить накала лампы  $R_2$ . Чтобы на уравновешивании моста не сказывалось дополнительное падение напряжения на нити, вызванное протеканием по ней анодного тока, используется лампа, имеющая отвод от середины нити; к этому отводу присоединяется анодная цепь. Сопротивления плеч моста  $R_3$  и  $R_4$  в 100 раз больше сопротивлений  $R_2$  и  $R_1$  соответственно. Мост питается от кенотронного выпрямителя с электронной стабилизацией напряжения через большое сопротивление  $R_5$ . Для точного измерения малых приращений тока накала служит цепь с реостатом  $R_6$ .

и миллиамперметром, которая может включаться параллельно мосту. Так как  $R_1 + R_2 \ll R_6$ , а  $R_5 \gg R_1 + R_2$ , то при замыкании ключа в цепи сопротивления  $R_5$  полное сопротивление нагрузки выпрямителя практически не изменяется, а потребляемый схемой ток остается прежним. Происходит лишь перераспределение тока между мостом и цепью сопротивления  $R_5$ . Поскольку  $R_3 + R_4 = 100 (R_1 + R_2)$ , то в плечах моста  $R_3$  и  $R_4$  протекает лишь 1% полного тока. Поэтому можно считать, что уменьшение тока накала нити равно величине тока в цепи сопротивления  $R_5$ . Таким образом, малые изменения тока накала нити можно точно определять измерительным прибором с соответствующим пределом измерений.

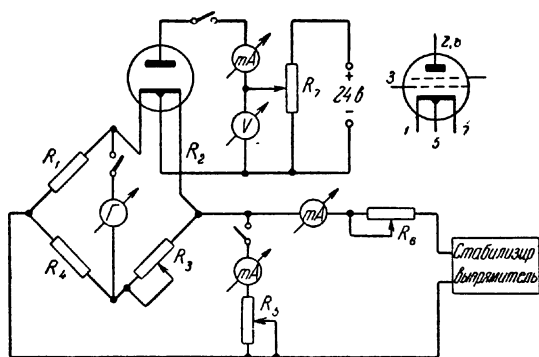


Рис. 128.

В задаче используется радиолампа типа 2П1П с оксидным катодом прямого накала, включенная диодом (управляющая и экранная сетка соединены с анодом). У полупроводникового оксидного катода, состоящего из смеси окислов бария, кальция и стронция, работа выхода, в отличие от катодов из чистых металлов, может изменяться в зависимости от соотношения компонент, технологии изготовления, срока службы и т. д. Широкое применение оксидных катодов связано с малой работой выхода, что позволяет получать большие токи эмиссии при низких температурах.

Источником анодного напряжения служит 24-вольтовая сеть постоянного тока или батарея аккумуляторов. Величина анодного напряжения изменяется потенциометром  $R_7$  и измеряется вольтметром. Для измерения анодного тока служит миллиамперметр.

Отвод от нити накала делит ее обычно не на симметричные части, т. е. при протекании анодного тока на нити создается дополнительное падение напряжения, не связанное с изменением ее электрического сопротивления. Это дополнительное падение напряжения на нити приводит к ошибке в установлении равновесия моста. При



изменении направления тока накала знак этой ошибки изменяется. Поэтому работу выхода электрона следует определять как среднее значение результатов, полученных при разных направлениях тока накала. Изменение направления тока накала достигается простым переключением проводов, соединяющих концы нити с соответствующими клеммами моста Уитстона.

Перед включением кенотронного выпрямителя следует установить переключатель отношения плеч моста  $R_1 : R_4$  в положение 1 : 100, а сопротивление  $R_3$  на значение 3000 ом; сопротивление  $R_6$  должно иметь максимальную величину. Выпрямитель включается при разомкнутом ключе в цепи сопротивления  $R_5$  и замкнутой анодной цепи. После установления напряжения выпрямителя изменением сопротивления  $R_6$  подбирается такой ток накала, чтобы при анодном напряжении 10—12 в анодный ток лампы составил 1,5 ма. После этого изменением сопротивления  $R_3$  производится уравнивание моста. Затем ключ в анодной цепи лампы размыкается. Ток в лампе прекращается. Температура нити и ее электрическое сопротивление повышаются, так как прекращается перенос энергии от катода электронами (теперь эмитируемые электроны возвращаются на катод). Изменение сопротивления нити вызывает отклонение нуля гальванометра. Тогда замыкается ключ в цепи сопротивления  $R_5$ , а величина его подбирается такой, чтобы мост вновь оказался уравновешенным. Таким образом, при измерениях осуществляется не компенсация охлаждения нити при установлении в лампе анодного тока, а компенсация нагрева ее при прекращении анодного тока; существо дела остается прежним. Такое изменение применено для того, чтобы вначале установить подходящую величину анодного тока лампы. Изменение тока накала нити при компенсации отсчитывается непосредственно по миллиамперметру в цепи сопротивления  $R_5$ .

В формуле (4) все величины предполагаются выраженными в системе CGSE. Если выразить сопротивление и токи в практической системе единиц и разделить первый член формулы на величину заряда электрона, то сразу получается значение работы выхода в электроновольтах

$$\varphi = \frac{2R_i \Delta i_n}{i} - 2k(T - T_0). \quad (5)$$

При этом величину  $2k(T - T_0)$  необходимо выразить в электроновольтах. Разность температур  $T - T_0$  принять равной 600° К.

**Измерения и их обработка.** 1. Собрать схему согласно рис. 128.

2. Произвести измерения при величинах анодного тока 1,5; 0,5 ма, каждый раз по 2—3 измерения.

3. Выключить кенотронный выпрямитель, переключить провода, соединяющие концы нити накала с соответствующими клеммами моста, и вновь повторить все измерения.

4. Рассчитать работу выхода электрона из оксидного катода как среднее значение результатов всех измерений. При этом число измерений при обоих направлениях тока накала нити должно быть одинаковым.

5. Рассчитать абсолютную и относительную погрешности измерений работы выхода.

**Технические данные установки.** Радиолампу типа 2П1П следует отобрать из группы в 5—10 ламп по признаку наибольшей электрической симметрии двух половин нити накала, между которыми имеется отвод. Выбор лампы осуществляется измерением сопротивления нити накала в рабочей схеме (рис. 128) при анодном токе 1,5 *ма*. Если при двух направлениях тока накала результаты измерений отличаются незначительно (до 5%), лампу можно использовать в задаче. Ток накала лампы около 40 *ма*. Возможно использование и лампы без отвода от середины нити. В этом случае анодная цепь присоединяется к средней точке потенциометра, шунтирующего нить накала.

Мост постоянного тока типа МВЛ или УМВ. Нуль-гальванометр типа ГМП. Кенотронный выпрямитель на 200—250 *в* с электронной стабилизацией напряжения. Миллиамперметр для измерения тока накала на 50 *ма*. Вольтметр в анодной цепи на 15 *в*. Миллиамперметры в анодной цепи и в цепи сопротивления  $R_6$  на 1,5 *ма*. Реостаты ползунковые на 5000 *ом* ( $R_5$  и  $R_7$ ). Сопротивление  $R_8$  представляет собой последовательно включенное постоянное сопротивление 5000 *ом* и реостат на 2000 *ом*.

Разброс значений работы выхода, получаемых в задаче, составляет 5—10%.

## ЛИТЕРАТУРА

1. С. Г. К а л а ш н и к о в, Электричество, Гостехиздат, 1956.

## СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

2. Н. А. К а п ц о в, Электрические явления в газах и вакууме, Гостехиздат, 1950; Электроника, Гостехиздат, М., 1956.
3. Электроника, под ред. А. А. Ж и г а р е в а, Госэнергоиздат, 1951.

## З А Д А Ч А 63

### ИЗУЧЕНИЕ ЯВЛЕНИЯ ТЕРМОЭЛЕКТРОННОЙ ЭМИССИИ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАБОТЫ ВЫХОДА ЭЛЕКТРОНА

**Введение.** Целью настоящей задачи является исследование зависимости плотности тока при термоэлектронной эмиссии от температуры катода и определение работы выхода электрона из вольфрама методом прямых Ричардсона [1—5].

Как известно, при обычных температурах имеющиеся в металле свободные электроны удерживаются внутри металла. Это означает, что на границе металл — вакуум существует потенциальный барьер, мешающий электронам покидать металл. Наличие этого барьера объясняется тем, что при выходе электрона в вакуум на него дейст-

вуют силы электрического притяжения со стороны металла, в котором благодаря выходу электрона произошло перераспределение свободных зарядов. Под действием этих сил электрон, если его энергия недостаточна, возвращается в металл. Кроме того, электроны, временно вышедшие из металла в вакуум, создают электрическое поле, также препятствующее выходу электронов из металла [1].

Состояние свободных электронов в металле описывается квантовой статистикой Ферми — Дирака, согласно которой распределение электронов по энергиям имеет вид [2, 5]

$$dn_{\varepsilon} = \frac{\gamma \varepsilon^{1/2} d\varepsilon}{\exp\left(\frac{\varepsilon - W_i}{kT}\right) + 1}, \quad (1)$$

где  $dn_{\varepsilon}$  — число свободных электронов с энергиями от  $\varepsilon$  до  $\varepsilon + d\varepsilon$  в единице объема металла,  $T$  — абсолютная температура,  $k$  — по-

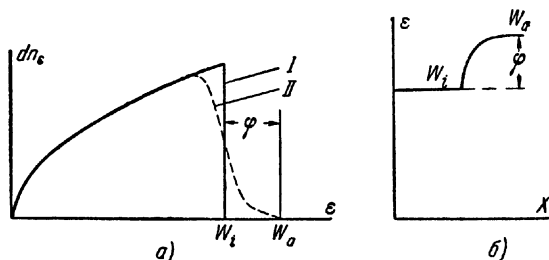


Рис. 129.

стоянная Больцмана,  $W_i$  — наибольшее значение энергии свободных электронов при абсолютном нуле, пропорциональное концентрации их в степени две третьих,  $\gamma$  — постоянная величина.

При имеющих место в металлах концентрациях свободных электронов распределение по энергиям согласно статистике Ферми — Дирака существенно отличается от распределения согласно классической статистике Максвелла — Больцмана (вырожденный электронный газ). На рис. 129 показано соответствующее формуле (1) распределение свободных электронов в металле по энергиям при абсолютном нуле (кривая I) и при температуре  $2500^\circ \text{K}$  (кривая II). При  $T = 0$  не существует электронов с энергиями, большими  $W_i$ . В то же время  $W_i$  есть то значение энергии, которым при абсолютном нуле обладает наибольшее число электронов. Кривая II показывает, что при повышении температуры характер распределения электронов по энергиям изменяется незначительно. Существенным, однако, является то, что теперь имеется относительно незначительное число электронов, энергия которых больше  $W_i$ . За счет наиболее быстрых электронов и осуществляется термоэлектронная эмиссия.

Чтобы электрон мог покинуть металл, он должен обладать некоторой энергией  $W_a$ , характерной для каждого металла. Разность  $W_a - W_i$ , т. е. величина дополнительной энергии, которую необходимо сообщить наиболее быстрым электронам при абсолютном нуле, чтобы они могли покинуть металл (при соответствующем направлении их скорости), называется *работой выхода электрона*. Величина работы выхода  $\phi$  определяет высоту потенциального барьера для электронов на границе металл — вакуум (рис. 129) и является характерной для каждого металла. Обычно работа выхода выражается в электронвольтах.

При повышении температуры увеличивается скорость хаотического движения электронов в металле. При этом число электронов, способных покинуть металл, резко возрастает. Расчет плотности тока при термоэлектронной эмиссии, использующий квантовую статистику Ферми — Дирака, приводит к выражению [1—2]

$$j = AT^2 \exp\left(-\frac{\phi}{kT}\right), \quad (2)$$

где  $A$  — постоянная величина.

Формула (2) называется *уравнением термоэлектронной эмиссии*. Благодаря экспоненциальному множителю плотность термоэлектронного тока чрезвычайно сильно зависит от работы выхода и температуры катода. Например, при повышении температуры вольфрама от 2000 до 2500° К плотность тока эмиссии возрастает почти в 200 раз.

Логарифмируя уравнение (2), получаем

$$\ln \frac{j}{T^2} = \text{const} - \frac{\phi}{kT}. \quad (3)$$

Такой вид уравнения термоэлектронной эмиссии наиболее удобен для его экспериментальной проверки и определения работы выхода. Если построить график зависимости  $\ln \frac{j}{T^2}$  от  $\frac{1}{T}$ , получается прямая линия, угловой коэффициент которой равен  $\phi/k$ . Определив его, можно рассчитать работу выхода  $\phi$ . Этот метод определения работы выхода называется методом прямых Ричардсона. (Совершенно иной метод определения работы выхода использован в задаче 62.)

В настоящей задаче изучается термоэлектронная эмиссия в вакуумной лампе с вольфрамовым катодом. Если накаливать катод лампы и постепенно увеличивать анодное напряжение, анодный ток будет увеличиваться, пока не достигнет насыщения (рис. 130). Увеличение анодного тока при малых анодных напряжениях связано с тем, что анод притягивает электроны из области пространственного заряда вблизи катода. В этих условиях анодный ток пропорционален анодному напряжению в степени три вторых (закон Богуславского — Лэнгмюра)

$$i = KU^{2/3}, \quad (4)$$

где  $K$  — коэффициент пропорциональности, зависящий от формы электродов лампы [1—5] (см. также задачу 61).

Насыщение анодного тока наступает тогда, когда все электроны, испускаемые катодом в единицу времени, попадают на анод. Поэтому при дальнейшем увеличении анодного напряжения анодный ток уже не может увеличиться. Таким образом, величина тока насыщения определяется термоэлектронной эмиссией катода. При увеличении тока накала ток насыщения возрастает (рис. 130).

Для построения графика в соответствии с формулой (3) необходимо знать температуру катода. Расчет температуры может быть проведен путем рассмотрения теплового равновесия катода [5]. Подводимая к катоду мощность расходится на тепловое излучение, так как в вакуумной лампе потери тепла через конвекцию отсутствуют. Некоторое количество тепла теряется из-за теплопроводности держателей катода, но при высоких температурах доля этих потерь обычно невелика. Для случая вольфрама были экспериментально проведены определения температуры в зависимости от мощности нагрева, приходящейся на единицу площади поверхности катода, так как потери на излучение пропорциональны этой площади.

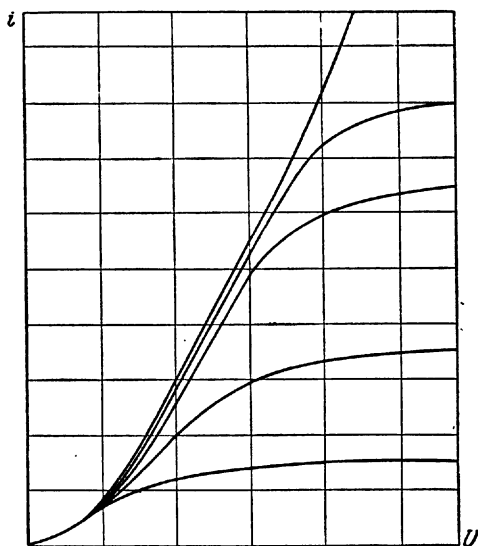


Рис. 130.

В таблице (см. стр. 320) для упрощения расчетов указаны значения мощности нагрева, деленной на произведение  $ld$  длины катода на его диаметр, т. е. величины, в  $\pi$  раз бóльшие [4]. Интерполяцией этих данных можно рассчитать температуру катода при любой подводимой к нему мощности.

При использовании в задаче лампы типа ГУ-4 не рекомендуется производить измерения при температурах катода ниже  $2000^\circ \text{K}$ , так как при этом доля потерь энергии из-за теплопроводности держателей катода становится значительной. Кроме того, неравномерность температуры катода, возникающая по той же причине, при низких температурах сказывается сильнее. Оба этих фактора приводят к тому, что эффективная температура катода оказывается заметно меньше величины, рассчитанной по таблице.

При более высоких температурах ошибка становится незначительной.

Таблица для расчета температуры вольфрамового катода [4]

$T^{\circ} \text{ К}$	$\frac{P}{ld}, \text{ вт/см}^2$	$T^{\circ} \text{ К}$	$\frac{P}{ld}, \text{ вт/см}^2$
1500	17,33	2300	148,2
1600	24,32	2400	181,2
1700	33,28	2500	219,3
1800	44,54	2600	263,0
1900	58,45	2700	312,7
2000	75,37	2800	368,9
2100	95,69	2900	432,4
2200	119,8	3000	503,5

**Описание установки.** Схема для проведения измерений представлена на рис. 131. Радиолампа типа ГУ-4 с вольфрамовым катодом включена диодом (управляющая сетка соединена с анодом). Источником анодного напряжения является кенотронный выпрямитель. Анодное напряжение может изменяться при помощи потенциометра и измеряться вольтметром. При изучении зависимости плотности тока эмиссии от температуры анодное напряжение должно быть достаточным для получения тока насыщения. Анодный ток измеряется миллиамперметром с несколькими пределами измерений.

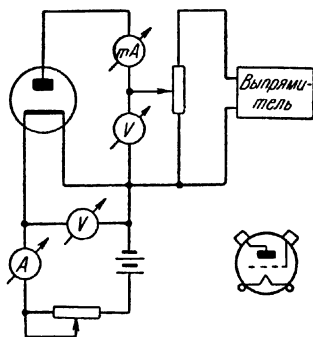


Рис. 131.

Нагрев катода осуществляется постоянным током от батареи аккумуляторов; сила тока регулируется реостатом. Амперметр и вольтметр в цепи накала служат для определения мощности, расходуемой на нагрев катода, что необходимо при расчете его температуры. Величину произведения  $ld$  длины катода на его диаметр для лампы ГУ-4 принять равной  $0,05 \text{ см}^2$ .

**Измерения и их обработка.** 1. Собрать схему для проведения измерений согласно рис. 131.

2. Изучить зависимость анодного тока от анодного напряжения при токах накала 1,4; 1,5; 1,6; 1,7 а и построить соответствующие графики, иллюстрирующие достижение тока насыщения при разных токах накала.

3. Получить данные о зависимости тока эмиссии от мощности, расходуемой на нагрев катода, при токах накала от 1,2 до 1,7 а. При этом ток накала следует изменять каждый раз так, чтобы ток эмиссии возрастал в 1,5—2 раза.

4. Рассчитать при помощи интерполяции данных в таблице значения температуры катода при разных токах накала и построить график зависимости плотности термоэлектронного тока от температуры катода. Так как ток эмиссии очень сильно изменяется при изменении температуры, этот график целесообразно представить в виде двух участков кривой с разными масштабами по оси ординат (например, отличающимися в 10 раз).

5. Построить график зависимости  $\ln \frac{j}{T^2}$  от  $\frac{1}{T}$  и рассчитать по нему значение работы выхода электрона из вольфрама. При построении графика можно пользоваться и десятичными логарифмами, умножив затем угловой коэффициент прямой на 2,3.

**Технические данные установки.** Радиолампа типа ГУ-4, кенотронный выпрямитель на 200 в, миллиамперметр в анодной цепи с пределами измерений 7,5 ма и 75 ма, вольтметр в анодной цепи на 150—300 в.

Аккумулятор накала на 7,5 в, реостат накала на 10 ом, амперметр в накальной цепи на 3 а, вольтметр накала на 7,5 в должен иметь достаточно большое внутреннее сопротивление.

При снятии вольтамперных характеристик лампы анодная цепь должна быть присоединена к отрицательному концу нити накала.

Отличие получаемых значений работы выхода электрона от табличного не превышает 2—3%.

## ЛИТЕРАТУРА

1. С. Г. К а л а ш н и к о в, Электричество, Гостехиздат, 1956.

## СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

2. Н. А. К а п ц о в, Электрические явления в газах и вакууме, Гостехиздат, 1950; Электроника, Гостехиздат, 1956.
3. В. Ф. В л а с о в, Электровакуумные приборы, Связьиздат, 1949.
4. К. Ш п а н г е н б е р г, Электронные лампы, ч. I, «Советское радио», М., 1953.
5. Электроника, под ред. А. А. Ж и г а р е в а, Госэнергониздат, 1951.

## ЗАДАЧА 64

### ИЗУЧЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕРМОЭЛЕКТРОНОВ ПО СКОРОСТЯМ

**Введение.** Целью настоящей задачи является исследование распределения термоэлектроннов по скоростям методом задерживающего потенциала [1—3].

Как известно, свободные электроны в металле описываются квантовой статистикой Ферми — Дирака, согласно которой

распределение электронов по скоростям имеет вид

$$dn = \frac{2m^3}{h^3} \frac{dudv dw}{\exp\left(\frac{\varepsilon - W_i}{kT}\right) + 1}, \quad (1)$$

где  $dn$  — число свободных электронов в единице объема металла с компонентами скоростей в интервалах от  $u$  до  $u + du$ , от  $v$  до  $v + dv$ , от  $w$  до  $w + dw$ ,  $\varepsilon$  — энергия электронов,  $m$  — масса электрона,  $h$  — постоянная Планка,  $k$  — постоянная Больцмана,  $T$  — абсолютная температура,  $W_i$  — наибольшее значение энергии электронов при абсолютном нуле, пропорциональное концентрации свободных электронов в степени две трети.

Распределение свободных электронов по скоростям в металле существенно отличается от распределения согласно классической статистике Максвелла — Больцмана. Но при термоэлектронной эмиссии за пределы металла выходят только наиболее быстрые электроны (см. задачу 63), и концентрация электронов, покинувших металл, в  $10^{10}$ — $10^{12}$  раз меньше концентрации свободных электронов в металле. В этих условиях распределение по статистике Ферми — Дирака практически совпадает с распределением согласно классической статистике Максвелла — Больцмана [3]

$$dn = n \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{\varepsilon}{kT}\right) du dv dw, \quad (2)$$

где  $n$  — концентрация электронов, вышедших из металла в вакуум.

Для изучения распределения термоэлектронов по скоростям в настоящей задаче используется метод задерживающего потенциала. Если на анод вакуумной лампы с накаливаемым катодом подавать отрицательные напряжения, препятствующие попаданию электронов на анод, то попадать на анод будут лишь те электроны, энергия которых больше работы сил электрического поля по их торможению. Измеряя анодный ток при изменении величины отрицательного анодного напряжения, можно непосредственно исследовать распределение термоэлектронов по энергиям или по скоростям. При расчете зависимости анодного тока от анодного напряжения необходимо учитывать геометрию системы электродов. Расчет для случая плоских параллельных электродов в предположении о распределении термоэлектронов по скоростям согласно классической статистике (2) приводит к выражению

$$i = i_0 \exp\left(-\frac{eU}{kT}\right), \quad (3)$$

где  $i_0$  — сила тока при нулевой разности потенциалов между катодом и анодом,  $e$  — заряд электрона,  $U$  — величина отрицательного анодного напряжения.

Экспериментальную проверку формулы (3) удобно осуществить построением графика зависимости  $\ln i$  от величины анодного напря-



жения. Этот график является прямой линией, угловой коэффициент которой равен  $\frac{e}{kT}$ :

$$\ln i = \text{const} - \frac{e}{kT} U. \quad (4)$$

Определив угловой коэффициент прямой, можно рассчитать температуру, соответствующую состоянию электронного газа. Опыт показывает, что при термоэлектронной эмиссии электронный газ находится в тепловом равновесии с катодом, так что тем самым определяется температура катода.

Выражения (3) и (4) справедливы в случае плоских параллельных электродов. В настоящей задаче используется радиолампа с коаксиальными цилиндрическими электродами, но с небольшой разницей радиусов анода и катода. При использовании такого диода погрешность за счет отличия системы электродов от плоскопараллельной является заметной лишь при малых величинах отрицательного анодного напряжения.

Так как анод и катод лампы сделаны из разных материалов, между ними имеется контактная разность потенциалов, изменяющаяся при изменении температуры катода. Контактная разность потенциалов алгебраически складывается с приложенным извне напряжением. Знак и величину ее можно определить непосредственно по графикам, построенным в соответствии с формулой (4). Зависимость (4) имеет место лишь при отрицательных разностях потенциалов между анодом и катодом (с учетом контактной разности потенциалов). При положительных разностях потенциалов возрастание тока замедляется, а в случае достижения тока насыщения — прекращается. На рис. 132 показаны примерные графики зависимости  $\ln i$  от  $U$ , иллюстрирующие определение контактной разности потенциалов  $\Delta\phi$  между анодом и катодом путем экстраполяции обеих частей графика прямыми линиями.

После определения контактной разности потенциалов можно построить график зависимости анодного тока от величины отрицательного анодного напряжения. Такой график показывает, какое число электронов обладает энергиями, большими определенной величины, соответствующей задерживающему анодному напряжению (речь идет не о полной энергии электронов, а о энергии, связанной с движением от катода к аноду). От величины задерживающего

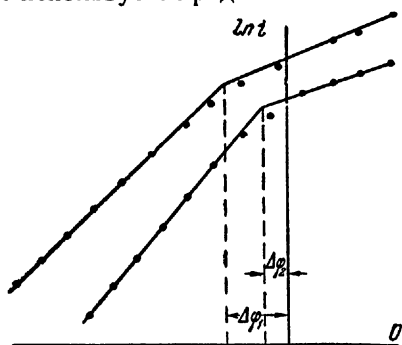


Рис. 132.

апряжения легко перейти к соответствующей составляющей скорости электронов, воспользовавшись известным соотношением

$$\frac{mv^2}{2} = eU. \quad (5)$$

**Описание установки.** Схема установки для проведения измерений представлена на рис. 133. Используется радиолампа типа 6Х6С (двойной диод с подогревным оксидным катодом); в цепь включен один диод лампы. Цифры на схеме цоколевки лампы указывают, как обычно, номера ножек лампы, соединенных с соответствующими ее электродами. Источником отрицательных анодных напряжений является аккумулятор. Величина напряжения регулируется потенциометром и измеряется вольтметром. Анодный ток лампы

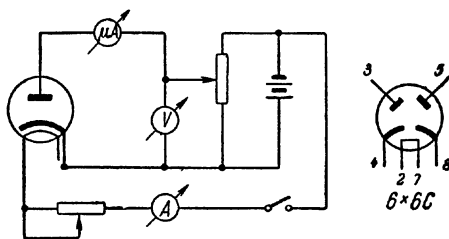


Рис. 133.

измеряется многопредельным микроамперметром  $\mu A$ , так как величина тока изменяется в широких пределах. Такой микроамперметр обладает заметным внутренним сопротивлением. Поэтому при расчете величины отрицательного напряжения на аноде лампы сле-

дует учитывать падение напряжения на микроамперметре, вычитая его из показаний вольтметра. Внутреннее сопротивление микроамперметра, различное при разных пределах измерения, указывается на приборе (в других случаях указывается падение напряжения на приборе при полном отклонении стрелки).

Источником тока накала является аккумулятор или понижающий трансформатор. Ток накала регулируется реостатом и измеряется амперметром.

**Измерения и их обработка.** 1. Собрать схему для проведения измерений согласно рис. 133.

2. Изучить зависимость анодного тока от анодного напряжения, изменяя его от  $+0,5$  до  $-0,5$  в при токах накала  $0,2; 0,22; 0,24; 0,26$  а; при измерениях учитывать падение напряжения на микроамперметре. Изменение полярности анодного напряжения осуществляется переключением проводов, соединяющих катод лампы и микроамперметр с вольтметром.

3. По полученным данным построить график зависимости  $\ln i$  от  $U$  и определить по ним величину и знак контактной разности потенциалов между катодом и анодом при указанных выше токах накала. Рассчитать по графикам значения температуры катода.

4. Построить графики зависимости анодного тока от величины отрицательного анодного напряжения с учетом контактной разности потенциалов при указанных выше токах накала.

5. Построить графики зависимости относительного числа электронов, имеющих скорость (в направлении от катода к аноду) больше определенной величины.

Технические данные установки. Радиолампа типа 6Х6С, микроамперметр М193 или М95, вольтметр в анодной цепи на 0,5 в, амперметр накала на 0,3 а, реостат накала на 10 ом.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. С. Г. К а л а ш н и к о в, Электричество, Гостехиздат, 1956.

#### СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

2. Н. А. К а п ц о в, Электрические явления в газах и вакууме, Гостехиздат, 1950; Электроника, Гостехиздат, 1956.
3. Электроника, под ред. А. А. Ж и г а р е в а, Госэнергоиздат, 1951.

#### З А Д А Ч А 65

### ОЗНАКОМЛЕНИЕ С РАБОТОЙ ТРЕХЭЛЕКТРОДНОЙ ЛАМПЫ

Целью настоящей задачи является получение анодных и сеточных характеристик лампы и вычисление на основании полученных экспериментальных результатов важнейших параметров электронной лампы.

Описание устройства электронной лампы и принципа ее работы имеется во всех учебниках по общему курсу физики (см., например, [1], гл. XV), поэтому приводим здесь только описание используемой в работе лампы и установки.

В задаче исследуется трехэлектродная стеклянная усилительная лампа 6С5С с подогревным катодом (рис. 134). На этом рисунке *А* — анод лампы, *С* — сетка лампы, *К* — катод лампы, *Н* — нить подогрева катода. С устройством всех деталей лампы студенты могут познакомиться в практикуме с помощью специального стенда, на котором расположены детали демонтированных ламп многих конструкций. Цоколевка используемой в задаче лампы показана на рис. 135. В практикуме панель лампы вмонтирована в специальный миниатюрный столик, на котором каждое гнездо панели лампы соединено с винтовой клеммой для включения необходимых проводов.

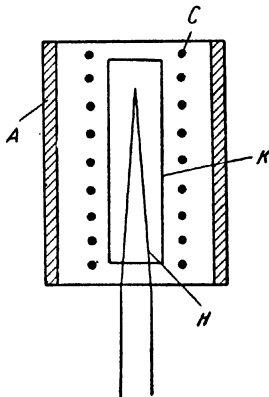


Рис. 134.

Схема, используемая для снятия характеристик лампы, приведена на рис. 136.

Анодное напряжение подается на лампу с высокоомного реостата  $R_1$ , включенного на выход выпрямителя в качестве делителя напряжения. Параллельно лампе включен вольтметр  $V_1$ , рассчитанный на напряжение до 300 в. В схему для измерения анодного тока в лампе введен миллиамперметр  $mA$ .

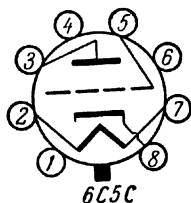


Рис. 135.

Накал катода лампы питается переменным напряжением 6,3 в. Это напряжение от соответствующего понижающего трансформатора, находящегося внутри выпрямителя, подведено к клеммам, расположенным на его передней панели. Накал лампы в процессе работы не регулируется.

Напряжение на сетку лампы подается с делителя напряжения  $R_2$ , включенного параллельно аккумуляторной сеточной батарее  $E$ . Сеточный ток в лампе столь незначителен, что не представляет трудности обеспечивать питание цепи сетки батареями, что дает большую стабильность напряжения на сетке.

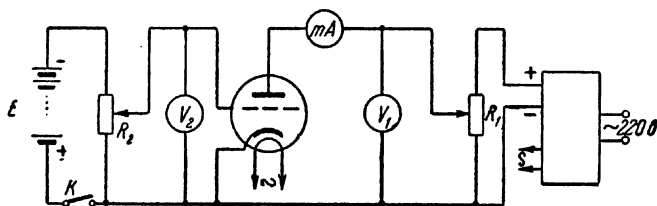


Рис. 136.

Вся схема собирается студентами при выключенном выпрямителе и разомкнутом ключе  $K$  сеточной батареи. Включение схемы разрешается только после проверки ее преподавателем или дежурным лаборантом.

### Упражнение 1

#### Снятие анодных характеристик лампы

1. Устанавливают на сетке лампы отрицательное (относительно катода) напряжение  $-4$  в.

Движок реостата делителя анодного напряжения устанавливают в положение, соответствующее минимуму анодного напряжения.

Включают общим тумблером выпрямитель и понижающий трансформатор накала лампы.

После включения выпрямитель и исследуемая лампа разогрываются в течение 2—3 минут.

2. Последовательно через каждые 10 в изменяют анодное напряжение на лампе от 0 до +250 в. Одновременно для каждого значения установленного анодного напряжения измеряют и записывают силу анодного тока в лампе. Таким образом снимается анодная характеристика при сеточном напряжении —4 в.

3. Устанавливая поочередно на сетке лампы напряжение от —8 до —1 в, через 2 в снимают анодные характеристики лампы для каждого указанного значения сеточного напряжения. Этим путем будет получено семейство анодных характеристик лампы.

По указанию преподавателя анодные характеристики могут быть сняты не для всех рекомендованных значений напряжения на сетке лампы.

Результаты измерений представляют в виде графиков, изображающих зависимость анодного тока в лампе от анодного напряжения для каждого использованного в ходе измерений значения напряжения на сетке лампы. Рекомендуется строить график анодных характеристик непосредственно в процессе измерений, параллельно с записью показаний измерительных приборов.

## *Упражнение 2*

### **Снятие сеточных характеристик лампы**

Устанавливают на аноде лампы поочередно напряжения 100, 150, 200, 220 в.

Для каждого значения анодного напряжения снимают сеточную характеристику лампы. Это значит, что при фиксированных значениях указанных выше анодных напряжений изменяют значение сеточного напряжения от —1 до —8 в через каждые 0,5 в. Для каждого значения сеточного напряжения измеряют анодный ток. Результаты измерений представляют в виде графиков, выражающих зависимость силы анодного тока от напряжения на сетке лампы, для каждого значения анодного напряжения. Рекомендуется строить сеточные характеристики лампы непосредственно по ходу измерений. Во всяком случае существенно их построить до выполнения третьего упражнения задачи.

## *Упражнение 3*

### **Изучение влияния анодной нагрузки на сеточные характеристики лампы**

Для того чтобы познакомиться с работой лампы в условиях рабочей схемы, когда в ее анодной цепи имеется сопротивление (нагрузка), в этом упражнении вновь снимаются сеточные характеристики лампы, но с сопротивлением в анодной цепи лампы. Ход

характеристик в этом случае изменяется, так как анодное напряжение в этом случае непостоянно: оно составляет разность между напряжением, снимаемым с делителя, и величиной падения напряжения на нагрузке. При изменениях анодного тока изменяется и падение напряжения на анодной нагрузке, а следовательно, и значение напряжения на аноде лампы. Это обстоятельство вызывает изменения характеристик лампы.

В этом упражнении в анодную цепь лампы, включенной в ту же схему, что и в предшествующих упражнениях, дополнительно вводят поочередно несколько сопротивлений  $R_a$ , имеющих на установке. На лампу и нагрузку подается при всех нагрузках полное напряжение выпрямителя. В этих условиях снимают сеточные характеристики лампы при разных нагрузках.

В результате измерений получается новое семейство так называемых динамических сеточных характеристик.

**Обработка результатов.** Результаты работы представляют в виде графиков анодных и сеточных характеристик лампы. Кроме того, по полученным характеристикам определяют основные параметры, характеризующие работу катодной лампы: статический коэффициент усиления лампы

$$\mu = - \frac{\Delta V_a}{\Delta V_c} \quad \text{при} \quad I_a = \text{const}$$

(обратная ему величина  $D = \frac{1}{\mu}$  носит название *проницаемости лампы*), внутреннее сопротивление лампы

$$R_i = \frac{\Delta V_a}{\Delta I_a} \quad \text{при} \quad V_c = \text{const}$$

и крутизну сеточной характеристики лампы

$$S = \frac{\Delta I_a}{\Delta V_c} \quad \text{при} \quad V_a = \text{const}.$$

Целью обработки результатов третьего упражнения является отыскание динамического коэффициента усиления лампы.

Физический смысл и способ определения этих параметров лампы могут быть разъяснены следующим образом:

1. Внутреннее сопротивление лампы

$$R_i = \left( \frac{\Delta V_a}{\Delta I_a} \right)_{V_c = \text{const}}$$

определяется как производная от анодного напряжения по анодному току, взятая при постоянном значении напряжения на сетке. Эту производную нельзя смешивать с отношением  $\frac{V_a}{I_a}$ .

Из экспериментальных данных величина  $R_i$  может быть определена из наклона касательной к анодным характеристикам лампы, полученным при  $V_c = \text{const}$ . Можно поступить и иначе: построив сеточные характеристики лампы, проводят вертикаль  $V_c = \text{const}$ , пересекающую линейную часть двух смежных сеточных характеристик, снятых при разных значениях анодного напряжения. Тогда отрезок этой вертикали, заключенный между сеточными характеристиками, даст величину  $\Delta I_a$  (при  $V_c = \text{const}$ ). Отношение разности тех анодных напряжений, при которых были сняты использованные сеточные характеристики, к этой величине  $\Delta I_a$  даст величину  $R_i$ , выражаемую в омах. Найденные для разных значений сеточного напряжения величины  $R_i$  откладываются на графике в функции сеточного напряжения.

2. Коэффициент усиления лампы  $\mu = -\frac{\Delta V_a}{\Delta V_c}$  (при  $I_a = \text{const}$ ) имеет следующий физический смысл. Анодный ток в лампе при постоянном накале есть функция двух величин: анодного и сеточного напряжений. Однако зависимость анодного тока от приращений этих двух напряжений неодинакова. Сетка лампы расположена ближе к катоду, чем анод лампы, и поэтому изменение напряжения на сетке в значительно большей степени влияет на силу анодного тока, чем изменение напряжения на аноде лампы. Отношение приращений анодного и сеточного напряжений  $\mu = -\frac{\Delta V_a}{\Delta V_c}$  (при  $I_a = \text{const}$ ), дающих равные, но противоположные по знаку приращения анодного тока, называется *коэффициентом усиления лампы*. Подробнее с использованием лампы как усилителя можно познакомиться в задаче 85.

Из экспериментальных данных коэффициент усиления определяется следующим образом. На линейном участке сеточных характеристик проводится горизонтальная прямая  $I_a = \text{const}$ . Отрезок этой прямой между двумя смежными сеточными характеристиками даст значение  $\Delta V_c$ . Отношение разности анодных напряжений, при которых были получены эти две использованные сеточные характеристики, даст величину  $\Delta V_a$ . Статический коэффициент усиления определится как отношение  $-\left(\frac{\Delta V_a}{\Delta V_c}\right)_{I_a = \text{const}}$ . Результаты вычисления величины  $\mu$  представляются в виде графика зависимости  $\mu$  от напряжения на сетке лампы. Динамический коэффициент усиления определяется из графиков сеточных характеристик, снятых при анодной нагрузке.

3. Крутизна сеточной характеристики  $S = \frac{\Delta I_a}{\Delta V_c}$  (при  $V_a = \text{const}$ ) определяется из тех же сеточных характеристик как тангенс угла их наклона к оси абсцисс. Крутизна имеет размерность, обратную сопротивлению, но выражается обычно в  $\text{ма/в}$ , указывая тем самым

на смысл этого параметра, определяющего зависимость анодного тока от сеточного напряжения. Величина  $S$  также изображается на графике как функция сеточного напряжения.

Если все три статических параметра лампы найдены в одной и той же точке сеточных характеристик, то представляется возможным проверить ту связь, которая должна существовать между ними:

$$R_i \frac{S}{\mu} = 1.$$

**Технические данные установки.** В анодной цепи лампы 6С5С используется вольтметр МПА-46 на 300 в; в цепи сетки вольтметр М-45 на 15 в; в цепи анода миллиамперметр ЛМ 1 на 30 ма; выпрямитель изготовлен в мастерских физического факультета МГУ; реостат — делитель напряжения 2800 ом; 0,18 а; реостат в цепи сетки 2400 ом; 0,15 а; нагрузочные сопротивления 2,7; 7,5 и 16 ком.

### ЛИТЕРАТУРА

1. С. Г. К а л а ш н и к о в, Электричество, Гостехиздат, М.—Л., 1956.
2. Курс физики под редакцией Н. Д. П а п а л е к с и, т. II, Гостехиздат, 1948.

### СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

3. Н. А. Ка п ц о в, Электроника, Гостехиздат, 1956.
4. А. М. Б о н ч - Б р у е в и ч, Применение электронных ламп в экспериментальной физике, Гостехиздат, 1956
5. В. Ф. В л а с о в, Электровakuумные приборы, Связьиздат, 1949.

### ЗАДАЧА 66

## ОЗНАКОМЛЕНИЕ С РАБОТОЙ МНОГОСЕТОЧНЫХ РАДИОЛАМП И НАБЛЮДЕНИЕ ЯВЛЕНИЯ ВТОРИЧНОЙ ЭМИССИИ ЭЛЕКТРОНОВ

Целью настоящей задачи является получение анодных и сеточных характеристик тетрода и пентода и наблюдение динатронного эффекта в радиолампе.

Особенности устройства и работы многосеточных электронных ламп описаны в настоящее время и в общих курсах физики и в доступной студентам литературе специального характера. Поэтому здесь приводится исключительно описание установки для снятия характеристик этих ламп и порядка выполнения упражнений задачи.

На рис. 137 изображена схема для получения характеристик многоэлектродных ламп; там же показана цоколевка изучаемой лампы. В работе используется пентод типа 6Ж7. Этот пентод имеет отдельные выводы всех электродов лампы. Это обстоятельство удобно в настоящей работе, так как, соединяя накоротко антидинатронную сетку с экранной ключом  $K$ , можно использовать пентод как тетрод



и, таким образом, работая с одной и той же лампой, выяснить характерные особенности ламп того и другого типа <sup>1)</sup>.

Схема в принципе совершенно аналогична схеме для снятия характеристик триода, но допускает возможность регулировки на-

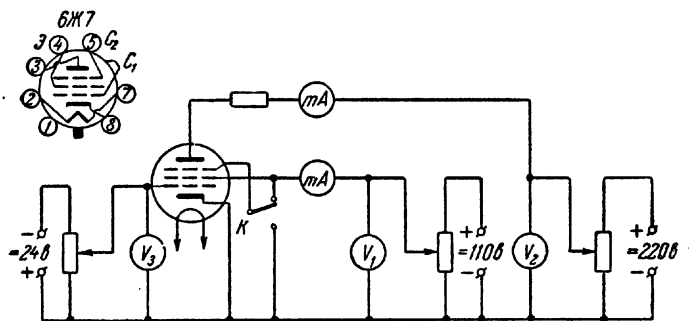


Рис. 137.

пряжения не только на аноде и на управляющей сетке лампы, но также и на экранной сетке. Схема также допускает измерения не только анодного тока, но и тока на экранную сетку.

Правильность сборки схемы перед ее включением проверяется преподавателем или лаборантом.

### Упражнение 1

#### Снятие анодных и сеточных характеристик пентода и тетрода

Целью упражнения является снятие зависимости анодного тока от анодного и сеточного напряжения при отсутствии нагрузки в анодной цепи лампы. Лампа используется сначала как пентод, а затем как тетрод.

Анодные характеристики снимаются при двух значениях напряжения на экранной сетке 90 и 45 в и для каждого из этих двух значений напряжения на экранной сетке при значениях напряжения на управляющей сетке от —1 до —8 в через 1 в. Таким образом, каждая анодная характеристика соответствует определенной паре значений напряжения на экранной и управляющей сетках.

Анодное напряжение при снятии каждой анодной характеристики изменяют от 0 до 220 в. При снятии анодных характеристик

<sup>1)</sup> Разумеется, указанный способ замыкания сеток лампы используется в настоящей задаче лишь как учебный прием. На самом деле, в качестве тетродов используются лампы специальных конструкций.

измерения следует вести ступенями: через каждые 2 в — в интервале от 0 до 10 в, через 5 в — в интервале 10—40 в и через 10 в — в интервале 40—220 в.

Непосредственные результаты измерений представляют в виде соответствующих графиков.

Найденное на опыте семейство анодных характеристик дает возможность определить внутреннее сопротивление лампы  $R_i$  и крутизну сеточной характеристики  $S$ . Физический смысл и математическое выражение этих параметров лампы объяснены в описании задачи 65. В данном случае надо использовать для расчета параметров лампы семейство анодных характеристик, снятых при раз-

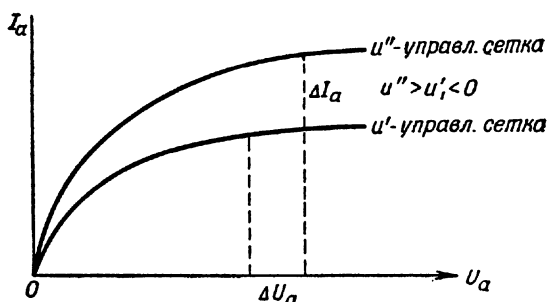


Рис. 138.

личных значениях сеточного смещения. Величина внутреннего сопротивления лампы может быть определена обычным способом из каждой анодной характеристики (см. задачу 65). Необходимая для отыскания крутизны сеточной характеристики величина приращения анодного тока определяется как разность анодных токов (рис. 138), полученных при одном и том же значении анодного напряжения, но при разных значениях сеточного смещения. Другими словами,  $\Delta I_a$  будет разностью ординат точек, лежащих на двух анодных характеристиках, отличающихся сеточным смещением  $\Delta U_c$ .

Коэффициент усиления лампы можно определить, пользуясь формулой  $\mu = SR_i$ .

Сеточные характеристики пентода можно снять при тех же двух значениях напряжения на экранной сетке и при анодных напряжениях 90, 160 и 220 в. Результаты представляют в виде графиков. Из сеточных характеристик параметры лампы вычисляют обычным образом.

После этого путем замыкания ключа, соединяющего экранную сетку с антидинаatronной, превращают пентод в тетрод и затем исследуют анодные и сеточные характеристики тетрода.

### Упражнение 2

#### Снятие динамических анодных и сеточных характеристик пентода и тетрода при различных нагрузках

Включают в анодную цепь лампы нагрузки в 10, 18 и 27 *ком*. Повторяют снятие тех же характеристик лампы, которые были получены в первом упражнении. Результаты измерений представляют в виде графиков. Параметры лампы вычисляют из этих графиков.

Следует сопоставить графики статических и динамических характеристик пентода и сравнить результаты этого сопоставления с соответствующими данными для триода с тем, чтобы уяснить физический смысл перехода к лампам более сложных конструкций.

### Упражнение 3

#### Наблюдение динаatronного эффекта и роль антидинаatronной сетки

Упражнение имеет целью прежде всего познакомить выполняющего работу с явлением вторичной эмиссии электронов.

Как указано выше, пентод 6Ж7 благодаря отдельному выводу антидинаatronной сетки допускает использование его как тетрода путем соединения накоротко двух сеток лампы. В этом случае подают на соединенные сетки поочередно напряжения 90 и 45 *в* и на управляющую сетку подают смещение от  $-3$  до  $-1$  *в*.

После этого производится снятие анодных характеристик путем изменения анодного напряжения от 0 до 220 *в* при неизменных значениях напряжений на сетках. Анодное напряжение в интервале 0—30 *в* надо изменять ступенями через каждые 5 *в*, в интервале 30—220 *в* его можно изменять ступенями через 10 *в*. Ведется одновременно запись значений силы тока и в анодной цепи и в общей цепи экранной и антидинаatronной сеток.

Следует обратить особое внимание на измерение анодного и сеточного токов для тех значений анодного напряжения, для которых рост этого напряжения ведет к уменьшению анодного тока и к увеличению тока на антидинаatronную и экранную сетки. На этом участке характеристики надо снимать экспериментальные точки через интервалы значений анодного напряжения, меньшие, чем указано выше для прочих частей характеристики. Наличие такого участка анодной характеристики лампы наглядно демонстрирует явление вторичной эмиссии электронов с анода лампы.

Результаты измерений анодного и сеточного токов изображают в виде соответствующих графиков.

Роль антидинатронной сетки выясняется из сопоставления анодных характеристик пентода с полученной в настоящем упражнении характеристикой того же пентода, с соединенными накоротко двумя сетками.

Применяемая в задаче схема допускает, как видно из сказанного выше, исследование работы лампы при многих режимах. Продолжительность выполнения описанных измерений затрудняет проведение их всех в течение одного занятия в практикуме. Поэтому минимальный комплекс измерений устанавливается преподавателем для каждого выполняющего работу студента.

**Технические данные установки.** Напряжение накала подается от сети через понижающий трансформатор, напряжение на экранный сетку подается от аккумуляторной сети лаборатории, анодное напряжение — от отдельного выпрямителя, напряжение на управляющую сетку — от аккумуляторной батареи. Напряжение на экранный сетку измеряется вольтметром М-45 на 150 в, на аноде — вольтметром М-80/1 на 300 в, на управляющей сетке — вольтметром ЛМ-1; в качестве миллиамперметров в анодной цепи и в цепи экранный сетки используются приборы М-45.

## ЛИТЕРАТУРА

1. С. Г. К а л а ш н и к о в, Электричество, Гостехиздат, 1956.

## СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

2. Н. Н. М а л о в, Курс электротехники и радиотехники, Гостехиздат, 1955.
3. А. М. Б о н ч - Б р у е в и ч, Применение электронных ламп в экспериментальной физике, Гостехиздат, 1950.
4. В. Ф. В л а с о в, Электровакуумные приборы, Связьиздат, 1949.
5. Г. В. В о й ш в и л л о, Общий курс радиотехники, Военгиз, 1948.
6. Методы экспериментальной электроники, Сборник, ИЛ, 1949.

---

## ЗАДАЧА 67

### ИЗУЧЕНИЕ РАБОТЫ ТИРАТРОНА

**Введение.** В настоящее время наряду с электронными вакуумными лампами широкое применение находят газонаполненные приборы, к числу которых принадлежит тиратрон.

По своему устройству тиратрон аналогичен электронной лампе. В тиратроне имеется анод, катод и одна или две сетки. Баллон тиратрона наполняется парами ртути или инертными газами (неоном, аргоном и др.) при давлении от нескольких долей до 1—2 мм рт. ст. Существенную роль в протекании тока через тиратрон играют ионы газа или пара, находящегося в его баллоне. Не касаясь сложных процессов газового разряда, укажем только, что в тиратроне при

определенных анодном и сеточном напряжениях имеет место переход от тлеющего разряда к дуговому.

В тиратроне электроны, вылетающие из катода, при достаточном напряжении между катодом и анодом вызывают ионизацию газа, в результате чего в тиратроне образуется газоразрядная плазма с большой концентрацией ионов и электронов, так называемая низковольтная дуга. Такой разряд характеризуется величиной потенциала «зажигания» тиратрона. Если до зажигания ток, проходящий через тиратрон, измеряется миллионными долями ампера, то после зажигания величина тока, которая определяется эмиссионными свойствами катода и параметрами нагрузки, может достигать в малых

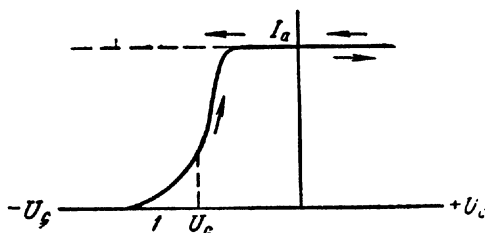


Рис. 139.

тиратронах десятых долей ампера. Пока разряда в тиратроне нет, его сетка действует аналогично сетке вакуумной электронной лампы, и с ее помощью можно управлять величиной тока в тиратроне (участок  $I$  рис. 139 и рис. 140, а). Вследствие того, что сетка в тиратроне не представляет собою сплошной перегородки, часть электронов, проникающих за пределы сетки при определенном напряжении, «зажигает» тиратрон. Требуемое для «зажигания» анодное напряжение тем больше, чем выше по абсолютной величине отрицательный потенциал сетки.

Зависимость величины сеточного напряжения  $U_c$ , при котором зажигается тиратрон, от величины анодного напряжения  $U_a$  называется статической пусковой характеристикой тиратрона.

Каждому значению сеточного напряжения соответствует определенное напряжение на аноде, ниже которого разряд не зажигается, тиратрон «заперт». В данной задаче исследуется работа тиратронов, имеющих отрицательную пусковую характеристику, которая может быть записана в виде

$$U_c = C - DU_a, \quad (1)$$

где  $C$  — постоянный коэффициент, зависящий от конструкции лампы,  $D$  — постоянный коэффициент, зависящий от конструкции лампы, рода газа и его давления.

После зажигания разряда в тиратроне сетка теряет свои управляющие свойства. Причина этого явления заключается в том, что

вблизи сетки образуется ионная оболочка, которая полностью экранирует сетку. Вне этой оболочки электрическое поле оказывается практически таким же, как и в отсутствие сетки (рис. 140, б).

Если отверстия в сетке невелики, а ее отрицательный потенциал столь значителен, что ионные слои, образующиеся около поверхности сетки, полностью перекрывают эти отверстия, то разряд прекращается, тиратрон запирается (рис. 140, в).

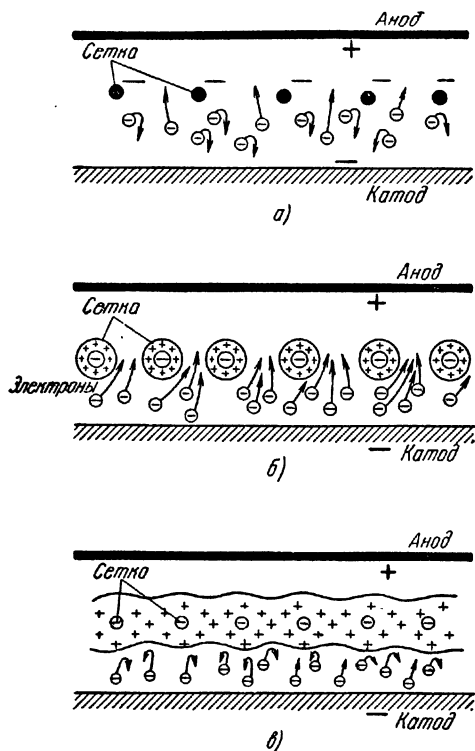


Рис. 140.

В ряде тиратронов для уменьшения сеточных токов и исключения возможности возникновения разряда между сеткой и анодом вводят дополнительную экранирующую сетку, имеющую отдельный вывод. Важное преимущество тиратронов с экранными сетками заключается в том, что, изменяя величину напряжения на экранной сетке, можно изменять положение пусковой характеристики.

Указанные выше свойства тиратронов позволяют широко использовать их для решения разнообразных задач, требующих быстрого включения больших мощностей. Тиратроны применяются в различных автоматических устройствах для включения и выключения различных агрегатов, для регулирования скорости

электромоторов, контроля за температурой и т. п. Тиратроны применяются в генераторах пилообразных импульсов (генераторы развертки), в стробоскопах. Широкое применение нашли тиратроны в выпрямителях переменного тока.

**Постановка задачи и описание упражнений.** В настоящей задаче изучаются характеристики маломощного тиратрона ТГ-1-0,1/0,3 и рассматривается одна из схем управления средним значением анодного тока тиратрона. Название «сетка» в тиратроне ТГ-1-0,1/0,3 нужно понимать условно, так как эта «сетка» в действительности имеет форму цилиндра с узкой щелью. Тиратрон смонтирован в стеклянном баллоне, наполненном криптоксеноновой смесью газов.

Схема в задаче монтируется из отдельных элементов: панели с тиратроном (нанесенные на панели цифры соответствуют указанным в цоколевке), панелей с набором сопротивлений и емкостей к каждому упражнению, измерительной аппаратуры.

### Упражнение 1

#### Снятие пусковых характеристик

В первом упражнении снимается пусковая характеристика тиратрона ТГ-1-0,1/0,3, т. е. исследуется зависимость напряжения на сетке  $U_c$  от анодного напряжения  $U_a$ , при котором происходит зажигание разряда.

Для снятия пусковой характеристики тиратрона собирают схему, приведенную на рис. 141. Включают накал и устанавливают на сетке наибольшее отрицательное смещение, снимаемое с сопротивления  $R_1$ , затем подают с сопротивления  $R_4$  анодное напряжение  $+30$  в и замыкают ключ  $K$ .

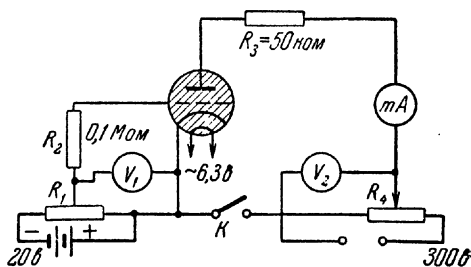


Рис. 141.

Постепенно уменьшая напряжение на сетке, фиксируют значение сеточного напряжения, при котором тиратрон зажигается, но перестает зажигаться при незначительном увеличении отрицательного смещения. Повторяют измерения, увеличивая каждый раз анодное напряжение на 5—10 в. Строят график  $U_c = f(U_a)$  и определяют из графика постоянные  $C$  и  $D$  согласно уравнению (1).

### Упражнение 2

#### Наблюдение формы тока и напряжения при помощи осциллографа

Из предыдущего упражнения видно, что тиратрон зажигается при определенном анодном напряжении  $U_{a3}$ , которое зависит от потенциала сетки  $U_c$ . Если питать анодную цепь тиратрона переменным напряжением, то разряд зажигается, когда напряжение возрастает до потенциала зажигания  $U_{a3}$  при данном смещении на сетке, и гаснет, когда анодное напряжение  $U_a$  понижается до значения потенциала погухания.

Для выполнения этого упражнения собирают схему согласно рис. 142 и включают накал катода. На сетку подают напряжение 2—3 в от источника постоянного тока, на анод 120 в переменного напряжения.

Для получения осциллограмм напряжения напряжение, снимаемое с сопротивления  $R_3$  (точки 2, 3), включенного в цепь параллельно тиратрону, подается на вертикальный ( $Y_1$ ) вход осциллографа. Для получения осциллограмм тока напряжение, снимаемое с сопротивления

$R_2$  (точки 1, 2), включенного в цепь катода, подается на вертикальный ( $Y_2$ ) вход осциллографа. Осциллограммы напряжения и тока необходимо зарисовать и объяснить их зависимость от времени при различных напряжениях  $U_c$  на сетке.

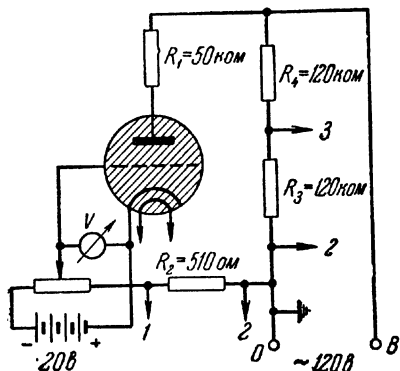


Рис. 142.

Изменение постоянного сеточного смещения при питании тиратрона переменным напряжением дает возможность менять среднее значение анодного тока, так как изменение величины сеточного смещения меняет долю полупериода, в течение которого через тиратрон идет ток. Еще большие возможности управления средним значением анодного тока дает питание сеточной цепи переменным напряжением одной частоты с анодным. Изменяя сдвиг фаз между анодным и сеточным напряжениями от 0 до 180°, можно плавно изменять величину среднего значения выпрямленного тока от максимального значения до нуля.

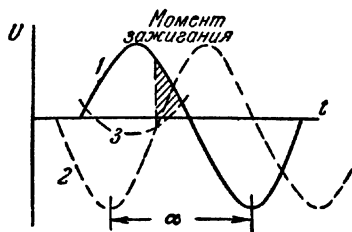


Рис. 143.

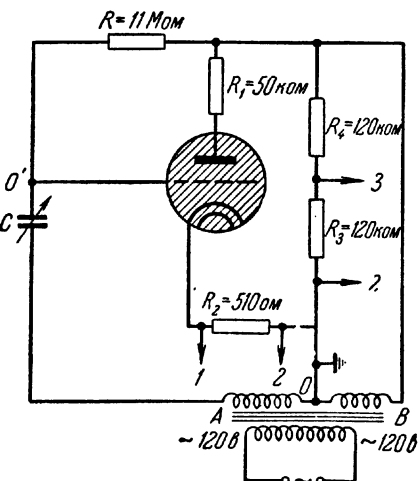


Рис. 144.

Принцип фазового управления средним значением анодного тока показан на рис. 143, где кривая 1 — анодное напряжение, кривая 2 — напряжение на сетке, кривая 3 — потенциал зажигания.



$\alpha$  — сдвиг фаз между анодным и сеточным напряжением. Для создания управляемого сдвига фаз в нашей задаче применяется простейший фазовращатель с сопротивлением и переменной емкостью (рис. 144).

Из приведенной векторной диаграммы фазовращателя (рис. 145) видно, что, изменяя соотношение между  $R$  и  $X_C = \frac{1}{\omega C}$ , можно изменять угол  $\alpha$  — сдвиг фаз между анодным и сеточным напряжениями — от 0 до  $180^\circ$ .

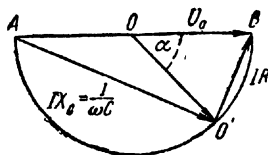


Рис. 145.

Для выполнения упражнения собирают схему по рис. 144, включают накал, а затем анодное напряжение. Наблюдают на экране осциллографа кривые тока и напряжения в зависимости от соотношения между  $X_C$  и  $R$ .

**Технические данные установки.** Тиратрон ТГ-884 (ТГ-1-0,1/0,3); реостаты на 1600 ом и 6000 ом; набор сопротивлений: 120 ком (2 шт.), 500 ом, 50 ком, 0,1 Мом, 11 Мом, набор емкостей: 600, 500, 400, 300, 200, 100 пф, вольтметр постоянного тока 0—75 в, вольтметр астатический 0—300 в, миллиамперметр постоянного тока 0—10 ма, выпрямитель 0—300 в, источник постоянного тока 0—40 в, трансформатор со средней нулевой точкой, двухлучевой осциллограф.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Н. А. Капцов, Электрические явления в вакууме и газах, Гостехиздат, 1947.
2. И. Л. Коганов, Электронные и ионные преобразователи. Госэнергоиздат 1955.
3. Г. А. Тягунов, Электровакуумные приборы, Госэнергоиздат, 1949.
4. В. Ф. Власов, Электровакуумные приборы, Связьиздат, 1949.

## ЗАДАЧА 68

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКИХ ЭКВИВАЛЕНТОВ И ГРАДУИРОВАНИЕ АМПЕРМЕТРА ПРИ ПОМОЩИ ВОЛЬТАМЕТРА

#### Упражнение 1

#### Определение электрохимического эквивалента меди

Количество вещества, выделившееся из электролита в результате прохождения через него заряда в один кулон, носит название электрохимического эквивалента этого вещества. Соответственно этому определению электрохимический эквивалент принято выражать в мг/к. Если имеется точный амперметр, включенный в цепь элект-

ролитической ванны, и секундомер, позволяющий измерять время, в течение которого идет электролиз, то легко определить электрохимические эквиваленты выделяющихся на электродах веществ. Произведение силы тока на время дает величину протекшего количества

электричества, а изменение веса электродов — количество выделившегося вещества. Отношение этих величин и даст электрохимический эквивалент.

**Описание прибора.** Прибор, в котором ведется электролиз, называется вольтаметром. Медный вольтаметр (рис. 146) состоит из стеклянного сосуда, в который опущены три медные пластины; из них две крайние  $A$  и  $A_1$ , служащие анодом, соединяются между собою медным полупоясом, облегающим стеклянный сосуд по внешней стороне. Катодом служит третья медная пластинка, которая при помощи винта может быть укрепена на стержне  $K$ . В сосуд наливают насыщенный раствор медного купороса. При пропускании тока через цепь, в которую включен вольтаметр, на катодной пластинке осаждается чистая медь.

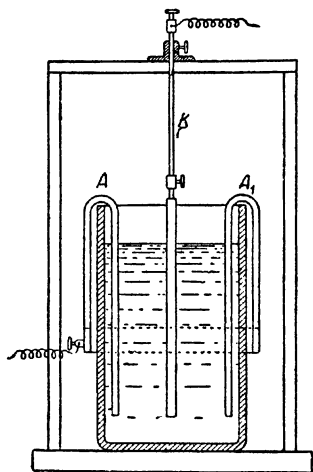


Рис. 146.

Схема соединений изображена на рис. 147; здесь  $E$  — источник электрического тока,  $F$  — медный вольтаметр,  $A$  — амперметр,  $K$  — ключ и  $R$  — реостат.

**Измерения.** Собирают электрическую цепь по схеме рис. 147 и, перемещая движок реостата, устанавливают силу тока около  $0,5\text{ а}$ . Затем выключают ток, вынимают центральный электрод (катод) и готовят его к измерениям. Для этого его тщательно промывают, высушивают и взвешивают с точностью до  $0,001\text{ г}$ . После этого ставят электрод на место в сосуд, замыкают ток и одновременно пускают в ход секундомер. Ток пропускают в течение приблизительно получаса, поддерживая все время реостатом его постоянство. По окончании опыта вынимают пластину, снова промывают ее, высушивают и взвешивают.

**Вычисления.** Из первого закона Фарадея имеем для медного вольтаметра

$$Q = \alpha_{\text{Cu}} it,$$

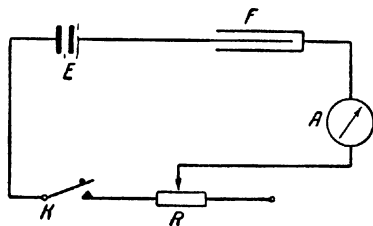


Рис. 147.

где  $Q$  — вес осажденной на катоде меди,  $\alpha_{\text{Cu}}$  — электрохимический эквивалент меди и  $t$  — время прохождения тока  $i$ . Подставляя сюда измеренные значения  $Q$  (в миллиграммах),  $i$  и  $t$ , находят  $\alpha_{\text{Cu}}$ .

Пользуясь значением атомного веса меди и зная валентность иона меди, вычисляют заряд отдельного иона меди и заряд электрона.

## Упражнение 2

### Градуирование амперметра при помощи газового вольтметра

Задача, разрешаемая в настоящем упражнении, обратна задаче, разрешаемой в первом упражнении этой работы. Во втором упражнении электрохимический эквивалент выделяющегося при электролизе вещества считается известным, и количество выделившегося вещества используется для расчета силы тока, протекавшего при электролизе через вольтметр и подлежащий градуировке амперметр.

В условиях этого упражнения ведется электролиз раствора серной кислоты. Продукты электролиза — водород и кислород — собираются в газовом вольтметре.

Газовый вольтметр изображен на рис. 148. Две симметрично расположенные в передней плоскости прибора стеклянные трубки  $AA$  с делениями снабжены небольшими кранами, сообщающими трубки с атмосферой. Эти трубки служат мерными объемами для газа и носят название газовых бюреток. В нижнюю часть трубок впаяны электроды, через которые подводится ток к раствору серной кислоты, заполняющему вольтметр и предназначенному для электролиза. Третья, стеклянная трубка вольтметра соединена тройником с нижней частью газовых бюреток. В верхней части трубки имеется сферический резервуар  $B$  для того же раствора серной кислоты, который заполняет всю систему вольтметра.

Открывая краны бюреток, можно выпустить из их верхней части газовый пузырь, скапливающийся под кранами. На место уходящего газа из центральной трубки с ее верхнего резервуара поступает раствор серной кислоты, вытесняющий газ через краны бюреток.

При пропускании тока через прибор на электродах выделяются кислород и водород, поднимающиеся затем в верхнюю часть бюреток, под краны. Уровень раствора серной кислоты при этом в бюретках опускается ниже кранов, а раствор серной кислоты вытесняется в центральную стеклянную трубку и в расположенный над ней

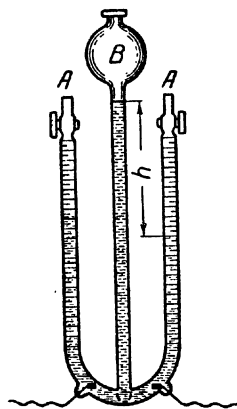


Рис. 148.

резервуар. Если при помощи открывания кранов бюретки были до начала опыта целиком заполнены раствором серной кислоты, то в дальнейшем понижение уровня в каждой бюретке позволяет измерять объем выделившегося в ней газа. Это измерение делается непосредственно по шкалам, нанесенным на стенках бюреток.

**Измерения.** Прибор включают последовательно с реостатом, введенным на максимальное сопротивление, и амперметром в цепь постоянного тока. Соединения выполняются по схеме, совершенно аналогичной схеме, изображенной на рис. 147. Затем начинают медленно выводить реостат, доводя силу тока приблизительно до одной пятой части шкалы амперметра, и добиваются того, чтобы стрелка стояла при этом на одном из целых делений шкалы прибора. После этого выключают ток и, действуя кранами бюреток, выпускают весь газ из бюреток, приготовляя их таким образом к основному опыту, в котором предстоит измерить объем выделившихся при электролизе газов. Затем вновь замыкают цепь тока и одновременно пускают в ход секундомер. Записывают показания амперметра, пока в делениях еще непроградуированной его шкалы. По выделении определенного объема газов (около 100 см<sup>3</sup>) выключают ток и одновременно останавливают секундомер. Точно отсчитывают выделившийся объем  $V$  и температуру газа  $T$ ; измеряют при помощи масштабной линейки разность уровней  $h$  кислоты в газовых бюретках и в центральной трубке бюретки. Это необходимо для того, чтобы в дальнейшем определить то давление, при котором находится газ в бюретках. Последнее будет необходимо для определения массы выделившихся при электролизе газов. Снова заполнив бюретки серной кислотой, повторяют опыт при других значениях силы тока.

При выполнении этого упражнения необходимо помнить, что выделяющийся при электролизе водород образует с воздухом взрывоопасную смесь. Поэтому всякое приближение огня или электрических искр к прибору совершенно недопустимо.

**Вычисления.** Прежде всего объем газа в бюретках газового вольтамметра приводят к 0° и 760 мм давления, пользуясь газовыми законами:

$$V_0 = \frac{V}{1 + 0,003675T} \frac{p}{760}.$$

Здесь  $T$  — температура газа в градусах Цельсия,  $p$  — давление газа в миллиметрах ртутного столба и  $V$  — объем газа в см<sup>3</sup>. Давление  $p$  равно барометрическому  $p_0$  плюс давление столба раствора кислоты высотой  $h$  от уровня ее в бюретке  $A$  до уровня в третьей трубке  $B$  и за вычетом давления  $p_1$  насыщенных паров 20%-ного раствора серной кислоты при данной температуре;  $p_1$  находится из таблиц <sup>1)</sup>. Так как с достаточной точностью можно принять, что

<sup>1)</sup> Без большой ошибки можно воспользоваться таблицей упругости водяного пара.

20%-ная серная кислота в 12 раз легче ртути, то

$$\rho = \rho_0 + \frac{h}{12} - \rho_1,$$

где  $\rho_0$ ,  $\rho_1$  и  $h$  должны быть выражены в миллиметрах ртутного столба.

Для газового вольтметра сила тока выражается так:

$$i = \frac{2}{3} \frac{V_0}{\alpha n t},$$

где  $V_0$  — приведенный к нормальным условиям объем выделившегося газа,  $t$  — время прохождения тока и  $\alpha n$  — электрохимический эквивалент водорода, который берется из таблиц. Пользуясь этой формулой, вычисляют  $i$  для каждого отдельного опыта и строят градуировочный график зависимости величины  $i$  от показаний исследуемого амперметра (см. также задачу 54), что и составляет цель работы.

В случае если цель работы заключается в проверке уже градуированного амперметра, практически удобнее по оси абсцисс откладывать показания испытуемого прибора, а по оси ординат — найденные к ним положительные и отрицательные поправки.

**Технические данные установки.** Для медного вольтметра может быть использован стеклянный сосуд диаметром около 100 мм с электродами соответствующих размеров; газовый вольтметр изготавливается путем спая газовых бюреток емкостью около 0,5 л каждая.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. С. Г. К а л а ш н и к о в, Электричество, Гостехиздат, 1956.
2. Курс физики под редакцией Н. Д. П а п а л е к с и, т. II, Гостехиздат, 1948.

#### ЗАДАЧА 69

### ИЗУЧЕНИЕ ГАЛЬВАНОМЕТРА МАГНИТОЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

**Краткое описание и теория гальванометра магнитоэлектрической системы.** Гальванометры — приборы, служащие для измерения слабых электрических токов, — подразделяются по своей конструкции на две основные группы: 1) с подвижной катушкой, обтекаемой током и вращающейся в поле неподвижного магнита или электромагнита; 2) с подвижным магнитом и неподвижной катушкой.

Для измерения силы тока как в тех так и в других приборах используется вращение подвижной системы, отклоняющейся от некоторого положения равновесия под влиянием взаимодействия тока и магнита. При точных измерениях теперь применяются исключительно гальванометры первого типа.

Подвижная система такого гальванометра представляет собой в большинстве случаев четырехугольную рамку, составленную из плотно уложенных и склеенных изолирующим лаком четырехугольных витков изолированной тонкой проволоки сечением в несколько сотых миллиметра. Эффективное поперечное сечение такой катушки, пронизываемое линиями сил магнитного поля, составляет  $nQ$ , где  $n$  — число витков рамки, а  $Q$  — площадь сечения отдельного прямоугольного витка проволоки. Число витков в такой катушке бывает от нескольких десятков до сотни. Нить  $E$  с укрепленным на ней лег-

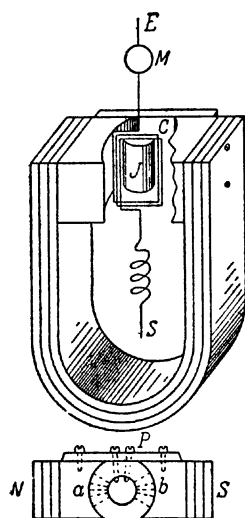


Рис. 149.

ким зеркальцем  $M$  (рис 149) служит подвесом для рамки  $C$ . Рамка может свободно вращаться в зазоре, образуемом двумя полюсами постоянного магнита и цилиндром  $J$  из мягкого железа, укрепленных на пластинке  $P$  из немагнитного материала. В этом случае, как указывает пунктир нижней части рисунка, магнитное поле в воздушном промежутке почти радиально (на верхней части рисунка один из полюсов магнита частично удален).

Нитью подвеса служит тонкая металлическая (платиновая) проволочка или бронзовая ленточка сечением в несколько микрон или тонкая кварцевая нить, иногда платинированная по поверхности. Вторым подводом тока к катушке служит обычно металлическая серебряная или золотая ленточка толщиной в несколько десятых микрона. В гальванометрах с кварцевым подвесом обычно оба подвода тока к рамке выполняются в виде таких ленточек, соединенных с обмоткой рамки (катушки) гальванометра в нижней ее части.

Подводы тока к подвижной системе гальванометра не должны оказывать упругого сопротивления вращению подвижной системы, чтобы, таким образом, упругим моментом сил, действующим на рамку, являлся только крутящий момент нити подвеса.

Перед началом работы гальванометр должен быть правильно установлен, что достигается вращением трех установочных винтов, на которые опирается корпус прибора. Это значит, что подвижная система гальванометра, удерживаемая в фиксированном положении до начала работы специальным приспособлением (арретиром), должна после освобождения арретира свободно двигаться между полюсами магнита, не касаясь их при вращении. Узость зазора между полюсами магнита и центральным цилиндром требует весьма точной установки прибора, чтобы вышеуказанное условие было выполнено.

Для правильной установки некоторые системы гальванометров снабжены уровнем, при помощи которого прибор приводится в пра-

вильное положение. В других системах гальванометров в корпусе прибора установлено специальное наклонное зеркальце, которое облегчает наблюдения положения рамки относительно полюсов магнита.

Приборы первого типа устанавливаются по уровню при арретированной подвижной системе. Приборы второго типа устанавливаются при освобожденной подвижной системе. Арретир приводится в движение специальным рычажком или головкой винта, выведенной где-либо из корпуса гальванометра и снабженной надписью.

Освобождение и закрепление подвижной системы гальванометра перед работой прибора (или по окончании ее) следует производить с большой осторожностью, так как толчки подвижной системы гальванометра, подхватываемой вилкой арретира, передаются непосредственно тонкой нити подвеса. Студентам выполнять самостоятельно эту операцию в практикуме не рекомендуется, они должны обращаться в этих случаях за помощью к лаборантам практикума и воспользоваться возможностью проследить за выполнением этих операций опытными лицами.

Верхний конец нити подвеса закреплен во вращающейся головке (обозначенной на корпусе прибора надписью «корректор нуля»), выведенной на верхнюю часть корпуса гальванометра. Вращением этой головки можно поворачивать подвижную систему гальванометра для установки ее в нулевое положение между полюсами магнита. В нулевом положении плоскость витков подвижной системы подвеса устанавливается приблизительно параллельно линии *ab* (рис. 149). Операция поворота рамки (катушки) гальванометра требует тех же предосторожностей, что и освобождение арретира прибора. Необходимо при этом иметь в виду, что при вращении головки корректора нуля рамка с запозданием следует за вращением головки, так как передача крутящего момента идет к рамке через нить подвеса. Поэтому, повернув корректор нуля на небольшой угол, следует всякий раз выждать, пока установится в новое положение подвижная система прибора. Только таким ступенчатым вращением корректора нуля можно привести подвижную систему в нужное положение между полюсами магнита. В практикуме эти операции производятся также не студентами, а лаборантами.

Измерение силы тока основано на наблюдении углов поворота рамки *C*. При протекании через обмотку рамки тока последняя испытывает вращающий момент сил, действующих на ток в магнитном поле. Как известно, при этом рамка стремится стать так, чтобы магнитный момент протекающего по ней тока был направлен вдоль внешнего магнитного поля.

При установившемся отклонении рамки имеет место равенство моментов сил, действующих на рамку со стороны магнитного поля, и крутящего упругого момента нити подвеса

$$BnQl = Da_k, \quad (1)$$

где  $B$  есть индукция магнитного поля в воздушном промежутке,  $Q$  — площадь витка,  $n$  — число витков,  $D$  — момент сил кручения на единицу угла поворота, а  $i$  — сила тока, протекающего по виткам и сообщающего рамке угловое отклонение  $\alpha_k$ . Отсюда

$$i = C\alpha_k = \frac{1}{S_i} \alpha_k,$$

где

$$C = \frac{D}{BnQ}$$

есть динамическая постоянная прибора, выражающая численно силу тока, отклоняющую подвижную часть прибора на угол  $\alpha = 1$ . Величина

$$S_i = \frac{1}{C} = \frac{BnQ}{D} \quad (2)$$

называется токовой чувствительностью гальванометра.

Вольтовая чувствительность гальванометра  $S_v$  определяется соотношением

$$S_v = \frac{S_i}{R} = \frac{BnQ}{RD},$$

где  $R$  — сопротивление обмотки рамки гальванометра <sup>1)</sup>.

Из уравнения (2) видно, что для увеличения чувствительности гальванометра необходимо, чтобы  $D$  было по возможности малым, а  $B$ ,  $n$  и  $Q$  — по возможности велики. Уменьшение  $D$  достигается уменьшением поперечного сечения нити подвеса или увеличением ее длины. Значение величины  $B$  в воздушном промежутке возрастает при уменьшении размеров этого промежутка; увеличение  $nQ$  достигается увеличением числа витков, а это неизбежно приводит к уменьшению  $B$ . Обычно эти условия подбираются так, чтобы получалось максимальное значение для  $BnQ$ .

Описанная система приборов позволяет измерять самыми совершенными гальванометрами силу тока до  $10^{-11}$  а и разность потенциалов до  $10^{-8}$  в. Следует заметить, что техника конструирования и изготовления гальванометров достигла в настоящее время такого совершенства, что подвижная система гальванометра чувствует статистические тепловые флуктуации тока в цепи гальванометра; что мешает точным измерениям в приборах высшей чувствительности.

При работе с гальванометром имеет важное значение не только его токовая или вольтовая чувствительность, но также характер движения его подвижной системы и время, в течение которого последняя займет положение равновесия, отвечающее конечному углу отклонения. Дело не только в том, чтобы экономить время измере-

<sup>1)</sup> Еще раз о вольтовой чувствительности прибора см. на стр. 353 в связи с обсуждением характерных режимов работы гальванометра.



ний, но и в том, что режим измерительной цепи не всегда возможно поддерживать длительное время постоянным и отсчеты по гальванометру должны соответствовать вполне определенным состояниям той системы, в которую он включен. Движение рамки гальванометра, перед тем как она займет окончательное отклоненное положение после включения в нее тока  $i$ , можно исследовать, рассмотрев уравнение ее движения.

Уравнение движения рамки будет

$$K \frac{d^2 \alpha}{dt^2} = BnQi - P \frac{d\alpha}{dt} - D\alpha, \quad (3)$$

где  $K$  — момент инерции подвижной системы,  $BnQi$  — момент сил, направляющих движение рамки,  $D\alpha$  — момент кручения подвеса рамки и  $P \frac{d\alpha}{dt}$  — момент сил, тормозящих движение рамки, причем  $P = P_1 + P_2$ , где  $P_1$  — коэффициент торможения рамки вследствие трения ее о воздух,  $P_2$  — коэффициент электромагнитного торможения, являющегося следствием того, что в обмотке рамки во время ее движения индуцируется электродвижущая сила.

Если коэффициент  $P_1$  не поддается изменению или регулировке в готовом приборе, то величину коэффициента  $P_2$  можно легко изменять, что позволяет, как будет видно дальше, изменять характер движения подвижной системы гальванометра.

Величина коэффициента  $P_2$  может быть определена путем следующих рассуждений. При повороте рамки на угол  $d\alpha$  за время  $dt$  магнитный поток, пронизывающий ее контур, изменится на величину  $d\Phi = 2Badl$ , где  $dl$  есть расстояние, на которое при этом переместится каждая вертикальная сторона рамки (рис. 150). Но  $dl = d\alpha \frac{b}{2}$ , следовательно, электродвижущая сила, индуцируемая при этом в витках обмотки, равна

$$E = -n \frac{d\Phi}{dt} = -n \frac{2Bad\alpha b}{2dt} = -BnQ \frac{d\alpha}{dt}. \quad (4)$$

Если сопротивление обмотки рамки  $R_g$ , а сопротивление внешней цепи  $R$ , то, пренебрегая самоиндукцией обмотки, можно определить индуцируемый в рамке ток  $i'$  по закону Ома

$$i' = \frac{E}{R_g + R} = \frac{BnQ}{R_g + R} \frac{d\alpha}{dt}.$$

Момент пары сил, испытываемый этим током в магнитном поле, будет равен  $BQni' = \frac{B^2 n^2 Q^2}{R_g + R} \frac{d\alpha}{dt} = P_2 \frac{d\alpha}{dt}$ , откуда  $P_2 = \frac{B^2 n^2 Q^2}{R_g + R}$ .

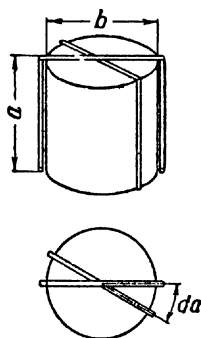


Рис. 150.

У готового гальванометра мы можем изменять величину  $R$ , а следовательно и значение  $P = P_1 + P_2$ .

Вернемся к уравнению (3), рассмотрим его решение и разные случаи движения рамки гальванометра. Из этого уравнения видно следующее. Угловая частота  $\omega_0$  свободных колебаний разомкнутой рамки в отсутствие подведенного к ней тока и в условиях, когда можно пренебречь трением рамки о воздух, будет иметь значение  $\omega_0^2 = \frac{D}{K}$ . Для замкнутой рамки  $\omega^2 = \frac{D}{K} - \frac{P^2}{4K^2}$  и колебания рамки (если ток к ней не подведен, но она была выведена из положения равновесия) будут происходить по закону

$$\alpha = \alpha_0 e^{-\mu t} \sin(\omega t + \varphi), \text{ где } \mu = \frac{P}{2K}. \quad (5)$$

Если же в покоящуюся рамку ( $\alpha = 0$  и  $\frac{d\alpha}{dt} = 0$ ) будет включен ток постоянной силы, то движение рамки можно описать выражением

$$\alpha = \alpha_k \left[ 1 - e^{-\mu t} \sqrt{\frac{\mu^2 + \omega^2}{\omega^2}} \sin \left( \omega t + \arctg \frac{\omega}{\mu} \right) \right], \quad (6)$$

где  $\alpha_k = \frac{BnQl}{D}$  — установившееся отклонение рамки гальванометра при прохождении по ней тока  $i$  (см. формулу (1)).

Рассмотрим следующие частные случаи применения найденного решения уравнения (3):

1. Если между постоянными прибора имеет место равенство  $P^2 = 4KD$ , то  $\omega$  равно нулю и поворот рамки на угол  $\alpha$  совершается аperiodически, т. е. рамка поворачивается и подходит асимптотически к положению равновесия, не переходя его. Характер движения рамки для этого случая изображен на рис. 151, где по оси абсцисс отложено время от момента замыкания для трех разных затуханий, а по оси ординат — углы поворота рамки.

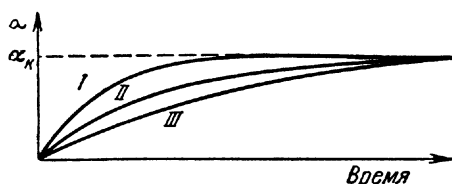


Рис. 151.

Гальванометр, у которого подобрано указанное равенство постоянных, называется критически успокоенным, причем этого удобнее всего достигнуть, изменяя величину того внешнего сопротивления  $R$ , на которое замкнута обмотка рамки.

Пренебрегая  $P_1$ , положим  $P = P_2$ , т. е.

$$P = \frac{B^2 n^2 Q^2}{R_g + R},$$

а так как, с другой стороны,  $P = 2\sqrt{KD}$ , то для данного случая необходимо, чтобы

$$R_g + R = \frac{B^2 n^2 Q^2}{2\sqrt{KD}}, \quad (7)$$

что легче всего осуществить, подобрав соответствующее сопротивление  $R$  внешней цепи, на которую замкнута обмотка рамки. Иногда гальванометры снабжаются переменным магнитным шунтом, который, изменяя величину  $B$ , позволяет добиться критического успокоения при заданном значении  $R$ . В случае соблюдения равенства (7) величина  $R_g + R$  называется полным критическим сопротивлением.

Следует обратить внимание и на то, что электромагнитное торможение пропорционально  $B^2$ , в то время как чувствительность пропорциональна  $B$ , поэтому изменения в напряженности поля значительно сильнее влияют на условия успокоения гальванометра, чем на его чувствительность.

Близкий к критическому режим работы гальванометра и является практически наиболее удобным для измерений, так как обеспечивает минимальное время подхода подвижной системы гальванометра к положению равновесия. Обыкновенно режим работы сдвигают несколько в сторону периодического колебательного движения рамки, устанавливая для суммы величин  $R + R_g$  значение, равное 1,1 полного критического сопротивления.

2. Увеличивая трение, т. е. уменьшая сопротивление  $R$  внешней цепи гальванометра так, чтобы  $P^2$  стало больше  $4KD$ , мы заставим поворачиваться рамку гальванометра тоже аperiodически, но с меньшей скоростью (см. кривые II и III рис. 151). В этих случаях гальванометр называется переуспокоенным.

3. Если между постоянными гальванометра имеет место неравенство  $P^2 < 4KD$ , то движение рамки происходит периодически (колебательно). На рис. 152 сплошная кривая изображает движение рамки в этом случае после замыкания цепи гальванометра, а пунктирная — то же после размыкания.

Колебательный характер движения рамки гальванометра описывается периодом  $T$  колебания и величиной затухания колебаний. Декремент затухания  $\Delta$  определяется отношением двух следующих друг за другом амплитуд:

$$\Delta = \frac{A_1}{A_2} = \frac{A_2}{A_3} = \dots = \frac{A_n}{A_{n+1}},$$

где

$$A_n = \alpha_k \sqrt{\frac{\mu^2 + \omega^2}{\omega^2}} e^{-\mu n T} \quad (8)$$

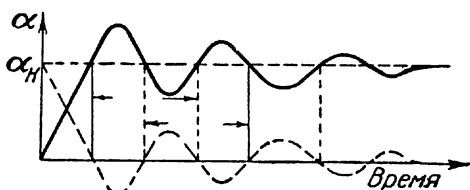


Рис. 152.

(см. уравнение (6). Натуральный логарифм этого отношения  $\ln \Delta = \lambda$ , называемый логарифмическим декрементом затухания, весьма просто зависит от соотношения постоянных гальванометра

$$\lambda = \frac{PT}{2K}.$$

Это выражение легко получить из уравнений (6) и (8).

Период колебаний  $T$  в свою очередь зависит от соотношения постоянных гальванометра. Из уравнения (6) находим

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{D}{K} - \frac{P^2}{4K^2}}}.$$

Из этого выражения видно, что у готового гальванометра период колебания рамки можно изменять, воздействуя на постоянную торможения  $P$ , ибо  $K$  и  $D$  не меняются.

При  $P \approx 0$ , чего можно достигнуть, заставляя работать гальванометр при разомкнутой цепи рамки, период колебания его подвижной системы

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{K}{D}}. \quad (9)$$

Период  $T_0$  является, как мы увидим дальше, одной из основных характеристик гальванометра.

Из всего изложенного видно, что характер движения рамки (при неизменных  $K$  и  $D$ ) легко и удобно изменяется в широких пределах — от периодического с малым затуханием и до аperiodического, причем тот или иной режим движения рамки достигается в основном регулированием постоянной электромагнитного торможения  $P$ , а последняя зависит от сопротивления внешней цепи, на которую замкнута обмотка рамки прибора. На этом же основан способ быстрого успокоения колебаний рамки (демпфирование). Достаточно ее обмотку замкнуть накоротко в тот момент, когда она в процессе колебаний проходит через положение покоя (нуля), чтобы она быстро остановилась.

Для уяснения вопроса о том, от каких факторов зависит чувствительность гальванометра, полезно выразить ее теперь в функции периода колебаний рамки и критического сопротивления гальванометра. Из ранее приведенных выражений имеем

$$R_g + R = \frac{B^2 n^2 Q^2}{2\sqrt{KD}}$$

и

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{K}{D}},$$

но  $S = \frac{BnQ}{D}$ , следовательно,

$$S^2 = \frac{2(R_g + R) \sqrt{KD}}{D^2} = \frac{(R_g + R) T_0}{\pi D}. \quad (10)$$

Таким образом, при заданном периоде гальванометра (практически 1—5 сек) чувствительность пропорциональна корню квадратному из критического сопротивления, которое, казалось бы, надо поэтому делать возможно большим. Однако надо иметь в виду, что увеличение значения критического сопротивления ведет к понижению вольтовой чувствительности прибора. Между тем именно вольтовая чувствительность гальванометра определяет его ценность в целом ряде случаев.

В самом деле, гальванометр может иметь два разных назначения: либо он применяется как прибор для измерения малых токов, либо для измерения малых напряжений. Практически оказывается, что режимы работы цепей, в которых важно измерение малых токов и малых напряжений, в большинстве случаев резко различны. Так, измерение малых токов характерно для случаев, когда измерительная схема содержит большие сопротивления (фотоэлементы, ионные или электронные трубки). В этих случаях большие значения критического сопротивления гальванометра не являются помехой. Другое дело, когда гальванометр применяется для измерения малых разностей потенциала (термоэлектродвижущие силы, гальваномагнитные эффекты, включения гальванометра в потенциометрические или мостовые схемы). Обычно в этих случаях сопротивление той цепи, на которую включается гальванометр, невелико, и при больших значениях критического сопротивления прибора он будет практически полностью задемпфирован. Поэтому в таких случаях в цепь гальванометра, обладающего значительным критическим сопротивлением, приходится искусственно вводить последовательно с прибором дополнительное сопротивление, создающее для подвижной системы режим движения, более близкий к критическому. А это значит, что вольтовая чувствительность гальванометра будет практически определяться частным от деления его токовой чувствительности не на внутреннее сопротивление прибора, а на его критическое сопротивление.

Таким образом, чувствительный к току гальванометр, но с большим критическим сопротивлением оказывается часто, несмотря на формально значительную чувствительность, мало пригодным для измерения малых разностей потенциала. Между тем измерение малых разностей потенциала или контроль за доведением их до нуля является одним из распространеннейших назначений прибора, как можно легко проследить даже по задачам практикума. Изготовление гальванометров специально для этих целей с малым значением критического сопротивления не так просто, потому что

значение критического сопротивления пропорционально величине тех же параметров (сравни соответствующие формулы), которые входят в выражение для токовой чувствительности, и растет пропорционально ее квадрату. Разумный компромисс между этими нелегко совмещаемыми требованиями и составляет трудную задачу конструктора прибора.

Из всего сказанного следует, что выбор гальванометра для рационального обслуживания заданной электрической схемы имеет большое значение для успеха измерений.

В данной задаче выполняются следующие упражнения: 1) определение чувствительности гальванометра к току; 2) определение периода свободных колебаний рамки гальванометра; 3) определение внешнего критического сопротивления  $R_{кр}$  гальванометра; 4) определение зависимости декремента затухания колебаний рамки гальванометра от величины внешнего сопротивления.

### Упражнение 1

#### Определение чувствительности гальванометра к току

Для определения чувствительности гальванометра к току применяется схема, изображенная на рис. 153. Здесь  $E$  — аккумулятор на 1,4 в,  $R$  — делитель напряжений,  $V$  — вольтметр,  $R_0$  — постоянное сопротивление (9000 ом),  $R_1$  — магазин сопротивлений

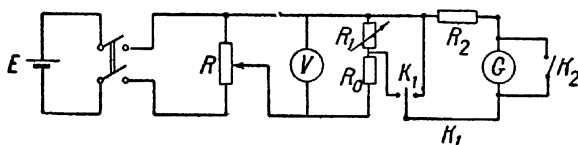


Рис. 153.

(1—50 ом),  $R_2$  — магазин сопротивления (1—9999 ом)<sup>1)</sup>,  $G$  — гальванометр,  $K_1$  — переключатель цепи гальванометра,  $K_2$  — ключ для демпфирования гальванометра (см. стр. 347).

Сила тока в цепи гальванометра, как легко видеть из схемы, определяется следующим приближенным выражением:

$$i_g = \frac{V \frac{R_1}{R_0}}{R_0 + R_2}, \quad (11)$$

<sup>1)</sup> В практикуме фактически  $R_1$  и  $R_2$  являются частями одного и того же магазина сопротивления КМС-6 с общим сопротивлением 99999,9 ом, имеющего независимые выводные клеммы от разных участков.

где  $i_g$  — сила тока в цепи гальванометра,  $R_g$  — сопротивление рамки гальванометра. Значение  $R_g$ , входящее в формулу, может быть определено следующим образом.

При неизменном токе через гальванометр, но при различных значениях  $V$  и  $R_s$  можно написать

$$\frac{V' \frac{R_1}{R_0}}{R_g + R_s'} = \frac{V'' \frac{R_1}{R_0}}{R_g + R_s''},$$

откуда

$$R_g = \frac{V'' R_s' - V' R_s''}{V' - V''}. \quad (12)$$

Входящие в правую часть формулы (12) величины определяются из опыта (см. ниже).

Зная  $R_g$ , можно определить  $i_g$ , а затем и чувствительность к току по формуле

$$S_i = \frac{N}{i_g l} \quad (13)$$

или динамическую постоянную по формуле

$$C_1 = \frac{i_g l}{N},$$

где  $N$  — число миллиметров отклонения светового указателя по шкале от нулевого положения,  $l$  — расстояние в метрах от шкалы до зеркальца гальванометра <sup>1)</sup>. Чувствительность обычно выражают в мм отклонения, вызываемого током в 1 мка при расстоянии от зеркальца до шкалы в 1 м  $\left( \frac{\text{мм}}{\text{мкА} \cdot \text{м}} \right)$ .

Постоянная гальванометра определяется силой тока (в а), вызывающей отклонение указателя на 1 мм при расстоянии от зеркала до шкалы в 1 м  $\left( \frac{\text{мкА}}{\text{мм} \cdot \text{м}} \right)$ .

Зная чувствительность к току, легко получить чувствительность к напряжению <sup>2)</sup> по формуле

$$S_V = \frac{S_i}{R_g}. \quad (14)$$

Однако, как подробно указано выше, практически эту величину часто приходится заменять другой, именно

$$S_V = \frac{S_i}{R + R_g} = \frac{S_i}{R_{\text{кр}}}. \quad (15)$$

<sup>1)</sup> С отсчетным устройством гальванометра можно ознакомиться непосредственно в практикуме.

<sup>2)</sup> Чувствительность к напряжению или вольтовая чувствительность выражается в  $\frac{\text{мм}}{\text{мкВ} \cdot \text{м}}$ .

В задаче подлежат вычислению вольтовые чувствительности, найденные и по формуле (14), и по формуле (15).

**Измерения.** Подбирая по два значения  $V$  и  $R_2$ , дающие одинаковые отклонения гальванометра, по формулам (12), (13) и (14) определяют  $S_i$ ,  $S_V$  и  $R_g$ . Для величин  $R_g$  и  $S_i$  должно быть получено не менее трех значений и подсчитаны ошибки измерения.

**Практические замечания.** 1. После сборки схемы (рис. 153) и проверки ее преподавателем необходимо установить шкалу так, чтобы изображение нити светового указателя отсчетного устройства находилось на средней части его шкалы.

2. Включить рубильник и установить напряжение по вольтметру 0,5—0,8 в.

3. Включить сопротивление  $R_1$  на 3—5 ом, а сопротивление  $R_0$  — на 9000 ом и после этого ключом  $K_1$  включить гальванометр. Если отклонение будет невелико, то, уменьшая сопротивление  $R_2$ , можно получить отклонение на 100—150 мм от нулевого положения и затем перейти к выполнению упражнения.

### *Упражнение 2*

#### **Определение периода свободных колебаний рамки гальванометра**

Для определения периода свободных колебаний рамки гальванометра необходимо получить отклонение светового указателя по шкале на 150—200 мм, а затем разомкнуть цепь гальванометра ключом  $K_1$ . После этого следует измерить время нескольких полных колебаний рамки с помощью секундомера и найти их период  $T$ .

### *Упражнение 3*

#### **Определение внешнего критического сопротивления гальванометра**

Получив отклонение светового указателя гальванометра на 150—200 делений, быстро переключают ключ  $K_1$  таким образом, чтобы отделить гальванометр от источника напряжения и замкнуть рамку гальванометра на сопротивление  $R_2$ . Ключ  $K_2$  при этом, разумеется, остается все время разомкнутым. Затем наблюдают, в каком режиме движения (колебательном, аperiodическом) указатель подходит к нулевому положению. Наблюдения повторяют, уменьшая последовательно сопротивление  $R_2$  до тех пор, пока движение рамки не станет аperiodическим <sup>1)</sup>. Значение сопротивления  $R_2$ , при кото-

<sup>1)</sup> Разумеется, при каждом значении  $R_2$  световой указатель будет в одном и том же режиме подходить как к нулевому положению (при вышеуказанной последовательности действий с ключом), так и к своему отклоненному положению (при обратном присоединении рамки гальванометра к источнику напряже-



ром движение рамки гальванометра становится аperiодическим, будет равно внешнему критическому сопротивлению гальванометра.

#### Упражнение 4

#### Определение зависимости декремента затухания колебаний рамки гальванометра от величины внешнего сопротивления

Схема остается без изменения, порядок работы такой же, как и в упражнении 3. В этом упражнении наблюдают за колебаниями светового указателя по шкале и записывают величину последовательных его отклонений вправо и влево (или в одну сторону). Произведя подобные измерения для различных сопротивлений  $R_2$ , можно рассчитать декремент затухания и его зависимость от сопротивления внешней цепи гальванометра и построить график зависимости декремента затухания от внешнего сопротивления  $R_2$ .

Величину декремента определяют при значениях  $R_2$ , не слишком близких к  $R_{кр}$ . Рекомендуемые для этого значения  $R_2$  указаны непосредственно на установке задачи.

**Технические данные установки.** Работа поставлена с гальванометром марки М-21/2; сопротивления используемых магазинов указаны выше в тексте описания по ходу описания установки и измерений.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Е. А. Сви р с к и й, Общий курс электрических и магнитных измерений, Оборонгиз, 1939.
2. О. В е р н е р, Чувствительные гальванометры постоянного и переменного тока, КУБУЧ, 1933.

#### ЗАДАЧА 70

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЕМКОСТИ КОНДЕНСАТОРА ПОСРЕДСТВОМ БАЛЛИСТИЧЕСКОГО ГАЛЬВАНОМЕТРА

Измерение емкости конденсатора может быть произведено несколькими принципиально различными способами <sup>1)</sup>. В настоящей задаче в основу измерения емкости положено электростатическое соотношение между зарядом конденсатора  $q$ , его емкостью  $C$  и

ния). Но практически удобнее вести наблюдения за режимом возвращения рамки к нулевому положению, так как отклоненное положение изменяется при подборе нужного значения сопротивления  $R_2$  и цепь гальванометра остается при этом присоединенной ко всей схеме, что нежелательно при наблюдениях режима движения рамки.

<sup>1)</sup> См. задачи 78 и 82.

разностью потенциалов на конденсаторе  $V$ . Если применить это соотношение к двум конденсаторам, заряженным до одной и той же разности потенциалов  $V$ , то легко прийти к соотношению

$$C_2 = C_1 \frac{q_2}{q_1}.$$

Из него видно, что если емкость одного из конденсаторов известна, то относительное измерение емкости двух конденсаторов сводится к сравнению их зарядов (при условии, что  $V_1 = V_2$ )<sup>1)</sup>. Этот способ относительных измерений емкости и положен в основу настоящей задачи.

В данном случае сравнение зарядов конденсаторов выполняется баллистическим методом.

Значение баллистического метода измерения зарядов выходит далеко за пределы настоящего частного вопроса сравнения емкостей двух конденсаторов (см. задачи 12, 71, 73, 86). Названный метод является одним из важнейших приемов электрических, в особенности магнитных, измерений (см. задачи 71—73), к которым он был впервые применен профессором А. Г. Столетовым. Поэтому при выполнении задачи надо уделить особое внимание баллистическому методу измерения зарядов, тем более, что элементарные электростатические соображения, используемые для сравнения емкостей конденсаторов, делают цель применения этого метода совершенно ясной.

**Краткая теория баллистического гальванометра.** Баллистический гальванометр применяется для измерения количества электричества, протекающего по цепи за промежуток времени, малый по сравнению

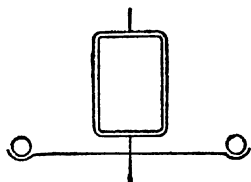


Рис. 154.

с периодом собственных колебаний рамки, и представляет собой особую разновидность гальванометра магнито-электрической системы, который описан в задаче 69. Кратковременные токи имеют место в схемах при разряде конденсатора, быстром изменении магнитного потока и т. д. Баллистический гальванометр отличается от обычного гальванометра магнитоэлектрической системы искусственным увеличением момента инерции его подвижной

системы. Увеличение момента инерции обычного гальванометра может иногда достигаться скреплением с подвижной системой двух стерженьков с чашечками на концах, в которых помещено по тяжелому шарiku (рис. 154).

Движение рамки баллистического гальванометра в общем случае описывается уравнением того же типа, как и для обыкновенного гальванометра (см. задачу 69):

$$K \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + P \frac{d\alpha}{dt} + D\alpha = HnQi. \quad (1)$$

<sup>1)</sup> Если  $V_1 \neq V_2$ , то еще надо знать, в каком они находятся соотношении.

Однако так как при измерениях баллистическим гальванометром время протекания тока  $\tau \ll T$  — периода собственных колебаний рамки гальванометра (или, вернее, времени первого отброса), то можно считать, что рамка начинает свое движение только после протекания тока и, таким образом, движение рамки в период времени  $t > \tau$  описывается уравнением вида

$$K \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + P \frac{d\alpha}{dt} + D\alpha = 0. \quad (2)$$

Указанные особенности баллистического гальванометра обуславливают особый режим его работы и определяют его основные свойства: пропорциональность величины первого отброса рамки количеству электричества, протекшего через нее.

Не прибегая к решению дифференциального уравнения (2), найдем условия работы гальванометра упрощенным путем.

Выведем соотношение между  $q$  — количеством электричества, проходящим через обмотку рамки баллистического гальванометра (например, при разряде конденсатора через него), и  $\alpha_0$  — первым максимальным отклонением рамки от положения равновесия при условии отсутствия торможения ( $P = 0$ ).

Так как за время  $\tau$  прохождения тока рамка не успевает выйти из положения равновесия, то уравнение движения за время  $t < \tau$  может быть упрощено и записано в виде

$$K \frac{d^2 \alpha}{dt^2} = HnQI, \quad (3)$$

откуда

$$HnQ \int_0^\tau idt = HnQq = K \frac{d\alpha}{dt}. \quad (4)$$

Здесь  $q$  — полное количество электричества, протекшее через гальванометр. При этом рамка приобретает кинетическую энергию, равную  $\frac{1}{2} K \left( \frac{d\alpha}{dt} \right)^2$ . Эта энергия затрачивается на закручивание подвеса на угол  $\alpha$ .

Момент сил кручения при угле поворота  $\alpha$  есть  $D\alpha$ ; при дальнейшем закручивании на угол  $d\alpha$  работа сил кручения будет  $D\alpha d\alpha$ . Вся работа, затраченная на отклонение рамки, будет

$$\int_0^{\alpha_0} D\alpha d\alpha = \frac{D\alpha_0^2}{2}. \quad (5)$$

Таким образом,

$$\frac{D\alpha_0^2}{2} = \frac{1}{2} K \left( \frac{d\alpha}{dt} \right)^2,$$

или

$$K \left( \frac{d\alpha}{dt} \right)^2 = D\alpha_0^2. \quad (6)$$

Возводя в квадрат уравнение (4) и деля его на уравнение (6), получаем

$$K = \frac{H^2 n^2 Q^2 q^2}{D \alpha_0^2}. \quad (7)$$

Период свободных колебаний разомкнутой рамки гальванометра  $-T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{K}{D}}$  (см. задачу 69), или  $K = \frac{T_0^2 D}{4\pi^2}$ ; подставляя  $K$  в уравнение (7), получаем

$$\frac{T_0^2 D}{4\pi^2} = \frac{H^2 n^2 Q^2 q^2}{D \alpha_0^2}.$$

Отсюда

$$q = \frac{T_0}{\pi} \cdot \frac{D}{HnQ} \frac{\alpha_0}{2} = \frac{T_0}{2\pi} C \alpha_0,$$

или

$$q = B \alpha_0, \quad (8)$$

где  $B = \frac{T_0}{2\pi} C$ , а  $C$  есть динамическая постоянная гальванометра. Величина  $B$  носит название баллистической постоянной гальванометра.

Приведенный вывод основан на предположении, что рамка при своих колебаниях не испытывает никаких тормозящих воздействий. Практически это не совсем так, поэтому связь между  $q$  и  $\alpha_0$  на самом деле несколько сложнее.

**Метод и схема измерения.** Как было только что показано, отклонение баллистического гальванометра пропорционально количеству электричества, протекающему за короткий промежуток разряда конденсатора через гальванометр. Если  $q$  известно, то уравнение дает возможность, измерив  $\alpha$ , определить  $B$ .

Так как практически отклонение  $\alpha$  гальванометра всегда отсчитывается по линейной шкале (см. задачу 69), то удобнее  $B$  выражать через смещения светового указателя по шкале

$$\alpha = \frac{n}{2l},$$

где  $l$  — расстояние от зеркала гальванометра до шкалы и  $n$  — число делений, которое отсчитывается по шкале; отсюда

$$q = \frac{B}{2l} n,$$

т. е.  $n$  зависит от  $l$ . Но для каждой данной установки  $l$  обыкновенно не меняется; поэтому, обозначив

$$B' = \frac{B}{2l},$$

получим

$$q = B'n$$

и

$$B' = \frac{q}{n} = \text{const}, \quad (9)$$

где  $B'$  выражено уже в кулонах на деление шкалы (в условиях данной установки).

Практически  $B$  и  $B'$  можно определить, разряжая через баллистический гальванометр конденсатор известной емкости  $C$ , заряженный до известной разности потенциалов  $V$  и, следовательно, содержащий заряд

$$q = CV. \quad (10)$$

Для определения  $B$  и  $B'$  составляют электрическую цепь по схеме, изображенной на рис. 155. Постоянный ток от сети подводится через рубильник  $S$  на столе к концам реостата  $R$ , включенного в качестве делителя напряжения. От одного из этих концов

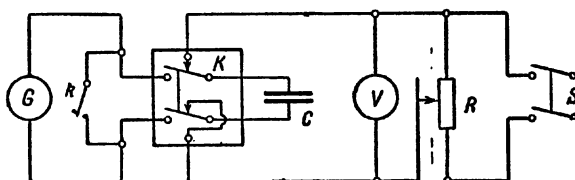


Рис. 155.

и ползунка напряжение подводится через двойной ключ  $K$  к обкладкам конденсатора  $C$ . Напряжение это можно изменять путем передвижения ползунка в ту или иную сторону и измерять вольтметром  $V$ . Так как напряжение в сети может колебаться, то за вольтметром надо постоянно следить и в случае, если будет замечено изменение напряжения, немедленно компенсировать его соответствующим передвижением ползунка. При нажатии ключа  $K$  размыкается сначала цепь зарядки конденсатора, а затем последний замыкается на гальванометр  $G$ .

Параллельно гальванометру включен ключ  $k$ , назначением которого является замыкание цепи индуктивных токов (см. задачу 69), возникающих в катушке гальванометра при ее качании. Торможение рамки осуществляется действием магнитного поля магнита гальванометра на индуктивные токи, возникающие в его рамке. Ключ этот должен замыкаться после отклонения гальванометра в тот момент, когда после отсчета световой указатель опять проходит через нулевое деление шкалы.

**Измерения. 1. Определение баллистической постоянной установки.** Включают в схему эталонный конденсатор  $C_0$ . Замкнув рубильник  $S$  и передвигая контакт реостата, устанавливают по вольтметру какое-либо определенное напряжение, например 100 в. Затем ключом  $K$  быстро включают заряженный конденсатор на гальванометр и отмечают то крайнее деление шкалы, до которого передвинется световой указатель во время первого колебания.

Замыкая ключ  $k$ , успокаивают гальванометр в момент возвращения светового указателя к нулевому делению. Определив таким образом несколько раз показание гальванометра (не менее пяти раз), подставляют среднее значение его в формулу (9) и определяют  $B'$ .

2. Измерение емкости конденсаторов. Из уравнений (9) и (10) имеем

$$C = \frac{B'n}{V}, \quad (11)$$

отсюда следует, что, зная  $B'$  и  $V$  и измерив  $n$ , можно определить емкость неизвестного конденсатора  $C$ . Для этого в схеме (рис. 155) включают вместо эталона конденсатор неизвестной емкости и измеряют аналогично предыдущему отклонение светового указателя гальванометра. По полученным данным вычисляют  $C$  по формуле (11).

Таким образом измеряется емкость нескольких конденсаторов, а затем их емкость при параллельном и последовательном соединении между собой. Эти результаты сопоставляются с расчетами суммарной емкости при параллельном и последовательном соединении конденсаторов.

Практические указания. Ввиду того что в задаче пользуются напряжением в 120 в, возникает опасность при малейшей неисправности цепи пережечь гальванометр. Поэтому необходимо:

1. Ни в коем случае не включать ток до проверки соединений преподавателем.
2. Все переключения конденсаторов производить с возможной тщательностью и обязательно при выключенном рубильнике  $S$  и замкнутом ключе  $k$ .
3. По выполнении переключений сначала включать рубильник  $S$  и затем уже размыкать ключ  $k$ .
4. Соединение приборов производить исключительно целыми проводами с неповрежденной изоляцией.

Технические данные установки. В работе используется баллистический гальванометр М-21/2, конденсаторы емкостью  $\sim 0,01$  мкф, питание осуществляется от аккумуляторной сети напряжением 110 в.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. С. Г. К а л а ш н и к о в, Электричество, Физматгиз, 1956.
2. Курс физики под редакцией Н. Д. П а п а л е к с и, т. II, Гостехиздат, 1948.
3. А. И. Т у д о р о в с к и й, Электричество и магнетизм, ч. II, ОНТИ, 1935.

#### СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

4. Е. А. С в и р с к и й, Общий курс электрических и магнитных измерений, Оборонгиз, 1939.

## ЗАДАЧА 71

ИССЛЕДОВАНИЕ МАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ В ЖЕЛЕЗЕ  
БАЛЛИСТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

**Описание метода и установки.** Магнитная индукция  $B$  ферромагнитных веществ — железа, кобальта, никеля и специальных ферромагнитных сплавов — нелинейно зависит от напряженности того магнитного поля  $H$ , в котором находится ферромагнитное вещество. Исследованию этой зависимости  $B$  от  $H$  и посвящена настоящая задача.

На рис. 156 в виде примера дана кривая зависимости магнитной индукции  $B$  от напряженности магнитного поля внутри вещества для чистого мягкого железа.

Форма кривой зависит не только от химического состава вещества, но и от его температуры, от предшествующей термообработки исследуемого образца и от существующих в нем упругих напряжений. Эти факторы должны учитываться при исследовании магнитных свойств вещества.

Впервые полное экспериментальное исследование зависимости  $B$  от  $H$  было произведено в 1871—1872 гг. профессором Московского университета А. Г. Столетовым. Он разрешил чрезвычайно важный при магнитных измерениях вопрос о том, как от исследования магнитных свойств образца данной геометрической формы перейти к магнитной характеристике вещества, из которого сделан образец, что, разумеется, совершенно необходимо для выяснения физики процесса намагничивания вещества. Решение этого вопроса важно потому, что магнитную индукцию вещества имеет смысл исследовать только как функцию напряженности магнитного поля внутри испытуемого образца, т. е. как функцию так называемого истинного магнитного поля. Величина же напряженности магнитного поля внутри образца, вообще говоря, не совпадает со значением напряженности внешнего магнитного поля, в которое помещен исследуемый образец.

Столетов указал, как учитывать влияние геометрической формы образцов, взятых для измерений, при оценке результатов измерений, т. е. как переходить от значения напряженности внешнего

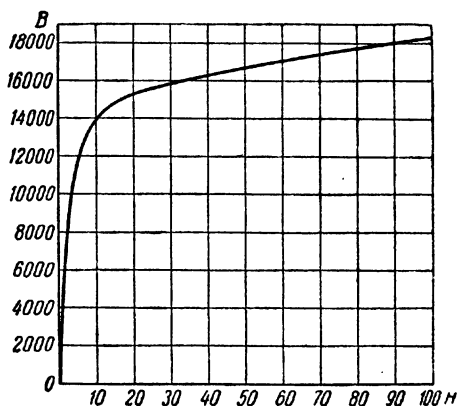


Рис. 156.

Столетов указал, как учитывать влияние геометрической формы образцов, взятых для измерений, при оценке результатов измерений, т. е. как переходить от значения напряженности внешнего

магнитного поля к значению напряженности истинного магнитного поля. Только после этого из магнитных измерений начали получать результаты, характеризующие свойства вещества независимо от того, на образцах какой формы было проведено исследование. Столетов указал также такие геометрические формы образцов (тороиды или торы), для которых напряженность внутреннего поля в образце равна напряженности внешнего магнитного поля.

В необходимости учета геометрических свойств образцов легко убедиться, получая магнитные спектры образцов разной геометрической формы при помощи железных опилок, насыпаемых вблизи образцов, находящихся в магнитном поле. Обращает на себя внимание различное рассеяние линий сил магнитного поля на границах

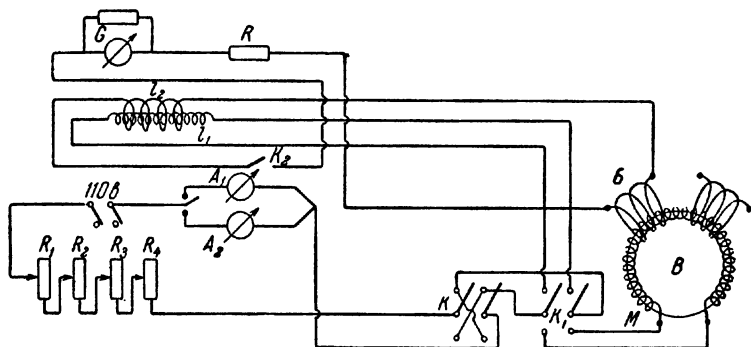


Рис. 157.

образцов, а следовательно, и различная структура магнитного поля внутри различных образцов даже в одинаковых внешних магнитных полях. Отсюда и возникает трудность перехода от измеряемых значений напряженности внешнего поля к значениям напряженности истинного магнитного поля внутри образца, в функции которого надо строить кривую индукции. Проще всего вопрос решается в том случае, когда линии сил магнитного поля равномерно расположены во всем объеме образца и нигде не пересекают его поверхности. Примером такого поля является поле в случае кольцеобразного тороидального образца, намагничиваемого кольцевой обмоткой, намотанной на тот же образец ( $B$  на рис. 157). При достаточно малом радиусе поперечного сечения тора по сравнению с радиусом самого тора магнитное поле, создаваемое током, текущим по обмотке, однородно; оно остается таким и внутри образца. Линии сил не пересекают поверхности образца и образуют систему концентрических окружностей вокруг общего с железным тором центра. Полученные экспериментальные данные о магнитном поле не нуждаются в этом случае в сложных поправках на форму образца. Именно такой образец используется в настоящей задаче.



В остальных случаях необходимо учитывать влияние концов образца, где линии сил под разными углами выходят из образца. Очевидно, что эти концевые эффекты могут вести только к ослаблению магнитного поля внутри образца. По этой причине поправки, вводимые на форму образца и совершенно необходимые для перехода от значений напряженности магнитного поля вне образца к значениям  $H$  внутри образца, носят общее название — размагничивающий фактор.

Для используемого в настоящей задаче тороида размагничивающий фактор равен нулю, и напряженность внешнего поля совпадает с напряженностью истинного поля внутри образца.

Экспериментальное исследование кривой индукции может быть проведено различными методами. В данной задаче используется предложенный Столетовым и ставший классическим и наиболее распространенным баллистический метод, дающий простыми экспериментальными средствами надежные количественные результаты.

Сущность баллистического метода, применяемого также и в других магнитных задачах практикума, заключается в следующем.

Баллистический гальванометр (см. общую теорию гальванометра в описаниях задач 69 и 70) включается в цепь катушки, помещаемой в магнитное поле, напряженность которого подлежит измерению. Размер катушки определяется степенью неоднородности поля. Очевидно, чем неоднороднее поле, тем меньше должна быть катушка. Магнитный поток через катушку

$$\Phi = BSN_{\text{изм}},$$

где  $S$  — сечение одного витка катушки, а  $N_{\text{изм}}$  — число ее витков. При изменении магнитного потока через катушку в ней возникает электродвижущая сила индукции

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi}{dt}.$$

Следовательно, в цепи гальванометра пойдет ток

$$I = \frac{dq}{dt} = - \frac{d\Phi}{Rdt},$$

где  $q$  — количество электричества, а  $R$  — сопротивление катушки и гальванометра. Отсюда следует, что при изменении магнитного потока на величину  $\Delta\Phi$  через обмотку рамки гальванометра пройдет количество электричества  $q = \frac{\Delta\Phi}{R}$ .

Отброс баллистического гальванометра, как известно, пропорционален количеству протекшего через него электричества, если время протекания заряда мало по сравнению с периодом гальванометра. Следовательно, если в катушке, соединенной с гальванометром, достаточно быстро изменится магнитный поток, то отброс

баллистического гальванометра пропорционален изменению магнитного потока. Из измеренной величины отброса гальванометра можно определить величину изменения магнитного потока, а затем — индукцию магнитного поля.

Изменение магнитного потока через катушку в изучаемом магнитном поле можно осуществить двумя способами: 1) изменяя положение измерительной катушки в магнитном поле, например, поворачивая ее; 2) изменяя магнитный поток за счет изменения мощности источников магнитного поля.

В случае изучения магнитного поля, создаваемого током, удобно, не производя никаких геометрических перемещений в поле, изменять ток в создающих поле катушках. Проще всего это производить, изменяя направление тока на обратное. Такое изменение направления тока носит название коммутации тока. При коммутации тока вектор  $B$  меняет направление на обратное, следовательно, изменение магнитного потока через измерительную катушку будет  $\Delta\Phi = 2BSN_{\text{изм}} = qR$ , откуда

$$B = \frac{qR}{2SN_{\text{изм}}}. \quad (1)$$

Описанный прием коммутации тока широко применяется при магнитных измерениях, в частности и в этой задаче.

На часть испытуемого тороида, кроме основной намагничивающей обмотки, намотаной равномерно на протяжении всего тороида, намотана непосредственно по поверхности тороида еще измерительная обмотка, включенная в цепь баллистического гальванометра. При коммутации тока в намагничивающей обмотке в измерительной обмотке проходит импульс тока. Количество электричества, протекающего при этом через цепь гальванометра, определяет его отброс. Если известна чувствительность гальванометра, то по формуле (1) можно определить индукцию  $B$ .

Напряженность магнитного поля  $H$  находится расчетным путем. В самом деле, применяя к намагничивающей обмотке формулу

$$H = 0,4\pi nI, \quad (2)$$

где  $n$  — число витков на единицу длины средней линии соленоида, можно после измерения силы тока  $I$  в намагничивающей обмотке найти все нужные значения  $H$ .

Практически, однако, не градуируют баллистическую установку для измерения заряда, но поступают иначе, сводя все измерения к сравнению индукции в испытуемом образце с другим известным магнитным полем. Для этого, помимо тороида с обмоткой, пользуются еще совершенно независимым длинным прямым соленоидом без сердечника с тесно расположенными витками. Поле в таком соленоиде, называемом нормальной катушкой, рассчитывается по

такой же формуле (2), как и поле в тороиде, причем длина нормальной катушки обеспечивает достаточную точность в оценке  $H$ . На нормальной катушке имеется своя короткая измерительная обмотка, включаемая также в цепь баллистического гальванометра.

Пусть произведена коммутация тока в нормальной катушке. Тогда отброс гальванометра  $\beta$  будет пропорционален известным изменениям магнитного потока через измерительную обмотку нормальной катушки

$$\Delta\Phi = 2HS_{\text{норм}}N_{\text{изм}} = 2 \cdot 0,4\pi n_{\text{норм}}IS_{\text{норм}}N_{\text{изм}} = A\beta, \quad (3)$$

где  $H$  — магнитное поле в нормальной катушке,  $S_{\text{норм}}$  и  $N_{\text{изм}}$  соответственно сечение нормальной катушки и общее число витков надетой на нормальную катушку измерительной катушки,  $n_{\text{норм}}$  — число витков на единицу длины нормальной катушки и  $A$  — так называемая постоянная баллистической установки<sup>1)</sup>.

Подсчитывая магнитный поток через измерительную катушку, надетую на нормальную катушку или железный тороид, мы должны тем не менее учитывать сечение не измерительной катушки, а *нормальной* катушки или *тороида*. Это связано с тем, что магнитное поле практически целиком сосредоточено в сечении нормальной катушки или тороида. Увеличение геометрических размеров измерительной катушки за пределы сечения нормальной катушки или тороида не приведет к увеличению магнитного потока через нее. Другое дело, если измерительная катушка помещается *внутри* нормальной катушки. Тогда всякое увеличение размеров измерительной катушки будет приводить к перехватыванию ею все большего магнитного потока и в расчетную формулу должна входить площадь сечения измерительной катушки (см. описание задачи 72). Из формулы (3) получаем для  $A$  выражение

$$A = \frac{0,8\pi n_{\text{норм}}S_{\text{норм}}N_{\text{изм}}I}{\beta}. \quad (4)$$

Пусть при работе с тороидом гальванометр дает отброс  $\alpha$ . Тогда

$$\Delta\Phi_{\text{тор}} = 2BS_{\text{тор}}N_{\text{тор}} = A\alpha,$$

где  $S_{\text{тор}}$  и  $N_{\text{тор}}$  соответственно сечение тороида и полное число витков его измерительной обмотки. Отсюда

$$B = \frac{A\alpha}{2S_{\text{тор}}N_{\text{тор}}}.$$

<sup>1)</sup> Поскольку магнитные поля нормальной катушки и тороида сосредоточены исключительно в пределах их сечений, при подсчете магнитных потоков через измерительные катушки, надетые на нормальную катушку и тороид, мы должны учитывать сечения последних, но не сечения измерительных катушек.

Подставляя значения постоянной  $A$ , окончательно получим для индукции в железе

$$B = \frac{0,4\pi l_{\text{норм}} N_{\text{изм}}}{N_{\text{тор}}} I \frac{\alpha}{\beta} \frac{S_{\text{норм}}}{S_{\text{тор}}} {}^1). \quad (5)$$

Таким образом, измерения индукции в тороиде основаны на сравнении отбросов гальванометра при коммутации тока в нормальной катушке и при коммутации тока в намагничивающей обмотке тороида. Как было указано выше, отбросы баллистического гальванометра пропорциональны количеству электричества, протекающего во время импульса тока через рамку гальванометра, которое при заданном  $\Delta\Phi$  обратно пропорционально сопротивлению цепи гальванометра. Отсюда следует, что при сравнительном методе измерений магнитных потоков, применяемом в настоящей задаче, сопротивление цепи гальванометра должно оставаться неизменным при всех измерениях. Для этого, однако, нет надобности делать равными сопротивления измерительных обмоток на тороиде и на нормальной катушке. Как видно из схемы на рис. 157, в цепь гальванометра всегда последовательно включены обе эти измерительные обмотки, и сопротивление его цепи остается всегда неизменным. Значительное расстояние между тороидом и нормальной катушкой исключает возможность индуктивных влияний на вторую измерительную катушку при коммутации тока в не сопряженной с ней намагничивающей обмотке.

Рассматривая метод коммутации тока при магнитных баллистических измерениях, надо обратить внимание и на то, что коммутация тока ведет к перемагничиванию образца. Именно, при каждом переключении тока меняются на обратные направления векторов  $H$  и  $B$ . Таким образом, при каждой коммутации тока вектор магнитной индукции описывает петлю гистерезиса, практически неизбежную в железе, а измеряемое значение  $B$  есть вершина такой частной петли гистерезиса, недоведенной, однако, до состояния насыщения. По мере роста магнитного поля намагничивающей обмотки размахи этих петель гистерезиса все увеличиваются. Соответственно этому искомая кривая зависимости индукции  $B$  от  $H$  представляет собой геометрическое место вершин частных петель гистерезиса, проходимых образцом при каждом перемагничивании.

**Измерения.** Измерения проводятся описанным выше методом с помощью схемы, изображенной на рис. 157, где  $B$  — намагничиваемый тороид,  $M$  — намагничивающая обмотка,  $B$  — баллисти-

---

<sup>1)</sup> Буквы  $N$  с соответствующими индексами обозначают во всех случаях полное число витков катушек, величину, существенную для катушек измерительных. Буквы  $l$  обозначают число витков на единицу длины катушек, т. е. величину, существенную для катушек намагничивающих. Все данные, необходимые для расчетов по этой формуле, приведены в конце описания задачи под общим заголовком «Технические данные установки».

ческая обмотка,  $G$  — баллистический гальванометр,  $R$  — магазин сопротивления 9999,9  $\Omega$  в цепи гальванометра. В цепь гальванометра из этого магазина сопротивления фактически введено 1500  $\Omega$  с тем, чтобы световой указатель гальванометра не выбрасывало при работе за пределы шкалы прибора. На схеме  $A_1$  — амперметр постоянного тока до 3  $a$ ,  $A_2$  — миллиамперметр до 750  $ma$ ,  $I_1$  и  $I_2$  — первичная и вторичная обмотки нормальной катушки,  $K$  — коммутатор,  $K_1$  и  $K_2$  — переключатель и ключ.

Кривую индукции снимают в полях от 0 до 300 э. Нужные для получения этих полей значения силы тока в намагничивающей обмотке тороида вычисляют по формуле (2) <sup>1)</sup>.

В условиях задачи для питания нормальной катушки необходима сила тока 1—2  $a$ . Насыщение индукции в тороиде наступает при силе тока в его обмотке в 2  $a$ .

При сборке схемы следует обратить особое внимание на хорошую изоляцию намагничивающих обмоток и идущих к ним проводов от измерительной цепи гальванометра, чтобы не повредить зеркальный баллистический гальванометр с токовой чувствительностью порядка  $10^{-8}$   $a/mm$ .

Для того чтобы снять кривую индукции образца действительно с ее нулевого значения и исключить нелегко учитываемые эффекты остаточного намагничивания, образец перед измерениями должен быть заведомо размагничен. Процесс размагничивания проводится в данном случае циклическим путем. Это делают следующим образом. При разомкнутой цепи гальванометра и при выключенном точном амперметре в цепи намагничивающей обмотки тороида доводят силу тока в этой обмотке до 2  $a$ . Затем, производя непрерывное коммутирование тока (несколько раз в секунду) в этой обмотке, медленно увеличивают сопротивление реостата, включенного в цепь той же обмотки, и снижают таким образом силу тока до нулевого значения. Многократно перемагничиваемый во все более слабых полях железный тороид после этого оказывается практически размагниченным.

Другой возможный прием размагничивания железных образцов заключается в пропускании через их обмотку переменного тока технической частоты. В таком магнитном поле образец также практически размагничивается. Однако в нашем случае большая самоиндукция намагничивающей обмотки, навитой на замкнутый железный тороид, не дает возможности создать в этой обмотке переменный ток достаточной силы от сети с напряжением в 220  $v$ , почему и приходится прибегать к коммутации постоянного тока.

После размагничивания образца приступают к непосредственным измерениям индукции, начиная их, разумеется, при минимальных

<sup>1)</sup> Необходимые для расчетов данные указаны в конце описания задачи под общим заголовком «Технические данные установки».

значениях силы тока в намагничивающей обмотке. Предварительное случайное (даже мгновенное) пропускание большого тока в этой обмотке исказит весь ход кривой индукции и потребует возобновления процесса размагничивания.

После промеров значений индукции приступают к калибровке баллистической установки при помощи нормальной катушки.

При производстве опытов необходимо подобрать во всех случаях такие значения силы тока, которые обеспечивали бы достаточно большие для точных отсчетов отклонения гальванометра. Разумеется, что этот подбор значений силы тока должен производиться в пределах нагрузок на обмотки, допускаемых их устройством. Все возникающие в связи с этим вопросы должны быть обязательно выяснены студентами у преподавателя при проверке схемы до ее включения.

Отчет о работе представляется в виде таблиц измерений, сводки значений всех параметров, входящих в окончательную расчетную формулу, таблицы вычисленных по формуле (5) значений магнитной индукции и графика зависимости  $B$  от  $H$ . Величину  $H$  находят по формуле (2) для всех значений силы тока.

Таблица результатов

Сила тока $I$ , ма	Отброс гальванометра, мм				Напряженность магнитного поля $H$ , э	Магнитная индукция $B$ , гс	Магнитная проницаемость, $\mu$
	$d_1$	$d_2$	$d_3$	$d_{\text{ср}}$			

**Технические данные установки.** В работе используется баллистический гальванометр марки М-21/2, данные о прочих измерительных приборах приведены в тексте задачи по ходу изложения, все катушки и тороид изготовлены на физическом факультете университета.

**Данные нормальной катушки:** число витков на 1 см длины  $n = 8,3$ , сечение витка  $S = 5,7 \text{ см}^2$ , число витков вторичной обмотки  $N_{\text{изм}} = 500$ .

**Данные тороида и его обмоток:** число витков намагничивающей обмотки 3600, площадь сечения витка  $S_{\text{тор}} = 0,785 \text{ см}^2$ , число витков измерительной обмотки  $N_{\text{тор}} = 7$ , средний диаметр тороида 9,6 см.

**Сопротивления в схеме:**  $R_1 = 50 \text{ ом}$ ,  $R_2 = 400 \text{ ом}$ ,  $R_3 = 2000 \text{ ом}$ , сопротивление в цепи гальванометра  $R = 1500 \text{ ом}$  введено в магазине сопротивления КМС-4.

## ЛИТЕРАТУРА

1. С. Г. К а л а ш н и к о в, Электричество, Физматгиз, 1956.
2. Курс физики под редакцией Н. Д. П а п а л е к с и, т. II, Гостехиздат, 1948.

## СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

3. Специальный физический практикум под редакцией Г. В. С п и в а к, т. 11, Гостехиздат, 1945.
4. С. В. В о н с о в с к и й и Я. С. Ш у р, Ферромагнетизм, Гостехиздат, 1948.
5. Н. С. А к у л о в, Ферромагнетизм, Гостехиздат, 1939.
6. А. Г. С т о л е т о в, Избранные сочинения, Гостехиздат, 1950.

## ЗАДАЧА 72

ИЗМЕРЕНИЕ НАПРЯЖЕННОСТИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ  
СОЛЕНОИДА НА ЕГО ОСИ

Напряженность магнитного поля, создаваемого цилиндрическим соленоидом на его оси  $OA$  (рис. 158), определяется формулой

$$H = 0,2\pi n' i (\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1), \quad (1)$$

где  $i$  — сила тока в амперах,  $n'$  — число витков на 1 см длины

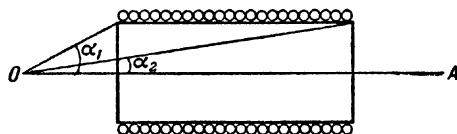


Рис. 158.

обмотки,  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  — углы, под которыми из точки наблюдения видны радиусы соленоиды у его ближнего и дальнего концов. Если точка

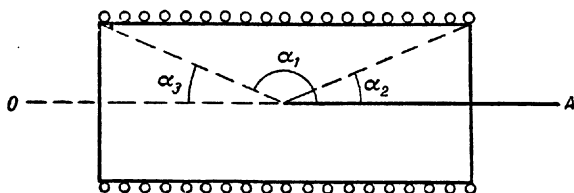


Рис. 159.

наблюдения лежит внутри соленоиды, то угол  $\alpha_1$  тупой, и формула (1) примет вид

$$H = 0,2\pi n' i (\cos \alpha_2 + \cos \alpha_3), \quad (2)$$

где  $\alpha_3$  — дополнительный угол (рис. 159). В центре соленоиды, длина  $l$  которого значительно больше его радиуса  $R$ , очевидно, имеем

$$H = 0,4\pi n' i, \quad (3)$$

а на его концах

$$H = 0,2\pi n'i. \quad (4)$$

При многослойной обмотке соленоида поле в точках наблюдения является результатом наложения полей отдельных слоев, каждое из которых рассчитывается по формуле (1). Поэтому, качественно, поле многослойного соленоида имеет такой же характер, как и поле однослойного.

Как видно из формулы (1), при удалении от центра соленоида вдоль его оси по направлению к концам поле будет уменьшаться.

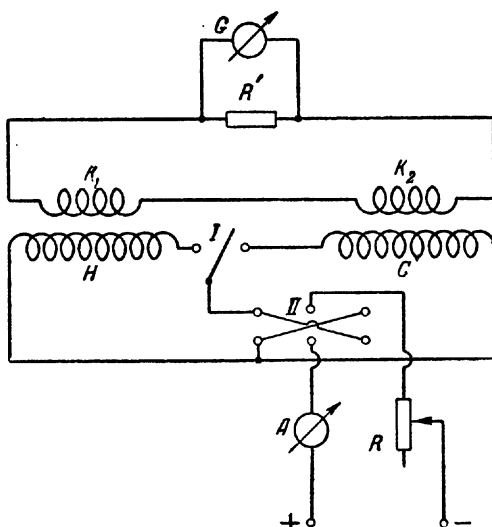


Рис. 160.

**Описание установки и метода измерения.** Определение напряженности поля соленоида в настоящей задаче производится баллистическим методом (см. задачу 71). Установка (рис. 160) состоит из баллистического гальванометра  $G$  с нормальной катушкой  $H$  и на ней измерительной катушкой  $K_1$ , служащих для определения баллистической постоянной гальванометра, измерительной катушки  $K_2$ , помещаемой в исследуемое поле многослойного соленоида  $C$ , реостата  $R$ , амперметра  $A$  и переключателей  $I$  и  $II$ .

Нормальная катушка представляет собой длинный однослойный соленоид <sup>1)</sup>, на средней части которого плотно намотана также одно-

<sup>1)</sup> Величина отношения длины соленоида к его диаметру  $\lambda = \frac{l}{d} > 25$  называется относительной длиной соленоида. Введение понятия относительной длины позволяет по принципам подобия описывать магнитные поля соленоидов различных размеров, но одинаковой относительной длины, коль скоро известно магнитное поле одного соленоида той же относительной длины.



слойная вторичная измерительная обмотка  $K_1$ . Напряженность магнитного поля в средней части нормальной катушки

$$H = 0,4\pi n'_1 i,$$

где  $n'_1$  — число витков первичной ее обмотки на сантиметр длины. Магнитный поток, пронизывающий измерительную обмотку  $K_1$  нормальной катушки, будет

$$\Phi = HS_1 n_1,$$

где  $S_1$  — площадь сечения обмотки нормальной катушки,  $n_1$  — число витков ее измерительной обмотки <sup>1)</sup>.

При коммутировании тока в обмотке нормальной катушки ее измерительную обмотку пересечет магнитный поток, равный

$$2\Phi = 2HS_1 n_1.$$

При этом изменении потока на величину  $2\Phi$  в измерительной обмотке индуцируется электродвижущая сила, и в цепи баллистического гальванометра возникает кратковременный индукционный ток. В результате этого рамка гальванометра даст отброс, а вместе с ней повернется и зеркальце гальванометра. Соответствующее повороту зеркальца смещение светового указателя ( $\beta$  мм) можно отсчитать по шкале.

Количество электричества, протекающее через обмотку при изменении магнитного потока на  $2\Phi$ , можно представить выражением

$$q = C\beta,$$

где  $C$  — баллистическая постоянная гальванометра. Постоянная  $C$  может быть определена в кулонах на 1 мм шкалы гальванометра или на единицу угла поворота светового указателя.

Полное количество электричества  $q$ , протекающее через обмотку, включенную на гальванометр, при изменении магнитного потока на  $2\Phi$  равно <sup>2)</sup>

$$q = \frac{2\Phi}{R},$$

<sup>1)</sup> Относительно того, какую именно площадь сечения надо учитывать при подсчете магнитного потока через измерительную катушку, см специальное замечание на стр. 365 в описании задачи 71. Там разъяснено, почему в расчетную формулу для магнитного потока через *измерительную* катушку может входить площадь сечения *нормальной* катушки. В данном случае это относится только к измерительной катушке  $K_1$ , которая одета поверх нормальной катушки.

<sup>2)</sup> Соотношение легко можно получить, учитывая, что сила тока  $I = \frac{dq}{dt} = -\frac{d\Phi}{dtR}$ . Интегрируя по времени это выражение и учитывая, что направление магнитного потока меняется на обратное ( $\Delta\Phi = 2\Phi$ ), находим  $q$ .

где  $R$  — сопротивление баллистической цепи. Следовательно,

$$C = \frac{q}{\beta} = \frac{2\Phi}{\beta R} = \frac{2Hn_1S_1}{\beta R} = \frac{0,8\pi n'_1n_1S_1l}{\beta R}.$$

В схеме измерительная обмотка нормальной катушки  $K_1$  и измерительная катушка  $K_2$  при всех измерениях остаются соединенными последовательно, и сопротивление цепи гальванометра остается всегда постоянным. В связи с этим удобнее пользоваться баллистической постоянной установки  $C' = CR$ :

$$C' = \frac{0,8\pi n'_1n_1S_1l}{\beta}.$$

После того как постоянная установки  $C'$  определена с помощью нормальной катушки, включают в цепь с помощью переключателя  $I$  катушку соленоида.

Измерительная катушка  $K_2$ , перемещаемая на стержне внутри исследуемого соленоида, имеет число витков  $N_2$ , намотка ее однослойная, короткая, площадь сечения каждого витка равна  $S_2$ . При коммутировании тока в соленоиде поле в измерительной катушке  $K_2$  меняется от  $+H_x$  до  $-H_x$  на величину  $2H_x$ , а поток, пересекающий ее витки, на величину

$$2\Phi' = 2H_x S_2 N_2 = q'R. \quad (5)$$

Но заряд  $q'$  равен  $Ca$ , где  $a$  — отброс гальванометра (в мм шкалы) при переключении тока в соленоиде. Следовательно,

$$2\Phi' = CaR. \quad (6)$$

Произведение  $CR$  равно постоянной установки  $C'$ , определенной ранее с помощью нормальной катушки.

Из соотношений (5) и (6) получаем

$$C'a = 2H_x S_2 N_2;$$

отсюда

$$H_x = \frac{C'a}{2N_2S_2}. \quad (7)$$

**Измерения.** 1. Собрав схему согласно рис. 160, включают с помощью переключателя  $I$  нормальную катушку  $H$  и устанавливают реостатом  $R$  в ней ток не больше  $0,9$  а<sup>1)</sup>. Коммутируя ток<sup>2)</sup> в цепи нормальной катушки при помощи переключателя  $II$ , определяют отброс  $\beta$  и вычисляют баллистическую постоянную  $C'$ . Сделав 5—6

<sup>1)</sup> Необходимо установить реостат на максимальное сопротивление. Сечение провода обмотки и реостаты рассчитаны на максимальную нагрузку  $0,9$  а.

<sup>2)</sup> Продолжительность коммутации (время переброса рубильника) должно быть мало по сравнению с периодом гальванометра. В противном случае гальванометр не будет работать в баллистическом режиме.

измерений при двух значениях силы тока, определяют среднее значение  $C'$ .

2. Включая в цепь с помощью переключателя  $I$  вместо нормальной катушки исследуемый соленоид  $C$ , устанавливают силу тока  $0,8 \text{ а}^1$ ). Измерительную катушку  $K_2$  помещают возле одного из концов соленоида. Коммутируя ток переключателем  $II$ , получают отброс гальванометра  $\alpha$  и по формуле (7) вычисляют  $H_x$ .

Передвинув измерительную катушку на  $2 \text{ см}$  в глубь соленоида, повторяют измерения и т. д., пока не достигнут противоположного конца соленоида.

3. Вычислив все значения  $H_x$ , строят график, откладывая по оси ординат поле  $H_x$ , а по оси абсцисс — расстояние от конца соленоида. Полученная кривая представляет собой распределение напряженности поля вдоль оси соленоида (при данном отношении длины соленоида к его диаметру  $\lambda = \frac{l}{d}$ ). Измерив длину  $l$  и средний диаметр соленоида  $d$ , находят его относительную длину  $\lambda$ , которую и указывают в примечании к полученному графику.

Технические данные установки. В работе используется гальванометр М-21/2, амперметр типа М-45 с шунтами, нормальная катушка имеет 8,2 витка на  $\text{см}$ , площадь сечения витка  $6 \text{ см}^2$ , измерительная катушка имеет 580 витков, площадь сечения витка  $0,6 \text{ см}^2$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. С. Г. К а л а ш н и к о в, Электричество, Гостехиздат, 1956.
2. А. И. Т у д о р о в с к и й, Электричество и магнетизм, ч. II, ОНТИ, 1935.

#### ЗАДАЧА 73

### ИЗУЧЕНИЕ ВЛИЯНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ ТЕЛА НА МАГНИТНУЮ ВОСПРИИМЧИВОСТЬ И ПЕТЛЮ ГИСТЕРЕЗИСА ФЕРРОМАГНЕТИКА

**Введение.** Вектор намагничивания  $I$  (магнитный момент единицы объема магнетика, создаваемый в ферромагнитном теле заданным внешним полем  $H$ ) зависит не только от магнитной восприимчивости  $\chi$  материала, но и от формы тела. Если внести железный стержень цилиндрической формы в однородное магнитное поле так, чтобы направление последнего совпадало с осью стержня, то на его торцах появляются магнитные полюсы (рис. 161). Поле  $H_0$ , созда-

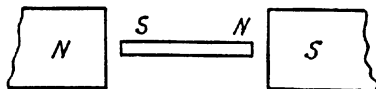


Рис. 161.

<sup>1)</sup> Соленоид долго под током держать не следует; он может сильно нагреться.

ваемое этими полюсами внутри образца, будет направлено противоположно внешнему полю и поэтому ослабляет его действие. Истинное поле внутри образца —

$$H_i = H_e - H_0.$$

следовательно, внешнее поле равно

$$H_e = H_i + H_0, \quad (1)$$

где  $H_0$  — размагничивающее поле образца.

Величина размагничивающего поля  $H_0$  зависит от формы тела и его намагничивания  $I$ . В области не слишком сильных полей, когда намагничивание однородно на всех участках образца,

$$H_0 = NI. \quad (2)$$

Коэффициент пропорциональности  $N$  носит название размагничивающего фактора; он зависит от формы образца, возрастает с уменьшением длины цилиндрического (или призматического) образца и с увеличением его сечения. Размагничивающий фактор  $N$  равен нулю только в одном частном случае, когда образец имеет форму кольца (тороида), вдоль окружности которого направлено внешнее поле. Для цилиндрического образца размагничивающий фактор практически равен нулю, если отношение длины  $l$  к диаметру  $d$  достаточно велико; например, если  $\frac{l}{d} \approx 300$ .

В связи с возникновением размагничивающего поля внутри образца различают магнитную восприимчивость вещества  $\chi_i$ , зависящую от структуры ферромагнетика:

$$\chi_i = \frac{I}{H_i} \quad (3)$$

и восприимчивость тела (по Аркадьеву [3])  $\chi_0$ , зависящую как от структуры, так и от формы тела:

$$\chi_0 = \frac{I}{H_e} = \frac{I}{H_i + H_0} = \frac{I}{H_i + NI}. \quad (4)$$

Влияние формы тела характеризуется размагничивающим фактором  $N$ . Только в том случае, когда  $N = 0$  и, следовательно,  $H_i = H_e$ , магнитная восприимчивость (или проницаемость  $\mu_i$ ) определяется непосредственно по измеренным значениям поля  $H_e$  и намагниченности  $I$  (или индукции  $B$ ;  $\mu_i = \frac{B}{H_i}$ ). Для определения  $\chi_i$  или  $\mu_i$  по измеренным значениям соответственно  $I$  или  $B$  при  $N \neq 0$  необходимо определить величину последнего.

Нетрудно убедиться в том, что влияние формы тела на магнитные его свойства может сказаться сильнее, чем влияние структуры. Из формулы (4) следует, что при  $NI \gg H_i$  величина  $\chi_0 \approx \frac{1}{N}$ , т. е.

магнитная восприимчивость, определяется не структурой, а формой тела. Кривая Столетова (график зависимости  $\mu = f[H]$ ) с резко выраженным максимумом магнитной проницаемости в случае короткого и толстого цилиндра вырождается в прямую. Наклон этой прямой, как легко видеть, определяется исключительно величиной размагничивающего фактора  $N$ .

В настоящей задаче определение размагничивающего фактора образца (цилиндра) производится путем сравнения кривой намагничивания образца  $B = f(H_e)$  с кривой намагничивания тороида из того же материала.

В случае тороида эта кривая будет идти круче, так как при одном и том же внешнем поле в тороиде будут достигаться большие внутренние поля, а значит, и большее намагничение, чем в стержне (рис. 162). Обратно, для достижения одного и того же намагничения  $I$  и магнитной индукции  $B$  у тороида и у стержня необходимы различные внешние поля, чтобы внутренние поля были одинаковыми. Из последнего условия найдем различие необходимых внешних полей. Если  $B_{(тор)} = B_{(стерж)}$ , то и

$$H_{i(тор)} = H_{i(стерж)}. \quad (5)$$

Но  $H_{i(тор)} = H_{e(тор)} (N = 0)$ ,

а  $H_{i(стерж)} = H_{e(стерж)} - NI$ ;

$$H_{e(стерж)} - H_{e(тор)} = NI. \quad (6)$$

Если сравнивать кривые намагничивания тороида и стержня, то абсциссы точек с одинаковыми ординатами  $B$  различаются на  $NI$ . Таким образом,

для каждого  $B$  может быть найдено соответствующее  $NI$ , а отсюда и  $N$ .

Определение  $N$  проводится в следующем порядке (рис. 163):

1. Вычисляют и строят кривые намагничивания тороида и стержня

$$I = f(H_e) = \frac{B - H_e}{4\pi}.$$

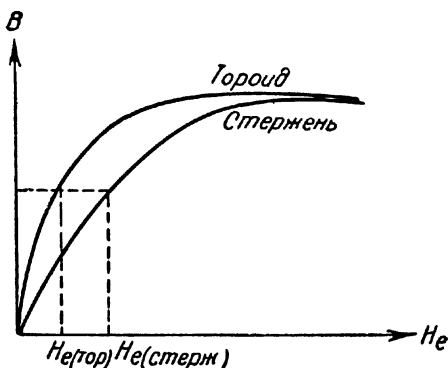


Рис. 162.

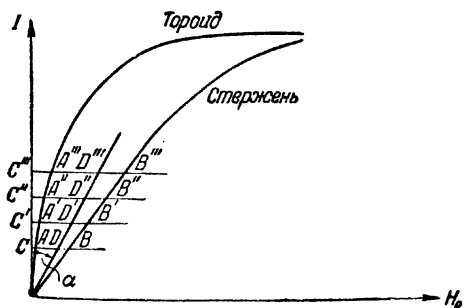


Рис. 163.

2. Проводят на графике, где построены эти кривые, ряд прямых, параллельных оси абсцисс ( $CADB$ ,  $C'A'D'B'$ ,  $C''A''D''B''$  и т. д.). Не следует доходить до поворота кривой  $B$ , так как в сильных полях  $N$  изменяется с возрастанием напряженности поля  $H$ .

3. На каждой прямой откладывают от оси ординат ее отрезок, заключенный между двумя кривыми ( $I_{\text{стерж}}$  и  $I_{\text{тор}}$ ):  $CD = AB$ ,  $C'D' = A'B'$ ,  $C''D'' = A''B''$  и т. д.

4. Через концы отрезков проводят прямую  $DD'D''D'''$ . Ее наклон к оси ординат  $\text{tg } \alpha$  и даст величину  $N$ .

Все, что было сказано о кривой намагничивания, относится и к кривой перемагничивания (петля гистерезиса).

Задача делится на два упражнения: 1) проследить влияние формы тела на ход кривой намагничивания, снятой баллистическим методом, и на петлю гистерезиса, снятую при помощи осциллографа; 2) определить  $N$  по тем же кривым.

### Упражнение 1

#### Изучение кривой намагничивания баллистическим методом

О баллистическом методе см. задачу 71. Работа проводится на установке, схема которой изображена на рис. 164, где 1 и 2 —

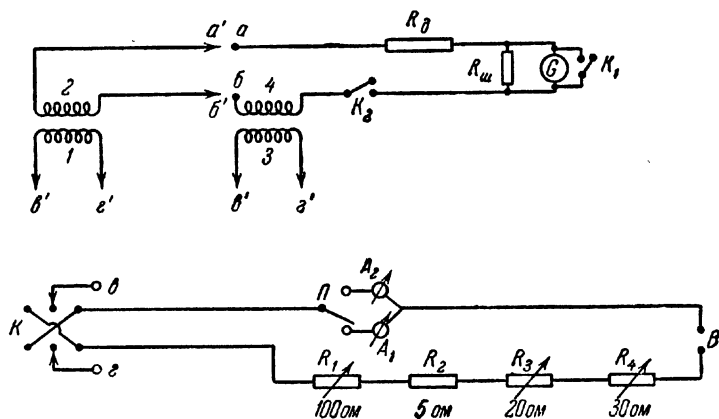


Рис. 164.

намагничивающая катушка и баллистическая обмотка на образце, 3 и 4 — нормальная катушка и ее вторичная обмотка <sup>1)</sup>,  $K$  — ком-

<sup>1)</sup> Нормальная катушка 3 и ее вторичная обмотка 4 использованы при определении баллистической постоянной гальванометра (численное значение постоянной дано на установке 1). Вторичная обмотка 4 нормальной катушки оставлена в цепи гальванометра для того, чтобы не изменить общего сопротивления измерительной цепи и тем самым значения баллистической постоянной.

мутатор тока, к концам  $ab$  которого подключается намагничивающая катушка (или обмотка тороида),  $P$  — переключатель приборов,  $A_1$  — амперметр постоянного тока (2,5 а),  $A_2$  — амперметр переменного тока,  $R_1$ ,  $R_3$ ,  $R_4$  — движковые реостаты,  $R_2$  — постоянное сопротивление (желательно безындуктивное),  $B$  — вилка питания,  $R_{ш}$ ,  $R_d$  — шунтирующее и дополнительное сопротивления цепи гальванометра,  $G$  — баллистический гальванометр.

**Примечание.** Баллистические обмотки 2 на тороиде и двух цилиндрических образцах имеют по 200 витков. Вторичная обмотка нормальной катушки 4 постоянно включена в измерительную цепь гальванометра. Намагничивающая катушка, служащая для намагничивания прямолинейных образцов, имеет 8 витков провода на 1 см длины. Намагничивающая обмотка тороида имеет также 8 витков на 1 см.

**Измерения. Размагничивание образца.** Подключив концы  $a'a'$  намагничивающей катушки к клеммам  $ab$  коммутатора  $K$  и установив реостаты на максимум сопротивления, помещают один из цилиндрических образцов в катушку 1. Включив в цепь (с помощью переключателя  $P$ ) амперметр переменного тока  $A_2$ , включают вилку питания  $B$  в розетку переменного тока и доводят с помощью реостата  $R_1$  силу тока до значения, отвечающего полю насыщения образца, после чего ток медленно снижают до нуля. При этом остаточное намагничивание уничтожается.

**Намагничивание образца.** Закончив процесс размагничивания, включают амперметр постоянного тока  $A_1$ , а вилку питания переключают в розетку постоянного тока. Далее баллистическую обмотку 2 образца присоединяют к клеммам  $a$  и  $b$  и отпускают арретир гальванометра. Устанавливают с помощью реостатов ток 0,1 а и размыкают ключ  $K_1$ . Замыкают цепь гальванометра ключом  $K_2$ .

Коммутатором  $K$  меняют направление тока и фиксируют отброс гальванометра от нулевого положения. Увеличивая ток в намагничивающей цепи каждый раз на 50 ма, коммутируют ток и отмечают отброс гальванометра. После 400 ма интервалы увеличивают до 100 ма (измерения ведутся до 1,5 а). При каждом измерении записывают как отброс гальванометра, так и силу тока  $I$ . Такие измерения проводятся для трех образцов. (В нашей схеме при работе с тороидом при намагничивающем токе 0,5 а луч, отраженный от зеркальца гальванометра, уходит за пределы шкалы. Чтобы избежать больших отбросов, изменяют сопротивление шунта  $R_{ш}$  от 5 до 2 ом. Сопротивление рамки гальванометра 35 ом.)

**Вычисление и построение графиков**  $B = f(H_e)$ ,  $I = f(H_e)$  и  $\mu = f(H_e)$ . Сначала строят графики  $B = f(H_e)$  для всех трех образцов. Напряженность намагничивающего поля  $H_e$  вычисляется по формуле

$$H_e = 0,4\pi ni, \quad (7)$$

где  $n$  — число витков на 1 см длины намагничивающей катушки или обмотки тороида,  $i$  — намагничивающий ток в амперах.

Индукция  $B$  вычисляется по формуле

$$B = \frac{\alpha C}{2\pi S}, \quad (8)$$

где  $S$  — сечение образца в  $\text{см}^2$ ,  $n$  — число витков баллистической обмотки,  $\alpha$  — отброс гальванометра в мм,  $C$  — баллистическая постоянная установки ( $C = RC_r$ , где  $R$  — сопротивление цепи гальванометра,  $C_r$  — баллистическая постоянная гальванометра).

Для тороида и двух цилиндрических образцов по вычисленным значениям  $B$  и  $H_e$  строятся графики  $B = f(H_e)$  и  $I = f(H_e)$ .

Далее по известным значениям  $B$  и  $H_e$  вычисляется  $\mu = \frac{B}{H_e}$  и строится график  $\mu = f(H_e)$ .

По графикам  $I = f(H_e)$  определяется величина размагничивающего фактора  $N$ .

## Упражнение 2

### Изучение влияния формы тела на петлю магнитного гистерезиса с помощью осциллографа

О катодном осциллографе см. задачу 90. Поместим ферромагнитный образец в переменное магнитное поле. Изображенная на рис. 165 схема позволяет с помощью интегратора импульсов на-

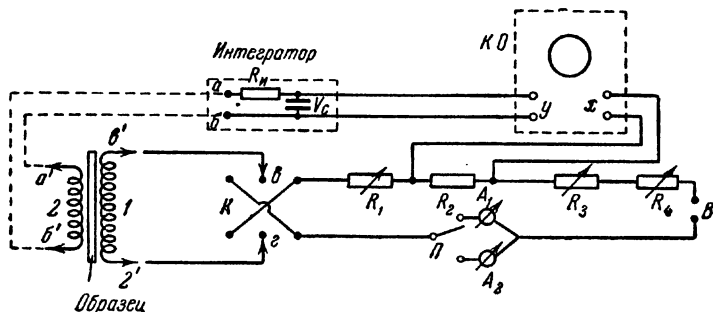


Рис. 165.

пряжения наблюдать петлю гистерезиса на экране катодного осциллографа КО.

Поясним принцип действия интегратора (схема изображена на рис. 166). Напряжение на конденсаторе

$$V_c = \frac{1}{C} \int i dt.$$



При достаточно больших величинах сопротивления  $R_n$  и емкости  $C$  напряжение на емкости  $V_C$  значительно меньше напряжения  $E$  на клеммах  $ab$  ( $V_C \ll E$ ), поэтому

$$V_C = \frac{1}{C} \int_0^t i dt = \frac{1}{C} \int_0^t \frac{E - V_C}{R} dt \approx \frac{1}{RC} \int_0^t E dt.$$

Пренебрегая незначительным падением напряжения в обмотке 2 (рис. 165), принимаем, что напряжение  $E$  на клеммах  $ab$  равно электродвижущей силе, индуцируемой в обмотке 2, которая равна  $-\frac{d\Phi}{dt}$ . Поэтому можно считать, что  $\int E dt$  и, следовательно, напряжение  $V_C$  на конденсаторе пропорционально приращению индукции  $B$  в исследуемом образце.

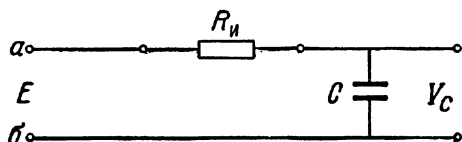


Рис. 166.

Напряжение  $V_C$  подается на одну пару пластин катодного осциллографа <sup>1)</sup>. К другой паре пластин осциллографа подводится напряжение, снимаемое с небольшого сопротивления  $R_a$  (около 5 ом), стоящего в намагничивающей цепи схемы (рис. 165). Это напряжение пропорционально силе тока и, следовательно, напряженности магнитного поля, действующего на исследуемый образец.

Интегратор смонтирован, и выводы его постоянно подключены к вертикальному усилителю осциллографа.

Намагничивающая цепь на рис. 165 состоит из тех же элементов, что и намагничивающая цепь на рис. 164.

**Измерения.** Включив обмотку тороида или намагничивающую катушку в коммутатор  $K$ , присоединяют выводы  $a'b'$  обмотки, 'положенной на исследуемый образец, к клеммам  $ab$  интегратора. Включают цепь переменного тока и зарисовывают форму петли гистерезиса при силе тока 0,5 а. Одновременно наносят на рисунок осевые линии сетки экрана осциллографа. Опыт выполняется с тороидом и двумя цилиндрическими образцами.

Для удобства изучения влияния формы образца, петли гистерезиса, соответствующие одной силе тока, наносятся на один рисунок.

**Технические данные образцов и приборов.** Для выполнения работы должны быть приготовлены три образца, отличающиеся по величине размагничивающего фактора  $N$ .

Один выполняется в виде тороида диаметром 10 см. Два других — в виде цилиндрических образцов длиной 100 и 300 мм. Все образцы должны быть изготовлены из одного прутка мягкой углеродистой стали одного диаметра

<sup>1)</sup> Если на эти пластины подать прямо (помимо интегратора) напряжение с клемм  $ab$ , то оно будет пропорционально не индукции  $B$ , а величине  $\frac{dB}{dt}$ .

(6—8 мм). Для изготовления тороида отрезок прутка необходимой длины изгибается в кольцо и концы его свариваются.

После этого тороид и цилиндрические образцы отжигаются одновременно два часа при 900 °С.

Баллистические обмотки 2 (рис. 164 и 165) на тороиде и двух цилиндрических образцах должны быть одинаковы. Они состоят из 200 витков проволоки ПЭШ диаметром 0,15 мм и положены непосредственно на образцы (одним слоем). Перед наложением обмотки поверхность образцов следует покрыть тонким слоем изолирующего лака. Намагничивающая катушка для прямолинейных образцов имеет длину 600 мм и внутренний диаметр 12 мм. На каждый сантиметр длины положено 8 витков проволоки ПЭ диаметром 1,25. Намагничивающая обмотка тороидов также имеет 8 витков на 1 см такой же проволоки и положена одним слоем вдоль всего периметра кольца (поверх вторичной обмотки).

Нормальная катушка используется в первом упражнении для определения баллистической постоянной установки. Ее каркасом служит цилиндр из эбонита или гетинакса (можно полый) длиной 1 м и диаметром 5 см. В средней части каркаса положена однослойная вторичная обмотка, состоящая из 300 витков проволоки ПШД диаметром 0,15 мм. Поверх ее вдоль всего цилиндра положена однослойная первичная обмотка проводом ПЭ диаметром 1,25 мм.

В схеме первого упражнения используется: 1) баллистический гальванометр марки М-21/2; 2) магазин сопротивлений марки Р-14; 3) амперметр постоянного и переменного тока Ц-312 с различными пределами измерения; 4) двухполюсный переключатель на 5 а; 5) реостаты «Рустрат» на 100, 200, 300 и 5 ом (см. схему на рис. 165). Во втором упражнении используются те же реостаты, осциллограф ЭО-4 с сеткой для зарисовки изображения петли гистерезиса на экране и интегратор импульсов напряжения, обладающий емкостью 2 мкф и сопротивлением ~10 ком (рис. 166). В вертикальном усилителе напряжения, подаваемого от интегратора, используется большая чувствительность осциллографа ЭО-4 (25 мм на 1 в).

## ЛИТЕРАТУРА

1. С. Г. К а л а ш н и к о в, Электричество, § 115—119, стр. 240—249; § 122, стр. 256—260, Гостехиздат, 1956.
2. С. Э. Ф р и ш и А. В. Т и м о р е в а, Курс общей физики, т. II, § 202—204, стр. 313—327, Физматгиз, 1962.

## СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

3. В. К. А р к а дь е в, Электромагнитные процессы в металлах, ОНТИ, 1934.
4. С. В. В о н с о в с к и й и Я. С. Ш у р, Ферромагнетизм, Гостехиздат, 1948.

## ЗАДАЧА 74

### МАГНИТОМЕТРИЧЕСКИЙ МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ КРИВОЙ НАМАГНИЧЕНИЯ, ПЕТЛИ ГИСТЕРЕЗИСА И ТОЧКИ КЮРИ

Задача знакомит студента с магнитометрическим методом измерения магнитных моментов. Используемый для этой цели астатический магнитометр позволяет производить измерения магнитного момента ферромагнетика в слабых (по сравнению с магнитным полем Земли) магнитных полях. Идея метода заключается в сравнении

магнитного момента исследуемого образца с магнитным моментом соленоида (рис. 167).

Для сравнения магнитных моментов образца 1 и соленоида 6 их помещают по разные стороны и на равном расстоянии от аstaticеского подвеса 3. Последний состоит из двух одинаковых магнитов 2, укрепленных на легком стерженьке, подвешенном на вольфрамовой нити, расположенных горизонтально, антипараллельно, в одной вертикальной плоскости. Между магни-

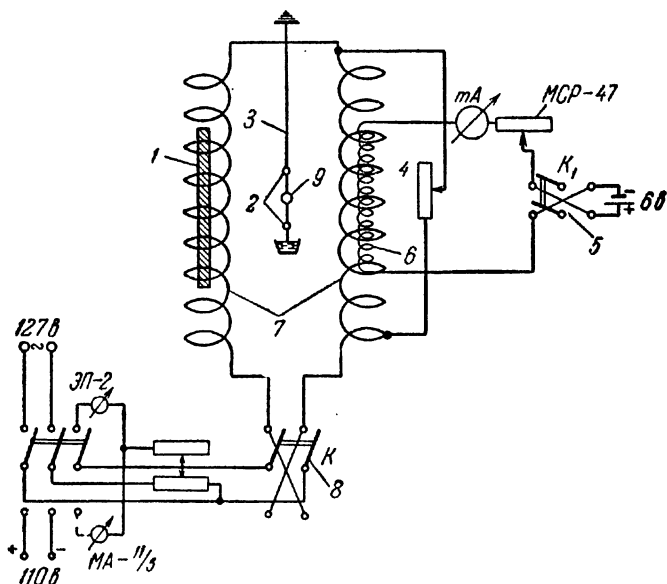


Рис. 167.

тами на стерженьке укреплено зеркальце 9 для отсчета угла поворота аstaticеской системы под действием магнитного поля намагниченного образца 1 или компенсирующего поля соленоида 6.

При пропускании тока по намагничивающей катушке 7 находящийся в ней исследуемый образец 1 намагничивается и своим полем вызывает поворот аstaticеского подвеса. Затем включается компенсационный соленоид 6, и ток в нем подбирается такого направления и силы, чтобы под действием его магнитного поля аstaticеский подвес вернулся в нулевое положение. При этом устанавливается равенство магнитных моментов образца и компенсационного соленоида, а численная величина магнитного момента  $M$  определяется по приводимой ниже формуле (1).

Основной частью обычного магнитометра, как известно, служит магнитная стрелка, подвешенная на нити. Величина направляющей силы такого магнитометра определяется направляющей силой нити подвеса и действующим магнитным полем Земли. Чувствительность прибора ограничена тем, что вращению стрелки, подвешенной на нити, противодействует магнитное поле Земли. Кроме того, магнитометр подвержен действию посторонних однородных и неоднородных полей. Чувствительность магнитометра повышается, а действие посторонних однородных полей исключается применением астатической системы магнитов.

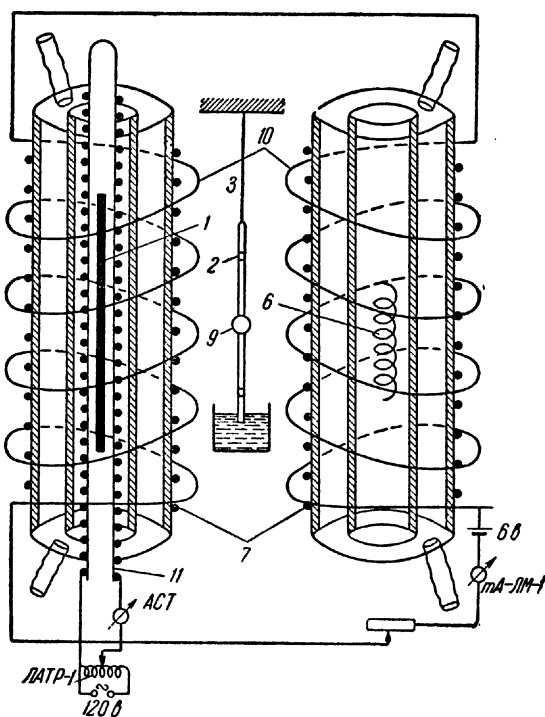


Рис. 168.

Вращающие моменты антипараллельно ориентированных магнитов астатического подвеса в однородном поле, в частности в магнитном поле Земли, равны и прямо противоположны. Таким образом, исключается действие магнитного поля Земли и увеличивается чувствительность магнитометра.

Астатическая система магнитов подвешена к винту, укрепленному к крышке деревянного футляра, стенки которого застеклены.

Астатический подвес 3 расположен посредине между двумя намагничивающими катушками 7, закрепленными неподвижно. Катушки включаются так, чтобы действие их на астатическую систему взаимно компенсировалось. Для удобства компенсации правая катушка магнитометра шунтируется. Ток, ответвляемый в шунт 4 для точной компенсации полей намагничивающих катушек, регулируется магазином сопротивлений МКМС. Компенсация проверяется в отсутствие образца при коммутации тока переключателем  $K$  в цепи намагничивающих катушек. При полной компенсации астатический подвес не реагирует на возникающие и исчезающие при коммутации тока поля. Над намагничивающими обмотками 7 на каждой из катушек по всей ее длине положена однослойная обмотка 10 (рис. 168), которая служит для компенсации вертикальной составляющей магнитного поля Земли. Величина тока, необходимая для компенсации земного поля в данной установке, порядка 12 *ма*.

Исследуемый образец 1 помещается строго вертикально в нешунтируемую намагничивающую катушку 7 так, чтобы центр образца находился на одном уровне с центром астатической системы. Прежде чем начать измерения, включают катушки 10, компенсирующие магнитное поле Земли (см. схему), и размагничивают испытуемый образец: для этого намагничивающие катушки, как это показано на схеме включения (рис. 167), могут быть приключены к сети переменного тока. Максимальный допустимый ток в нашей установке  $I = 4$  *а*.

При включении постоянного тока образец намагничивается и вызывает поворот астатической системы. Изменяя величину намагничивающего поля, мы изменяем магнитный момент образца и соответствующий ему угол поворота астатической системы. Последний регистрируется по шкале с помощью зрительной трубы и луча, отраженного от зеркала, укрепленного на астатическом подвесе. Измерения ведутся нулевым методом с помощью компенсационного соленоида 6, который укреплен в свободной от образца намагничивающей катушке. Компенсационный соленоид расположен на таком же расстоянии от астатического подвеса, что и испытуемый образец. Центр компенсационного соленоида находится на одном уровне с центром астатической системы.

По току в компенсационном соленоиде определяется магнитный момент исследуемого образца.

**Вычисление магнитного момента образца.** Компенсационный соленоид имеет однослойную обмотку, магнитный момент  $M$  которого можно определить, если известны его сечение  $S$ , число витков  $n$  и ток  $I$ , обтекающий соленоид [1]

$$M = ISn \quad \text{или} \quad M = k_1 I, \quad (1)$$

где  $k_1 = Sn$ . В нашей установке  $Sn = 1588$ .

## Упражнение 1

## Измерение кривой намагничивания и петли гистерезиса ферромагнетиков

Измерив объем образца <sup>1)</sup>  $v$  и определив магнитный момент  $M$  в поле  $H$ , можно вычислить намагничение  $I$  и восприимчивость  $\chi$ :

$$I = \frac{M}{v}, \quad (2)$$

$$\chi = \frac{I}{H}. \quad (3)$$

Внешнее поле  $H$  вычисляют по формуле  $H = 0,4\pi NI_n = k_2 I_n$ , где  $N$  — число витков на единицу длины намагничивающей катушки,  $I_n$  — намагничивающий ток, а  $k_2 = 0,4\pi N = 92,6$  (для нашей установки). Измеренные и вычисленные величины сводятся в таблице.

Намагничивающий ток $I_n$	Напряженность магнитного поля $H$ , а	Компенсирующий ток $I$ , а	Магнитный момент образца $M$	Намагниченность образца $I$	Восприимчивость $\chi$

Для снятия кривой намагничивания необходимо измерить магнитные моменты образца в полях разной напряженности, изменяя намагничивающий ток от нуля до  $1,5$  а.

Для получения половинки петли гистерезиса необходимо измерить магнитные моменты образца в полях от  $+H_{\max}$  до  $-H_{\max}$ , изменяя соответственно ток от  $+1,5$  до  $-1,5$  а.

По окончании вычислений необходимо построить кривые  $I(H)$  и  $\chi(H)$ .

## Упражнение 2

## Определение точки Кюри

Для определения точки Кюри включают нагреватель 11 (рис. 168) в сеть переменного тока. При постоянном поле  $H$ , соответствующем в нашей установке намагничивающему току  $1$  а, измеряются магнитные моменты образца при разных температурах. Изменение температуры образца достигается регулированием тока

<sup>1)</sup> Длина образца измеряется миллиметровой линейкой, сечение определяется по диаметру, измеренному микрометром.

в нагревательной (бифилярной) обмотке автотрансформатором ЛАТР-1. Температура определяется термопарой, вставленной в нагреватель снизу (на рис. 168 не показана). По полученным результатам строится кривая зависимости намагниченности от температуры и определяется температура Кюри.

**Технические данные установки.** Астатический магнитометр, используемый в настоящей задаче, изготовлен на физическом факультете МГУ. Кроме того, в электрической цепи астатического магнитометра используются следующие типовые приборы (см. рис. 167 и 168): 1) амперметр постоянного тока М-80 с пределами измерения от 0,03 до 1,5 а (или типа МА-11/5) Один прибор этого типа требуется для измерения тока в цепи компенсационного соленоида 6; 2) миллиамперметр ЛМ-1 на 30 ма в цепи соленоидов 10, компенсирующих магнитное поле Земли (рис. 168); 3) магазин сопротивлений МКМС — шунт 4 к правой намагничивающей катушке 7; 4) магазин сопротивлений МСР-47 для тонкой регулировки тока в цепи компенсационного соленоида 6; 5) амперметр переменного тока на 5 а АСТ или ЭП-2 для измерения размагничивающего тока; 6) две аккумуляторных батареи типа 5НКН-100 на 6,25 в, одна для питания цепи компенсационного соленоида 6 (рис. 167), другая — для питания цепи, компенсирующей магнитное поле Земли (рис. 168); 7) трехполюсный переключатель, служащий как для включения намагничивающих катушек в цепь переменного тока для размагничивания образца или постоянного тока для намагничивания образца, а также для соответственного включения в цепь амперметра переменного тока ЭП-2 или прибора постоянного тока МА-11/5 или М-80 (рис. 167); 8) два двухполюсных переключателя 8 и 5 для изменения направления тока в цепи намагничивающих катушек и цепи компенсирующего соленоида при снятии петли гистерезиса; 9) Автотрансформатор ЛАТР-1 для регулирования напряжения и силы тока в нагревательной обмотке; 10) милливольтметр МП-28 и к нему самодельная немагнитная термопара, изготовленная из немагнитного нихрома и константана, для измерения температуры нагревательной печи; 11) амперметр переменного тока марки АСТ на 5 а для измерения тока в цепи нагревательной обмотки; 12) реостаты «рустрат»: на 5000 ом — 0,2 а, 2000 ом — 0,15 а (2 шт.), 1500 ом — 0,35 а, 150 ом — 1,5 а (3 шт.), 18 ом — 5 а, 400 ом — 1 а (2 шт.).

### ЛИТЕРАТУРА

1. С. Г. К а л а ш н и к о в, Электричество, Гостехиздат, 1956.
2. С. Ф р и ш и А. Т им о р е в а, Курс общей физики, т. II, Физматгиз, 1962.

### СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

3. И. В. А н т и к и Е. И. К он д о р с к и й и др., Магнитные измерения, Гостехиздат, 1939.
4. С. В. В он с о в с к и й и Я. С. Ш у р, Ферромагнетизм, Гостехиздат, 1948.

## ЗАДАЧА 75

### ФЕРРОРЕЗОНАНСНЫЙ СТАБИЛИЗАТОР НАПЯЖЕНИЯ

Настоящая работа знакомит студента с принципом действия стабилизатора напряжения, основанным на явлении феррорезонанса. Теория. Точные измерения в электрических схемах, питаемых от сети переменного тока, а также нормальная работа другой

аппаратуры невозможны, если не устранить влияния колебаний напряжения сети.

Феррорезонансный стабилизатор напряжения автоматически стабилизирует напряжение, подводимое от питающей сети. Его простейшая электрическая схема представляет собой трансформатор с железным сердечником, в цепи первичной обмотки которого последовательно включен конденсатор.

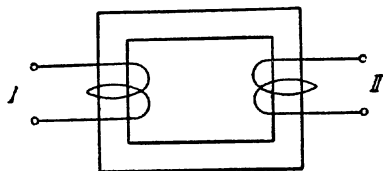


Рис. 169.

На клеммах вторичной обмотки стабилизатора напряжение остается постоянным при изменении в пределах нескольких десятков вольт напряжения сети, питающей первичную цепь трансформатора.

Представим себе, что напряжение, поданное на первичную обмотку  $I$  трансформатора (рис. 169), и сила тока достаточны, чтобы довести магнитную индукцию сердечника до величины, соответствующей насыщению. Тогда дальнейшее возрастание напряжения на клеммах первичной обмотки не будет практически изменять величину э. д. с.  $E = -\frac{d\Phi}{dt}$ , наводимой во вторичной обмотке  $II$ . Если бы насыщение железа достигалось бы, например, при 100 в, то колебания напряжения в первичной обмотке от 100 до 220 в не вызвали бы изменения напряжения на клеммах вторичной обмотки <sup>1)</sup>.

Большое индуктивное сопротивление первичной обмотки, связанное с наличием железного сердечника, препятствует достижению насыщения последнего при малых напряжениях на клеммах первичной обмотки. Преодолеть это препятствие можно компенсацией влияния индуктивного сопротивления первичной катушки действием конденсатора, включенного последовательно в цепь этой катушки (рис. 170). Резонанс в этой цепи, присоединенной к источнику переменного синусоидального напряжения частоты  $\omega$ , имеет место при соблюдении известного соотношения  $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ . Индуктивность  $L$  пропорциональна магнитной проницаемости сердечника трансформа-

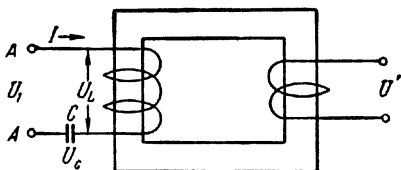


Рис. 170.

<sup>1)</sup> Мы пренебрегаем незначительным влиянием поля  $H$ , возбуждаемого самой катушкой, так как в формуле  $B = H + 4\pi I$ , после достижения величины намагничивания насыщения  $I$  поле  $H$  будет много меньше  $4\pi I$ . В замкнутом сердечнике из трансформаторного железа  $I_s \approx 1700$  ед. достигается при  $H$  порядка 100 э, т. е.  $H$  составляет 0,5% от величины  $4\pi I_s$ .



тора  $\mu$  и изменяется по кривой, аналогичной кривой Столетова  $\mu = f(H)$  (рис. 171). Поэтому величина  $L$  зависит от силы тока  $I$  в катушке  $I$  (рис. 169):  $L = \varphi(I)$ .

Для нашего случая

$$\omega\varphi(I) = \frac{1}{\omega C}, \quad \text{т. е.} \quad \omega = \sqrt{\frac{1}{C\varphi(I)}}.$$

Следовательно, каждой емкости в зависимости от силы тока соответствует множество резонансных частот. Состояние резонанса в электрической цепи, содержащей железо, при заданной емкости может быть достигнуто либо изменением частоты подводимого напряжения, либо при постоянной частоте изменением приложенного напряжения  $U^1$ ), а следовательно и тока  $I$ . Ниже мы рассмотрим случай, когда частота приложенного напряжения  $\omega$  остается постоянной, а состояние резонанса достигается изменением силы тока в последовательной цепи конденсатора и первичной обмотке трансформатора.

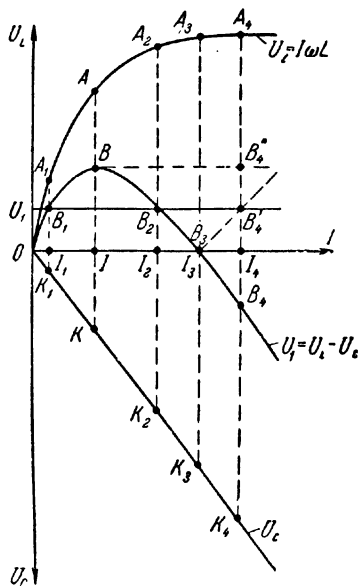


Рис. 172.

(рис. 172). Напряжение же на клеммах катушки  $U_L$ , напротив, опережает ток  $I$  по фазе на  $90^\circ$ :  $U_L = I\omega L$ . Так как  $L$  пропорционально магнитной проницаемости сердечника трансформатора  $\mu$  и, следовательно, изменяется по кривой, аналогичной кривой Столетова  $\mu = f(H)$  (рис. 171), то  $U_L$  с увеличением силы тока  $I$

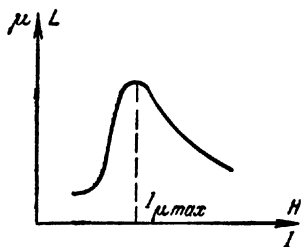


Рис. 171.

напряжения  $\omega$  остается постоянной, а состояние резонанса достигается изменением силы тока в последовательной цепи конденсатора и первичной обмотке трансформатора.

Для изменения силы тока мы будем изменять напряжение  $U_1$  на клеммах этой цепи (рис. 170) от нуля до максимального значения напряжения сети. Учтем, что активное сопротивление обмотки мало по сравнению с индуктивным. Предположим также, что при синусоидальном внешнем напряжении  $U_1$  ток  $I$  и индуктивное напряжение  $U_L$  изменяется тоже по гармоническому закону. Пренебрегая искажением кривой тока  $I$  при насыщении, мы не изменим качественной стороны рассматриваемого явления.

Напряжение на клеммах конденсатора  $U_C$  отстает по фазе от тока на  $90^\circ$  и изменяется пропорционально силе тока  $I$  по прямой  $OK_1KK_2K_3K_4$

<sup>1)</sup> Здесь и далее речь идет об амплитудных значениях  $I$  и  $U$ .

в области от  $I = 0$  до  $I = I_{\mu \max}$  рис. 172 растет очень быстро. После того, как  $\mu$  и  $L$  достигли максимального значения, т. е. при силе  $I \geq I_{\mu \max}$ , рост  $U_L$  резко замедляется за счет уменьшения коэффициента самоиндукции  $L$ , вызванного уменьшением магнитной проницаемости. Напряжение  $U_1$  на клеммах цепи первичной обмотки (рис. 170) равно разности напряжений на катушке  $U_L$  и конденсаторе  $U_C$ , так как  $U_L$  и  $U_C$  взаимно противоположны по фазе.

При силе тока  $I < I_{\mu \max}$   $U_L > U_C$ , например, см. рис. 172, при силе тока  $I_1$   $U_L = I_1 A_1 > U_C = I_1 K_1$  и  $U_1 = U_L - U_C = I_1 A_1 - I_1 K_1 = I_1 B_1$ , при силе тока  $I$   $U_L = I A > U_C = I K$  и  $U_1 = U_L - U_C = I A - I K = I B$ , при силе тока  $I_2$   $U_L = I_2 A_2 > U_C = I_2 K_2$  и  $U_1 = U_L - U_C = I_2 A_2 - I_2 K_2 = I_2 B_2$ , при силе тока  $I_3$   $U_L = U_C$ .

Изменение  $U_1$  представлено кривой  $OB_1BB_2B_3B_4$ . Ординаты ветви  $OB_1BB_2B_3$  этой кривой лежат выше оси абсцисс, т. е. ток отстает от внешнего напряжения на  $90^\circ$ , так как  $U_L > U_C$ . В интервале сил токов от 0 до  $I_3$ , где  $U_L > U_C$  — фаза напряжения,  $U_L$  совпадает с фазой напряжения  $U_1$ , приложенного к клеммам  $AA$  цепи первичной обмотки трансформатора.

Ветвь кривой  $U_1 - B_3B_4$  при силе тока  $I > I_3$  соответствует  $U_C > U_L$ . Например, при силе тока  $I_4$   $U_C = I_4 K_4 > U_L = I_4 A_4$  и  $U_1 = U_C - U_L = I_4 K_4 - I_4 A_4 = I_4 B_4$ . В последнем случае фаза напряжения  $U_L$  противоположна фазе  $U_1$ , а сила тока опережает по фазе напряжения  $U_1$ . На рис. 172 ветвь  $U_1 - B_3B_4$  показана над осью абсцисс пунктирной линией  $B_3B_4'$ .

Резонанс наступает, когда напряжение на клеммах первичной обмотки  $U_L$  равно напряжению на конденсаторе  $U_C$ , однако, экспериментально это состояние резонанса нельзя получить по следующим причинам. Рассматривая кривую  $OB_1BB_2B_3B_4$ , мы видим, что при внешнем напряжении  $U_1 = OU_1 = I_1 B_1 = I_2 B_2 = I_4 B_4$  возможны три значения тока  $OI_1$ ,  $OI_2$ ,  $OI_4$ . Из этих трех состояний устойчивыми будут только  $I_1$  и  $I_4$ , так как они соответствуют участкам  $OB$  и  $B_3B_4'$  кривой  $OB_1BB_2B_3B_4$ , на которых с увеличением напряжений  $U_1$  ток  $I$  растет. Силе тока  $I_2$  соответствует неустойчивое состояние, так как на участке  $BB_3$  с уменьшением приложенного к первичной цепи напряжения  $U_1$  ток  $I$  увеличивается. Поэтому, если внешнее напряжение  $U_1$  постепенно возрастает от нуля, то ток  $I$ , а также напряжения  $U_L$  и  $U_C$  будут расти. Когда внешнее напряжение  $U_1$  достигает величины  $IB = I_4 B_4'$ , сила тока увеличивается скачком от  $OI$  до  $OI_4$ . Минув неустойчивую резонансную область  $BB_3$ , ток изменяет свою фазу на противоположную. При силе тока  $OI_4$   $U_C > U_L$ ;  $U_1 = U_C - U_L = I_4 K_4 - I_4 A_4 = I_4 B_4' = I_4 B_4$  и  $U_1$  совпадает по фазе с  $U_C$ , а сила тока  $I$ , в отличие от участка,

находящегося в интервале от 0 до  $I_3$ , опережает внешнее напряжение на  $90^\circ$ .

Значительное увеличение силы тока в первичной обмотке трансформатора вследствие скачка, наблюдаемого в резонансной области, уже при малом приложенном внешнем напряжении  $U_1$  доводит магнитную индукцию сердечника до насыщения. В связи с этим достигается необходимое условие для стабилизации напряжения во вторичной обмотке трансформатора.

При заданном коэффициенте самоиндукции первичной обмотки трансформатора можно регулировать по своему желанию величину внешнего напряжения  $U_1$ , при котором наступает скачок силы тока  $I$ , изменяя для этого емкость  $C$  и, следовательно, наклон кривой  $OU_C$  (рис. 172).

На рис. 173 схематически показано изменение силы тока  $I$ , напряжения на катушке  $U_L$ , на конденсаторе  $U_C$  в зависимости от внешнего напряжения сети  $U_1$ .

При малых значениях величины  $U_1$  и, следовательно, силы тока  $I$  величина  $U_L = I\omega L$  растет быстрее  $U_C = \frac{I}{\omega C}$ , так как коэффициент самоиндукции  $L$  также растет с увеличением  $I$ .

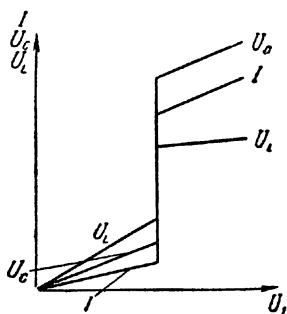


Рис. 173.

После скачка силы тока  $I$  напряжение  $U_C$  больше напряжения  $U_L$  и по-прежнему растет пропорционально току  $I$ ,  $U_L$  же практически изменяется мало, так как рост  $U_L$  за счет увеличения тока компенсируется уменьшением коэффициента самоиндукции, вызванного уменьшением величины магнитной проницаемости  $\mu$  сердечника в области, близкой к насыщению железа.

**Измерения.** Электрическая схема феррорезонансного стабилизатора напряжения, изучаемого в настоящей задаче, дана на рис. 174. Чтобы было легче достигнуть насыщения железа в одной части сердечника трансформатора, где помещена вторичная обмотка  $bb$ , сечение сердечника уменьшено. Первичная обмотка состоит из двух секций  $aa_1$  и  $bb$ , которые соединены последовательно и размещены на толстой и тонкой частях сердечника трансформатора.

Стабилизированное напряжение  $U_2$  снимается с клемм  $MM$ . Небольшое изменение  $U_{2\text{стаб}}$ , снимаемое с клемм  $aa$ , наблюдается и после того, как достигнуто насыщение железа. Это объясняется возрастанием магнитного потока намагничивающей катушки с увеличением тока  $I$  уже после скачка. Э. д. с., наведенная во вспомогательной катушке  $KK$ , включается навстречу э. д. с., индуцируемой в обмотке  $aa$ , таким образом достигается совершенная стабилизация напряжения во вторичной обмотке.

Сначала снимают кривые изменения силы тока  $I$  в первичной обмотке трансформатора и напряжения  $U_2$  на клеммах  $MM$  вторичной обмотки в зависимости от напряжения  $U_1$  при закороченных (вилкой) клеммах конденсатора  $CC$  (рис. 174).

В этом случае по полученным кривым убеждаются в плавном увеличении  $I$  в первичной обмотке и в отсутствие стабилизированного напряжения во вторичной обмотке.

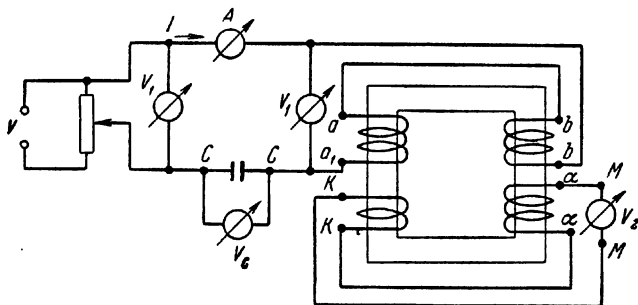


Рис. 174.

Затем включают конденсатор  $C$ . Изменяя с помощью потенциометра напряжение  $U_1$ , снимают одновременно кривые  $I = f(U_1)$ ;  $U_2 = \varphi(U_1)$ ;  $U_L = \psi(U_1)$  и  $U_C = \xi(U_1)$ . По снятым кривым легко установить:

а) наличие скачков силы тока  $I$  (рис. 173), напряжения  $U_2$ , а также  $U_L$  и  $U_C$  при некотором определенном значении приложенного внешнего напряжения  $U_1$ ;

б) интервал значений  $U_1$ , в пределах которого  $U_2$  стабилизировано.

Достигнув максимального значения силы тока при  $U_{1\max}$ , уменьшают напряжение  $U_1$  потенциометром и убеждаются, что скачок силы тока, напряжения  $U_2$ , а также  $U_L$  и  $U_C$  происходит при силе тока значительно меньшей величины  $I_4$ , так как участок  $I_3 I_4$  (рис. 172) отвечает устойчивым состояниям.

Кривые  $U_2 = \varphi(U_1)$ ;  $U_L = \psi(U_1)$ ;  $U_C = \xi(U_1)$ , полученные во втором упражнении, следует нанести на один график в одинаковом масштабе.

**Технические данные установки.** В настоящей задаче используется феррорезонансный стабилизатор напряжения, изготовленный на физическом факультете МГУ по схеме, приведенной на рис. 170 и 174. Сечение железа трансформатора в широкой части, несущей первичную обмотку (клеммы  $aa_1$ , рис. 174) и компенсационную обмотку (клеммы  $KK$ ), равно  $18 \text{ см}^2$ . В узкой части трансформатора, несущей половину первичной обмотки (клеммы  $b$ ) и вторичную обмотку (клеммы  $\alpha\alpha$ ), сечение железа равно  $11 \text{ см}^2$ . Первичная обмотка имеет 835 витков провода марки ПЭ диаметром  $1,1 \text{ мм}$ . Вторичная обмотка имеет 440 витков проволо-

ки ПЭ диаметром 0,7 мм. Компенсационная обмотка имеет 170 витков проволоки ПЭ диаметром 0,7 мм. Емкость конденсатора равна 8 мкф. В схеме (рис. 174) используются следующие приборы: автотрансформатор ЛАТР-1 для изменения напряжения  $U_1$ , два вольтметра Ц-312 со шкалами на 600 в для измерения напряжения  $U_L$  и  $U_C$ , вольтметры марки АСТ на 300 и 150 в для измерения  $U_1$  и стабилизированного напряжения на вторичной обмотке  $U_2$ .

### ЛИТЕРАТУРА

1. С. Г. К а л а ш н и к о в, Электричество, § 122, 105, 245—246, Гостехиздат, 1956.
2. С. Ф р и ш и А. Т и м о р е в а, Курс общей физики, т. II, § 203, 224, 232, Физматгиз, 1962.

### СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

3. К. К р у г, Основы электротехники, т. 2, Госэнергоиздат, 1952.
4. С. Л и в ш и ц, Феррорезонансные стабилизаторы напряжения, Госэнергоиздат, 1951.

## ЗАДАЧА 76

### ИЗМЕРЕНИЕ КОНЦЕНТРАЦИИ И ПОДВИЖНОСТИ НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДА В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

**Введение.** Важными величинами, характеризующими свойства полупроводников, являются концентрация носителей заряда и их подвижность. Существенно также знать тип проводимости, т. е. знак носителей заряда. Целью настоящей задачи является ознакомление студентов с одним из наиболее распространенных методов измерения этих величин, основанном на измерении электропроводности или удельного сопротивления полупроводников и постоянной Холла.

Известно, что электропроводность связана с концентрацией носителей заряда и их подвижностью уравнением

$$\sigma = enb, \quad (1)$$

где  $n$  — концентрация носителей заряда,  $b$  — подвижность. С другой стороны, концентрация носителей заряда обратно пропорциональна так называемой постоянной Холла  $R$ :

$$n = \frac{K}{R}, \quad (2)$$

где  $K$  — числовой коэффициент.

Таким образом, если измерить электропроводность или обратную ей величину  $\rho$  — удельное сопротивление ( $\rho = \frac{1}{\sigma}$ ), а также постоянную Холла  $R$ , можно вычислить концентрацию носителей заряда и их подвижность <sup>1)</sup>.

Удельное сопротивление полупроводника можно определить, если измерить падение напряжения  $U$  между зондами, соприкасающимися с поверхностью полупроводника на некотором определенном расстоянии  $l$  вдоль проводника при прохождении через него постоянного тока  $I$ :

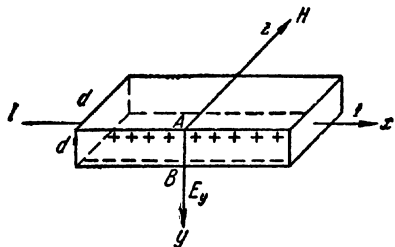


Рис. 175.

$$\rho = \frac{US}{I} \text{ ом}\cdot\text{см}, \quad (3)$$

где  $S$  — поперечное сечение образца.

С другой стороны известно, что если образец, по которому идет ток  $I$ , поместить в магнитное поле, вектор напряженности  $H$  которого перпендику-

лярен направлению тока  $I$ , в нем возникает поперечное электрическое поле напряженностью  $E$  (явление Холла) в направлении, перпендикулярном току  $I$  и полю  $H$  (см. рис. 175). При этом зонды, помещенные на противоположных боковых поверхностях ( $xz$ ) пластинки, покажут наличие разности потенциалов

$$U_H = Ed = RdjH, \quad (4)$$

где  $d$  — расстояние между зондами, а  $j$  — плотность тока в образце.

Если образец представляет плоскопараллельную пластинку толщиной  $a$  в направлении магнитного поля, то, очевидно, получим

$$U_H = R \frac{IH}{a}. \quad (5)$$

Таким образом, зная силу тока через образец, величину магнитного поля, толщину пластины в направлении поля и измерив поперечную разность потенциалов (между электродами Холла — зондами), можно определить постоянную Холла  $R$ .

Зная величину  $R$ , можно вычислить концентрацию носителей заряда  $n$ . Простой расчет без учета закона распределения электронов по скоростям приводит к значению постоянной Холла  $R = \frac{1}{en}$ . Более точный расчет с учетом закона распределения скоростей

<sup>1)</sup> Выражения (1) и (2) справедливы для полупроводников с преобладанием одного типа носителей заряда.

и применением при этом классической статистики приводит к выражению для постоянной Холла

$$R = \frac{3\pi}{8en}, \quad (6)$$

применение статистики Ферми — Дирака дает значение  $R = \frac{1}{en}$ , где  $e$  — заряд электрона.

Для полупроводников, в силу того, что концентрация электронов в них меньше, чем в металлах, применима классическая статистика и при вычислении  $R$  следует пользоваться формулой

$$R = \frac{3\pi}{8en}.$$

Если численные значения тока выражать в амперах, а поперечную разность потенциалов Холла в вольтах, толщину пластины в сантиметрах и напряженность магнитного поля в эрстедах, то  $R$  будет равно

$$R = \frac{U_H a}{IH} 10^8 \text{ см}^3/\text{а.сек.} \quad (7)$$

Тогда для концентрации электронов получаем выражение

$$n = \frac{3\pi}{8R} \frac{10^{19}}{1,6} \text{ см}^{-3} = \frac{7,4}{R} 10^{18} \text{ см}^{-3}, \quad (8)$$

для подвижности —

$$b = 0,85 \frac{R}{\rho} \text{ см}^2/\text{б.сек.} \quad (9)$$

Знак постоянной Холла определяется знаком носителей заряда.

У полупроводников постоянная Холла может быть отрицательной и положительной, так как существует два типа проводимостей. У полупроводников с электронной проводимостью носителями заряда являются электроны, и знак постоянной Холла отрицателен. У другого типа полупроводников электропроводность осуществляется положительными зарядами или так называемыми «дырками». Такие полупроводники называются дырочными. Они имеют положительный знак постоянной Холла.

У одного и того же полупроводника может быть электронная или дырочная проводимость в зависимости от характера введенных в него примесей. Таким образом, по знаку постоянной Холла можно определить тип проводимости полупроводника.

При экспериментальном исследовании эффекта Холла следует учесть, что при перемене направления магнитного поля или направления тока поперечная разность потенциалов также должна менять знак. Это обстоятельство позволяет легко отличить истинный эффект Холла от всяких побочных эффектов, которые при изменении направлений поля не меняют знак. Так, например, у полупровод-

ников удельное сопротивление значительно больше, чем у металлов, и для них может оказаться заметной величиной падение напряжения между зондами (электродами Холла), которое возникает вследствие того, что зонды не установлены строго в эквипотенциальной плоскости. А так как на практике бывает весьма трудно установить электроды Холла (зонды) строго в эквипотенциальной плоскости, то для исключения возможной ошибки следует всегда проводить измерения при двух противоположных направлениях магнитного поля.

Пусть при некотором направлении магнитного поля измеренная разность потенциалов между зондами будет

$$U_1 = U_H + U_R + U_T, \quad (10)$$

где  $U_H$  — истинная э. д. с. Холла,  $U_R$  — падение напряжения, обусловленное неправильной установкой электродов,  $U_T$  — все другие побочные э. д. с., например, термо-э. д. с., возникшая вследствие наличия градиента температуры, и т. д.

Пусть при противоположном направлении магнитного поля полная разность потенциалов будет равна

$$U_2 = -U_H + U_R + U_T. \quad (11)$$

Из уравнений (10) и (11) находим

$$U_H = \frac{U_1 - U_2}{2}, \quad (12)$$

т. е. все дополнительные эффекты исключаются.

**Описание установки.** Схема измерения удельного сопротивления образца и эффекта Холла приведена на рис. 176.

Здесь  $O$  — испытуемый образец,  $1$  — зонды для измерения эффекта Холла,  $2$  — зонды для измерения удельного сопротивления,  $X$  и  $B$  — клеммы потенциометра.

Исследуемые образцы полупроводников имеют форму прямоугольных пластинок шириною 4 мм, толщиной 2 мм и длиной около 20 мм.

Образцы вставлены в футляр из плексигласа, который помещается в специальный держатель, укрепленный на штативе. Торцевые поверхности образцов покрыты слоем металла для получения хорошего контакта с токопроводящими электродами.

Зонды для измерения удельного сопротивления представляют собою заостренные проволоки, расположенные на расстоянии 6 мм

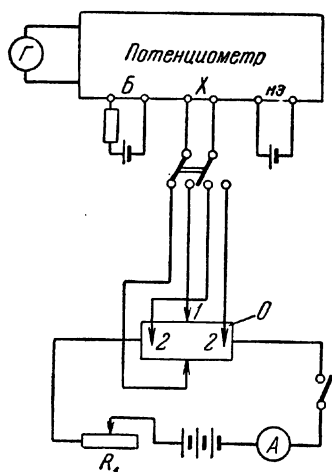


Рис. 176.



друг от друга. Зонды для измерения э. д. с. Холла имеют такие же острия; нижний зонд неподвижен, верхний зонд может перемещаться вдоль образца при помощи винта. Так как при контакте металлического острия с полупроводником может возникать большое переходное сопротивление, то падение напряжения между зондами должно измеряться методом компенсации. В качестве компенсационной схемы в данной задаче используется потенциометр ППТВ-1. (Описание схемы потенциометра и порядок измерений см. в заводском описании потенциометра, выдаваемом лаборантом.)

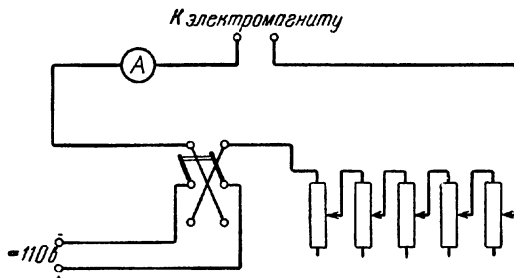


Рис. 177.

Перед измерениями постоянной Холла следует произвести измерения величины магнитного поля при данном зазоре между полюсами электромагнита. Схема включения электромагнита приведена на рис. 177.

До подключения электромагнита к источнику постоянного тока прежде всего необходимо ввести полностью все реостаты, после этого с разрешения лаборанта включить рубильник постоянного тока на 110 в и с помощью реостатов установить нужный ток в электромагните.

Для изменения магнитного поля на противоположное служит двойной переключатель. Прежде чем изменить направление тока нужно обязательно ввести полностью все реостаты, так как при больших токах в катушке возникают большие экстрапоки при размыкании цепи. Измерения производить при двух значениях тока 3 и 4 а.

Для определения величины магнитного поля в данной задаче используется баллистический метод (см. описания задач 71, 72).

### Упражнение 1

#### Измерение удельного сопротивления полупроводников

Вставить футляр с образцом в держатель так, чтобы зонды для измерения удельного сопротивления находились против отверстий в футляре. Перед включением образца в цепь проверить положение движка реостата (рис. 176), реостат должен быть введен полностью.

Замкнув ключ, отрегулировать ток через образец при помощи реостата. Подсоединить провода, идущие от зондов к зажимам  $X$  потенциометра, измерить падение напряжения между зондами при трех значениях тока через образец (до  $10\text{ ма}$ ).

По формуле (3) определить величину удельного сопротивления образца, численное значение последнего вычисляется как среднее из трех измерений.

## Упражнение 2

### Измерение постоянной Холла

Подключить электроды Холла к зажимам потенциометра, установить ток через образец не более  $10\text{ ма}$ . Подвести оба электрода Холла до соприкосновения с образцом так, чтобы электроды были друг против друга. Наличие контакта между зондами и образцом проверить по отклонению светового указателя гальванометра от нулевого положения.

Перемещая верхний электрод в ту или другую сторону, найти положение зонда, отвечающее минимальной величине отклонения гальванометра. Затем вставить держатель с образцом между полюсами электромагнита, перпендикулярно направлению силовых линий. Подключить электромагнит к источнику тока, как указано выше, и измерить падение напряжения между электродами Холла при помощи потенциометра. Затем, изменив направление тока в электромагните (*предварительно уменьшив его плавно реостатами до нуля*), вновь измерить падение напряжения между зондами (при том же токе через образец и той же величине магнитного поля). Истинную величину  $\varepsilon$  д. с. Холла определить по формуле (12). Измерения произвести при нескольких значениях тока через образец.

При помощи магнитной стрелки определить направление поля. По направлению магнитного поля, направлению тока через образец и знаку электродвижущей силы Холла определить знак носителей заряда в образце.

По формуле (7) вычислить величину постоянной Холла. Вычислить концентрацию носителей заряда  $n$  и подвижность  $b$ , используя уравнения (8) и (9).

В данной задаче образцы представляют собою пластинки германия с электронной и дырочной проводимостями.

**Технические данные установки.** В работе используется электромагнит, изготовленный мастерскими физического факультета. Расстояние между полюсами  $30\text{ мм}$ , поперечное сечение  $80 \times 80\text{ мм}$ , максимальная напряженность поля  $5800\text{ э}$  при токе  $3,5\text{ а}$ . Потенциометр ППТВ-1, нормальный элемент и приборы.

Исследуется образец монокристалла германия в виде прямоугольной пластинки  $4 \times 2 \times 20\text{ мм}$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. С. Г. К а л а ш н и к о в, Электричество, Гостехиздат, 1956.

## СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

2. А. Ф. И о ф ф е, Физика полупроводников, Изд. АН СССР, 1957.  
3. В. Ш о к л и, Теория электронных полупроводников, гл. I, ИЛ, 1953.

## ЗАДАЧА 77

ИЗУЧЕНИЕ ПРОЦЕССОВ ЗАРЯДКИ И РАЗРЯДКИ  
КОНДЕНСАТОРА

Ток зарядки и разряда конденсатора  $C$  через сопротивление  $R$  изменяется во времени  $t$  по закону

$$I = I_0 e^{-t/RC}. \quad (1)$$

Можно легко проверить этот закон, если собрать схему, изображенную на рис. 178. При замыкании ключа  $K$  в положение 1 конденсатор  $C$  заряжается через значительное активное сопротивление  $R$  до напряжения источника постоянной э.д.с.  $E$ .

При переключении ключа  $K$  в положение 2 конденсатор разряжается через то же сопротивление. В схему включен микроамперметр, позволяющий измерять ток зарядки и разрядки конденсатора в различные моменты времени.

Включая в цепь различные известные емкости и сопротивления, подобранные так, что произведение  $RC$  для всех пар остается одинаковым, легко убедиться, что экспериментально измеренные значения  $RC$  для любой пары ложатся на одну и ту же кривую  $I/I_0 = f(t)$ , или на одну и ту же прямую  $\ln I/I_0 = \varphi(t)$ . Подобрав пару  $R$  и  $C$  с другими известными значениями произведения  $RC$ ,

легко убедиться в том, что тангенс угла наклона прямой равен  $1/RC$ . Время, в течение которого ток разрядки уменьшится в  $e$  раз, называется постоянной времени системы или ее временем релаксации. Очевидно, что по прямой  $\ln I/I_0 = \varphi(t)$  легко найти время  $\tau = RC$ . Оно равно абсциссе той точки, для которой значение ординаты  $\ln I/I_0 = 1$ .

Для более точного определения постоянной времени  $\tau$  по экспериментальным данным прямую  $\ln I/I_0 = \varphi(t)$  следует проводить по способу наименьших квадратов или найти аналитически пара-

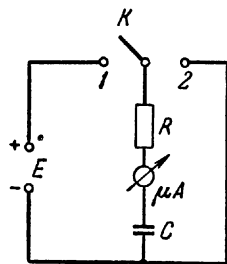


Рис. 178.

метры этой прямой. Если теоретически существует линейная зависимость  $y = kx + b$  (в нашем случае:  $y = (1/RC)t$ ), то измеренные значения всегда отличаются от истинных на ошибку измерения  $\Delta y_i = y_i - y^1$ ). Найдем параметры прямой  $k$  и  $b$ , удовлетворяющей условию, что средние квадратичные отклонения измеренных значений от прямой являются минимальными, т. е. выражение

$\sum_i (\Delta y_i)^2 = \sum_i (y_i - kx - b)^2$  минимально. В этом случае, очевидно,

$$\frac{\partial}{\partial k} \sum_i (y_i - kx - b)^2 = 0$$

и

$$\frac{\partial}{\partial b} \sum_i (y_i - kx - b)^2 = 0.$$

Отсюда для  $k$  получаем выражение

$$k = \frac{\sum x_i y_i - \frac{(\sum x_i)(\sum y_i)}{n}}{\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}}, \quad (2)$$

где  $n$  — полное число измеренных значений,  $x_i$  — абсциссы, а  $y_i$  — ординаты экспериментальных точек. Очевидно, найденное таким образом значение  $k$  есть экспериментальное значение постоянной времени  $\tau$ .

**Измерения.** Собирают рабочую схему (рис. 179). Она отличается от изображенной на рис. 178 только наличием дополнительного переключателя  $K_2$ . При зарядке конденсатора он устанавливается в положение 1, при разрядке — в положение 2. Как видно из схемы, этим достигается такое переключение микроамперметра, что направление тока в нем при обоих процессах остается неизменным и соответствующим расположению его шкалы. Питание схемы осуществляется от сети постоянного тока 24 в, подведенного к рабочему столу. Это напряжение контролируется вольтметром.

Собрав схему и установив должным образом все ключи, начинают измерения с процесса зарядки конденсатора. Для этого одновременно с замыканием ключа  $K_1$  в положение 1 пускают в ход секундомер и измеряют значения силы тока через каждые 15 сек. Измерения силы тока через такие интервалы времени ведут в течение первых 1,5 минут, а затем сила тока измеряется каждые 30 сек, вплоть до убывания ее до нуля. По окончании измерений

<sup>1)</sup> Теоретически  $b$  должно быть равно нулю, но следует учесть, что  $I_0$  также может быть измерено с ошибкой, что приведет к параллельному переносу прямой и она уже не будет проходить через начало координат.

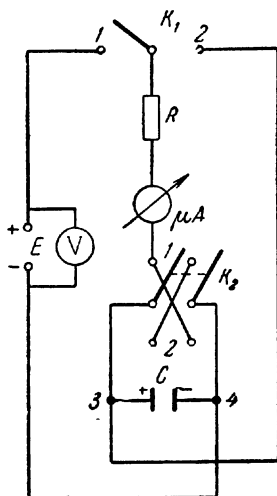


Рис. 179.

в процессе зарядки конденсатора немедленно переходят к измерениям силы тока в процессе разрядки конденсатора. Для этого переключают ключи  $K_1$  и  $K_2$  в их положения 2.

Начальное значение силы тока  $I_0$  в момент  $t = 0$  при описанных измерениях произвести не удастся. Но его можно найти, замкнув конденсатор накоротко при одном из процессов его зарядки.

Следует произвести измерения по крайней мере для двух пар  $R$  и  $C$  с одинаковым значением произведения  $RC$ . Каждая кривая разрядки и заряда конденсатора снимается два раза.

Результаты измерений представляются в виде графиков  $I/I_0 = f(t)$  и в виде графиков  $\ln I/I_0 = \varphi(t)$ . Производят также измерения для схемы с неизвестным значением произведения  $RC$  и определяют  $\tau$  как по графику, так и по формуле (2). Неизвестное сопротивление можно найти, зная  $I_0$  и значение поданного в схему напряжения. Внутреннее сопротивление микроамперметра можно не учитывать, так как оно мало по сравнению с используемыми в схеме сопротивлениями  $R$ . Зная  $R$  и  $\tau$ , надо определить  $C$  для этого случая.

Таким же способом, включив параллельно конденсатору электростатический или ламповый вольтметр, можно проследить за изменениями напряжения на конденсаторе и, проделав такие измерения, убедиться, что временной ход процесса опять зависит только от значения произведения  $RC$ . В этом случае только для зарядки конденсатора надо строить графики  $\ln E_0/(E_0 - E) = \varphi(t)$ , а при разрядке графики  $\ln E_0/E = \varphi(t)$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. С. Г. К а л а ш н и к о в, Электричество, Гостехиздат, 1956.

#### ЗАДАЧА 78

#### ИЗМЕРЕНИЕ ЕМКОСТИ КОНДЕНСАТОРОВ ПРИ ПОМОЩИ МОСТОВОЙ СХЕМЫ НА ПЕРЕМЕННОМ ТОКЕ

В настоящей задаче для определения емкости конденсатора используется то обстоятельство, что конденсатор, включенный в цепь переменного тока, создает в этой цепи определенное сопротивление<sup>1)</sup>. Простая количественная связь между величиной емкости  $C$  и значением соответствующего ей емкостного сопротивления

$$Z = -\frac{j}{C\omega} \quad (1)$$

<sup>1)</sup> Совершенно иной способ измерения емкости описан в задаче 70.

(где  $j = \sqrt{-1}$ ) позволяет свести измерение емкости к измерению емкостного сопротивления. Эксперимент в настоящей задаче заключается в сравнении емкостных сопротивлений эталонного и неизвестного конденсаторов.

Известно, что одним из простейших способов измерения сопротивлений является использование мостовых схем (см. задачи 55—58 и 80). Эти схемы позволяют производить сравнения сопротивлений, включенных в плечи схемы. В данной задаче используется мостовая схема, питаемая переменным током от звукового генератора (рис. 180). На этой схеме  $C_x$  обозначает неизвестную емкость,

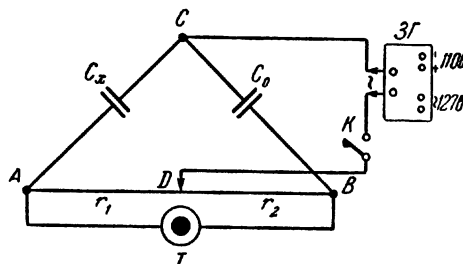


Рис. 180.

$C_0$  — известную емкость,  $r_1$  и  $r_2$  — сопротивления плеч проволочного реохорда (в общем случае это безындукционные магазины сопротивлений).

Для того чтобы в мосте (цепь телефона  $T$ ) не было тока, необходимо, как и всегда в случае переменного тока, чтобы напряжения на концах мостика были равны и по амплитуде и по фазе. Как доказывается в теории переменных токов, оба эти условия выполняются одновременно, если комплексные сопротивления плеч мостовой схемы  $Z$  образуют пропорцию

$$Z_1 : Z_x = Z_2 : Z_0.$$

Индексы при  $Z$  в этой пропорции соответствуют индексам при емкостях и сопротивлениях на рис. 180. В нашем частном случае

$$Z_1 = r_1, \quad Z_2 = r_2, \quad Z_x = -\frac{j}{C_x \omega}, \quad Z_0 = -\frac{j}{C_0 \omega}.$$

Подставляя эти значения  $Z$  в пропорцию и сокращая множители  $\omega$  и  $j$ , находим соотношение между  $C_x$ ,  $C_0$ ,  $\frac{r_2}{r_1}$ , при котором нет тока (звука) в мостике (телефоне):

$$C_x = C_0 \frac{r_2}{r_1}. \quad (2)$$

Таким образом, если мы, включив в мостовую схему неизвестную емкость  $C_x$  и эталонный конденсатор  $C_0$ , путем подбора значе-

ния  $\frac{r_2}{r_1}$  добились отсутствия тока в мосте (звука в телефоне), то тогда мы вправе воспользоваться соотношением (2) для определения емкости  $C_x$ . В качестве известной емкости  $C_0$  употребляется магазин емкостей, устройство которого схематически изображено на рис. 181. Включение той или иной емкости достигается в нем путем перестановки штепселя из внутреннего ряда отверстий в наружный. Измеряемыми емкостями являются два конденсатора в несколько десятых микрофарды.

**Измерения.** Собрав схему согласно рис. 180 и включив звуковой генератор, устанавливают движок реохорда на середину его шкалы и подбирают в магазине  $C_0$  такую емкость, чтобы звук в телефоне был минимальный, а затем, передвигая движок в ту или иную сторону, добиваются по возможности полного исчезновения звука.

По полученным таким образом значениям длин плеч и емкости магазина вычисляют при помощи формулы (2) емкость измеряемого конденсатора.

Для исключения возможной ошибки вследствие неправильности магазина емкостей рекомендуется повторить указанные выше измерения, изменив на 10—20% величину включенной в нем емкости.

Измерения надлежит произвести с двумя конденсаторами, сначала включая их порознь, а затем с обоими сразу, соединяя их параллельно и последовательно и проверяя тем самым законы соединения емкостей.

**Технические данные установки.** В задаче использован реохорд, низковольтный магазин емкостей с пределами от 0,001 до 0,5 мкф, телефон, звуковой генератор, изготовленный в мастерской физического факультета.

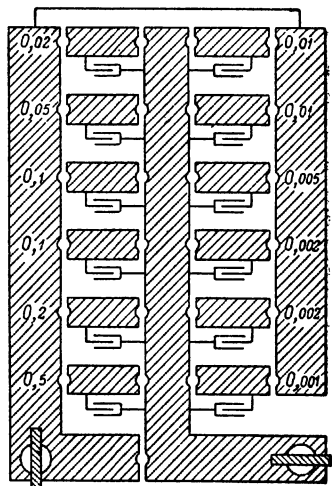


Рис. 181.

## ЛИТЕРАТУРА

1. С. Г. К а л а ш н и к о в, Электричество, Гостехиздат, 1956.
2. Курс физики под редакцией Н. Д. Папалекси, т. II, Гостехиздат, 1948.

## СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

3. Е. А. С в и р с к и й, Общий курс электрических и магнитных измерений, Оборонгиз, 1939; см. так же [3] к задаче 80.

## ЗАДАЧА 79

ИЗМЕРЕНИЕ ЕМКОСТИ МОСТОВЫМ МЕТОДОМ С УЧЕТОМ  
УТЕЧКИ В КОНДЕНСАТОРАХ

Для измерения емкости конденсатора часто пользуются мостовым методом. Принципиальная схема такого моста изображена на рис. 180 (описание задачи 78) и 182. Здесь  $R_1$  и  $R_2$  — переменные сопротивления,  $C_0$  — эталонный конденсатор,  $C_x$  — конденсатор, емкость которого нужно определить.

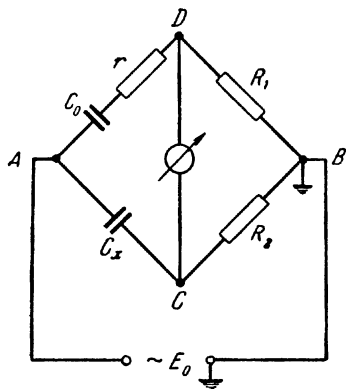


Рис. 182.

Если исследуемый конденсатор обладает утечкой, то при достаточно точном измерении необходимо учитывать влияние этой утечки. Схема в этом случае должна быть дополнена еще одним переменным сопротивлением  $r$ , включенным последовательно с эталонным конденсатором (рис. 182). Конденсатор с утечкой обычно представляют эквивалентной схемой, в которой к идеальному конденсатору емкостью  $C$  параллельно подключено некоторое сопротивление утечки  $R$ . Однако если утечка небольшая (сопротивление утечки достаточно велико), то тот же конденсатор в ряде случаев удобнее представлять как некоторый идеальный конденсатор емкостью  $C_1$  с последовательно подключенным сопротивлением  $r_1$ . Оба представления эквивалентны. Действительно, согласно первой схеме комплексная проводимость конденсатора с утечкой равна

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{R} + j\omega C,$$

откуда

$$Z = \frac{\frac{1}{\omega^2 C^2 R} - j \frac{1}{\omega C}}{1 + \left(\frac{1}{\omega C R}\right)^2};$$

в последнем выражении мнимую часть можно рассматривать как комплексное сопротивление некоторого эквивалентного конденсатора емкостью  $C_1$ :

$$\frac{-j \frac{1}{\omega C}}{1 + \frac{1}{(\omega C R)^2}} = -j \frac{1}{\omega C_1},$$



а действительную часть как последовательно подключенное сопротивление

$$\frac{\frac{1}{\omega^2 C^2 R}}{1 + \left(\frac{1}{\omega CR}\right)^2} = r_1.$$

При этом отношение действительной части  $Z$  к мнимой части по модулю равно  $\frac{1}{\omega CR}$ . В большинстве случаев в пределах требуемой точности можно пренебречь  $\left(\frac{1}{\omega CR}\right)^2$  по сравнению с единицей, тогда

$$C_1 = C \quad \text{и} \quad r_1 = \frac{1}{\omega^2 C^2 R}.$$

Следовательно, комплексное сопротивление конденсатора с утечкой будет

$$Z = r_1 - j \frac{1}{\omega C}.$$

Если разность потенциалов между точками  $C$  и  $D$  в каждый момент времени равна нулю, то мост находится в равновесии. В общем случае условие равновесия моста переменного тока записывается как

$$\frac{Z_0}{Z_1} = \frac{Z_x}{Z_2},$$

где  $Z_0$ ,  $Z_x$ ,  $Z_1$  и  $Z_2$  — комплексные сопротивления соответствующих плечей моста. В нашем случае (рис. 182)

$$Z_0 = r - j \frac{1}{\omega C_0}, \quad Z_x = r_1 - j \frac{1}{\omega C_x}, \quad Z_1 = R_1 \quad \text{и} \quad Z_2 = R_2,$$

$r_1$  — эквивалентное сопротивление, учитывающее утечку исследуемого конденсатора. На рисунке оно не обозначено. Условие равновесия примет вид

$$\frac{r - j \frac{1}{\omega C_0}}{R_1} = \frac{r_1 - j \frac{1}{\omega C_x}}{R_2}.$$

Приравнявая в последнем выражении действительные и мнимые части, получим

$$C_x = C_0 \frac{R_1}{R_2} \tag{1}$$

и

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{r}{r_1}. \tag{2}$$

В отличие от моста, работающего на постоянном токе, условие равновесия в данном случае содержит два равенства. Это вызвано тем, что напряжения на  $R_1$  и  $R_2$  должны совпадать не только по амплитуде, но и по фазе. Только в этом случае разность потенциалов между точками  $C$  и  $D$  будет равна нулю в каждый момент времени.

При измерении небольших емкостей часто сказываются емкостные связи между различными точками моста и корпусами магазинов, устранить которые полностью не всегда возможно. На рис. 183 эти «паразитные» емкости между двумя вершинами моста и корпусами магазинов обозначены пунктиром. Наличие их означает, что точки  $A$  и  $B$  соединены между собой через «паразитные» емкости и корпуса магазинов, помимо явным образом введенных сопротивлений и емкостей.

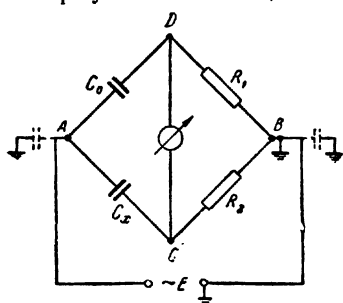


Рис. 183.

Емкостные связи часто мешают настройке моста и приводят к неточному результату. Чтобы частично устранить их действие, точка  $B$  и корпуса всех магазинов соединяются между собой. При этом точку  $B$  можно подключить лишь к той клемме сети переменного тока, которая заземлена. В результате соединения точки  $B$  с корпусом емкость « $B$  — корпус» будет закорочена, а емкость « $A$  — корпус» окажется включенной параллельно источнику пита-

ния и не будет влиять на условие равновесия моста. Емкостные связи точек  $C$  и  $D$  с корпусом в этом случае останутся неустранимыми. Однако влияние их в данной установке оказывается незначительным, так как они фактически присоединены параллельно  $R_1$  и  $R_2$ , которые малы по сравнению с емкостными сопротивлениями связей.

В качестве индикаторного устройства, с помощью которого можно установить, что разность потенциалов между точками  $C$  и  $D$  равна нулю, применяется вибрационный гальванометр. В основе устройства вибрационного гальванометра лежит воздействие, оказываемое переменным магнитным полем на очень маленький постоянный магнит, подвешенный на упругой нити. Напряженность переменного магнитного поля пропорциональна измеряемому току.

Под действием переменного магнитного поля магнит совершает крутильные колебания. С подвижным магнитом связано зеркальце. На зеркальце падает луч света и, отражаясь от него, попадает на экран, образуя световой зайчик. При колебании магнита световой зайчик размывается. Размах колебаний магнита при одной и той же величине измеряемого тока получается наибольший, когда частота собственных колебаний магнита совпадает с частотой переменного поля. Для настройки гальванометра в резонанс исполь-

зуется постоянное магнитное поле, создаваемое вторым постоянным магнитом. Напряженность постоянного магнитного поля можно изменять в некоторых пределах. На рис. 184 направление напряженности постоянного магнитного поля обозначено стрелками, линии напряженности переменного магнитного поля изображены пунктиром.  $NS$  — подвижной магнит, ось крутильных колебаний которого перпендикулярна рисунку и изображена точкой. При отсутствии переменного магнитного поля подвижной магнит устанавливается в положении равновесия, определяемом тем, что противодействующий момент, т. е. суммарный момент сил, действующих на магнит со стороны упругой нити и постоянного магнитного поля, равен нулю. Настройка гальванометра в резонанс осуществляется путем изменения постоянного магнитного поля, что приводит к изменению противодействующего момента, а следовательно, и частоты собственных колебаний подвижного магнита.

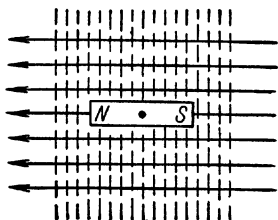


Рис. 184.

Гальванометр имеет ступенчатый переключатель чувствительности, позволяющий ослаблять ток, идущий через обмотку электромагнита, создающего переменное магнитное поле.

**Измерения.** Собрать схему, изображенную на рис. 182. В качестве  $R_1$ ,  $r$ ,  $R_2$  используются магазины безреактивных сопротивлений, индуктивность и емкость которых полагаются равными нулю. При этом  $R_1$  можно изменять от нуля до 11 111,10 ом через каждые 0,01 ом,  $r$  — от нуля до 11 100 ом через каждые 10 ом,  $R_2$  — от нуля до 10 000 ом через каждые 1000 ом,  $C_0$  — магазин емкостей (0,001—1,11 мкф). В задаче определяются емкости воздушных конденсаторов, практически не обладающих утечкой. Для изучения влияния утечки на работу моста параллельно одному из конденсаторов подключено достаточно большое сопротивление  $R$ , имитирующее утечку в конденсаторе.

Питание моста осуществляется от сети переменного тока через специально выведенную розетку, причем точка  $B$  подключается к заземленному гнезду.

Так как в задаче измеряются емкости порядка тысячных долей микрофарады, то  $C_0$  также должно быть соответственно мало.

Удобно эталонную емкость установить равной  $C_0 = 0,01$  мкф, а сопротивление  $R_2 = 10\,000$  ом. В этом случае на мост можно подавать переменное напряжение до  $\sim 120$  в, так как сопротивления плеч моста  $ACB$  и  $ADB$  будут достаточно большими. Эталонные емкости больше указанной вводить не следует, так как через магазины сопротивлений может пойти ток, превышающий допустимые значения.

Переключатель чувствительности гальванометра вначале должен быть в положении, соответствующем минимальной чувствительности. Только по мере уравнивания моста можно постепенно переходить на более высокую чувствительность.

В процессе работы необходимо убедиться, что гальванометр настроен в резонанс. Гальванометр настроен в резонанс, если при вращении ручки с надписью «настройка» в ту или другую сторону ширина размытия светового зайчика уменьшается. В противном случае необходимо вращать ручку настройки до достижения максимума размытия. Если гальванометр очень сильно расстроен, то для нахождения положения резонанса ручку настройки следует вращать в каком-либо одном направлении.

Процесс настройки моста заключается в последовательном подборе сопротивлений  $R_1$  и  $r$ , при которых мост оказывается полностью уравновешенным. Настройку моста необходимо начинать при выведенном сопротивлении  $r$ . В качестве исходного значения  $R_1$  следует взять 10 555,55  $\Omega$ , набранное так, что на первой декаде включено 10000  $\Omega$ , на второй 500  $\Omega$  и т. д. Такое исходное положение удобно в двух отношениях. Во-первых, после грубого подбора  $R_1$  на первой декаде с точностью до 1000  $\Omega$  с помощью второй декады это сопротивление для получения более точного значения может быть изменено как в ту, так и в другую сторону. Во-вторых, если сопротивление на первой декаде окажется полностью выведенным,  $R_1$  не обратится в нуль.

При определении емкости конденсатора с утечкой необходимо сначала подобрать значение  $R_1$ , при котором величина размытия светового зайчика будет наименьшей. После этого следует ввести  $r$ , добиваясь дальнейшего уменьшения размытия. Затем следует уточнить значение  $R_1$ . Такой последовательный подбор  $R_1$  и  $r$  со всей возрастающей точностью производится до тех пор, пока гальванометр не будет показывать отсутствие тока при максимальной чувствительности. После того, как мост полностью уравновешен, емкость исследуемого конденсатора вычисляется по формуле (1).

В задаче требуется определить емкость двух конденсаторов, один из которых с искусственной утечкой, затем емкость при параллельном и последовательном соединении обоих конденсаторов. В заключение необходимо оценить ошибку измерений.

**Технические данные установки.** В задаче использованы два магазина безреактивных сопротивлений МСРБ-48, магазин емкостей МЕ-3 и вибрационный гальванометр типа ВГ. Один из магазинов сопротивлений МСРБ-48 несколько переоборудован, что позволяет использовать его в качестве двух независимых сопротивлений ( $R_2$  и  $r$ ).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. С. Г. К а л а ш н и к о в, Электричество, Гостехиздат, 1956.

## СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

2. Е. А. Сви́рский, Общий курс электрических и магнитных измерений, Оборонгиз, 1939.

3. Курс электрических измерений, под редакцией В. Т. Прыткова и А. В. Талицкого, Госэнергоиздат, М., 1960.

## ЗАДАЧА 80

## ИЗМЕРЕНИЕ ИНДУКТИВНОСТИ КАТУШЕК ПРИ ПОМОЩИ МОСТОВОЙ СХЕМЫ

Поставим задачу измерения индуктивности  $L_1$  и сопротивления  $r_{L_1}$  некоторой катушки. Для этого в условиях задачи применяется мостовая схема, изображенная на рис. 185. На этой схеме  $r_3$  и  $r_4$  обозначают практически безындуктивные сопротивления плеч реохорда. Буквами  $r_1$  и  $r_2$  обозначены безындуктивные магазины сопротивлений в плечах моста,  $L_2$  и  $r_{L_2}$  обозначают известные значения индуктивности и сопротивления эталона индуктивности, включенного в одно из плеч моста. В схему можно включать либо источник переменного тока, либо источник постоянного тока. Соответственно включенному источнику тока в диагональ схемы включается либо телефон, либо гальванометр. Целесообразность включения в схему разных источников тока будет разъяснена ниже.

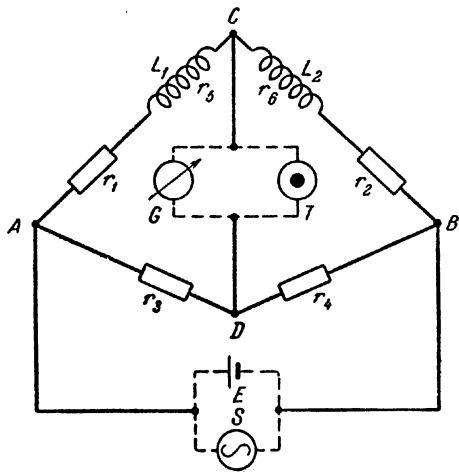


Рис. 185.

Рассмотрим условия отсутствия тока в телефоне при питании схемы переменным током частоты  $\omega$ . Очевидно, что тока в диагонали моста не будет в том случае, если переменные напряжения в точках схемы C и D будут одинаковы и по амплитуде, и по фазе.

Это условие проще всего найти, пользуясь методом комплексных сопротивлений. Обозначим комплексные сопротивления плеч моста через  $Z$ . Индекс у  $Z$  для каждого плеча схемы соответствует индексам, стоящим у сопротивлений и индуктивностей той же ветви. В этих обозначениях условие равновесия моста запишется так:

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{Z_3}{Z_4}. \quad (1)$$

В нашем случае  $Z_3 = r_3$  и  $Z_4 = r_4$ , т. е. представляют собой величины действительные, следовательно, отношение  $\frac{Z_3}{Z_4} = \frac{r_3}{r_4}$  есть также величина действительная. Но  $Z_1$  и  $Z_2$  — комплексные величины вида  $r + j\omega L$ , где  $j = \sqrt{-1}$ . Применим условие (1) к нашей схеме, но положим сначала  $r_1$  и  $r_2$  равными нулю; такое предположение позволит нам легче выяснить в дальнейшем необходимость введения в схему этих сопротивлений

$$\frac{r_{L_1} + j\omega L_1}{r_{L_2} + j\omega L_2} = \frac{r_3}{r_4}.$$

Так как правая часть равенства есть величина действительная, то для удовлетворения написанного условия необходимо, чтобы были соблюдены одновременно два равенства  $\frac{r_{L_1}}{r_{L_2}} = \frac{r_3}{r_4}$  и  $\frac{L_1}{L_2} = \frac{r_3}{r_4}$ , т. е. активные сопротивления катушек самоиндукции должны находиться между собой в том же отношении, как и индуктивности этих катушек. Легко понять, что эти два условия в общем случае невыполнимы. Сопротивление катушки зависит от материала, длины и сечения провода, из которого катушка сделана, а индуктивность катушки зависит от ее формы и способа намотки. Поэтому уравновесить мост переменного тока при рассмотренных условиях невозможно.

Для того чтобы уравновешивание моста сделать возможным, в индуктивные ветви моста введены магазины сопротивлений  $r_1$  и  $r_2$ . При наличии этих сопротивлений условие (1) запишется так:

$$\frac{r_1 + r_{L_1} + j\omega L_1}{r_2 + r_{L_2} + j\omega L_2} = \frac{r_3}{r_4}.$$

Теперь для соблюдения этого равенства должны иметь место две пропорции:

$$\frac{r_1 + r_{L_1}}{r_2 + r_{L_2}} = \frac{r_3}{r_4}, \quad (2)$$

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{r_3}{r_4}. \quad (3)$$

Поскольку значениям сопротивлений, установленным в магазинах  $r_1$  и  $r_2$ , мы можем придать необходимые значения, эти две пропорции могут быть выполнены одновременно. Существующая в общем случае непропорциональность между сопротивлениями и индуктивностями катушек теперь не является помехой для уравновешивания моста. В этом значение магазинов сопротивлений, включенных в плечи моста последовательно с катушками самоиндукции.

Очевидно, что равенство (2) может быть удовлетворено не только при значениях  $r_1$  и  $r_2$ , одновременно отличных от нуля. В част-

ности, равенству (2) можно удовлетворить, добавив только сопротивление  $r_1$  к величине  $r_{L_1}$  и положив  $r_2 = 0$ , или, наоборот, взяв нужное значение  $r_2 \neq 0$  и положив  $r_1 = 0$ . Другими словами, для одновременного сбалансирования моста и на постоянном и на переменном токе дополнительное активное сопротивление можно включить только в одну из ветвей моста. Но, конечно, выбор этой ветви моста не является произвольным. Он определяется соотношением между включенными в мост индуктивностями и их активными сопротивлениями.

Ввиду того, что при измерениях всевозможных индуктивностей значения их активных сопротивлений наперед неизвестны, то запасные магазины сопротивлений бывают введены в обе ветви моста, но фактически дополнительное сопротивление  $r_1$  или  $r_2$  можно включать только в одном из этих магазинов. Это удобнее и повышает точность измерений.

Итак, если схема уравновешена на переменном токе (ток в мосте равен нулю), то имеют силу пропорции (2) и (3). Из пропорции (2) можно найти активное сопротивление  $r_{L_1}$  исследуемой катушки  $L_1$ . Из пропорции (3) можно найти индуктивность этой же катушки. Индуктивность катушки  $L_2$  и ее сопротивление  $r_{L_2}$  считаем известными. Поэтому экспериментальная задача, казалось бы, сводится лишь к уравниванию моста на переменном токе. В принципе это верно, но вопрос в том, как реализовать условие равновесия схемы на переменном токе.

Как видно из написанных пропорций, в данном случае необходим подбор значений  $r_1$  (или  $r_2$ ) и отношения  $\frac{r_3}{r_4}$  в условиях, когда в плечах моста уже есть неизменные сопротивления  $r_{L_1} + j\omega L_1$  и  $r_{L_2} + j\omega L_2$ . Эта задача не так проста, как уравнивание моста на постоянном токе, когда можно свободно варьировать сопротивление одного из плеч и отношение  $\frac{r_3}{r_4}$  на реохорде.

Кроме того, возможно получение минимумов тока в мосте (минимумов звука в телефоне) и в том случае, когда обе пропорции не выполнены. Это будут условия не обращения в нуль тока в мосте, но условия минимумов тока в мосте, что не одно и то же. Поясним, что это значит. Схема питается переменным током; перемещая движок на реохорде, мы находим минимум звука в телефоне, т. е. условие минимума амплитуды напряжения между точками  $C$  и  $D$ . Это будет минимум напряжения на мосте при фиксированной разности фаз напряжений в точках  $C$  и  $D$ . На значение этой разности фаз перемещение движка по реохорду не влияет (в первом приближении). Расчет минимальной в таких условиях амплитуды напряжения на концах мостика не представляет трудности. Можно написать

$$V_D = V_{D0} \sin \omega t, \quad V_C = V_{C0} \sin (\omega t - \varphi).$$

Отсюда

$$V_{CD} = V_{C0} \sin(\omega t - \varphi) - V_{D0} \sin \omega t,$$

следовательно,

$$|V_{CD}|^2 = V_{C0}^2 + V_{D0}^2 - 2V_{C0}V_{D0} \cos \varphi.$$

Ищем минимум этого выражения, приравнявая  $\frac{\partial |V_{CD}|^2}{\partial V_{D0}} = 0$ . Из этого условия находим наивыгоднейшее значение амплитуды напряжения в точке D:

$$V_{D0} = V_{C0} \cos \varphi. \quad (4)$$

Подставляя это значение в выражение  $V_{CD}$ , находим его минимальное значение

$$(V_{CD})_{\min} = V_{C0} \sin \varphi.$$

Для полного же отсутствия звука в телефоне необходимо было бы иметь  $V_{CD} = 0$ . Другими словами, условие минимума тока в телефоне при неравенстве фаз напряжений на концах моста означает, что векторная диаграмма, построенная из векторов напряжений на первом индуктивном плече схемы, на первом плече реохорда и на мосте, должна образовывать прямоугольный треугольник.

Для правильного экспериментального решения задачи надо суметь перейти от подобного минимума напряжения на концах моста к условию равенства его нулю, когда будут справедливы сразу обе пропорции (2) и (3). Вот почему непосредственное уравнивание схемы на переменном токе не может быть сразу однозначно выполнено. Тем более, что мы практически никогда не будем, конечно, иметь полного отсутствия звука в телефоне, но будем иметь только один минимум звука более глубокий, чем остальные. Это дополнительно затрудняет измерения. Искомые условия, однако, можно найти, прибегая к вспомогательному уравниванию схемы на постоянном токе. Для этого предусмотрена возможность включения в схему не только переменного, но и постоянного тока.

Поясним, как используется в схеме постоянный ток. При включении в схему постоянного тока индуктивные сопротивления в схеме равны нулю. Если мы уравниваем схему при помощи гальванометра, то мы находим в общем случае отношение

$$\frac{r_1 + r_{L_1}}{r_2 + r_{L_2}} = \frac{r_3}{r_4}.$$

Если окажется, что значение этого отношения  $\left(\frac{r_3}{r_4}\right)_{\text{пост}}$  такое же, как и отношения  $\left(\frac{r_3}{r_4}\right)_{\text{пере}}$ , то это означает, что мы на переменном токе нашли искомый (наиболее глубокий) минимум тока в мосте, при котором автоматически и должно иметь место сохранение значения



отношения  $\frac{r_8}{r_4}$  при обоих токах, как явствует из пропорций (2) и (3). Таким образом, смысл включения в схему постоянного тока заключается прежде всего в том, чтобы отличить искомый глубокий минимум (в пределе нуль) на переменном токе от множества возможных дополнительных минимумов, имеющих место при несоблюдении пропорций (2) и (3).

Но как мы сейчас увидим, включение в схему постоянного тока позволяет не только проверять, достигнут ли искомый самый глубокий минимум, но и рационально искать этот глубокий минимум на переменном токе. Рассмотрим порядок действий при поочередном включении в схему переменного и постоянного тока. Пусть, собрав схему, включив в магазинах некоторые сопротивления  $r_1$  и  $r_2$  и перемещая движок на реохорде, мы нашли его положение, соответствующее минимуму звука в телефоне. Этому положению движка будет соответствовать некоторое отношение плеч реохорда  $\left(\frac{r_8}{r_4}\right)_{\text{перем}}$ . Переключим теперь схему на постоянный ток и на гальванометр. Как правило, мы обнаружим при этом ток через гальванометр; схема не будет уравновешена. Перемещая движок по реохорду, сведем к нулю ток через гальванометр. Этому условию будет соответствовать другое значение отношения плеч реохорда  $\left(\frac{r_8}{r_4}\right)_{\text{пост}}$ .

Оказывается, что знак неравенства, которое можно теперь поставить между значениями  $\left(\frac{r_8}{r_4}\right)_{\text{перем}}$  и  $\left(\frac{r_8}{r_4}\right)_{\text{пост}}$ , может указать нам способ действий к тому, чтобы добиться равенства этих величин, что безусловно необходимо для решения задачи. Пусть, например, значение  $\left(\frac{r_8}{r_4}\right)_{\text{перем}} > \left(\frac{r_8}{r_4}\right)_{\text{пост}}$ . Это означает, что при положении движка на реохорде, найденном для равновесия мостика на постоянном токе, амплитуда переменного напряжения в точке  $D$  мала по сравнению с тем значением, которому она должна удовлетворять при минимуме на переменном токе (см. выражение (4)). Поэтому для минимума звука в телефоне и приходится ставить движок на большие значения  $r_3$ , чем при нуле тока через гальванометр. Для того чтобы сблизить значения отношений  $\frac{r_8}{r_4}$  для обоих токов, надо несколько изменить распределение напряжений в индуктивной ветви моста. Это достигается путем изменения сопротивлений  $r_1$  и  $r_2$ . О том, в какую сторону они должны быть изменены, сказано в описании порядка измерений.

**Измерения и их обработка.** Для практического применения описанного метода измерений пользуются схемой, изображенной на рис. 186. Источником переменного тока в этой схеме является ламповый генератор звуковой частоты. Питание измерительной схемы постоянным током осуществляется от аккумуляторной батареи.

Собирают схему при  $r_1$  и  $r_2$ , равных нулю, и подают в нее переменный ток от звукового генератора. Перемещая движок на реохорде, отыскивают минимум звука в телефоне.

Записав соответствующие этому условию значения длин плеч реохорда, находят величину отношения последних, т. е.  $\left(\frac{r_3}{r_4}\right)_{\text{перем}}$ .

Переключают всю схему на постоянный ток и путем перемещений движка на реохорде добиваются отсутствия тока через гальванометр. Записывают длины плеч на реохорде при этом условии и находят величину отношения этих плеч  $\left(\frac{r_3}{r_4}\right)_{\text{пост}}$ .

Сравнивают величины отношения плеч реохорда в первом и во втором случаях. Знак неравенства между величинами этих двух отношений нам важен для дальнейшей работы.

Оставляя схему под постоянным током, ставят движок на реохорде в положение минимума звука для переменного тока и изменением сопротивления магазинов  $r_1$  (или  $r_2$ ) в соответствии со знаком неравенства приводят показания гальвано-

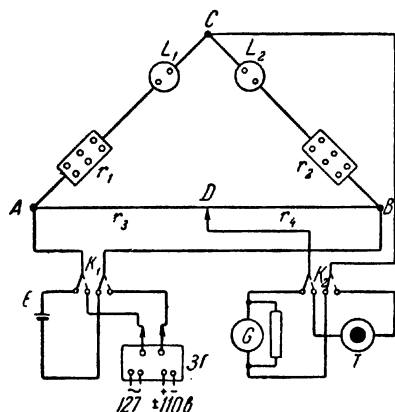


Рис. 186.

метра к нулю. Если  $\left(\frac{r_3}{r_4}\right)_{\text{перем}} > \left(\frac{r_3}{r_4}\right)_{\text{пост}}$ , то надо увеличивать значение  $r_1$ , оставляя  $r_2 = 0$ . При обратном знаке неравенства надо увеличивать  $r_2$ , оставляя  $r_1 = 0$ .

После этого переключают схему опять на переменный ток. Теперь положение движка на реохорде в результате изменения значений  $r_1$  и  $r_2$ , произведенных при приведении гальванометра к нулю, не будет (в общем случае) отвечать минимуму звука в телефоне. Вновь находят перемещением движка минимум звука и, сравнивая соответствующее ему отношение  $\left(\frac{r_3}{r_4}\right)_{\text{перем}}$  с  $\left(\frac{r_3}{r_4}\right)_{\text{пост}}$ , начинают все операции в прежнем порядке<sup>1)</sup>. Их надо продолжать до тех пор, пока схема не будет уравновешена и на постоянном и на переменном

<sup>1)</sup> Легко убедиться в том, что теперь расхождение значений  $\frac{r_3}{r_4}$  при обоих токах будет меньше, чем в первый раз. Изменения значений  $r_1$  и  $r_2$ , переместившие точку равновесия движка на постоянном токе в сторону увеличения значения  $\frac{r_3}{r_4}$ , сместят в ту же сторону (но на меньшую величину) точку равновесия на переменном токе.

токе при одном и том же положении движка на реохорде и при одном и том же значении сопротивлений  $r_1$  и  $r_2$ . После этого из пропорций (2) и (3) находят значения  $L_1$  и  $r_{L1}$ . Если исследуемая катушка имеет несколько клемм, то необходимо произвести измерения, включая катушку в схему поочередно как полностью, так и всеми ее отдельными секциями.

**Технические данные установки.** Установка включает в себя три штепсельных магазина сопротивлений КМС-6, один из которых шунтирует гальванометр при грубой балансировке моста. Кроме того, в установке имеется эталонная катушка индуктивности типа КИ-1, измеряемая катушка индуктивности, телефон и стрелочный гальванометр типа ГМП с чувствительностью 0,5 *мкА/дел.* Используемый в схеме звуковой генератор изготовлен в мастерских физического факультета МГУ.

### ЛИТЕРАТУРА

1. С. Г. К а л а ш н и к о в, Электричество, Гостехиздат, 1956.
2. Курс физики под редакцией Н. Д. П а п а л е к с и, т. II, Гостехиздат, 1948.
3. А. И. Т у д о р о в с к и й, Электричество и магнетизм, ч. II, ОНТИ, 1935.

### СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

4. Е. А. С в и р с к и й, Общий курс электрических и магнитных измерений, Оборонгиз, 1939.
5. Курс электрических измерений, под редакцией В. Т. Прыткова и А. В. Талицкого, Госэнергоиздат, М., 1960.

---

## ЗАДАЧА 81

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИНДУКТИВНОСТИ МОСТОВЫМ МЕТОДОМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПОСТОЯННОЙ ЕМКОСТИ

**Краткая теория.** Для измерения коэффициента самоиндукции часто пользуются различными мостовыми схемами. Включение исследуемой катушки в одно из плеч моста приводит к тому, что в этом плече возникает некоторая разность фаз между током и напряжением. Если в остальные плечи моста включены лишь чисто активные сопротивления (т. е. сдвиг фаз между током и напряжением на остальных участках равен нулю), то никаким подбором этих сопротивлений нельзя уравновесить мост. Для того чтобы можно было уравновесить мост, необходимо дополнительно включить в соответствующее плечо моста какую-либо индуктивность или емкость. При этом индуктивность необходимо включать в прилегающее

(по отношению к исследуемой катушке) плечо моста (см. задачу 80), а емкость в противоположное плечо моста <sup>1)</sup>).

Схема с использованием постоянной емкости приведена на рис. 187. Здесь  $R_4$ ,  $R_0$ ,  $R_1$  — чисто активные сопротивления,  $C_0$  — постоянная емкость,  $r_x$  и  $L_x$  — активное сопротивление и индуктивность исследуемой катушки. Комплексные сопротивления или проводимости отдельных плеч моста будут

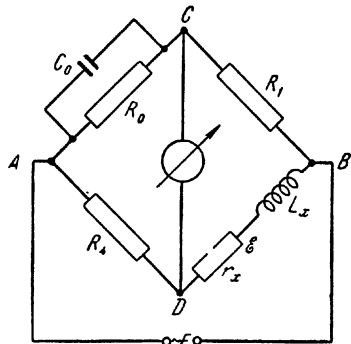


Рис. 187.

$$Z_1 = R_1, \quad \frac{1}{Z_2} = \frac{1}{R_0} + j\omega C_0,$$

$$Z_3 = r_x + j\omega L_x, \quad Z_4 = R_4.$$

Условие равновесия моста  $\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{Z_3}{Z_4}$  в нашем случае примет вид

$$\frac{R_1}{R_0} + j\omega C_0 R_1 = \frac{r_x}{R_4} + j\omega \frac{L_x}{R_4}. \quad (1)$$

Одинаковые знаки при мнимых частях уравнения равновесия моста обеспечиваются включением индуктивности и емкости в противоположные плечи моста.

Приравнявая в последнем выражении действительные и мнимые части, получим

$$L_x = R_1 R_4 C_0, \quad (2)$$

$$r_x = \frac{R_1 R_4}{R_0}. \quad (3)$$

В отличие от моста постоянного тока условие равновесия в данном случае содержит два равенства, поэтому мост нельзя уравновесить, изменяя только один параметр схемы. Последнее обстоятельство вызвано тем, что при равновесии моста напряжения на плечах  $Z_1$  и  $Z_3$  должны совпадать как по амплитуде, так и по фазе.

Для уяснения процесса уравнивания моста рассмотрим векторную диаграмму напряжений на участке моста  $ADB$ . При этом будем пренебрегать током, идущим через гальванометр. Пусть вектор  $AB$  (рис. 188) изображает напряжение между точками  $A$  и  $B$ . Так как рассматриваемый участок содержит активные сопротивле-

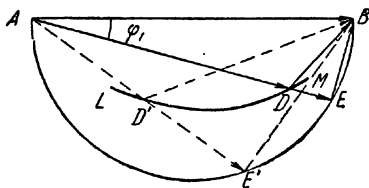


Рис. 188.

<sup>1)</sup> Переменная емкость может быть включена в одно плечо с исследуемой катушкой. В этом случае мост можно уравновесить, если выполнено условие резонанса (сдвиг фаз между током и напряжением равен нулю).



пока мост не будет полностью уравновешен, т. е. пока разность потенциалов между точками  $C$  и  $D$  моста не будет равна нулю в любой момент времени.

**Измерения.** Собрать схему моста, приведенную на рис. 187. В качестве  $R_4$ ,  $R_0$  и  $R_1$  используются магазины безреактивных сопротивлений. При этом  $R_4$  можно менять от нуля до 11 111,10  $\text{ом}$  через каждые 0,01  $\text{ом}$ ,  $R_0$  — от нуля до 11 111,0  $\text{ом}$  через каждые 0,1  $\text{ом}$ ,  $R_1$  — от нуля до 1000  $\text{ом}$  через каждые 100  $\text{ом}$ ,  $C_0$  — магазин емкостей от 0,001 до 1,11  $\text{мкф}$ . В качестве индикаторного устройства в данной задаче применяется вибрационный гальванометр типа ВГ. Принцип действия этого гальванометра и правила обращения с ним смотрите в описании задачи 79. Мост питается переменным током через специально выведенную розетку. Так как перед розеткой включено большое сопротивление, то напряжение, подаваемое на мост, составляет несколько вольт. Тем не менее нужно помнить, что магазины сопротивлений должны быть включены на достаточно большое сопротивление, иначе через них может пойти ток большие допустимого. Поэтому настройку моста необходимо начинать с больших сопротивлений, постепенно уменьшая их.

Постоянное сопротивление  $R_1$  нужно установить равным 100  $\text{ом}$ , эталонную емкость  $C_0 = 1 \text{ мкф}$ . В качестве исходных значений  $R_4$  и  $R_0$  удобнее взять  $R_4 = 10\,555,55 \text{ ом}$  и  $R_0 = 10\,555,5 \text{ ом}$  (см. задачу 79).

Для того чтобы уравновесить мост, необходимо, уменьшая  $R_4$ , найти такое его значение, при котором ток, идущий через гальванометр, будет минимальным, затем, изменяя  $R_0$ , нужно добиться более глубокого минимума тока. После этого необходимо уточнить значение  $R_4$  и т. д., пока мост не будет полностью уравновешен. По полученным значениям  $R_4$  и  $R_0$  с помощью формул (2) и (3) вычисляются  $L_x$  и  $r_x$ .

В задаче требуется определить коэффициенты самоиндукции двух индуктивно связанных катушек, а также общую индуктивность при «прямом» и «обратном» соединении этих катушек, т. е. когда магнитные потоки складываются и когда вычитаются.

Если некоторое последовательное соединение катушек является «прямым», то для получения «обратного» соединения достаточно провода, подходящие к клеммам одной из катушек, поменять местами.

Индуктивности в этих двух случаях равны

$$L^{(+)} = L_1 + L_2 + 2M, \quad L^{(-)} = L_1 + L_2 - 2M,$$

где  $L_1$  и  $L_2$  — индуктивности первой и второй катушек, а  $M$  — коэффициент взаимной индукции. Зная  $L^{(+)}$  и  $L^{(-)}$ , нужно определить коэффициент взаимной индукции

$$M = \frac{L^{(+)} - L^{(-)}}{4}.$$

**Технические данные установки.** В задаче использованы два магазина безреактивных сопротивлений МСРБ-48, магазин емкостей МЕ-3 и вибрационный гальванометр типа ВГ. Один из магазинов сопротивлений МСРБ-48 несколько переоборудован, что позволяет использовать его в качестве двух независимых сопротивлений ( $R_0$  и  $R_1$ ).

### ЛИТЕРАТУРА

1. С. Г. К а л а ш н и к о в, Электричество, Гостехиздат, 1956.

### СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

2. Е. А. С в и р с к и й, Общий курс электрических и магнитных измерений, Оборонгиз, 1939.
3. Курс электрических измерений, под редакцией В. Т. Прыткова и А. В. Талицкого, Госэнергоиздат. М., 1960.

### З А Д А Ч А 82

## ИЗМЕРЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА САМОИНДУКЦИИ, ЕМКОСТИ И ПРОВЕРКА ЗАКОНА ОМА ДЛЯ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

**Краткая теория.** Если к концам проводника с активным сопротивлением  $R_0$  приложена переменная электродвижущая сила, величина которой в каждый момент времени  $t$  определяется уравнением

$$E = E_0 \sin \omega t, \quad (1)$$

где  $E_0$  — амплитуда, а  $\omega$  — круговая частота, то в нем возникает переменный электрический ток, сила которого в тот же момент определяется по закону Ома

$$I = \frac{E}{R_0} = \frac{E_0}{R_0} \sin \omega t = I_0 \sin \omega t, \quad \text{где } I_0 = \frac{E_0}{R_0}. \quad (2)$$

Если же помимо сопротивления  $R_0$  в цепи имеется индуктивность, характеризующая коэффициентом самоиндукции  $L$ , то под действием той же электродвижущей силы возникает ток силой

$$I = I_0 \sin(\omega t - \varphi), \quad (3)$$

где

$$I_0 = \frac{E}{\sqrt{R_0^2 + \omega^2 L^2}}, \quad (4)$$

а  $\varphi$  — сдвиг фаз между током и напряжением, определяемый из формулы

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{L\omega}{R_0}. \quad (5)$$

Из сопоставления уравнений (1) и (3) следует, что в этом случае ток отстает по фазе от напряжения.

Величина  $R_1 = \sqrt{R_0^2 + \omega^2 L^2}$  носит название сопротивления, так как она играет в формуле (4) ту же роль, что и обычное активное сопротивление  $R_0$  в формуле закона Ома. Величина же  $\omega L$  называется индуктивным сопротивлением.

Если вместо самоиндукции в цепь переменного тока включена емкость  $C$ , то сила тока выражается формулой

$$I = I_0 \sin(\omega t + \varphi), \quad (6)$$

где

$$I_0 = \frac{E_0}{\sqrt{R_0^2 + \frac{1}{C^2 \omega^2}}}, \quad (7)$$

а

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{1}{R_0 C \omega}.$$

В этом случае сила тока опережает по фазе напряжение. Сопротивление цепи  $R_2$  теперь запишется так:  $R_2 = \sqrt{R_0^2 + \frac{1}{C^2 \omega^2}}$ , причем величина  $\frac{1}{C \omega}$  называется емкостным сопротивлением.

Наконец, в случае, когда в цепь включены последовательно все три величины  $R_0$ ,  $L$  и  $C$ , сила тока в цепи может быть записана выражением

$$I = I_0 \sin(\omega t - \varphi),$$

где

$$I_0 = \frac{E_0}{\sqrt{R_0^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}, \quad (8)$$

а

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R_0};$$

полным сопротивлением при этом является

$$R = \sqrt{R_0^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}.$$

Выражение (8) носит название формулы закона Ома для переменного тока.

В формулы (2), (4), (6) и (8) входят  $I_0$  и  $E_0$  — максимальные значения токов и напряжений. Но так как измеряемые приборами эффективные значения этих величин  $I_{\text{эфф}}$  и  $E_{\text{эфф}}$  связаны с максимальными посредством формул

$$I_0 = I_{\text{эфф}} \sqrt{2} \quad \text{и} \quad E_0 = E_{\text{эфф}} \sqrt{2},$$



то, подставляя отсюда  $I_0$  и  $E_0$  в вышеуказанные формулы, получим

$$I_{эфф} = \frac{E_{эфф}}{R_0}, \quad (9)$$

$$I_{эфф} = \frac{E_{эфф}}{\sqrt{R_0^2 + L^2 \omega^2}} = \frac{E_{эфф}}{R_1}, \quad (10)$$

$$I_{эфф} = \frac{E_{эфф}}{\sqrt{R_0^2 + \frac{1}{C^2 \omega^2}}} = \frac{E_{эфф}}{R_2}, \quad (11)$$

$$I_{эфф} = \frac{E_{эфф}}{\sqrt{R_0^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}} = \frac{E_{эфф}}{R}. \quad (12)$$

Во всех этих формулах под  $R_0$  следует подразумевать сумму всех активных сопротивлений цепи (в том числе и катушки самоиндукции), на концах которой измеряется электродвижущая сила. Если разность потенциалов измеряется непосредственно на зажимах катушки, то  $R_0$  есть сопротивление одной лишь катушки.

### Упражнение 1

#### Измерение коэффициента самоиндукции

Описание прибора. Из формулы (10) следует, что

$$L = \frac{\sqrt{R_1^2 - R_0^2}}{\omega}, \quad (13)$$

где

$$R_1 = \frac{E_{эфф}}{I_{эфф}}, \quad (14)$$

и  $R_0$  — активное сопротивление,

$$R_0 = \frac{E_{пост}}{I_{пост}} \quad (15)$$

и  $\omega$  — круговая частота.

Определив величины  $R_1$ ,  $R_0$ ,  $\omega$ , найдем, очевидно, и  $L$ . Для этого катушка с неизвестной самоиндукцией  $L$  и активное сопротивление  $R_0$ , реостат  $r$ , амперметр  $A$  соединяются последовательно (рис. 191) и приключаются к средним клеммам перекидного рубильника  $K$ , к крайним клеммам которого подведены с разных сторон постоянный и переменный токи. Параллельно катушке и амперметру приключается вольтметр  $V$ . Оба прибора, вольтметр и амперметр, должны быть пригодны для измерений как постоянного, так и переменного тока.

Для определения  $\omega$  необходимо знать период переменного тока. Если этот ток берут от городской сети, то для большинства

городов СССР  $T = \frac{1}{50}$  сек и, следовательно,

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 100\pi \approx 314 \text{ сек}^{-1}.$$

**Измерения. 1.** Для измерения активного сопротивления катушки устанавливают ползунок реостата на максимум сопротивления <sup>1)</sup> и, присоединив вольтметр, замыкают рубильник  $K$  на постоянный ток. Медленно передвигая ползунок реостата, устанавливают его в такое положение, чтобы стрелка амперметра дала достаточное для отсчета отклонение.

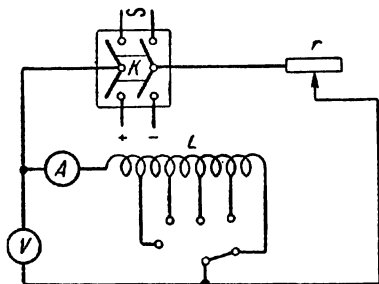


Рис. 191.

Измерив затем по приборам силу тока  $I_{\text{пост}}$  и напряжение  $E_{\text{пост}}$ , изменяют переключением контактов число работающих витков катушки и производят дальнейшие измерения.

Проделав эти операции для каждого контакта не менее трех раз, подставляют средние результаты измерений в формулу (15) и вычисляют значения активных сопротивлений для каждого из контактов катушки.

При измерениях необходимо иметь в виду следующее: а) рубильник не следует держать включенным дольше, чем это необходимо для производства отсчетов, так как в противном случае катушка нагреется и сопротивление ее значительно изменится; б) переключения витков катушки  $L$  следует производить при полностью введенном в цепь сопротивлении реостата.

2. Для определения полного сопротивления катушки  $L$  замыкают рубильник  $K$  на переменный ток.

Изменяя положение движка реостата, устанавливают, как и прежде, достаточное отклонение стрелки амперметра. Произведя соответствующие отсчеты, изменяют число работающих витков катушки и, действуя далее совершенно аналогично предыдущему, получают для каждого контакта необходимые значения  $I_{\text{эфф}}$  и  $E_{\text{эфф}}$ , подставляя которые в формулу (14), вычисляют соответствующие значения сопротивления.

Определяя таким образом значения  $R_0$  и  $R_1$ , находят при помощи формулы (13) значения  $L$ , а затем при помощи (5) — значения  $\varphi$  для каждого из контактов катушки.

<sup>1)</sup> Это необходимо делать в целях предохранения приборов от порчи, так как в противном случае сила тока при замыкании рубильника может оказаться больше предельной для данного амперметра и он может перегореть.

## Упражнение 2

## Измерение емкости конденсаторов

Из формулы (11) следует

$$C = \frac{1}{\omega \sqrt{R_2^2 - R_0^2}},$$

где  $R_2$  и  $R_0$  — суммарное и чисто активное сопротивления цепи. В случае когда напряжение  $E_{\text{эф}}$  измеряется непосредственно на обкладках конденсатора, формула эта значительно упрощается, ибо активное сопротивление в цепи отсутствует ( $R_0 = 0$ ). В этом случае

$$C = \frac{1}{\omega R_2}. \quad (16)$$

Для определения  $R_2$  поступают следующим образом: соединяют последовательно измеряемый конденсатор  $C$ , амперметр  $A$  и реостат  $r$  и приключают их к средним клеммам рубильника  $k$  (рис. 192). Параллельно конденсатору присоединяют вольтметр. Реостат  $r$  служит здесь лишь предохранителем на случай пробоя и короткого замыкания обкладок конденсатора и должен быть включен на максимальное сопротивление.

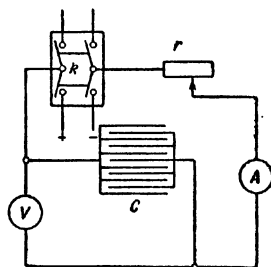


Рис. 192.

**Измерения.** Замыкают рубильник на переменный ток и отсчитывают по приборам силу тока  $I_{\text{эф}}$  и напряжение  $E_{\text{эф}}$ . Определив  $R_2$  по формуле

$$R_2 = \frac{E_{\text{эф}}}{I_{\text{эф}}}, \quad (17)$$

подставляют это значение  $R_2$  в формулу (16) и вычисляют  $C$ . Измерения производят сначала отдельно для каждой из двух секций батареи конденсаторов, а затем при параллельном и последовательном их соединении, проверяя тем самым формулы соединений конденсаторов.

## Упражнение 3

## Проверка полного закона Ома для переменного тока

Из формулы (12) для случая последовательно включенных сопротивлений, самоиндукции и емкости имеем

$$R = \sqrt{R_0^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} = \frac{E_{\text{эф}}}{I_{\text{эф}}}. \quad (18)$$

Для проверки этой формулы в цепь переменного тока включают последовательно: катушку самоиндукции с известным активным сопротивлением  $R_0$  и коэффициентом самоиндукции  $L$ , конденсатор с известной емкостью  $C$  (секции которого соединены параллельно), регулирующее сопротивление (реостат)  $r$  и амперметр  $A$  (рис. 193).

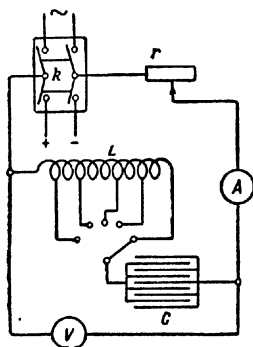


Рис. 193.

Параллельно части цепи, содержащей катушку и конденсатор, приключают вольтметр  $V$ .

**Измерения.** Установив реостат  $r$  на максимум сопротивления, замыкают рубильник  $k$  на переменный ток. Изменяя затем сопротивление реостата, добиваются достаточных показаний приборов и производят отсчет  $I_{эфф}$  и  $E_{эфф}$ . Полученные результаты подставляют в правую часть формулы (18) и вычисляют  $R$ . С другой стороны,  $R$  определяется вычислением после подстановки в левую часть формулы известных величин  $R_0$ ,  $L$  и  $C$ .

Полученные результаты сравнивают для проверки справедливости формулы полного закона Ома для переменного тока. Отчет по задаче представляют в виде таблицы измеренных и вычисленных величин сопротивлений участков цепи для переменного тока.

**Технические данные установки.** В задаче использованы астатический вольтметр типа АМВ с пределами измерений 7,5; 15; 30 и 60 в, астатический вольтметр типа АСТВ с пределами измерений 150 и 300 в, астатический миллиамперметр АСТ с пределами измерений 250 и 500 ма, батарея конденсаторов типа КБТ-МН емкостью 1 мкф каждый, катушка самоиндукции с индуктивностью  $\sim 0,01$  гн с 7 секциями, два реостата сопротивлением 200 и 400 ом на 2 а.

## ЛИТЕРАТУРА

1. С. Э. Фриш и А. В. Тиморева, Курс общей физики, т. II, Физматгиз, 1962.
2. Курс физики под редакцией Н. Д. Папалекси, т. II, Гостехиздат, 1948.
3. С. Г. Калашников, Электричество, Гостехиздат, 1956.

## СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

4. Е. А. Свирский, Общий курс электрических и магнитных измерений, Оборонгиз, 1939.
5. Курс электрических измерений, под редакцией В. Т. Прыткова и А. В. Талицкого, Госэнергоиздат, 1960.

## ЗАДАЧА 83

## ИЗМЕРЕНИЕ МОЩНОСТИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА И СДВИГА ФАЗ МЕЖДУ ТОКОМ И НАПРЯЖЕНИЕМ

## Упражнение 1

## Измерение мощности и сдвига фаз при помощи ваттметра

**Описание и краткая теория прибора.** Как известно из теории переменного тока, средняя мощность, развиваемая током  $I_{\text{эфф}}$  в участке цепи, на котором падение напряжения равно  $V_{\text{эфф}}$ , выражается соотношением

$$W = I_{\text{эфф}} V_{\text{эфф}} \cos \varphi, \quad (1)$$

где  $I_{\text{эфф}}$  и  $V_{\text{эфф}}$  так называемые эффективные значения силы тока и напряжения, равные соответственно

$$I_{\text{эфф}} = \frac{I_{\text{max}}}{\sqrt{2}} \quad \text{и} \quad V_{\text{эфф}} = \frac{V_{\text{max}}}{\sqrt{2}},$$

получающиеся при усреднении по времени квадрата мгновенного значения силы тока и напряжения синусоидального переменного тока. Угол  $\varphi$  есть угол сдвига фаз между током и напряжением, зависящий от сопротивления цепи  $R$ , ее самоиндукции  $L$ , емкости  $C$  и частоты тока  $\omega$ .

Настоящая задача состоит в исследовании значений  $\cos \varphi$  в различных цепях переменного тока. Если  $W$ ,  $I_{\text{эфф}}$  и  $V_{\text{эфф}}$  экспериментально определены, то  $\cos \varphi$  может быть вычислен из соотношения (1). Способы измерения величин  $I_{\text{эфф}}$  и  $V_{\text{эфф}}$  считаются известными, поэтому остановимся только на способе измерения величины  $W$ .

Среднее значение мощности может быть измерено при помощи специальных приборов — ваттметров. Существует ряд конструкций последних, ниже приводится описание ваттметра электродинамической системы.

Устройство и способ включения электродинамического ваттметра ясны из рис. 194 и 195. Ваттметр состоит из двух катушек — неподвижной катушки  $I$  с малым сопротивлением, включаемой в цепь переменного тока последовательно с тем участком, в котором надо произвести измерение мощности, и вращающейся катушки  $II$  с большим сопротивлением, включаемой параллельно исследуемому участку цепи. Вращающаяся катушка снабжена направляющими пружинами  $aa$  аналогично рамке всякого технического амперметра.

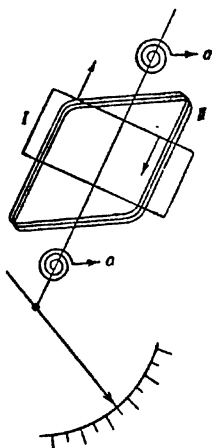


Рис. 194.

Разность потенциалов между концами катушки  $II$  равна разности потенциалов между концами исследуемой цепи и может быть записана в виде  $V = V_{\max} \sin \omega t$ , а ток в катушке  $II$  в виде  $i = V_{\max} \sin \omega t / R$ . По катушке  $I$  и исследуемой цепи течет ток, который в общем случае находится не в фазе с разностью потенциалов и выражается соотношением  $I = I_{\max} \sin (\omega t + \varphi)$ . Из общих положений о взаимодействии проводников, обтекаемых токами, следует, что

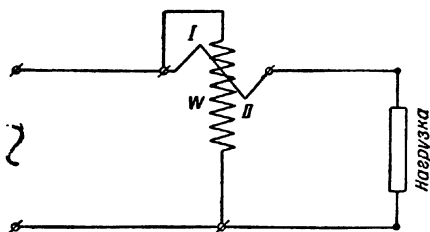


Рис. 195.

мгновенное значение вращательного момента электродинамических сил, приложенных к подвижной рамке ваттметра, будет

$$M = K I_{\max} \frac{V_{\max}}{R} \sin (\omega t + \varphi) \sin \omega t.$$

Из этой формулы видно, что  $M$  есть функция времени того же вида, что и известное выражение для мгновенного значения мощности переменного тока.

Вращающаяся система ваттметра обладает большим периодом и значительным затуханием. Ее устойчивое отклонение от положения равновесия при прохождении тока через рамку определяется равенством момента сил пружинок и среднего значения момента электродинамических сил

$$\overline{M} = \frac{1}{T} \int_0^T M dt,$$

$$\overline{M} = \frac{K}{T} \int_0^T I_{\max} V_{\max} \sin (\omega t + \varphi) \sin \omega t dt =$$

$$= A \frac{I_{\max}}{\sqrt{2}} \frac{V_{\max}}{\sqrt{2}} \cos \varphi = A I_{\text{эфф}} V_{\text{эфф}} \cos \varphi = AW. \quad (2)$$

Таким образом, среднее за период значение момента сил, определяющее угол поворота подвижной рамки, пропорционально средней мощности, развиваемой переменным током в том участке цепи, к которому приключен ваттметр. Колебания энергии, происходящие в цепи переменного тока без расхода на совершение внешней работы, не влияют на показания ваттметра, учитывающего только так называемую ваттную (расходуемую) мощность переменного тока.

Собрав цепь переменного тока по схеме, изображенной на рис. 196, можно, пользуясь измеренными значениями  $W$ ,  $I_{\text{эфф}}$  и  $V_{\text{эфф}}$ , вычислить  $\cos \varphi$ .

Измерения этих же величин позволяют найти полное сопротивление участка цепи переменному току, равное

$$Z = \frac{V_{\text{эфф}}}{I_{\text{эфф}}}.$$

Из выражения

$$R' = \frac{W}{I_{\text{эфф}}^2}$$

можно определить то активное сопротивление, в котором выделяется переменным током Джоулево тепло. Пользуясь

значениями  $Z$  и  $R'$  и законом Ома для переменного тока, можно составить выражения

$$\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2 = Z^2 - R'^2 = \frac{V_{\text{эфф}}^2}{I_{\text{эфф}}^2} - \frac{W^2}{I_{\text{эфф}}^2},$$

или

$$L\omega - \frac{1}{C\omega} = \frac{\sqrt{I_{\text{эфф}}^2 V_{\text{эфф}}^2 - W^2}}{I_{\text{эфф}}^2}, \quad (3)$$

а также

$$|W'|^2 = I_{\text{эфф}}^2 V_{\text{эфф}}^2 - W^2, \quad (4)$$

позволяющие найти индуктивное и емкостное сопротивления цепи и так называемую безваттную мощность  $W'$ .

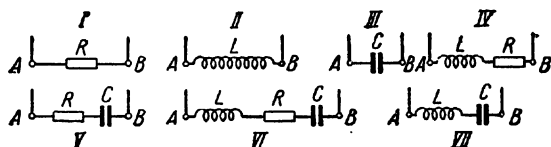


Рис. 197.

**Измерения. 1.** В схему, изображенную на рис. 196, включают на место  $Z$  поочередно комбинации нагрузок, изображенные на рис. 197, и с разрешения преподавателя производят измерения всех нужных величин. Результаты измерений записывают в следующую

таблицу, в которую помещают также и значения вычисленных величин.

Включено	$I_{эфф}$	$V_{эфф}$	$I_{эфф} V_{эфф}$	$W$	$W'$	$\cos \varphi$	$Z$	$R'$	$L$	$C$
$R'$										
$Z$										
$C$										
$R, L$										
$R, C$										
и т. д.										

2. Определив значения  $\cos \varphi$  и мощности  $W$ , развиваемой переменным током в разных схемах, изучают зависимость  $\cos \varphi$  от одного определенного параметра цепи. В данном случае исследуют зависимость  $\cos \varphi$  от величины индуктивного сопротивления цепи при включении в нее переменной самоиндукции. Последняя изготовлена в виде катушки с выдвижным железным сердечником.

В схему включают сопротивление  $R$  и катушку самоиндукции  $L$  последовательно, как изображено на рис. 197 (IV). Силу тока доводят до 2—5 а и в катушку постепенно вдвигают железный сердечник. Для каждого положения сердечника вышеописанным способом определяют значения  $\cos \varphi$  и индуктивного сопротивления катушки  $\omega L$ . Результаты наблюдений записывают в таблицу, образец которой приведен ниже. Затем строят график зависимости  $\cos \varphi$  от  $L\omega$ .

$I_{эфф}$	$V_{эфф}$	$I_{эфф} V_{эфф}$	$W$	$\cos \varphi$	$L\omega$	$R = \text{const}$

**Указания к выполнению работы.** 1. В схеме имеются вспомогательные реостаты  $r$ . При первом включении каждого нового варианта схемы эти реостаты должны быть полностью введены.

2. Вторая часть упражнения выполняется при более сильном токе, чем первые измерения, поэтому измерение силы тока производится другим амперметром.

3. Сильный ток должен включаться на короткие промежутки времени, так как нагревание катушки самоиндукции будет вызывать изменение ее активного сопротивления.



## Упражнение 2

## Измерение сдвига фаз и мощности с помощью электронного осциллографа

**Описание и теория метода.** Электронный (катодный) осциллограф может быть применен для наглядного исследования сдвига фаз между током и напряжением в цепях переменного тока, а также для измерения мощности переменного тока. Этот метод чаще всего применяется в радиотехнике, где не представляется возможным использовать на высоких частотах измерительные приборы обычной электротехники. В данном случае в задаче идет речь о принципиальном применении метода, поэтому он использован в наиболее простых условиях городского переменного тока.

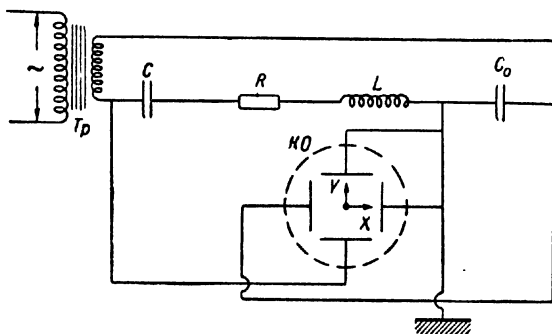


Рис. 198.

На рис. 198 приведена схема участка цепи переменного тока, подлежащего исследованию, и принципиальная схема включенного в этот участок катодного осциллографа (описание катодного осциллографа см. в задаче 90). Одна пара пластин осциллографа (например, горизонтальная) включена параллельно исследуемому участку. Вторая пара пластин осциллографа при всех опытах неизменно соединена параллельно с эталонным конденсатором  $C_0$ , введенным в схему специально для измерительных целей. Значение этого конденсатора для измерений будет разъяснено ниже.

Средняя мощность, развиваемая переменным током на участке  $C, R, L$ , задается формулой (1). Для измерения мощности при помощи осциллографа необходимо обеспечить подачу на его пластины отклоняющих напряжений, пропорциональных величинам, входящим в формулу (1). Проанализируем с этой точки зрения работу схемы, изображенной на рис. 198.

Осциллограф работает при выключенной временной развертке. Напряжение, поданное на горизонтальные пластины, пропорционально величине  $V_{R,L,C}$ . Следовательно, отклонение катодного

луча в направлении оси  $Y$  будет

$$y = \frac{V_{R,L,C}}{q} = \frac{V_0}{q} \sin \omega t, \quad (5)$$

где  $q$  — вольтовая чувствительность луча осциллографа в направлении  $Y$ . Величина  $q$  выражается в  $\text{в/см}$ ; это — переменная величина, зависящая от используемого в данных условиях коэффициента усиления осциллографа.

Величина отклонения луча в направлении  $X$  пропорциональна напряжению на эталонном конденсаторе. Легко видеть, что это напряжение в свою очередь пропорционально силе тока в цепи. В самом деле, сила тока, заданная формулой (5), приведет к наличию на конденсаторе заряда

$$e = \int I_0 \sin(\omega t + \varphi) dt = -\frac{I_0}{\omega} \cos(\omega t + \varphi),$$

а следовательно, и разности потенциалов

$$V_{C_0} = \frac{e}{C_0} = -\frac{I_0}{C_0 \omega} \cos(\omega t + \varphi),$$

пропорциональной амплитуде силы тока.

Следовательно, введение в цепь эталонного конденсатора позволяет подать на вертикальные пластины осциллографа напряжение, пропорциональное амплитуде силы тока в цепи. Если чувствительность осциллографа в горизонтальном направлении есть  $p$ , то отклонение луча по оси  $X$  можно записать так:

$$x = \frac{V_{C_0}}{p} = -\frac{I_0}{p C_0 \omega} \cos(\omega t + \varphi). \quad (6)$$

Таким образом, на пластины осциллографа будут поданы два синусоидальных напряжения с равными частотами, но с разными амплитудами и фазами. Эти напряжения пропорциональны множителям, входящим в формулу мощности (1).

Известно, что в результате сложения двух перпендикулярных гармонических колебаний с равными частотами суммарное колебание является в общем случае движением по эллиптической траектории. Следовательно, в данном случае катодный луч должен вычерчивать на экране осциллографа эллипс. Уравнение этого эллипса будет иметь вид

$$\frac{x^2}{B^2} + \frac{y^2}{A^2} - \frac{2xy \sin \varphi}{AB} = \cos^2 \varphi,$$

где

$$B = \frac{I_0}{p C_0 \omega_0} \quad \text{и} \quad A = \frac{V_0}{q}.$$

Легко установить связь параметров этого эллипса с мощностью переменного тока и сдвигом фазы между током и напряжением.

Сначала покажем, что площадь эллипса пропорциональна развиваемой током мощности. Элемент площади эллипса

$$\begin{aligned} dS &= y dx = y \frac{I_0}{pC_0} \sin(\omega t + \varphi) dt = \\ &= \frac{V_0}{q} \frac{I_0}{pC_0} \sin(\omega t + \varphi) \sin \omega t dt = \frac{1}{pqC_0} W dt, \end{aligned}$$

где  $W$  — мощность тока. Но

$$W_{\text{средн}} = \frac{1}{T} \int_0^T W dt = \nu \int_0^T W dt,$$

где  $\nu = \frac{1}{T}$  есть частота тока. Следовательно,

$$W_{\text{средн}} = \nu C_0 pq \int_S dS = \nu C_0 pq S, \quad (7)$$

где  $S$  — площадь эллипса.

Частота  $\nu = 50$  гц. Величины  $p$  и  $q$  определяются из значений, используемых при работе усилений по прилагаемым к осциллографу специальным графикам. Емкость эталонного конденсатора известна ( $C_0 = 2$  мкф). Таким образом, для измерения мощности остается найти из опыта площадь эллипса, получающегося на экране осциллографа. Площадь эллипса, как известно, выражается соотношением  $S = \frac{\pi ab}{4}$ , где  $a$  и  $b$  — длины осей эллипса; они-то и подлежат измерению на экране осциллографа.

Наблюдения того же эллипса позволяют определить и  $\cos \varphi$ , а затем вычислить  $W$  несколько иначе, чем в первый раз. Это можно сделать из следующих соображений.

Очевидно, что ориентация эллипса по отношению к осям координат зависит от угла  $\varphi$ . Так, например, при  $\varphi = 0, \frac{\pi}{2}, \pi$  и т. д. оси эллипса совпадают с осями координат. Из формулы (6), дающей смещение луча по оси  $X$ , видно, что при  $\omega t = 0, \pi, 2\pi, \dots, n\pi$  можно найти  $\cos \varphi$  из выражения

$$\cos \varphi = -\frac{x}{x_0}, \quad (8)$$

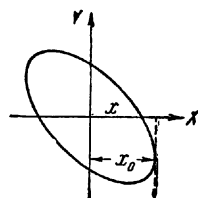


Рис. 199.

где  $x_0$  — амплитуда колебаний по оси  $X$ , а  $x$  — координата точки пересечения эллипса с осью абсцисс (рис. 199).

В связи с определением сдвига фаз между током и напряжением заметим следующее. Напряжение (5), поданное на горизонтальные пластины осциллографа и отклоняющее электронный луч вдоль оси  $y$ , будет в фазе с исследуемым напряжением  $V_{R,L,C}$ . Но напряжение (6), отклоняющее электронный луч вдоль оси  $x$ , будет (в результате применения вспомогательного конденсатора) смещено

по фазе относительно силы тока на  $\frac{3}{2}\pi$ . Это обстоятельство надо иметь в виду во избежание недоразумений. Так, например, при синфазности тока и напряжения в исследуемой цепи отклонения электронного луча по  $x$  и по  $y$  будут иметь между собой сдвиг фаз  $\frac{3}{2}\pi$  и на экране осциллографа вместо прямой линии получится эллипс, главные оси которого будут ориентированы по осям координат  $x$  и  $y$ . В частности, этот эллипс может обратиться в окружность. Если бы вспомогательным элементом цепи, с которого снимается напряжение, пропорциональное силе тока, было (вместо конденсатора) активное сопротивление, то это обстоятельство не имело бы места. Выбор в качестве вспомогательного элемента цепи конденсатора (вместо сопротивления) определяется исключительно практическими соображениями об удобном соотношении величин напряжений, подаваемых на пластины осциллографа при используемых параметрах установки и режиме цепи. Резюмируя это замечание, можно сказать, что на настоящей установке непосредственно *наблюдаемый* сдвиг фаз между колебаниями электронного луча вдоль по осям  $x$  и  $y$  является дополнительным (до  $\frac{\pi}{2}$ ) по отношению к искомому сдвигу фаз между током и напряжением в исследуемой цепи переменного тока, но расчет, произведенный по формуле (8) на основании измерений  $x$  и  $x_0$ , дает, разумеется, истинное значение  $\cos \varphi$ .

Найденное значение  $\cos \varphi$  позволяет определить развиваемую током мощность еще через эффективные значения силы тока и напряжения, входящие в формулу (1). Действительно, амплитудные значения силы тока и напряжения можно найти по амплитудным значениям  $x_0$  и  $y_0$ :

$$V_0 = qy_0, \quad I_0 = p\omega C_0 x_0,$$

после чего величина  $W$  вычисляется из выражения

$$W = \frac{1}{2} p q C_0 y_0 x_0 \omega \cos \varphi. \quad (9)$$

**Описание установки.** Монтажная схема задачи изображена на рис. 200. Исследуемым участком цепи переменного тока являются последовательно соединенные конденсатор  $C$ , реостат  $R$  и катушка самоиндукции  $L$ , хотя возможны и другие виды соединений.

В целях расширения диапазона изменения сдвига фаз  $\varphi$ , а следовательно, и вариации потребляемой мощности  $W$  возможны изменения величины емкости, что делается путем различных включений (параллельно, последовательно) двух имеющихся в схеме конденсаторов (емкость каждого равна  $1 \text{ мкф}$ ) и величины сопротивлений двух реостатов (сопротивление каждого равно  $2800 \text{ ом}$ ); изменение величины самоиндукции  $L$  не предусмотрено.

Питание цепи осуществляется 50-периодным током ( $\nu = 50 \text{ гц}$ ) через понижающий трансформатор  $Tr$ , дающий  $3 \text{ в}$ . В работе применяется электронный осциллограф типа ЭО-5.

**Измерения.** Перед началом измерений, после того как собрана схема, устанавливают светящуюся точку на экране осциллографа на его середину так, чтобы она совпала с точкой пересечения средних

линий на координатной сетке. Однако нельзя долго держать яркую точку на одном месте, так как это портит экран осциллографической трубки. Затем включают трансформатор, получив разрешение преподавателя или лаборанта.

Действуя усилителями осциллографа, можно получить эллипс, растянутый в том или ином направлении, но не следует делать, однако, так, чтобы отклонение кривой от центральной точки экрана было меньше 1 см и больше 2,5 см. Для определения мощности

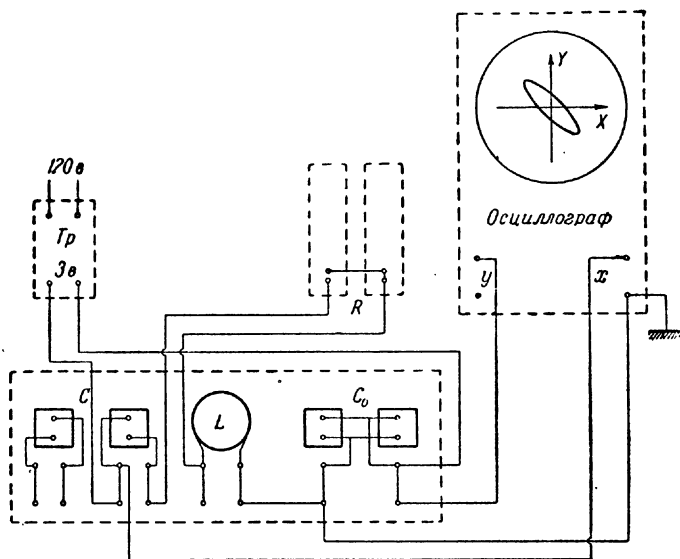


Рис. 200.

первым способом надо измерить длины осей эллипса  $a$  и  $b$  и воспользоваться формулой (7).

Для определения величины сдвига фаз  $\varphi$  по формуле (8) и мощности вторым способом необходимо измерить величины  $x$  и  $x_0$ . Величину  $2x$  измеряют непосредственно на эллипсе как отрезок его секущей (см. рис. 199); для измерения  $x_0$  отключают от схемы и входа горизонтальной пластины осциллографа соединяющий их проводник и измеряют длину получившейся на экране горизонтальной развертки, ее длина теперь равна  $2x_0$ . Аналогично находят величину  $y_0$ . Все измерения проделывают несколько раз и вычисляют средние значения измеряемых величин. Опыт проделывают при нескольких значениях сопротивления  $R$  и емкости  $C$ , указанных на установке. Величины  $W$  и  $\cos \varphi$  для каждого случая вычисляют по формулам (8) и (9).

Точность измерений  $W$  и  $\phi$  описанным в задаче методом связана со стабильностью градуировки усилителей осциллографа. Выполняющий задачу берет величины  $p$  и  $q$  из графиков, дающих связь чувствительности осциллографа с отсчетами на ручках усилителей. Эти графики помещены на лабораторном столе задачи.

Очевидно, что описанное применение осциллографа для измерения сдвига фаз основано на предположении, что усилители этого прибора не вносят дополнительной разности фаз между подаваемыми на них напряжениями. В условиях задачи это требование удовлетворено. О контроле работы осциллографа в этом отношении см. раздел «Измерения» задачи 90.

**Технические данные.** В задаче использован осциллограф типа ЭО-5, астатический ваттметр типа АСТД на 450 и 750 *вт*, астатический вольтметр типа АМВ с пределами измерений 75, 150, 300 и 600 *в*, астатический амперметр АСТ на 2,5, 5 *а*, батарея конденсаторов типа КБГ-МН по 4 *мкф*, 2 реостата: один сопротивлением 54 *ом* (ток 4 *а*) и второй сопротивлением 200 *ом* (ток 2 *а*), катушка самондукции с выдвижным сердечником.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. С. Г. К а л а ш н и к о в, Электричество, Гостехиздат, 1956.
2. Е. А. С в и р с к и й, Общий курс электрических и магнитных измерений, Оборонгиз, 1939.
3. Г. А. Р е м е з и С. Г. И т к и н, Радиоизмерения и радиоизмерительная аппаратура, Воениздат, 1947.

### ЗАДАЧА 84

#### ИЗУЧЕНИЕ РАБОТЫ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ВЫПРЯМИТЕЛЕЙ

**Введение.** Полупроводниковым выпрямителем называется устройство, состоящее из двух различных металлических электродов, между которыми заключен слой полупроводника, и обладающее тем свойством, что его сопротивление зависит как от величины, так и от направления приложенного к нему напряжения (см. также задачу 85). Другими словами, такое устройство обладает выпрямительным или детекторным свойством. Иногда это свойство называют вентильным.

В настоящее время полупроводниковые выпрямители получили широкое распространение в различных областях электротехники, радиотехники и автоматики. Мощные выпрямители применяются, например, для преобразования тока промышленной частоты в постоянный на электровозах для питания двигателей постоянного тока. Менее мощные выпрямители служат для создания выпрямителей небольшой мощности, применяемых для питания различных радиотехнических устройств, а также для выпрямления токов вы-

сокой частоты. Полупроводниковые диоды с точечным контактом (кристаллические детекторы) применяются для детектирования слабых сигналов сверхвысоких частот, например в радиолокации.

Типичными примерами полупроводниковых выпрямителей являются германиевые, кремневые, селеновые и меднозакисные выпрямители.

Все типы полупроводниковых выпрямителей имеют в принципе аналогичное устройство. При этом в выпрямителях с высокой прямой способностью выпрямление может происходить на границе полупроводника с одним из электродов, а на границе того же слоя полупроводника со вторым электродом выпрямление оказывается незначительным или отсутствует полностью. Поэтому при обсуждении свойств полупроводниковых выпрямителей обычно рассматривают контакт одного электрода с полупроводником, считая, что у второго электрода выпрямление отсутствует. Во многих случаях выпрямление имеет место на границе двух областей полупроводника, обладающих разными типами проводимости (электронной и дырочной), образующих электронно-дырочный контакт или переход.

Действие полупроводниковых выпрямителей основано на способности контактов некоторых металлов и полупроводников или контактов двух полупроводников с разными типами проводимости проводить ток в одном направлении лучше, чем в другом. При этом эффективное выпрямление имеет место, как правило, только в том случае, если в выпрямляющем контакте на границе металла с полупроводником или на границе двух полупроводников с различным типом проводимости имеется очень тонкий слой с резко повышенным сопротивлением, т. е. запирающий слой.

Задачей настоящей работы является ознакомление студентов со свойствами полупроводниковых выпрямителей на примере селеновых выпрямителей.

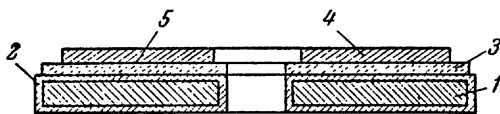


Рис. 201. Схематический разрез селенового выпрямителя:

1 — железная шайба, 2 — слой никеля (контактный электрод), 3 — слой селена, 4 — слой сплава Bi-Cd-Sn (вентильный электрод), 5 — запирающий слой, возникающий на границе вентильного электрода и селена.

**Селеновый выпрямитель.** Селеновый выпрямитель состоит из двух различных металлических электродов и тонкого слоя кристаллического селена, заключенного между ними (рис. 201). Слой селена имеет толщину 0,05—0,1 мм. Одним из электродов является

железная никелированная шайба; она обычно называется контактным электродом. Второй электрод представляет собой тонкий слой, например, тройного сплава легкоплавких металлов — кадмия, висмута и олова и называется вентильным электродом.

Типичная зависимость плотности тока  $j$  через выпрямитель от приложенного к нему напряжения  $U$  изображена на рис. 202. Направление тока, соответствующее малому сопротивлению, называется прямым или пропускным. Противоположное направление тока, соответствующее большому сопротивлению, называется обратным или запорным. В зависимости от направления тока напряжение и сопротивление выпрямителя называются прямыми или обратными. На рис. 202 ясно выражена нелинейная зависимость тока от величины приложенного напряжения как в прямом, так и в обратном направлениях, а



Рис. 202.

также несимметричность характеристики относительно направления тока или напряжения.

У селеновых выпрямителей прямое направление соответствует движению электронов от вентильного электрода через селен к контактному, т. е. соответствует полярности: плюс — на железной шайбе, минус — на слое сплава.

В прямом направлении сопротивление выпрямителя  $R$ , измеренное как функция приложенного напряжения, быстро уменьшается, стремясь к постоянной величине. В обратном направлении — сопротивление выпрямителя вначале растет, достигает максимума и затем уменьшается. Типичная зависимость сопротивления выпрямителя от приложенного напряжения изображена на рис. 203.

Свойства выпрямителя часто характеризуются коэффициентом выпрямления, т. е. отношением токов, прямого к обратному, измеренных при одинаковых по величине прямом и обратном напряжениях. На рис. 204 изображена зависимость коэффициента выпрямления  $K$  от абсолютной величины напряжения,



приложенного к выпрямителю. С увеличением напряжения коэффициент выпрямления быстро растет, достигает максимума, а затем

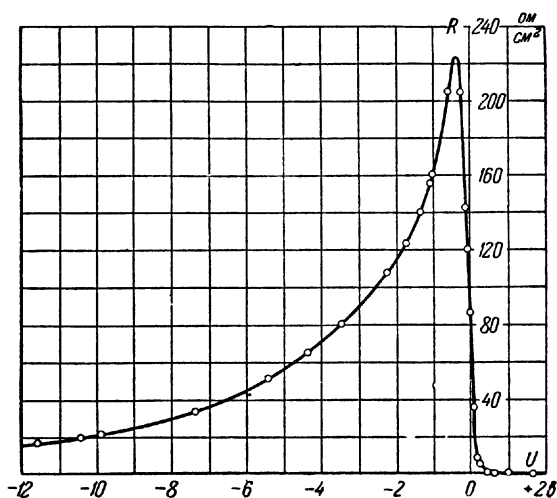


Рис. 203.

уменьшается. Уменьшение коэффициента выпрямления с дальнейшим ростом напряжения вызывается быстрым возрастанием тока в обратном направлении.

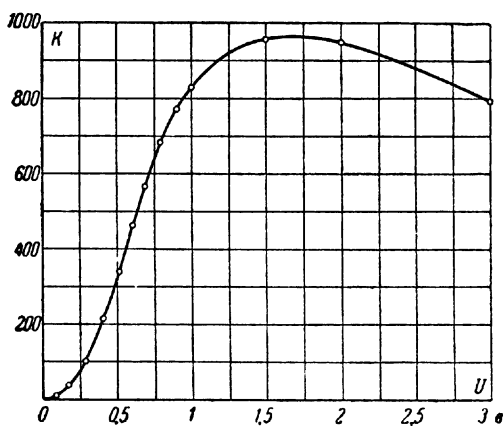


Рис. 204.

В селеновом выпрямителе запирающий слой, а следовательно, и выпрямление имеет место на границе слоя селена с вентильным электродом. Эффективность выпрямления зависит от свойств поверх-

ности слоя селена. Поэтому для достижения высокой выпрямительной способности перед нанесением вентильного электрода поверхность слоя подвергают различным специальным обработкам. На границе слоя селена с контактным электродом выпрямление практически отсутствует. Роль этого электрода заключается в осуществлении хорошего электрического контакта со слоем селена. Это достигается подбором материала электрода. Никель дает наилучший невыпрямляющий контакт.

В технике качество выпрямителя обычно характеризуется не коэффициентом выпрямления, измеренным при каком-либо напряжении, а величинами прямого и обратного напряжений, измеренными, например, при плотности прямого тока  $40 \text{ ма/см}^2$  и плотности обратного тока  $4 \text{ ма/см}^2$ . Чем выше обратное напряжение и ниже прямое при указанных плотностях токов, тем выше качество выпрямителя.

При использовании выпрямителей в схемах на одну выпрямительную пластину подается напряжение, обычно не превышающее 20—25 в. В случае необходимости получения более высоких выпрямленных напряжений выпрямительные пластины собираются последовательно из расчета 20—25 в амплитудного напряжения на пластину. Для удобства сборки селеновые пластины изготавливаются

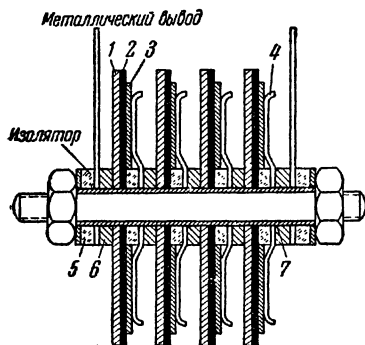


Рис. 205. Схема сборки селеновых пластин:

1 — контактный электрод выпрямительной пластины, 2 — слой селена, 3 — вентильный электрод выпрямительной пластины, 4 — пружинящая контактная шайба, 5 — изоляционные шайбы, 6 — металлические шайбы, 7 — изоляционная трубка.

в виде шайб с центральным отверстием. При сборке пластины нанизываются на изолированный болт попеременно с пружинящими латунными шайбами, обеспечивающими, с одной стороны, контакт с вентильным электродом одной пластины и, с другой стороны, с контактным электродом следующей выпрямительной пластины. Принцип сборки ясен из рис. 205.

Селеновые выпрямители нагружаются током из расчета не более  $50 \text{ ма/см}^2$  при естественном охлаждении. При искусственном охлаждении нагрузка может быть повышена. При необходимости получения более сильных токов пластины включаются параллельно.

Изготавливают селеновые выпрямители следующим образом. На никелированную железную шайбу, нагретую до  $270\text{--}280^\circ\text{C}$ , наносят слой расплавленного селена и затем шайбу со слоем быстро охлаждают. Затвердевший селен имеет вид черного непрозрачного стекла (аморфный селен). Далее шайбу с затвердевшим на ней

слоем аморфного селена подвергают горячей прессовке при температуре  $140^{\circ}\text{C}$ . В процессе прессовки слой селена размягчается, выравнивается и кристаллизуется.

В аморфном состоянии селен является хорошим изолятором. После же кристаллизации его сопротивление уменьшается примерно в  $10^6$  раз, достигая  $1000\text{--}2000\text{ ом}\cdot\text{см}$ .

Шайбы с закристаллизованным слоем селена подвергают термической обработке, т. е. прогревают в печах при температуре  $214\text{--}216^{\circ}\text{C}$  в атмосфере воздуха. В результате такого прогрева сопротивление слоя селена уменьшается еще в 2—3 раза, что улучшает выпрямительные свойства. Для дальнейшего усиления выпрямительного свойства шайбы после термической обработки подвергаются прогреву в печи при температуре около  $140\text{--}150^{\circ}\text{C}$  в атмосфере паров серы. В результате такой обработки на поверхности слоя селена образуется очень тонкая изолирующая пленка серы и ее сплава с селеном, т. е. искусственный запирающий слой. На обработанные таким образом шайбы пульверизацией расплавленного легкоплавкого сплава наносится металлический слой — вентильный электрод.

Полученную выпрямительную пластину подвергают электрической формовке. Для этого через выпрямительную пластину в течение нескольких десятков минут пропускают сильный ток обратного направления. В результате такой формовки выпрямительные свойства пластины резко улучшаются и стабилизируются.

**Теория выпрямления.** Как уже указывалось выше, выпрямление на границе металла с полупроводником имеет место в том случае, когда на границе существует тонкий слой с высоким сопротивлением, т. е. запирающий слой, играющий роль потенциального барьера между обоими телами. Возникновение слоя с повышенным сопротивлением связано с существованием контактной разности потенциалов между двумя соприкасающимися телами.

Как известно, при соприкосновении двух тел, обладающих разными работами выхода, происходит перетекание электронов так, что тело с меньшей работой выхода заряжается положительно, а тело с большей работой выхода — отрицательно, т. е. на границе между двумя телами возникает двойной электрический слой и, следовательно, потенциальный барьер. Возникающая между телами разность потенциалов называется контактной разностью потенциалов.

Образовавшиеся при этом заряды располагаются не строго на поверхностях (как это принято считать в электростатике), а распределены в пограничных слоях некоторой толщины. В металлах из-за большой плотности электронов в них этот заряд сосредоточивается почти точно на поверхности (в пределах одного-двух атомных слоев), в полупроводниках же вследствие их малой проводимости он простирается на значительно большую глубину. Эффектив-

ная толщина слоя объемного заряда в полупроводниках может на несколько порядков превышать расстояние между атомами (постоянную решетки).

Пусть металл находится в контакте с электронным полупроводником<sup>1)</sup>, работа выхода электронов из которого меньше, чем работа выхода электронов из металла. В этом случае при образовании контакта после установления динамического равновесия металл заряжается отрицательно, а в полупроводнике в результате уменьшения концентрации электронов вблизи границы образуется равный по величине положительный заряд. Поскольку плотность электронов в пограничном с металлом слое полупроводника оказывается меньше, чем в глубине его, то и сопротивление в области контактного объемного заряда будет больше, чем в глубине полупроводника. Таким образом, только в результате соприкосновения с металлическим электродом в пограничной области полупроводника возникает слой с повышенным сопротивлением. Этот слой, возникающий в результате обеднения пограничного слоя полупроводника электронами, обычно называется физическим или контактным запирающим слоем.

Запирающий слой на границе металла с электронным полупроводником возникает только при указанном соотношении работ выхода, т. е. если работа выхода из металла больше, чем работа выхода из полупроводника с электронной проводимостью.

Если же работа выхода из электронного полупроводника будет больше, чем из контактирующего с ним металла, то потенциальный барьер, а вместе с ним и слой с повышенным сопротивлением не образуются. Вследствие того, что теперь полупроводник заряжается отрицательно, в пограничном слое возникает избыточная концентрация электронов, и следовательно слой с пониженным сопротивлением. Такой контакт не будет действовать как выпрямитель, так как пониженное сопротивление слоя толщиной  $10^5$ — $10^6$  см практически не скажется на полном сопротивлении обычно более тол-

---

<sup>1)</sup> Все полупроводники делятся на два типа — электронные полупроводники и «дырочные» полупроводники. В полупроводниках первого типа электропроводность осуществляется носителями электричества с отрицательным знаком — электронами; в полупроводниках же второго типа электропроводность осуществляется носителями электричества с положительным знаком, которые принято называть «дырками».

Выпрямление может существовать и на границе металла с дырочным полупроводником. Для этого необходимо другое соотношение между работами выхода металла и полупроводника. Направление выпрямления при этом будет противоположно направлению выпрямления для электронных полупроводников. Для электронных полупроводников прямое направление соответствует движению электронов от полупроводника к металлу, для дырочных же прямое направление соответствует движению электронов от металла в полупроводник.

Селеновые выпрямители являются примером полупроводниковых выпрямителей с дырочным полупроводником. Германиевые же выпрямители, диоды и детекторы обычно являются выпрямителями с электронным полупроводником.

стого слоя полупроводника, заключенного между электродами выпрямителя.

Рассмотрим влияние поля, наложенного на запирающий слой. Пусть разность потенциалов приложена к контакту металла с полупроводником в направлении, противоположном контактной разности потенциалов, т. е. плюс — на металле, минус — на полупроводнике. При этом поле в приконтактной области ослабнет, и объемный положительный заряд в пограничном слое полупроводника уменьшится. Это приведет к уменьшению толщины, а следовательно и сопротивления запирающего слоя. При достижении напряжения, равного по величине (но противоположного по знаку) контактной разности потенциалов, объемный заряд, а вместе с ним слой повышенного сопротивления исчезнут, и сопротивление выпрямителя будет равно омическому сопротивлению полупроводника. Дальнейшее увеличение тока будет происходить по линейному закону. Это направление поля соответствует пропускному или прямому направлению.

При приложении разности потенциалов обратного направления, совпадающей с направлением контактной разности потенциалов, область положительного объемного заряда, т. е. область пониженной концентрации электронов, расширяется. Это приводит к увеличению сопротивления запирающего слоя.

Таким образом, изменение концентрации электронов в приконтактной области полупроводника в зависимости от величины и направления приложенного напряжения позволяет качественно объяснить выпрямительное свойство контакта металла с полупроводником.

На рис. 206 изображены графики распределения плотности электронов  $n$  в полупроводнике вблизи контактирующего с ним металла в отсутствие напряжения ( $0$ ) и при наличии прямого ( $+U$ ) и обратного ( $-U$ ) напряжений.

Теоретические вычисления зависимости тока от напряжения приводят к формуле вида

$$I = I_0 (e^{\alpha U_c} - 1), \quad (1)$$

где  $I_0$  — константа, зависящая от свойств полупроводника и контактной разности потенциалов между металлом и полупроводником,  $U_c$  — разность потенциалов, приложенная к запирающему слою:

$$\alpha = \theta \frac{e}{kT},$$

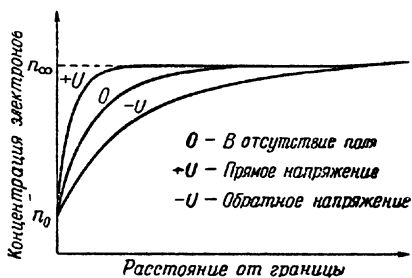


Рис. 206.

где  $e$  — заряд электрона,  $k$  — постоянная Больцмана,  $T$  — абсолютная температура,  $\theta$  — коэффициент, зависящий от строения запирающего слоя; при комнатной температуре для однородного тонкого запирающего слоя ( $\theta = 1$ )

$$\alpha = \frac{4,8 \cdot 10^{-10}}{1,38 \cdot 10^{-16} \cdot 290 \cdot 300} \approx 40 \frac{1}{\text{г}}.$$

Так как последовательно с запирающим слоем всегда оказывается включенным слой полупроводника, а практически измеряется полное падение напряжения на выпрямителе (а не на запирающем слое), то формулу (1) следует переписать в виде

$$I = I_0 (e^{\alpha(U - IR_s)} - 1), \quad (2)$$

где  $U$  — напряжение, приложенное ко всему выпрямителю,  $IR_s$  — падение напряжения на слое полупроводника с сопротивлением  $R$ . Согласно формулам (1), (2) в прямом направлении ( $U_c > 0$ ) при достаточно большом напряжении величина  $e^{\alpha U_c} \gg 1$ ,  $U \approx U_c$ , и формулы могут быть записаны в виде

$$I = I_0 e^{\alpha U_c} = I_0 e^{\alpha U}, \quad (3)$$

т. е. ток растет экспоненциально с увеличением напряжения.

При еще большем напряжении, когда падение напряжения на толще слоя полупроводника становится соизмеримым с падением напряжения на выпрямителе, характеристику следует записывать в виде

$$I = I_0 e^{\alpha(U - IR_s)}. \quad (4)$$

При большом прямом токе характеристика становится линейной, т. е. дифференциальное сопротивление выпрямителя стремится к постоянной величине, что следует из формулы

$$R = \frac{dU}{dI} = \frac{1}{\frac{dI}{dU}} = \frac{1}{I\alpha} + R_s, \quad (5)$$

которую можно получить, дифференцируя (2) по  $U$  и исключая из производной  $\frac{dI}{dU}$  напряжение  $U$  с помощью выражения (2).

Зависимость в виде формулы (3) удобна для сравнения с экспериментальными характеристиками. Построение экспериментального графика в системе координат ( $\lg I$ ;  $U$ ) должно дать прямую

$$\lg I = \lg I_0 + \alpha U \lg e$$

с угловым коэффициентом  $\alpha = \frac{\Delta \lg I}{\Delta U} \cdot \frac{1}{\lg e}$ , если теоретический характер зависимости совпадает с экспериментальным, и можно пренебречь падением напряжения в толще полупроводника.

В обратном направлении (при отрицательном  $U$ ) с увеличением напряжения согласно формуле (1) или (2) сила тока стремится к насыщению, т. е. к постоянной величине  $I_0$ . На опыте сила тока в обратном направлении при малых напряжениях действительно увеличивается с замедлением, т. е. сопротивление растет. Однако с некоторого достаточно высокого напряжения начинается быстрое возрастание обратного тока, что объясняется эффектами сильного поля, возникающими в запиорном слое. Например, вследствие большой напряженности поля, которая может достигать величины  $10^5$ — $10^6$  в/см, электроны могут приобрести достаточно высокую энергию за время свободного пробега между соударениями и вызвать увеличение концентрации электронов вследствие ударной ионизации атомов решетки полупроводника. Это приводит к возрастанию обратного тока и уменьшению сопротивления (см. рис. 202 и 203).

### Упражнение 1

#### Получение вольтамперной характеристики селенового выпрямителя и ее изучение

1. Собрать схему для снятия вольтамперной характеристики согласно рис. 207. Здесь  $E$  — источник постоянного тока на 24 в,  $R_1$  и  $R_2$  — реостаты по 100 ом. Схема включения реостатов позволяет осуществить плавную регулировку тока в большом интервале значений.  $V$  — вольтметр постоянного тока. При малых напряжениях (до 1,5 в) рекомендуется использовать вольтметр со шкалой

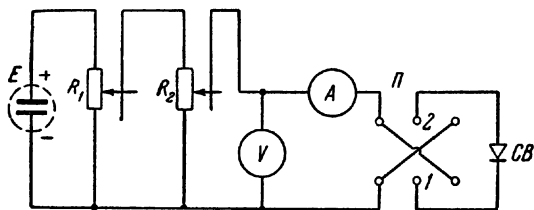


Рис. 207.

на 3÷5 в. При более высоких напряжениях можно использовать вольтметр со шкалой до 30—50 в.  $\Pi$  — двухполюсный переключатель,  $CB$  — исследуемый элементарный выпрямитель, например селеновая выпрямительная пластина или столбик, собранный из нескольких пластин.

2. После сборки схемы снять полную вольтамперную характеристику столбика из выпрямительных пластин.

Снятие характеристики рекомендуется начинать с максимального тока в обратном направлении (не более 50 ма для пластин диаметром 35 мм). Затем, уменьшая постепенно величину тока до

нуля, переменить направление тока (переключателем  $\Pi$ ) и производить дальнейшее снятие характеристики в прямом направлении, постепенно увеличивая ток до 0,5 а.

Так как величина тока через выпрямитель зависит от напряжения на нем по экспоненциальному закону, то удобнее при снятии характеристики прямого направления задавать определенные значения величины тока, а величины получающихся напряжений отсчитывать по вольтметру. Рекомендуется задавать значения прямого тока примерно по экспоненциальному закону, например: 1, 1,5, 2, 3, 5, 7, 10, 15, 20, 30, 40, 50, 70, 100, 150, 200, 300, 500 *ма*. Для получения характеристики обратного направления удобно задавать величины напряжений (примерно по линейному закону), а отсчитывать значения тока.

Для получения правильных значений напряжения на выпрямителе необходимо учесть падение напряжения на миллиамперметре. Для этого необходимо знать сопротивление миллиамперметра <sup>1)</sup>.

Результаты измерений для прямого и обратного направлений удобно свести в таблицы с графами:

$I$ , <i>ма</i>	$U$ измер., <i>в</i>	$\Delta U$ поправка, <i>в</i>	$U$ испр., <i>в</i>	$R$ , <i>ом</i>	$\lg I$	$\lg R$

3. Построить характеристики в линейных и полулогарифмических координатах.

В случае линейных координат по осям откладываются ток в *ма* и напряжение в *в*; причем характеристики прямого и обратного направлений наносятся на одной координатной сетке, считая прямой ток и напряжение положительными, обратный ток и обратное напряжение — отрицательными. В случае полулогарифмических координат по оси ординат откладываются десятичные логарифмы абсолютных значений обратного и прямого токов, а по оси абсцисс — абсолютная величина напряжения в вольтах.

4. По полулогарифмической кривой для работы выпрямителя в прямом направлении найти параметры  $\alpha$  и  $I_0$  уравнения (3).

5. Построить график зависимости сопротивления  $R$  выпрямителя в прямом и обратном направлениях от напряжения в координатах ( $\lg R, |U|$ ); здесь  $R = U/I$ .

<sup>1)</sup> В случае если сопротивление миллиамперметра мало и падение напряжения на нем не превышает 5% полного напряжения, то поправки вводить не следует.



## Упражнение 2

## Получение характеристики выпрямителя с помощью осциллографа

1. Собрать схему согласно рис. 208 (с работой осциллографа следует познакомиться по описанию задачи 90). Здесь *PAT* — регулируемый автотрансформатор, часто называемый «вариак» (включается согласно обозначениям на его клеммной панели; перед включением в сеть указатель движка следует поставить в начальное положение, подобно движку в реостатах при потенциометрическом включении)<sup>1)</sup>, *T* — понижающий трансформатор со средней точкой во вторичной обмотке, *R* — реостат на 200 ом (включается на крайние клеммы, без движка); *B* — исследуемые выпрямительные пластины, *O* — осциллограф типа ЭО-4.

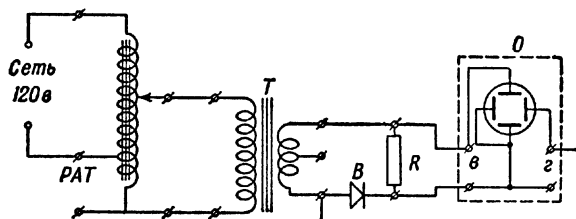


Рис. 208.

Напряжение на сопротивлении *R*, пропорциональное току, текущему через выпрямитель, подводится к клеммам *в* вертикального отклонения осциллографа. Напряжение с выпрямителя подается на клеммы *г* горизонтального отклонения осциллографа. Поэтому луч при своем движении по экрану чертит характеристику выпрямителя в системе координат: по вертикали — ток, а по горизонтали — напряжение.

2. Включив осциллограф, следует включить схему и, увеличивая постепенно напряжение, получить на осциллографе характеристику.

Меняя величину чувствительности осциллографа и величину напряжения на выпрямителе, подобрать наиболее удобно наблюдаемую картину. Зарисовать характеристику на кальку или сфотографировать.

Если характеристика на экране осциллографа оказывается неудобно повернутой, то переключением проводов у осциллографа и

<sup>1)</sup> Вместо регулируемого автотрансформатора можно воспользоваться подходящими реостатами.

у выпрямителя нужно добиться обычной ориентации характеристики относительно осей координат (такой же, как на рис. 202).

Сравнить полученную характеристику с вычерченной в линейном масштабе по точкам.

### Упражнение 3

#### Исследование выпрямительных схем с помощью осциллографа

1. Собрать схему согласно рис. 209. Здесь *PAT* — регулируемый автотрансформатор, *T* — понижающий трансформатор со средней точкой, *R* — реостат на 200 ом (включается без движка), *BC* — выпрямительный столбик, собранный по двухполупериодной схеме (две половинки столбика включены навстречу друг другу), *Π* — двухполюсный переключатель, *O* — осциллограф, *V* — вольтметр переменного тока на 150 в, *A* — амперметр постоянного тока (магнитоэлектрической системы) на 0,5 а.

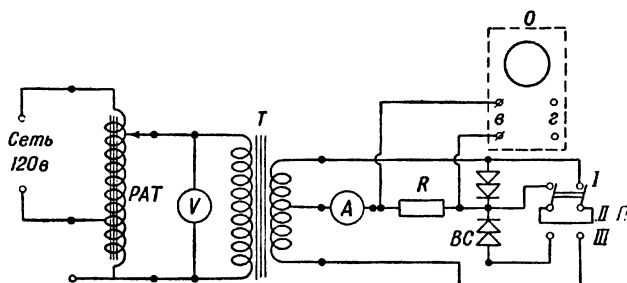


Рис. 209.

В этом упражнении осциллограф используется с разверткой по времени для наблюдения формы напряжения на нагрузочном сопротивлении, т. е. вида зависимости тока через выпрямитель от времени.

2. Включив осциллограф, включить автотрансформатор или реостат, повысить напряжение до 120 в.

Если поставить переключатель *Π* в положение *I*, то одна половина выпрямительного столбика будет замкнута накоротко, а вторая отключена: выпрямление отсутствует; на осциллографе должна наблюдаться синусоида; при этом амперметр показывает нуль (т. е. выпрямленный ток отсутствует). Когда переключатель поставлен в положение *II*, то включены одна половина выпрямительного столбика и одна половина вторичной обмотки трансформатора. Получается простейшая схема однополупериодного выпрямления. На осциллографе должна наблюдаться синусоида со срезанными отри-

цательными (нижними) полупериодами <sup>1)</sup>. Необходимой ориентации изображения можно добиться переключением концов на входе осциллографа.

Если поставить переключатель в положение *III*, то будут включены обе половины выпрямительного столбика и обе половины вторичной обмотки трансформатора. Получается схема двухполупериодного выпрямления со средней точкой.

Перекидывая переключатель в положение *I*, *II*, *III*, следует произвести зарисовку или фотографирование осциллограмм и записать показания амперметра.

### Упражнение 4

#### Измерение коэффициента полезного действия селенового выпрямителя

1. Собрать схему однополупериодного выпрямления согласно рис. 210. Здесь *PAT* — регулируемый автотрансформатор <sup>2)</sup>,

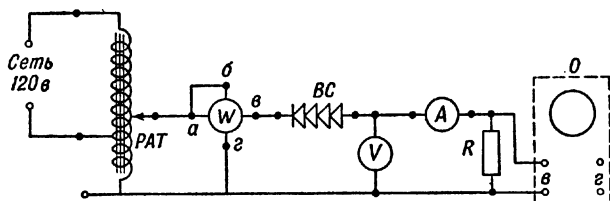


Рис. 210.

*W* — ваттметр (включается по схеме, изображенной на рис. 211; шкала соответствует 150 *вт*), *BC* — выпрямительный столбик, собранный для однополупериодной схемы, *V* — вольтметр постоянного тока, *A* — амперметр постоянного тока с переключателем, *R* — нагрузочное сопротивление (реостат на 200 *ом*), *O* — осциллограф.

2. Включив осциллограф и автотрансформатор, медленно увеличивая напряжение, снять зависимость показаний амперметра  $I_{\text{ср}}$  и вольтметра  $U_{\text{ср}}$  от мощности переменного тока  $W_{\text{ср}}$ . При измерениях сила тока не должна превышать 0,5 *а*.

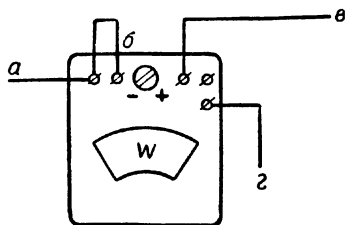


Рис. 211.

<sup>1)</sup> Вопросы сглаживания выпрямленного напряжения подробно рассмотрены в описании задачи 85, где рассматривается кенотронный выпрямитель.

<sup>2)</sup> Вместо автотрансформатора можно использовать подходящий реостат (150—200 *ом*).

Результаты измерений свести в таблицу с графами:

$W_{\sim}$ , <i>вт</i>	$I_{=}$ , <i>ма</i>	$U_{=}$ , <i>в</i>	$W_{=}$ , <i>вт</i>	$\eta$ , %

где  $W_{\sim}$  — мощность на переменном токе, измеренная ваттметром,  $W_{=}$  — мощность по постоянному току, равная  $I_{=}U_{=}$ , а  $\eta$  — коэффициент полезного действия, равный  $\frac{W_{=}}{W_{\sim}}$ .

3. Зарисовать или сфотографировать вид осциллограмм при выпрямленных токах в 0,2 и 0,5 а.

4. Построить зависимость выпрямленного тока  $I_{=}$ , выпрямленного напряжения  $U_{=}$ , выпрямленной мощности  $W_{=}$  и коэффициента полезного действия  $\eta$  (%) от мощности переменного тока  $W_{\sim}$ .

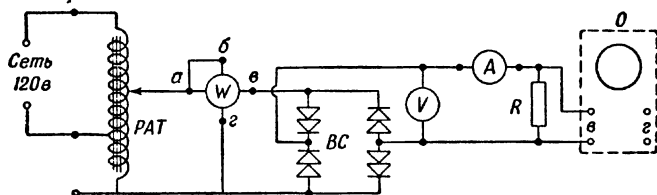


Рис. 212.

5. Собрать схему для двухполупериодного выпрямления (схема Греча) согласно рис. 212 (обозначения те же, что и на рис. 210). В этой схеме используются те же приборы, что и в предыдущей. Применяется выпрямительный столбик, собранный по двухполупериодной схеме.

6. Снять зависимость выпрямленного тока и напряжения от мощности переменного тока до значения выпрямленного тока 0,5 а.

Зарисовать или сфотографировать осциллограммы при выпрямленных токах в 0,2 и 0,5 а.

7. Построить зависимость выпрямленного тока  $I_{=}$ , выпрямленного напряжения  $U_{=}$ , выпрямленной мощности  $W_{=}$  и коэффициента полезного действия  $\eta$  от переменной мощности  $W_{\sim}$ . Зависимость построить на тех же графиках, что и для схемы однополупериодного выпрямления.

Технические данные установки. Селеновые выпрямительные столбики, собранные из выпрямительных пластин диаметром 35 мм или 45 мм. Необходимо иметь три столбика: 1) столбик, собранный по однополупериодной схеме, 2) столбик, собранный по двухполупериодной схеме, и 3) столбик, собранный по схеме Греча. Число шайб в столбиках может быть различным. В первом стол-

бике желательно иметь не более трех пластин. Изменение переменных токов и напряжений в процессе измерений можно производить с помощью подходящих реостатов, однако лучше для этого воспользоваться регулируемым автотрансформатором (например, ЛАТР-2). Для наблюдения вольтамперных характеристик можно применить осциллографы типа ЭО-4 или ЭО-7. Для измерения постоянного тока и постоянного напряжения необходимы амперметр и вольтметр магнитоэлектрической системы. Желательно применить многошкальные приборы. Необходимо указать сопротивление амперметра для всех используемых шкал. Схемы упражнений 2 и 3 могут быть собраны без регулировки напряжения автотрансформатором или реостатом; в этом случае трансформатор должен быть рассчитан на включение в сеть, например, 127 в и иметь необходимое напряжение во вторичной обмотке 10—20 в.

Кроме того, необходимо иметь двухполюсный переключатель, ваттметр переменного тока, два реостата на 150—200 ом, постоянное сопротивление или реостат на 200 ом, 0,5 а.

### ЛИТЕРАТУРА

1. С. Г. К а л а ш н и к о в, Электричество, Гостехиздат, 1956.

### СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

2. И. Х. Г е л л е р и С. С. М е с к и н, Полупроводниковые выпрямители, Сборник статей «Полупроводники в науке и технике», т. 1, Изд. АН СССР, 1957.

## З А Д А Ч А 85

### ИЗУЧЕНИЕ КЕНОТРОННОГО ВЫПРЯМИТЕЛЯ

Основной частью кенотронного выпрямителя является кенотрон — электронный прибор с накаливаемым катодом и холодным анодом (двухэлектродная катодная лампа-диод). Электрический ток через кенотрон может идти лишь в одном направлении, когда электроны через вакуумный промежуток двигаются от катода к аноду. Поэтому если включать кенотрон последовательно в цепь переменного тока, то ток в нем пойдет лишь в течение тех полупериодов, когда на аноде кенотрона оказывается плюс, а на катоде — минус напряжения. Такой ток называется пульсирующим (рис. 213).

Кенотронные выпрямители чрезвычайно удобны в технике слабых токов. Особенно часто кенотроны употребляются в радиотехнике, где бывает необходимость получить выпрямленное напряжение в несколько сотен вольт при токе в несколько десятков или сотен миллиампер. В современных рентгеновских установках кенотроны также получили широкое распространение, так как ток в рентгеновской трубке невелик.

Кенотрон обычно включается во вторичную обмотку повышающего трансформатора (рис. 214, а). От дополнительной понижающей обмотки того же трансформатора питается обыкновенно и накал кенотрона.

Для того чтобы использовать оба полупериода переменного напряжения, применяют так называемое двухполупериодное выпрямление, для чего обычно используется кенотрон, имеющий два

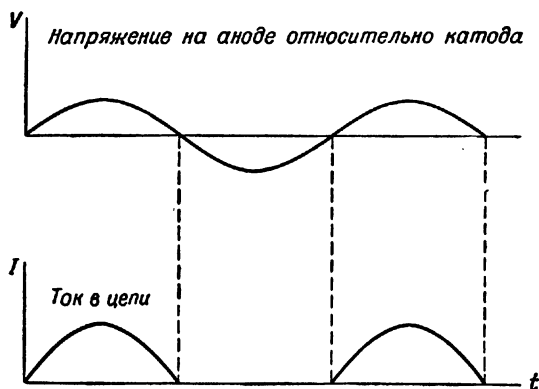


Рис. 213.

анода. Простейшая схема его включения изображена на рис. 214, а. При такой схеме включения ток через кенотрон может идти в течение обоих полупериодов. Электроны с катода через вакуумный промежуток попадают на тот анод,

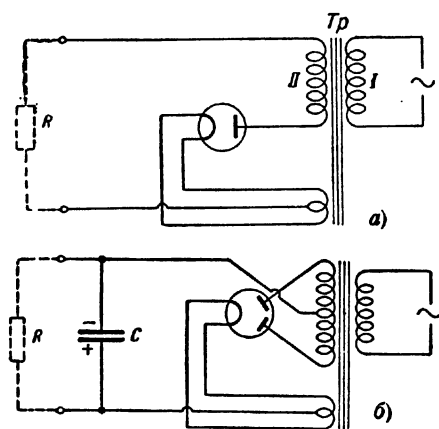


Рис. 214.

который в данный момент находится под положительным напряжением относительно катода. Цепь тока замыкается через среднюю точку вторичной обмотки трансформатора и нагрузку  $R$ . Очевидно, при такой схеме напряжение между катодом и анодом равно половине всего напряжения, создаваемого вторичной обмоткой трансформатора. При двухполупериодной (двухтактной) схеме ток в цепи также течет все время в одном направлении, но сила тока изменяется от нуля до неко-

торого максимального значения (рис. 215), т. е. ток по-прежнему имеет пульсирующий характер.

В большинстве случаев, например для питания анодных цепей радиоприемников, пульсирующий ток непригоден; его необходимо предварительно «сгладить». Сглаживание выпрямленного тока про-

изводится обычно с помощью катушек самоиндукции с железными сердечниками (дресселей) и емкостей (конденсаторов), включаемых,

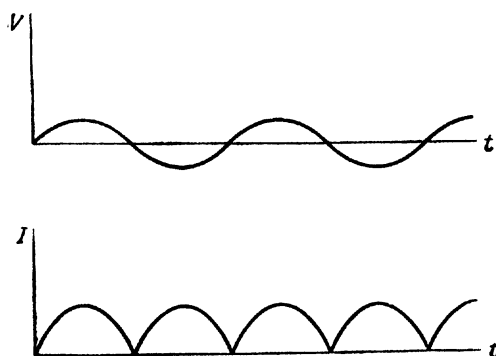


Рис. 215.

например, так, как изображено на рис. 216. Совокупность этих дросселей и конденсаторов называется сглаживающим фильтром. При наличии фильтра график силы тока, идущего через кенотрон,

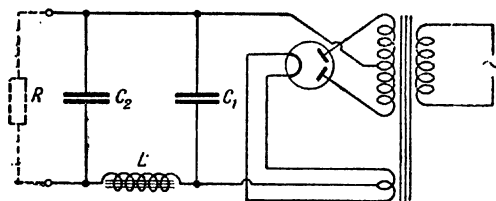


Рис. 216.

существенно отличается от графика, изображенного на рис. 215, и не совпадает с графиком тока, протекающего по нагрузке  $R$  (подробнее об этом см. ниже).

Для уяснения действия фильтра рассмотрим простейший случай, когда фильтр состоит из одного конденсатора, шунтирующего нагрузку (рис. 217). Очевидно, что в течение того времени, когда через кенотрон течет ток, конденсатор заряжается, в остальное время конденсатор разряжается через нагрузку (если сопротивление нагрузки достаточно велико); в результате этого напряжение на нагрузке при наличии конденсатора имеет значительно менее пульсирующий характер, чем без конденсатора (рис. 218).

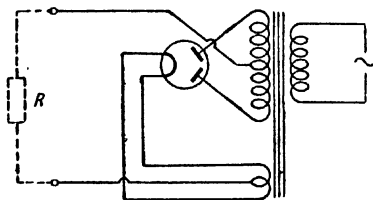


Рис. 217.

Применение второго конденсатора и дросселя еще сильнее уменьшает пульсацию выпрямленного тока.

Напряжение на конденсаторе фильтра направлено навстречу напряжению трансформатора. Следовательно, ток через кенотрон

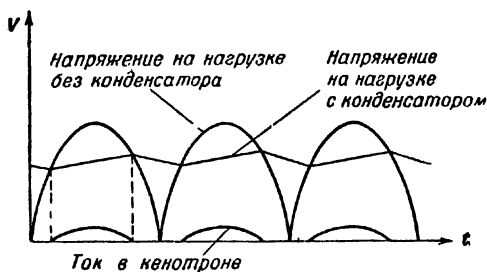


Рис. 218.

пойдет только тогда, когда мгновенное значение напряжения трансформатора будет больше, чем напряжение конденсатора. В результате получается, что и в двухполупериодном кенотроне ток идет не все время, а только в некоторые части периода.

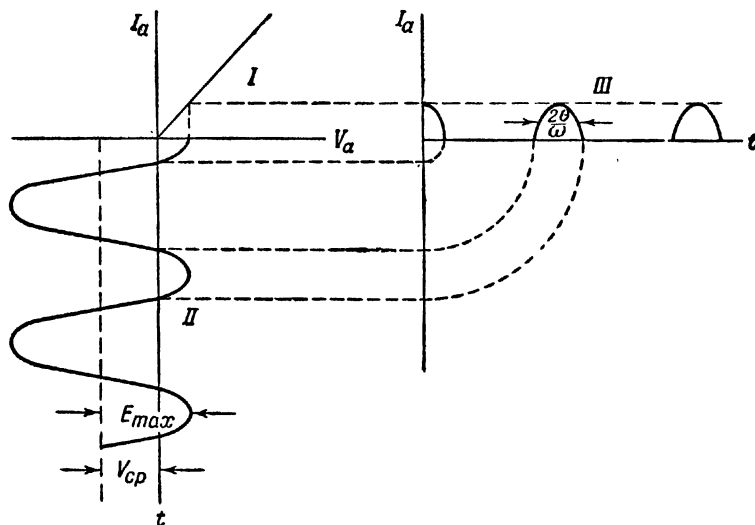


Рис. 219.

Если полагать для простоты, что напряжение на конденсаторе лишено пульсаций и равно постоянной слагающей выпрямленного напряжения  $V_{cp}$ , то процесс прохождения тока через кенотрон можно иллюстрировать кривыми, изображенными на рис. 219:



На этом рисунке представлены в одинаковых масштабах по осям три графика: *I* — характеристика кенотрона, *II* — график напряжения на кенотроне в зависимости от времени, *III* — график тока, идущего через кенотрон в зависимости от времени. График *II* представляет собой косинусоиду, смещенную по оси напряжений на величину напряжения на конденсаторе фильтра. График *III* является производным от первых двух графиков; для удобства его построения все три графика располагаются, как указано на рисунке.

Из рис. 219 видно, что ток через кенотрон  $I_a$  имеет форму усеченной косинусоиды, уравнение которой можно написать в виде

$$I_a = SE_{\max} (\cos \omega t - \cos \theta), \quad (1)$$

где  $S = \frac{dI_a}{dV_a}$  — крутизна характеристики,  $\theta$  — угол отсечки, равный половине угла, соответствующего полному времени прохождения тока через кенотрон (периоду тока соответствует угол  $2\pi$ ). При этом полагают, что  $I_a > 0$  ввиду вентильного действия кенотрона.

Так как ток прекращается в момент равенства напряжений на трансформаторе и на конденсаторе, то

$$V_{cp} = E_{\max} \cos \theta. \quad (2)$$

Далее, при  $t = 0$  ток  $I_a$  достигает своего максимума

$$I_{\max} = SE_{\max} (1 - \cos \theta). \quad (3)$$

Среднее значение тока, проходящего по выпрямителю, будет

$$I_{cp} = 2 \frac{1}{2\pi} \int_{-\theta}^{+\theta} I_a d(\omega t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\theta} I_a d(\omega t) = \frac{2SE_{\max}}{\pi} (\sin \theta - \theta \cos \theta). \quad (4)$$

Средний ток указывается миллиамперметром выпрямителя. Напряжение на конденсаторе можно измерить высокоомным вольтметром постоянного тока. Деля (4) на (2), получим

$$\frac{I_{cp}}{V_{cp}} = \frac{2S}{\pi} (\operatorname{tg} \theta - \theta). \quad (5)$$

С помощью формулы (5) можно найти угол отсечки, так как крутизна характеристики кенотрона легко находится из прилагаемого к прибору графика.

**Описание прибора.** Выпрямитель, изучаемый в настоящей задаче, представляет собой типичный современный двухполупериодный кенотронный выпрямитель однофазного тока. Особенностью его является лишь наличие отдельного понижающего трансформатора для накала нити катода, благодаря чему возможно изменять напряжение в первичной цепи главного трансформатора, не изменяя накала нити. Прибор собирается по схеме, изображенной на рис. 220.

(Сопротивления  $rr$ , приключенные к анодам кенотрона, предназначены для выполнения упражнения 6. Значение ключа в цепи конденсатора  $C_1$  разъясняется в тексте упражнения 1.)

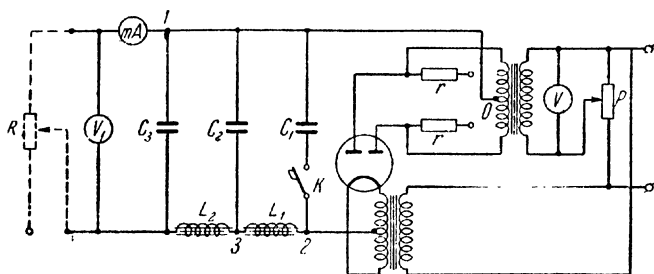


Рис. 220.

В случае если в качестве емкостей в схеме используются электролитические конденсаторы, то следует иметь в виду, что они полярны и что неправильное их включение влечет пробой конденсаторов и порчу кенотрона.

### Упражнение 1

#### Исследование зависимости напряжения на выходе выпрямителя от силы выпрямленного тока

Устанавливают при помощи делителя напряжения  $P$  (рис. 220) величину входного напряжения 110 в. Меняя сопротивление нагрузки  $R$ , наблюдают показания высокоомного вольтметра  $V_1$ , соответствующие каждому значению силы тока  $I_{\text{ср}}$ . Строят график  $V_{\text{вых}} = f(I_{\text{ср}})$ .

Падение напряжения на выходе выпрямителя при увеличении тока в нагрузке связано с увеличением падения напряжения внутри кенотрона и на дросселях фильтра.

По наклону кривой полученного графика находят величину  $\frac{\Delta V_{\text{вых}}}{\Delta I_{\text{ср}}}$ , равную сопротивлению выпрямителя. Эту величину следует находить для линейной части графика, соответствующей нормальным нагрузкам выпрямителя. Часть графика, соответствующая малым нагрузкам (токи 5—20 ма), будет нелинейна. Поэтому измерения напряжения на выходе выпрямителя при малых нагрузках надо вести, изменяя значение силы тока небольшими ступенями.

Схема опыта допускает также количественное исследование переменной составляющей пульсирующего напряжения на разных участках схемы после кенотрона. Для этой цели используется вольтметр переменного тока (один многошкальный или два на разные диапазоны напряжения), включаемый через разделительный конденсатор. Такой способ включения обеспечивает измерение

этим прибором только переменной слагающей напряжения. На схеме (рис. 220) этот вольтметр (и используемый вместе с ним конденсатор) не показан. Вольтметр включается через конденсатор один раз на выход выпрямителя, другой раз на первую ячейку фильтра (точки схемы 1—3), третий раз на входной конденсатор фильтра (точки схемы 1—2).

Для каждого способа включения вольтметра исследуют зависимость его показаний от силы тока на выходе выпрямителя. Результаты измерений представляют в виде графиков. Этим способом удастся проследить, как сглаживается напряжение после кенотрона разными элементами фильтра и как это сглаживание ухудшается по мере роста нагрузки выпрямителя.

Использование многошкального прибора (или разных вольтметров) необходимо потому, что значение переменной слагающей напряжения на разных участках схемы будет резко различным. Процент пульсаций напряжения оценивается как отношение амплитуды пульсаций к постоянному напряжению на выходе.

Все вышеуказанные в настоящем параграфе измерения продельвают при замкнутом ключе  $K$  (рис. 220) в цепи входного конденсатора фильтра  $C_1$ . Это соответствует емкостному входу фильтра. Размыкая ключ  $K$ , можно сделать вход фильтра индуктивным. Рекомендуется повторить исследования переменных слагающих напряжения для случая фильтра с индуктивным входом. Выясняющееся на опыте различие в действиях фильтров с разными входами самостоятельно истолковывается выполняющими работу студентами.

### Упражнение 2

#### Определение угла отсечки выпрямителя

Присоединяют высокоомный вольтметр к клеммам конденсатора  $C_1$  при нормальном входном напряжении, равном 110 в, и при различных нагрузках наблюдают  $V_{ср}$  и  $I_{ср}$ . По формуле (5) вычисляют  $\operatorname{tg} \theta$  —  $\theta$  и по таблице (в конце данной задачи) находят  $\theta$ . Составляют график  $\theta = f(I_{ср})$ .

Знание угла отсечки позволяет произвести подсчет выпрямленного напряжения на конденсаторе  $C_1$ , даваемого формулой (2). Для этого необходимо знать еще напряжение вторичной обмотки трансформатора (напряжение на половине обмотки). Искомое напряжение определяется по напряжению на первичной обмотке и коэффициенту трансформации. Коэффициент трансформации находят из таблицы, приложенной к прибору.

**П р и м е ч а н и е.** В связи с большим падением напряжения на дросселе  $L_1L_2$  (рис. 220) фильтра при нагрузке выпрямителя напряжение на выходе выпрямителя значительно отличается от напряжения на конденсаторе.

**Осциллографическое исследование работы кенотронного выпрямителя.** Дальнейшее более наглядное исследование работы выпрямителя и выяснение роли отдельных элементов сглаживающего фильтра выполняется при помощи двухлучевого осциллографа.

Двухлучевой электронный осциллограф, установленный для задачи, позволяет наглядно на экране электронно-лучевой трубки видеть развертку во времени напряжений между различными,

точками схемы выпрямителя. На данном приборе одновременно можно видеть две осциллограммы, что весьма удобно, когда сравниваются два напряжения или наблюдается сдвиг фаз между двумя напряжениями.

Описание однолучевого осциллографа дано в задаче 90, описание ручек управления двухлучевого осциллографа приводим здесь.

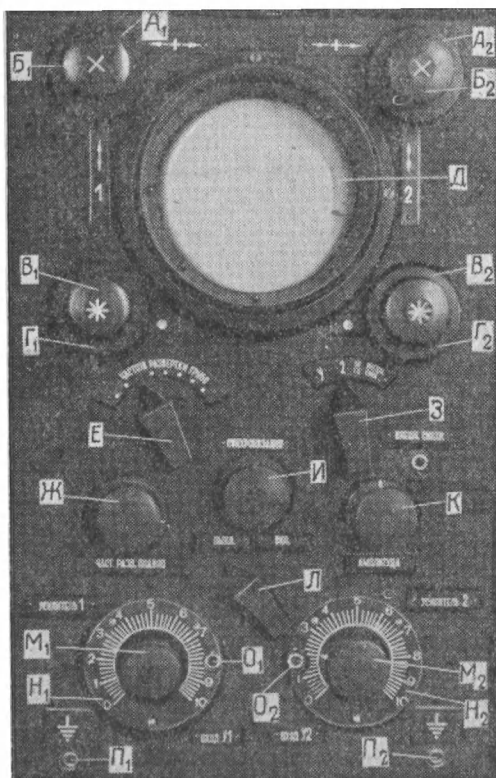


Рис. 221.

На рис. 221 показана передняя панель двухлучевого осциллографа. Рукоятки  $A_1$  и  $A_2$  — вертикальное смещение первого и второго лучей,  $B_1$  и  $B_2$  — горизонтальное смещение первого и второго лучей,  $V_1$  и  $V_2$  — регулировка яркости лучей,  $F_1$  и  $F_2$  — фокусировка лучей,  $E$  — переключатель диапазонов частоты развертки,  $Ж$  — плавная регулировка частоты генератора развертки,  $З$  — переключатель синхронизации,  $И$  — регулировка степени (глубины) синхронизации,  $К$  — регулировка амплитуды развертки,  $Л$  — сетевой выключатель осциллографа,

$M_1$  и  $M_2$  — регулировка усиления вертикальных усилителей первого и второго лучей,  $H_1$  и  $H_2$  — шкалы для отсчета усиления усилителя первого и второго лучей,  $O_1$  и  $O_2$  — входные гнезда первого и второго лучей,  $P_1$  и  $P_2$  — входные гнезда, соединенные с корпусом осциллографа (земля), первого и второго лучей.

**Порядок включения осциллографа.** Включить шнур питания прибора в гнезда 120 в на щитке питания (на задней стенке). При этом надо помнить, что прибор нельзя включать на постоянный ток, ибо это ведет к его гибели. Повернуть ручку  $J$  (рис. 221) выключателя на передней панели в положение «включено». Когда лампы прибора нагреются, на экране появятся две светящиеся линии. Положение этих линий на экране меняется ручками  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $B_1$ ,  $B_2$  в горизонтальном и вертикальном направлениях.

Линии фокусируются, т. е. становятся прямыми с резко очерченными границами, при помощи наружных ручек  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$ . Длина линий регулируется ручкой  $K$  — «амплитуда».

Яркость изображения регулируется внутренними ручками  $B_1$  и  $B_2$ . Необходимо установить минимально требуемую яркость и ни в коем случае не оставлять яркое и сфокусированное изображение без развертки, так как экран трубки может быть прожжен.

Исследуемое напряжение включается между гнездом  $P_1$  или  $P_2$  (земля) и одним из гнезд входа усилителя на приборе  $O_1$  или  $O_2$  (вход  $U1$ ; вход  $U2$ ). Усиление, т. е. в конечном счете размер изображения на экране осциллографа, регулируется ручками  $M_1$  и  $M_2$  на входе каждого усилителя. Изображение на экране можно сделать неподвижным, синхронизовав генератор развертки осциллографа с исследуемым напряжением. Для этого пользуются ручкой «синхронизация». Последнюю нужно вводить на минимальную требуемую для спокойного наблюдения картины величину, ибо чрезмерная синхронизация, как и слишком большое усиление, ведет к искажению формы кривой, наблюдаемой на экране.

Необходимо помнить, что изображение на экране будет неподвижным при частоте развертки, не только совпадающей с частотой исследуемого напряжения, но и при частоте, в 2, 3 и вообще в целое число раз меньшей. На экране будут тогда укладываться 2, 3 и соответственно большее число периодов.

### Упражнение 3

#### Наблюдение разности фаз напряжений на анодах кенотрона

Для наблюдения разности фаз напряжений на анодах кенотрона гнездо  $P_1$  (земля прибора) соединяют с гнездом  $O$  на панели выпрямителя (рис. 221), а гнезда  $O_1$  и  $O_2$  соединяют с анодами кенотрона. Зарисовывают картину, получающуюся на экране осциллографа.

При этом упражнении, в целях безопасности работы, напряжение на выходе выпрямителя поддерживают не более 100 в.

### Упражнение 4

#### Сравнение частоты пульсаций выпрямленного напряжения на выходе фильтра с частотой напряжения на анодах

Для сравнения напряжения на выходе фильтра с напряжением на аноде кенотрона переключают один из усилителей осциллографа с анода кенотрона к гнезду на выходе фильтра выпрямителя, оставив для сравнения второй усилитель включенным к одному из анодов кенотрона. Зарисовывают картину, получающуюся на экране осциллографа.

### Упражнение 5

#### Наблюдение формы напряжения между различными точками фильтра

Форму кривой напряжения между различными точками фильтра выпрямителя можно наблюдать, включая поочередно вход усилителя осциллографа к гнездам, выведенным после первой ячейки и второй ячейки фильтра. При этом для сравнения другой вход усилителя осциллографа остается включенным на вход фильтра.

Наблюдения производятся при различных нагрузках выпрямителя, т. е. при различных значениях выходного тока. Очевидно, что содержание настоящего упражнения представляет собой наглядное повторение количественных исследований переменных слагающих напряжения после кенотрона, выполняемых при помощи вольтметра переменного тока с разделительным конденсатором (упражнение 1).

### Упражнение 6

#### Наблюдение формы тока, проходящего через кенотрон

Последовательно с каждым анодом кенотрона включают сопротивления  $rr$  (рис. 220), на которых при прохождении тока через кенотрон происходит падение напряжения, форма которого совпадает с формой тока через кенотрон. Для наблюдения этой кривой клемму  $P_1$  (земля) и один из входов  $O_1$  или  $O_2$  включают к концам одного из сопротивлений. В это время другой вход усилителя отключают от схемы.

При этом упражнении ток, даваемый выпрямителем, должен быть около 10—15 *ма*, тогда падение напряжения на сопротивлении в аноде кенотрона — около 1 *в*. Для наблюдения такого напряжения ручку усиления на приборе обычно приходится полностью вводить.

**Дополнительные указания.** 1. Представляет существенный интерес проделать все описанные в настоящей задаче упражнения

также с однополупериодным выпрямителем. Для этого надо повторить измерения, отключив от схемы один из анодов кенотрона.

2. Применяемая в задаче схема выпрямителя допускает, как видно из сказанного выше, исследование ее работы при многих режимах. Продолжительность выполнения всех описанных измерений не позволяет провести их в течение одного занятия в практике. Поэтому минимальный комплекс измерений, необходимый для ознакомления с кенотронным выпрямителем, устанавливается преподавателем специально для каждого выполняющего работу студента.

Значения  $\theta$  в зависимости от  $(\operatorname{tg} \theta - \theta)$ 

$\operatorname{tg} \theta - \theta$	$\theta$		$\operatorname{tg} \theta - \theta$	$\theta$		$\operatorname{tg} \theta - \theta$	$\theta$	
	в радианах	в градусах		в радианах	в градусах		в радианах	в градусах
0,00001	0,03	1,72	0,00058	0,12	6,38	0,00314	0,21	12,03
0,00002	04	2,29	0,00074	13	7,45	0,00362	22	12,61
0,00004	05	2,86	0,00092	14	8,02	0,00414	23	13,18
0,00007	06	3,44	0,00114	15	8,59	0,00472	24	13,75
0,00011	07	4,01	0,00138	16	9,17	0,00534	25	14,31
0,00017	08	4,58	0,00166	17	9,74	0,00602	26	14,88
0,00024	09	5,16	0,00197	18	10,31	0,00676	27	15,47
0,00033	0,10	5,73	0,00232	19	10,89	0,00755	0,28	16,04
0,00045	11	6,30	0,00271	20	11,46	0,00841	29	16,62
0,00934	0,30	17,19	0,03545	46	26,36	0,09391	0,62	35,42
0,01033	31	17,76	0,03797	47	26,93	0,09911	0,63	36,10
0,01139	32	18,33	0,04061	48	27,50	0,10454	0,64	36,67
0,01252	33	18,91	0,04339	49	28,07	0,11020	0,65	37,24
0,00000	34	19,48	0,04680	0,50	28,65	0,11610	0,66	37,82
0,01503	35	20,05	0,04931	51	29,22	0,12225	0,67	38,39
0,01640	36	20,63	0,05256	0,52	29,79	0,12866	0,68	38,96
0,01786	37	21,20	0,05592	0,53	30,37	0,13534	0,69	39,53
0,01941	38	21,77	0,05943	0,54	30,94	0,14229	0,70	40,11
0,02105	39	22,35	0,06311	0,55	31,51	0,14953	0,71	40,68
0,02279	0,40	22,92	0,06695	0,56	32,09	0,15707	0,72	41,25
0,02463	41	23,49	0,07097	0,57	32,66	0,16492	0,73	41,83
0,02657	42	24,06	0,07517	0,58	33,23	0,17302	0,74	42,40
0,02862	43	24,64	0,07944	0,59	33,80	0,18160	0,75	42,97
0,03078	44	25,21	0,08408	0,60	34,38	0,18896	0,76	43,50
0,03306	45	25,78	0,08892	0,61	34,95	0,19963	0,77	44,12

**Технические данные установки.** В работе используются кенотрон 5Ц4С, двухлучевой электронный осциллограф, астатический вольтметр на 300 в, конденсаторы электролитические емкостью 2—4 мкф, дроссели с железным сердечником с индуктивностью около 5 мкГн.

### СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. В. П. Вологдин, Выпрямители, Госэнергоиздат, 1936.
2. М. А. Спицын, Выпрямитель, Связьрадиоиздат, 1938.

## ЗАДАЧА 86

## ИЗУЧЕНИЕ СОБСТВЕННЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ КОЛЕБАНИЙ В КОНТУРЕ

**Краткое описание явления и его теория.** Собственные колебания происходят в изолированной системе после действовавшего на нее внешнего возмущения («толчка»). Название собственные колебания означает, что процесс колебаний в этом случае определяется (в основном) свойствами самой системы. Энергия колебаний доставляется системе извне в начальный момент возбуждения колебаний.

В настоящей задаче изучаются собственные электромагнитные колебания в электрическом контуре, состоящем из конденсатора  $C$ , индуктивности  $L$  и активного сопротивления  $R$  (см. рис. 222). Соб-

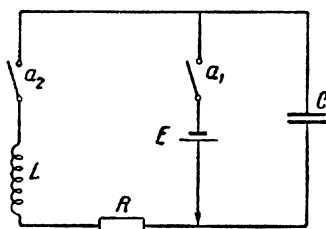


Рис. 222.

ственные колебания в такой системе могут возникнуть при различных начальных условиях: например, 1) цепь контура замыкается, а конденсатор предварительно заряжен; 2) контур предварительно замкнут, через индуктивность контура идет постоянный ток от некоторого внешнего источника, цепь которого затем внезапно разрывается где-то вне контура; 3) конденсатор контура предварительно заря-

жен, цепь контура не замкнута, в индуктивности идет постоянный ток, затем замыкается цепь контура и одновременно вне контура разрывается цепь постоянного тока. Первый и второй случаи начальных условий легко себе представить, рассматривая схему на рис. 222 и разные возможности замыкания и размыкания ключей в этой схеме.

Начальные условия, при которых возникают собственные колебания, определяют начальную фазу процесса и амплитуду колебаний. Характер же процесса собственных колебаний, как следует из данного выше определения этого типа колебаний, зависит от свойств самой системы. Напомним вкратце ход процесса электромагнитных колебаний в нашем контуре, имеющий место при любых начальных условиях. Процесс колебаний в таком контуре заключается в периодической перезарядке конденсатора и в протекании переменного тока в цепи, замыкающей пластины конденсатора. При этих колебаниях электростатическая энергия поля заряженного конденсатора периодически переходит в энергию магнитного поля тока, протекающего в цепи конденсатора, т. е. в контуре, составленном из последовательно соединенных емкости  $C$  и самоиндукции  $L$ . В результате наличия в контуре неизбежного активного



сопротивления первоначальный запас энергии системы расходуется на выделение тепла в проводах, составляющих контур и индуктивность  $L$ . Поэтому разряд конденсатора через такой контур не является процессом вполне периодическим. Амплитуда напряжения на конденсаторе после каждой его перезарядки становится все меньше; амплитуда тока также убывает.

Сила тока в контуре связана с зарядом и разностью потенциалов на конденсаторе соотношением

$$i = - \frac{dQ}{dt} = - C \frac{dV}{dt},$$

где  $Q = CV$  есть заряд конденсатора; знак минус указывает на то, что положительным мы считаем то направление тока, которое соответствует убыли разности потенциалов на пластинах конденсатора. Изменение силы этого тока во времени вызывает электродвижущую силу самоиндукции, равную

$$E = - L \frac{di}{dt} = LC \frac{d^2V}{dt^2}.$$

Согласно второму закону Кирхгофа имеем

$$V + E - iR = 0.$$

Подставляя значения  $E$  и  $i$ , получим

$$V + LC \frac{d^2V}{dt^2} + CR \frac{dV}{dt} = 0,$$

или

$$\frac{d^2V}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dV}{dt} + \frac{V}{LC} = 0. \quad (1)$$

Уравнение (1) есть уравнение собственных колебаний в контуре, составленном из  $L$ ,  $C$  и  $R$ . Его решение будет иметь вид

$$V = V_0 e^{-bt} \sin(\omega t + \varphi), \quad (2)$$

где

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}, \quad b = \frac{R}{2L},$$

а  $V_0$  и  $\varphi$  — константы, зависящие от начальных условий колебательного процесса.

Из решения видно, что  $V$  с течением времени изменяется. Ординаты кривой, изображающей уравнение (2), получаются из ординат синусоиды

$$V = V_0 \sin(\omega t + \varphi) \quad (3)$$

умножением их на непрерывно убывающий множитель  $e^{-bt}$ . Общий вид кривой, приведенный на рис. 223, изображает этот процесс, называемый затухающим гармоническим колебанием. Период <sup>1)</sup> этого колебания выражается формулой

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}}. \quad (4)$$

Если  $R$  достаточно мало по сравнению с  $L$ , то членом  $\frac{R^2}{4L^2}$  можно пренебречь; мы получим формулу

$$T_0 = 2\pi \sqrt{LC}, \quad (5)$$

определяющую период колебаний в контуре без затухания.

Величина  $b$ , определяющая степень затухания, называется коэффициентом затухания. На практике вместо нее обыкновенно употребляется другая мера затухания, а именно

$$\gamma = \ln \frac{V_n}{V_{n+1}}, \quad (6)$$

где  $V_n$  и  $V_{n+1}$  — величины последовательных амплитуд, отстающих друг от друга на один период. Величина  $\gamma$  носит название логарифмического декремента затухания. Ее связь с  $b$  можно установить следующим образом.

Так как

$$V_{n+1} = V_n e^{-bT},$$

то

$$\frac{V_n}{V_{n+1}} = e^{bT}$$

и

$$\gamma = \ln \frac{V_n}{V_{n+1}} = bT = \frac{R}{2L} T. \quad (6')$$

Отсюда видно, что чем меньше  $R$  и чем больше  $L$ , тем меньше затухание, тем ближе подходит кривая (2) к синусоиде (3), а вместе

<sup>1)</sup> Понятие периода к функции вида (2), строго говоря, неприменимо. Здесь имеется в виду промежуток времени между двумя нулевыми значениями  $V$ , имеющими один знак производной  $\frac{dV}{dt}$ . Так и надо понимать в дальнейшем слово период, встречающееся в описании задачи. Строгий смысл периода процесса имеет величина  $T_0$ , определяемая ниже выражением (5).

с тем период ближе к величине  $T_0$ , определяемой по формуле (5). Наоборот, при значительном возрастании  $R$  затухание, так же как и период, увеличивается. При  $R = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ , когда выражение (4) обращается в бесконечность, разряд будет изображаться кривой, приведенной на рис. 224; начиная с этого значения  $R$  при дальнейшем его увеличении, процесс будет аperiodическим.

В основу метода экспериментальной проверки всего вышеизложенного положены следующие соображения.

Вести наблюдение непрерывно за ходом процесса колебательного разряда конденсатора во времени является экспериментом, достаточно сложным и требующим специальной аппаратуры. Поэтому существенно применить такой метод изучения явления, который позволил бы путем измерений, проводимых на определенных этапах хода разряда, воспроизвести по отдельным точкам кривую хода разряда во времени. Настоящее соображение положено в основу описываемого эксперимента.

Электрический колебательный контур (рис. 222), состоящий из конденсатора  $C$ , самоиндукции  $L$  и сопротивления  $R$  (под которым подразумевается также и активное сопротивление катушки  $L$ ), может разрываться в точке  $a_2$ . Для зарядки конденсатора параллельно ему присоединяется элемент  $E$ , цепь которого может разрываться в точке  $a_1$ .



Рис. 224.

Вначале обе цепи замкнуты, и по контуру  $ERLa_2a_1$  течет постоянный ток. Конденсатор  $C$  при этом заряжен до некоторой определенной разности потенциалов  $V_0$ . Пусть в некоторый начальный момент времени контакт  $a_1$  размыкается. Конденсатор  $C$ , постоянная разность потенциалов на котором до размыкания поддерживалась элементом  $E$ , начнет разряжаться через цепь  $RLa_2$ . При этом электростатическая энергия, запасенная вначале в конденсаторе, будет превращаться в энергию магнитного поля тока. Наконец конденсатор разрядится целиком,  $V$  станет равно нулю и контур будет обладать лишь энергией магнитного поля тока, которая достигнет при этом своего максимума. В следующие промежутки времени пластины конденсатора начнут вновь заряжаться, но уже зарядами другого знака. Магнитная энергия начнет вновь переходить в электростатическую, причем этот процесс будет происходить до тех пор, пока вся магнитная энергия (в том числе энергия магнитного поля постоянного тока, протекающего в катушке до начала разряда) не превратится в электростатическую. Таким образом, максимальная разность потенциалов конденсатора  $V_{\max}$  может быть больше начальной  $V_0$ .

В дальнейшем процесс будет периодически повторяться с постепенно уменьшающейся амплитудой  $V$ . Быстрота убывания величины  $V$  будет зависеть от значения сопротивления  $R$ .

Если по прошествии некоторого промежутка времени от начала колебательного разряда мы разомкнем контакт  $a_2$ , т. е. оборвем процесс на какой-либо фазе, и затем измерим оставшуюся на конденсаторе разность потенциалов, то получим одну из точек, лежащих на кривых рисунков 223 и 224.

Проделав целый ряд таких измерений для различных промежутков времени, мы сможем по полученным точкам построить график хода во времени колебательного разряда конденсатора.

Хотя каждая точка на этом графике и будет результатом изучения хода нового процесса, совершенно не зависящего от предыдущего, но так как начальные условия для всех этих процессов тождественны, то каждое явление будет протекать совершенно так же, как и предыдущее. Следовательно, производя эти измерения, мы в сущности будем изучать течение во времени одного и того же процесса.

Запись изменения напряжения на конденсаторе в течение однократного процесса разряда также возможна, но для этого надо пользоваться катодным осциллографом и фотографировать кривую развертки разряда во времени. В данной задаче изучение хода колебательного разряда производится описанным выше методом.

**Описание прибора.** Конденсатор  $C$ , аккумулятор  $E$ , катушка самоиндукции  $L$ , магазин сопротивлений  $R$  и зеркальный гальванометр  $G$  соединяются между собой согласно схеме, изображенной на рис. 225, и присоединяются к особому механизму, служащему для размыкания цепей зарядки и разрядки конденсатора.

Присоединенный к контуру для его замыкания и размыкания механизм должен согласно вышеизложенной постановке опыта обеспечить размыкание контура через наперед заданные промежутки времени после начала разряда. Следовательно, этот механизм должен содержать какой-то движущийся элемент, могущий в нужные моменты размыкать цепь источника тока и сам контур. Роль такого механизма может с успехом выполнить обыкновенный тяжелый маятник, который при своем колебательном движении может разрывать контакты релюэ. Устройство этого механизма с маятником таково.

На укрепленных в изолирующей подставке (рис. 225) стойках вращаются на осях три контакта:  $A$ ,  $A_1$  и  $A_2$ . Контакт  $A_1$  замыкает цепь батареи, питающей колебательный контур. Контакт  $A_2$  замыкает цепь самого колебательного контура. При помощи этих контактов можно либо замыкать соответствующие цепи, либо оставлять их разомкнутыми. Контакт  $A$  отличается по своему устройству от контактов  $A_1$  и  $A_2$ : в одном положении он замыкает одну из обкладок конденсатора с батареей и колебательным контуром (на

рисунке изображено именно это положение контакта), в другом — соединяет параллельно конденсатор и гальванометр. Это положение контакта, обозначенное на рисунке пунктиром, предусмотрено для измерения остаточного заряда на конденсаторе, что необходимо при изучении хода разряда описанным методом.

Контакты  $A$  и  $A_2$  установлены на движке, который перемещает их относительно контакта  $A_1$ . Перемещение можно измерить при помощи делений, нанесенных на головке  $N$  микрометрического

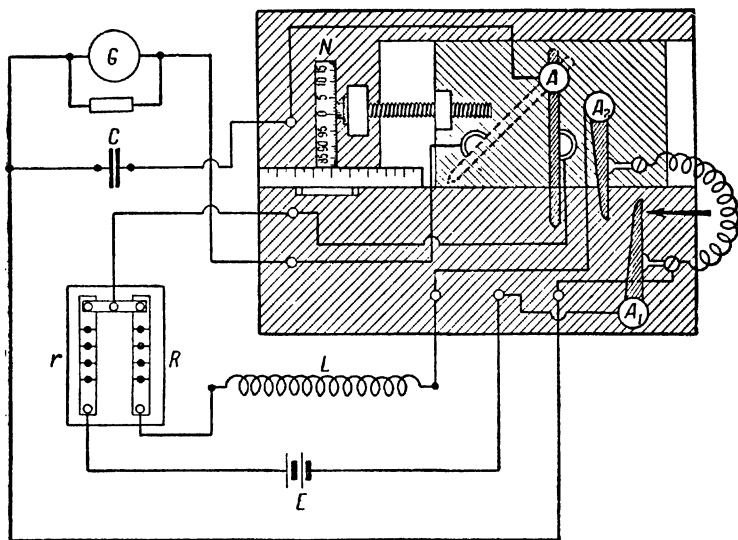


Рис. 225.

винта, передвигающего движок с контактами. Число полных оборотов винта отсчитывается по шкале, укрепленной вблизи головки микрометрического винта.

Разрыв контактов  $A_1$  и  $A_2$  и переключение контакта  $A$  производятся механическим маятниковым приспособлением (см. ниже), движущимся в направлении стрелки, указанной на рисунке. Изменение расстояния между контактами  $A_1$  и  $A_2$  приводит к тому, что разрыв этих контактов может осуществляться в разные моменты времени, варьируя тем самым промежуток времени между началом изучаемого колебательного разряда (разрыв контакта  $A_1$ ) и его обрывом на той или иной фазе (разрыв контакта  $A_2$ ).

Весь механизм укреплен на горизонтальной консоли под точкой подвеса тяжелого жесткого маятника, представляющего собой треугольную форму, подвешенную вдоль одного из своих ребер. На своем нижнем конце маятник имеет эбонитовый стержень, который

при движении маятника в направлении стрелки размыкает по очереди контакты  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A$  и переводит последний в новое положение (указанное на рис. 225 пунктиром).

Если расстояние между контактами  $A_1$  и  $A_2$  невелико по сравнению с амплитудой первого колебания маятника и контакты находятся вблизи точки равновесия маятника, то можно считать, что он движется на протяжении этого расстояния с постоянной скоростью. Благодаря этому отсчет времени можно заменить пропорциональными ему расстояниями  $A_1A_2$ , измеряемыми в оборотах винта.

Сбоку от маятника на правой стороне консоли имеется приспособление для спуска маятника, состоящее из крючка, зацепляющегося за одну из перекладин фермы и отпускающего ее при дергании за шнурок. Контакты  $A_1$ ,  $A_2$  снабжены пружинками, не позволяющими им после прохождения маятника самостоятельно вернуться в первоначальное положение и вновь замкнуть электрические цепи. Пружинка контакта  $A$  обеспечивает его замыкание в новом положении. По укреплении же маятника вновь на пусковом крючке контакты возвращаются в исходное положение вручную экспериментатором.

При работе необходимо постоянно следить за чистотой контактов прерывателя и за тем, чтобы они всегда достаточно плотно прилегали друг к другу. Неисправность контактов в громадном большинстве случаев является основной причиной, искажающей получаемые результаты.

Для измерения изучаемой величины — разности потенциалов на конденсаторе — служит баллистический гальванометр, отбросы которого пропорциональны заряду на конденсаторе, а следовательно, при неизменной емкости его пропорциональны разности потенциалов на конденсаторе (см. задачу 70). Включение гальванометра производится, как было уже указано, при помощи контакта  $A$  после разрыва контактов  $A_1$  и  $A_2$  (и того же контакта  $A$  в его первом положении).

Часть  $r$  магазина сопротивлений включена в цепь зарядки конденсатора и служит для регулировки начальных значений заряда на конденсаторе и силы тока в катушке  $L$  так, чтобы они соответствовали чувствительности данного гальванометра. Остальная часть этого магазина  $R$ , входящая в состав колебательного контура, определяет сопротивление контура, вызывающее затухание колебаний.

### *Упражнение 1*

#### **Исследование собственных колебаний с малым затуханием**

**Измерения.** Собрав схему согласно рис. 225, устанавливают при помощи винта  $N$  контакты  $A_1$  и  $A_2$  в одной плоскости с тем, чтобы обе цепи размыкались по возможности одновременно. В магазине сопротивлений включают сопротивление  $r$ , соответствующее чув-

ствительности данного гальванометра, а  $R$  делают равным нулю. Зацепив маятник за спусковой крючок и установив осветитель гальванометра так, чтобы световой указатель примерно совпал с серединой отсчетной шкалы гальванометра, записывают его показание и готовятся к производству отсчетов.

Спускают маятник с пускового крючка и тотчас по размыкании им обоих контактов  $A_1$  и  $A_2$  наблюдают и записывают первый отброс гальванометра. Измерения повторяют раза три. Если отдельные отсчеты будут заметно различаться между собой, то число отсчетов увеличивают. В дальнейшем для построения хода кривой разряда используется среднее значение отбросов.

Поворачивая винт  $N$  на полтора оборота, увеличивают этим расстояние между контактами и повторяют тот же процесс измерения. Таким образом получают вторую точку кривой.

Продолжая дальше такими же этапами увеличивать расстояние между контактами, производят измерения до тех пор, пока не получат для будущего графика зависимости хода разряда от времени по крайней мере целой волны. О том, что она получена, можно судить по двукратной смене направлений отбросов указателя гальванометра на шкале.

Определяют период колебаний маятника  $\tau$ , отсчитав по секундомеру время его десяти полных колебаний. Определяют амплитуду колебаний маятника, измерив при помощи линейки расстояние между контактом  $A_1$  и концом маятника, когда последний укреплен на пусковом крючке. Эти данные используются для определения периода разряда.

**Обработка результатов опыта.** Результаты опыта представляются в виде графика, изображающего ход изменения во времени разности потенциалов на пластинах конденсатора. Для построения этого графика откладывают по оси абсцисс отрезки, пропорциональные расстоянию между контактами в моменты их разрывов. Эти расстояния пропорциональны промежуткам времени, прошедшим с момента начала разряда. Расстояние между контактами можно условно выражать на графике непосредственно в оборотах винта. На оси ординат графика откладывают средние значения отбросов указателя гальванометра для каждого положения контактов.

Опыт позволяет также произвести определение периода колебаний разряда и сравнить найденную величину периода с ее значением, вычисленным по формуле (5). Последнее делается следующим образом.

Уравнение движения маятника, совершающего гармонические колебания, имеет, как известно, вид

$$x = A \sin \frac{2\pi}{\tau} t,$$

где  $A$  — амплитуда колебания, а  $\tau$  — период колебания маятника.

Скорость маятника получим дифференцированием этого выражения:

$$u = \frac{dx}{dt} = A \frac{2\pi}{\tau} \cos \frac{2\pi}{\tau} t.$$

Вблизи положения равновесия

$$\cos \frac{2\pi}{\tau} t \approx 1$$

и

$$u = \frac{2\pi A}{\tau}.$$

С другой стороны, зная  $l$  — ход винта —, можно определить  $B$  — расстояние — в сантиметрах между контактами, соответствующее одному периоду электрических колебаний:

$$B = ln,$$

где  $n$  — то же расстояние в оборотах винта. Тогда

$$T = \frac{B}{u} = \frac{ln\tau}{2\pi A}.$$

Полученное по этой формуле значение периода сравнивается со значением, вычисленным по формуле (5).

### Упражнение 2

#### Исследование собственных колебаний со значительным затуханием и определение декремента затухания

**Измерения.** В магазине сопротивлений включают сопротивление  $R$  около 60—70 ом. Затем повторяют все измерения совершенно так же, как в упражнении 1. Результаты измерений опять иллюстрируют графиком хода разряда во времени.

**Вычисления.** Логарифмический декремент затухания определяется по формуле (6), причем вместо  $V_n$  и  $V_{n+1}$  берутся пропорциональные им величины отбросов в первом и втором максимумах полученной кривой.

### Упражнение 3

#### Изучение аperiodического разряда конденсатора

**Измерения.** Измерения производятся так же, как в упражнении 2, лишь сопротивлению  $R$  дается значение около 160 ом. Результаты измерений опять иллюстрируют графиком хода разряда во времени.



**Технические данные установки.** Маятник с пусковым механизмом и тройным прерывателем изготовлен в мастерских физического факультета университета. В работе используется низковольтный конденсатор емкостью 10—20 мкф, магазин сопротивлений до 1000 ом, индуктивность около 0,3 гн, баллистический гальванометр марки М-21/2, аккумулятор на 1,2 в, секундомер.

### ЛИТЕРАТУРА

1. С. Г. К а л а ш н и к о в, Электричество, Гостехиздат, 1956.
2. Курс физики под редакцией Н. Д. П а п а л е к с и, т. II, Гостехиздат, 1948.
3. А. И. Т у д о р о в с к и й, Электричество и магнетизм, ч. II, ОНТИ, 1935.

### СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

4. С. П. С т р е л к о в, Введение в теорию колебаний, Гостехиздат, 1950.

## ЗАДАЧА 87

### ОЗНАКОМЛЕНИЕ С РАБОТОЙ ЛАМПОВОГО ГЕНЕРАТОРА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ КОЛЕБАНИЙ И ИССЛЕДОВАНИЕ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ В КОНТУРАХ С РАЗНОЙ ДОБРОТНОСТЬЮ <sup>1)</sup>

Автоколебательная система, в которой могут возникать и самостоятельно поддерживаться электромагнитные колебания, носит название генератора электромагнитных колебаний. В первой части настоящей задачи рассматривается работа одного из простейших генераторов с одной электронной лампой. Схема используемого генератора изображена на рис. 226.

Как видно из этой схемы, в анодную цепь лампы включен колебательный контур генератора. Колебательный контур состоит из конденсатора  $C_A$  и двух катушек самоиндукции  $L_A$  и  $L_1$ . Первая из этих катушек вместе с конденсатором образует колебательный контур. Включенная последовательно с первой катушкой и конденсатором малая катушка с  $L_1 \ll L_A$  введена в схему только для обеспечения индуктивной связи генератора с другим колебательным контуром, изображенным в правой части рисунка. Эта индуктивная связь используется для возбуждения колебаний во втором резонансном контуре, очень слабо связанном с первым и потому не имеющем прямого отношения к работе основного генератора (см. упражнение 2).

<sup>1)</sup> Задачу рекомендуется выполнять после задач 86 и 65, выполняя которые, можно ознакомиться с процессом колебаний в простейшем контуре и с принципами действия электронной лампы.

Считая известным общий ход процесса колебаний в контуре, состоящем из емкости и индуктивности, остановимся только на механизме поддержания в нем незатухающих колебаний.

В схеме генератора имеется катушка  $L_c$ , включенная в цепь сетки лампы и индуктивно связанная с основной катушкой колебательного контура. Назначение этой катушки и лампы состоит в том, чтобы обеспечить за счет анодной батареи периодическое пополнение запаса энергии в контуре, расходуемого в процессе колебаний на выделение тепла в проводах и на излучение электромагнитных волн. Для пополнения энергии контура необходимо, чтобы значение переменного управляющего напряжения на сетке

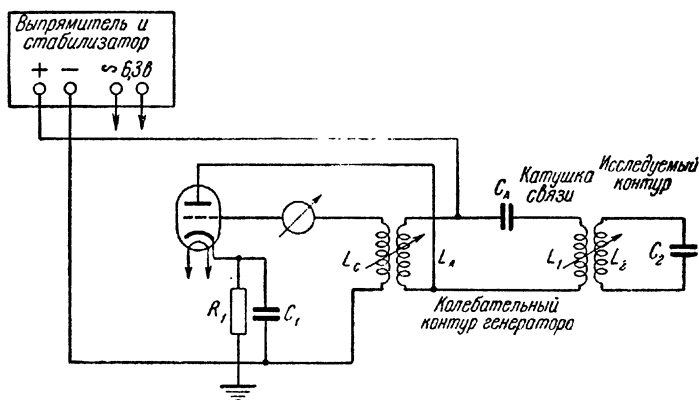


Рис. 226.

лампы всегда содействовало ходу колебательных процессов в контуре генератора. Для этого фаза переменного напряжения на сетке лампы должна быть противоположна фазе переменного напряжения на аноде лампы.

Подача на сетку лампы нужного напряжения обеспечивается индуктивной связью сеточной катушки с катушкой колебательного контура. Эта связь носит название обратной связи колебательного контура с сеткой лампы, управляющей анодным током. Для того чтобы индуцированное в сеточной катушке напряжение было в нужной фазе, существенно направление намотки катушки или порядок присоединения ее концов между катодом и сеткой лампы. В зависимости от этого условия обратная связь может быть положительной, т. е. поддерживающей колебания в контуре или отрицательной, т. е. препятствующей развитию колебаний в контуре. Последнее будет иметь место при нарушении указанного выше фазового соотношения. Амплитуда колебаний в генераторе зависит от величины обратной связи сетки лампы с колебательным контуром. Поэтому индуктивная связь сеточной и анодной катушек делается

иногда регулируемой. Регулировка обратной связи в нашем случае осуществляется изменениями взаимной ориентации двух катушек (рис. 227) сетки и колебательного контура. Величина обратной связи колебательного контура с сеткой лампы (т. е. коэффициент взаимной индукции их катушек) должна быть, разумеется, достаточна для того, чтобы импульсы анодного тока компенсировали потери энергии колебательным контуром.

Наличие в катушке сетки индуцированных напряжений при работе генератора приводит к возникновению тока в цепи сетки лампы, когда мгновенные значения напряжения между сеткой и катодом положительны. Среднее значение силы этого тока может быть измерено с помощью прибора постоянного тока, включенного в цепь сетки. Наличие этого тока может быть использовано в качестве простейшего индикатора работы генератора. Отсутствие сеточного тока в условиях настоящей задачи говорит обычно о неправильном включении в схему концов сеточной катушки. Постоянство значения силы сеточного тока может служить указанием на стабильность амплитуды колебаний в генераторе.

Самостоятельным элементом в схеме генератора (рис. 226) являются параллельно соединенные конденсатор  $C_1$  и сопротивление  $R_1$ , включенные в цепь катода лампы. Присутствие этих элементов в схеме генератора связано с выбором определенного режима работы лампы.

Режим работы лампы обычно выбирается так, чтобы при отсутствии колебаний напряжение на управляющей сетке было отрицательным по отношению к катоду. Это необходимо для лучшего использования линейного участка характеристики лампы и для уменьшения начального значения анодного тока. Для создания отрицательного сеточного напряжения в настоящей задаче используется так называемое *автоматическое смещение* потенциала сетки за счет падения напряжения на дополнительном сопротивлении  $R_1$  в цепи катода (рис. 226). При протекании постоянной слагающей анодного тока лампы через это сопротивление катод приобретает положительный потенциал относительно сетки. Чтобы этот потенциал практически не изменялся при наличии в анодном токе переменной составляющей, параллельно этому сопротивлению включен конденсатор  $C_1$  достаточно большой емкости.

Условия генерирования колебаний в контуре являются одним из важнейших вопросов физики колебательных процессов. Разбор этих условий, однако, выходит за рамки настоящего руководства.

Выполняющие задачу могут ознакомиться с этим вопросом по указанной специальной литературе.

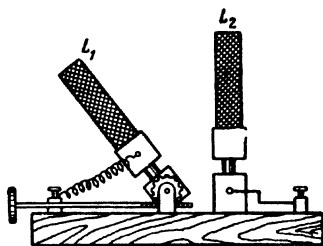


Рис. 227.

## Упражнение 1

## Сборка и включение лампового генератора

Все основные детали схемы размещены на лабораторном столе. Необходимо ознакомиться с этими деталями и привести их в соответствие с обозначениями на схеме. Затем надо собрать схему и включить ее (после проверки преподавателем).

Необходимо добиться возникновения колебаний в генераторе (частота 120 кГц). Для этого сначала устанавливают достаточно сильную обратную связь. Если прибор, включенный в цепь сетки, не дает показаний, то необходимо переключить концы сеточной катушки для того, чтобы обеспечить необходимое фазовое соотношение между переменными напряжениями на сетке и на аноде лампы. Очевидно, что цель может быть достигнута только переключением концов на клеммах сеточной катушки, но не перестановкой и поворотом катушки в гнездах панельки.

После того как появился сеточный ток и удалось убедиться, что его сила зависит от индуктивной связи между сеточной катушкой и колебательным контуром, включают генератор и приступают к сборке резонансного контура.

## Упражнение 2

## Исследование вынужденных колебаний и явления резонанса в контурах с разной добротностью

В настоящем упражнении исследуются вынужденные колебания в контуре, индуктивно связанном с контуром генератора (рис. 226). Исследуемый контур состоит из катушки самоиндукции  $L$ , безындукционного сопротивления  $R$  (на рисунке не показано) и прокалиброванного конденсатора переменной емкости  $C$ . Кроме того, для исследования колебаний в контуре в него должен быть включен измерительный прибор. (Он не показан на рис. 226, чтобы не загромождать схемы, но изображен отдельно ниже, на рис. 229.)

Колебания в контуре возбуждаются электродвижущей силой, наводимой генератором через посредство катушки связи  $L_1$  в индуктивности контура  $L_2$ . Амплитуда этой электродвижущей силы  $\mathcal{E}_0$  определяется значением коэффициента взаимной индукции  $M$  катушек  $L_2$  и  $L_1$  и амплитудой производной по времени от силы тока в генераторе  $\frac{di}{dt}$ . Таким образом,  $\mathcal{E}_0 = M \left| \frac{di}{dt} \right| = M \omega i_0$ . Частота этой электродвижущей силы есть, очевидно, частота  $\omega$  генератора.

При исследовании вынужденных колебаний представляет всегда большой практический и теоретический интерес изучение зависи-

мости интенсивности колебаний от соотношения между частотой вынуждающего воздействия и собственной частотой системы. Это соотношение между частотами можно изменять двумя способами. Можно либо изменять частоту внешнего воздействия на систему  $\omega$  (в данном случае частоту генератора)<sup>1)</sup>, либо изменять собственную частоту системы посредством изменения значений параметров системы. В настоящей задаче используется второй способ, т. е. частота генератора остается неизменной, но изменяются параметры исследуемого контура.

Частота колебаний в контуре определяется в основном его емкостью и индуктивностью. В настоящем упражнении изменяется один параметр контура — его емкость. Поэтому в контур включен прокалиброванный конденсатор переменной емкости. Калибровочная кривая конденсатора прилагается непосредственно к используемому прибору.

Амплитуда силы тока в контуре

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}}$$

(закон Ома для переменного тока) имеет максимальное значение  $I_{\text{рез}} = \frac{\mathcal{E}_0}{R}$  при резонансе, когда  $\omega^2 = \frac{1}{LC}$ , т. е. когда частота внешней электродвижущей силы  $\omega$  равна частоте свободных колебаний в контуре. Для того чтобы исследование значения амплитуды силы тока имело более общий характер, удобно ввести безразмерную величину

$$y = \left(\frac{I_0}{I_{\text{рез}}}\right)^2 = \frac{R^2}{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}.$$

Последнее соотношение представляет собой уравнение резонансной кривой в безразмерной форме. Преобразуем его так, чтобы можно было удобно проследить зависимость  $y$  от одного из главных параметров контура, в нашем случае от емкости контура. (Заметим, что все последующие рассуждения можно совершенно так же провести для случая изменения индуктивности; окончательные результаты будут в обоих случаях одинаковыми.) Обозначим через  $C_{\text{рез}}$  значение емкости при резонансе, через  $x$  — отношение  $\frac{C_{\text{рез}}}{C}$  и через  $Q_{\text{рез}}$  добротность контура  $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$  при резонансе. Тогда уравнение резонансной кривой примет вид

$$y = \left(\frac{I_0}{I_{\text{рез}}}\right)^2 = \frac{1}{(1 - x^2) Q_{\text{рез}}^2 + 1}. \quad (1)$$

<sup>1)</sup> С этим способом можно познакомиться в задачах 88 и 89.

Резонансная кривая (рис. 228) в этом случае будет симметричной относительно точки  $x = 1$ .

Нетрудно найти связь так называемой п о л у ш и р и н ы резонансной кривой со значением добротности контура при резонансе  $Q_{\text{рез}}$ . Так как кривая симметрична, то можно назвать половиной относительной ширины резонансной кривой величину изменения переменного параметра  $\Delta x$ , при которой энергия колебаний (квадрат амплитуды) уменьшится в два раза против резонансного значения. Тогда из (1) следует уравнение для определения  $Q_{\text{рез}}$ :

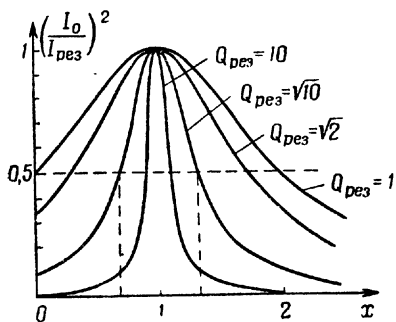


Рис. 228.

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{(\Delta x)^2 Q_{\text{рез}}^2 + 1},$$

откуда

$$Q_{\text{рез}} = \frac{1}{\Delta x}. \quad (2)$$

Таким образом, добротность при резонансе равна обратной величине п о л о в и н ы относительной ширины резонансной кривой для квадратов амплитуд (в отличие от резонансной кривой при переменной частоте, когда добротность системы обратна относительной ш и р и н е резонансной кривой для квадратов амплитуд).

Экспериментальная часть настоящего упражнения заключается в исследовании зависимости амплитуды силы тока в резонансном контуре от значения включенной в этот контур емкости.

До выполнения измерений следует обратить внимание на то, что все развитые теоретические соображения относились к случаю, когда на исследуемый контур действует электродвижущая сила п о с т о я н н о й амплитуды. Между тем связь контура с генератором может отражаться на режиме работы последнего. Вблизи резонанса даже при слабой связи генератор будет отдавать значительную энергию резонансному контуру, и амплитуда силы тока в генераторе может заметно уменьшиться. Это обстоятельство приведет к искажению формы резонансной кривой, так как от амплитуды силы тока в генераторе зависит амплитуда действующей в контуре электродвижущей силы. Поэтому для того чтобы иметь возможность изучать экспериментально рассмотренный теоретически случай, надо поддерживать п о с т о я н с т в о а м п л и т у д ы с и л ы т о к а в контуре генератора.

Контроль за значением этой величины можно осуществить, включив в контур генератора последовательно с конденсатором и катушкой связи высокочастотный токоизмерительный прибор. Таковым в условиях задачи может служить вакуумный термозлемент

(описание прибора см. ниже). Поддержание постоянства показаний этого прибора осуществляется путем изменения режима работы генератора, когда сила тока в его колебательном контуре начинает падать вблизи резонанса. Изменяя обратную связь между сеткой лампы генератора и его колебательным контуром, можно поддерживать постоянство амплитуды силы тока в колебательном контуре.

Обратимся к рассмотрению способа измерения силы тока в резонансном контуре. Ток в контуре (в условиях задачи) имеет малую амплитуду (порядка  $10^{-4} \text{ а}$ ) и высокую частоту (120 кГц), поэтому для его измерений в контур включается в актуальный термозлемент (рис. 229), сделанный из тоненьких ( $\approx 10^{-2} \text{ мм}$ ) проволочек медь — константан или железо — константан<sup>1)</sup>. Два конца этого термоэлемента поданы на стрелочный гальванометр. Измерения тока высокой частоты становятся возможными потому, что ток в контуре нагревает спай термоэлемента, а возникающая термоэлектродвижущая сила создает постоянный ток в цепи гальванометра<sup>2)</sup>. Термоспай находится в вакууме для того, чтобы уменьшить тепловые потери при нагревании его током; это очень существенно при измерении слабых токов<sup>3)</sup>. Показания гальванометра в такой системе нелинейно связаны с амплитудой силы тока в контуре. Поэтому данная система термоэлемент — гальванометр подвергается совместной калибровке. В данном случае эта калибровка выполнена предварительно, и прибор снабжен калибровочным графиком, расположенным около него.

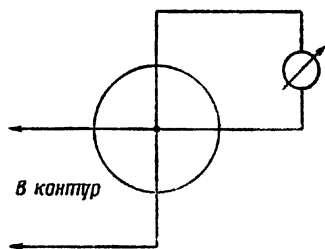


Рис. 229.

Включив генератор, медленно и плавно изменяют включенную в контур емкость. При этом наблюдают за стрелкой гальванометра, включенного в цепь термоэлемента. (Следует иметь в виду, что измерительная система термоэлемента и гальванометра инерционна, и поэтому надо выждать установления показаний гальванометра после каждого изменения емкости конденсатора.) Когда гальванометр начинает давать показания, то это означает, что в исследуемом контуре происходят вынужденные колебания. Очень медленным вращением ручки конденсатора отыскивают максимум

<sup>1)</sup> Напомним, что на основной схеме задачи (рис. 226) этот прибор не показан (как в цепи генератора, так и в цепи резонансного контура).

<sup>2)</sup> Устройство термоэлементов для этих целей бывает весьма различным. Здесь описан случай, когда измеряемый ток высокой частоты проходит непосредственно через спай; в других случаях он проходит только через тоненький проводник, находящийся вблизи спаия и подогревающий этот спай.

<sup>3)</sup> Способ помещения термоспая в вакуум был впервые использован П. Н. Лебедевым в его известных опытах по измерению величины светового давления.

силы тока через гальванометр. Затем, не изменяя настройки конденсатора, регулируют связь между контуром и генератором так, чтобы стрелка гальванометра отклонялась почти на всю шкалу этого прибора <sup>1)</sup>. После этого можно приступить к измерениям.

Приводят конденсатор к нулевому делению его шкалы и затем снимают резонансную кривую при неизменной связи контура с генератором и при неизменном режиме работы генератора. Для снятия кривой последовательно ставят ручку конденсатора на все возрастающие деления его шкалы, записывают их и показания гальванометра, соответствующие каждому используемому значению емкости конденсатора. Когда вблизи резонанса отклонения гальванометра начинают резко расти, ведут измерения через небольшие интервалы значений емкости конденсатора. Вдали от резонанса интервалы изменений емкости могут быть крупнее. Сособенно существенно найти значение емкости, соответствующее вершине резонансной кривой.

В процессе этих и дальнейших измерений поддерживают постоянно показаний токоизмерительного прибора в цепи генератора.

Далее переходят к измерениям для контура с разными значениями дополнительного активного сопротивления, включая для этого в контур сопротивления от 25 до 50 ом.

Сделав после измерений необходимые расчеты, строят графики резонансных кривых. Из каждой полученной кривой находят при помощи формулы (2) значения добротности контура при резонансе  $Q_{\text{рез}}$ . Добротность контура связана с декрементом затухания <sup>2)</sup> колебаний в контуре  $\gamma$  соотношением

$$\gamma = \frac{\pi}{\sqrt{Q^2 - \frac{1}{4}}}, \text{ при-}$$

нимающим при больших добротностях вид  $\gamma \approx \frac{\pi}{Q}$ . Из значений добротности находят значения декремента затухания контура для каждого резонансного максимума.

### Упражнение 3

#### Использование явления резонанса в колебательном контуре для измерений емкостей и самоиндукции

Измерение неизвестных параметров — емкости  $C_x$ , коэффициентов самоиндукции  $L_x$  и коэффициента взаимной индукции  $M$  — производится по методу замещения. В этом случае сопротивление в резонансный контур не включается.

<sup>1)</sup> Как следует из изложенного выше, надо стараться работать при слабой связи контура с генератором. Для усиления тока в контуре можно увеличивать обратную связь в генераторе, увеличивая тем самым амплитуду силы тока в катушке связи.

<sup>2)</sup> См. задачу 86.



Параллельно прокалиброванному конденсатору переменной емкости, использованному в предыдущем упражнении задачи, в резонансный контур включается второй конденсатор переменной емкости, цена делений шкалы которого неизвестна. Вращающаяся система этого конденсатора устанавливается последовательно в нескольких положениях. Для каждого положения диска неизвестного конденсатора находится вершина резонансной кривой <sup>1)</sup> путем вращения диска прокалиброванного конденсатора.

Так как частота генератора остается во всех упражнениях неизменной, то очевидно, что при неизменной индуктивности резонансного контура резонанс будет иметь место, когда сумма емкостей обоих конденсаторов примет значение, равное емкости  $C_{\text{рез}}$ , установленной на прокалиброванном конденсаторе во втором упражнении задачи:

$$C_x + C' = C_{\text{рез}}.$$

Отсюда

$$C_x = C_{\text{рез}} - C',$$

где  $C'$  — емкость, введенная в калиброванный конденсаторе в новых условиях резонанса.

Измерение коэффициентов самоиндукции  $L_x$  и взаимной индукции  $M$  производится на основании тех же соображений. Именно в резонансный контур теперь включают неизвестную катушку самоиндукции, вводя ее в цепь последовательно с основной катушкой резонансного контура <sup>2)</sup>, индуктивность которой  $L_0$  должна быть указана.

После этого вновь отыскивают вершину резонансной кривой. Она будет соответствовать опять новому отсчету  $C''$  на прокалиброванном конденсаторе.

Из условия постоянства периода вынуждающего генератора имеем

$$L_0 C_{\text{рез}} = (L_x + L_0) C''.$$

Отсюда

$$L_x = L_0 \left( \frac{C_{\text{рез}}}{C''} - 1 \right).$$

Таким образом, может быть измерен коэффициент самоиндукции нескольких катушек.

Этим же приемом можно воспользоваться и для измерения коэффициента взаимной индукции двух индуктивно связанных катушек.

<sup>1)</sup> В настоящей задаче используется приближенный метод измерения емкости и самоиндукции по определению положения вершины резонансной кривой, что не может быть сделано точно. Точный метод измерения по ширине резонансной кривой описан в задачах 88 и 89.

<sup>2)</sup> Индуктивной связи между катушками нет.

Коэффициент взаимной индукции двух катушек определяется, как известно, величиной магнитного потока, пронизывающего контур одной из катушек, когда по другой катушке идет ток силой в единицу. Поэтому коэффициент взаимной индукции катушек зависит от геометрического расположения катушек и от магнитной проницаемости среды, в которой они расположены (рис. 230).

Измерение проводится следующим образом. Две из числа промеренных в отдельности катушек включаются в цепь резонансного контура последовательно друг с другом и с основной катушкой этого контура. Исследуемые катушки ставятся в особом держателе. В этих условиях опять прежним методом отыскивается положение  $C_1$  — вершины резонансной кривой на калиброванном конденсаторе резонансного контура. Затем переключаются концы у одной из этих двух катушек. Тогда, очевидно, коэффициент взаимной индукции сохранит прежнее значение, но общая индуктивность контура уменьшится из-за изменения направления магнитного потока, пронизывающего катушки. После этого вновь отыскивается вершина резонансной кривой  $C_{II}$  по отсчету на прокалиброванном конденсаторе контура.

Из условия неизменности частоты генератора можно написать

$$(L_0 + L_1 + L_2 + 2M) C_1 = (L_0 + L_1 + L_2 - 2M) C_{II}.$$

Отсюда

$$M = \frac{L_0 + L_1 + L_2}{2} \frac{C_{II} - C_1}{C_{II} + C_1}.$$

Очевидно, что порядок измерений при условиях параллельности или антипараллельности общего магнитного потока в катушках их собственным магнитным потокам не играет роли. Важно лишь, чтобы взаимный наклон катушек не менялся при переключении концов у одной из них (для второго измерения).

В этом упражнении нет надобности снимать всю резонансную кривую при каждом измерении емкости или индуктивности. Важно лишь сделать несколько отсчетов для точек, расположенных на ее вершине, а также до и после положения максимума резонансной кривой. Эти точки дают возможность построить вершину кривой и убедиться в правильном ходе измерений.

**Технические данные установки.** В схеме генератора используется лампа 6С5. Индуктивности сотовых катушек и емкости конденсаторов подбираются так, чтобы частота генератора составляла несколько сотен килогерц.

## ЛИТЕРАТУРА

1. С. Г. К а л а ш н и к о в, Электричество, Гостехиздат, 1956.
2. Г. С. Г о р е л и к, Колебания и волны, Физматгиз, 1959.

## СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

3. Г. В. В о й ш в и л л о, Общий курс радиотехники, Связьиздат, 1948.
4. С. П. С т р е л к о в, Введение в теорию колебаний, Гостехиздат, 1950.

## ЗАДАЧА 88

## ИЗУЧЕНИЕ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ И ЯВЛЕНИЯ РЕЗОНАНСА В КОЛЕБАТЕЛЬНОМ КОНТУРЕ

В настоящей задаче исследуются вынужденные колебания в колебательном контуре, соединенном с источником электродвижущей силы переменной частоты. Источник может быть соединен с простейшим колебательным контуром последовательно (рис. 231, а) или параллельно (рис. 231, б). В настоящей задаче применяется первый способ включения источника.

При исследовании вынужденных колебаний большой интерес представляет изучение зависимости интенсивности колебаний от соотношения между частотой вынуждающего воздействия  $\omega$  и собственной частотой незатухающих колебаний в системе ( $\omega_0 = \frac{1}{LC}$ ).

Интенсивность установившихся вынужденных электромагнитных колебаний в контуре может быть охарактеризована разными

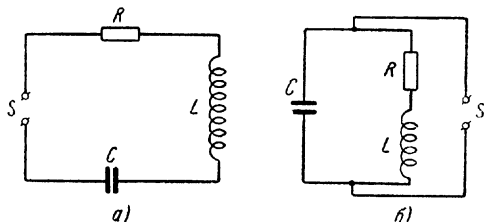


Рис. 231.

величинами: 1) амплитудой силы тока, 2) амплитудой разности потенциалов на пластинах конденсатора, 3) амплитудой напряжения на индуктивности контура и т. д. Амплитуда каждой из этих величин выражается особой функцией отношения  $\gamma = \frac{\omega}{\omega_0}$ . Каждая из этих функций, носящих общее название уравнений резонансных кривых, имеет характерный максимум (если добротность контура  $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$  не слишком мала) при своем значении величины  $\gamma$  (рис. 232).

Соотношение между частотами  $\omega$  и  $\omega_0$  может изменяться двумя способами: его можно варьировать либо путем изменения значения  $\omega_0$  (т. е. путем изменения параметров контура  $L$  и  $C$ ), либо путем изменения частоты  $\omega$ , действующей в контуре электродвижущей силы. С применением первого способа, аналогичного процессу настройки радиоприемника на частоту определенной радиостанции, можно познакомиться в описании задачи 87. В настоящей задаче контур не настраивается, но изменяется частота вынуждающей электродвижущей силы. Источником электродвижущей силы переменной частоты служит генератор стандартных сигналов (модель ГСС-6). Его применение объяснено ниже в описании приборов и измерений.

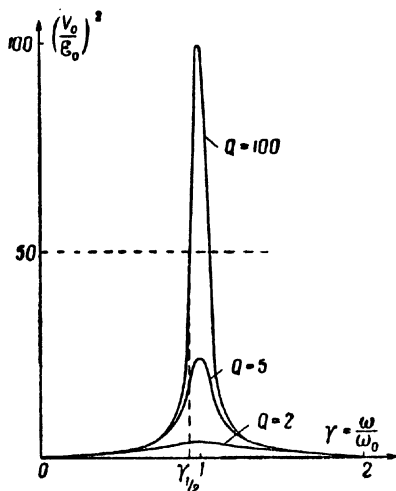


Рис. 232.

В задаче исследуется зависимость амплитуды  $V_0$  переменного напряжения на конденсаторе от величины  $\gamma = \frac{\omega}{\omega_0}$ . Уравнение резонансной кривой для величины  $V_0$  может быть получено следующим образом. Напишем уравнение вынужденных колебаний в нашем контуре

$$L \frac{dI}{dt} + RI + \frac{e}{C} = \mathcal{E}_0 \sin \omega t$$

(второй закон Кирхгофа).

Учитывая, что сила тока  $I = \frac{de}{dt}$  (где  $e$  — заряд на конденсаторе), можно написать

$$L \frac{d^2 e}{dt^2} + R \frac{de}{dt} + \frac{e}{C} = \mathcal{E}_0 \sin \omega t,$$

где  $\mathcal{E}_0$  — амплитуда включенной в контур электродвижущей силы. Решением этого уравнения будет (мы рассматриваем только установившиеся вынужденные колебания) функция

$$e = e_0 \sin(\omega t + \varphi),$$

где

$$e_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{R^2 \omega^2 + L^2 (\omega^2 - \omega_0^2)^2}},$$

в чем можно убедиться непосредственной ее подстановкой в уравнение колебаний. Воспользовавшись обозначениями

$$\gamma = \frac{\omega}{\omega_0} \quad \text{и} \quad \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = Q$$

(добротность контура), получим

$$e_0 = \frac{\mathcal{E}_0 C}{\sqrt{(1 - \gamma^2)^2 + \frac{\gamma^2}{Q^2}}}.$$

Нас интересует амплитуда напряжения на конденсаторе  $V_0 = \frac{e_0}{C}$ , следовательно,

$$V_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{(1 - \gamma^2)^2 + \frac{\gamma^2}{Q^2}}}.$$

Последнее соотношение есть искомое уравнение резонансной кривой для амплитуды напряжения на конденсаторе. Для дальнейшего исследования этой кривой и для сопоставления ее графика с результатами опыта удобнее написать ее уравнение в безразмерной форме

$$y = \left( \frac{V_0}{\mathcal{E}_0} \right)^2 = \frac{1}{(1 - \gamma^2)^2 + \frac{\gamma^2}{Q^2}} = \frac{Q^2}{Q^2(1 - \gamma^2)^2 + \gamma^2}.$$

Функция эта имеет максимум при значении

$$\gamma = \gamma_{\text{рез}} = \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}.$$

Из полученного выражения легко найти, что резонанс для  $V_0$  наступает при частоте внешней электродвижущей силы

$$\omega_{\text{рез}}^2 = \omega_0^2 - \frac{1}{2} \frac{R^2}{L^2} = \frac{1}{LC} - \frac{1}{2} \frac{R^2}{L^2},$$

откуда получаем при малом затухании, в контуре (добротность контура  $Q \gg 1$ )

$$\omega_{\text{рез}} \approx \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Подставляя значение  $\omega_{\text{рез}}$  в выражение для  $V_0$ , находим максимальное (резонансное) значение этой величины

$$V_{\text{рез}} = \frac{\mathcal{E}_0}{CR \sqrt{1 - \frac{R^2}{4L^2}}}.$$

В случае малого затухания в контуре

$$V_{\text{рез}} \approx \frac{\mathcal{E}_0}{CR} \sqrt{LC} = \mathcal{E}_0 Q.$$

Отсюда видно, что при резонансе амплитуда напряжения на конденсаторе может быть больше значения амплитуды, включенной

в контур электродвижущей силы. Исходя из последнего выражения для  $V_{\text{рез}}$ , можно дать определение величины добротности контура ( $Q = \frac{V_{\text{рез}}}{\mathcal{E}_0}$ ) как отношения амплитуды напряжения на конденсаторе при резонансе к амплитуде электродвижущей силы.

Безразмерные резонансные кривые для напряжения на конденсаторе изображены на рис. 232. По ним нетрудно определить добротность контура, входящую как параметр в уравнение резонансной кривой. Это делается следующим образом.

Найдем значение  $\gamma = \gamma_{1/2}$ , при котором квадрат амплитуды напряжения на конденсаторе уменьшается вдвое по сравнению с его значением при резонансе. Из условия  $Q^2(1 - \gamma_{1/2}^2)^2 - \gamma_{1/2}^2 = 2$  находим

$$\gamma_{1/2}^2 = 1 - \frac{1}{2Q^2} \pm \frac{1}{Q} \sqrt{1 + \frac{1}{4Q^2}}$$

или, пренебрегая членами порядка  $\frac{1}{Q^2}$  (т. е. имея в виду контуры, для которых  $Q \gg 1$ ), получаем

$$\gamma_{1/2}^2 = 1 \pm \frac{1}{Q} \quad \text{или} \quad \gamma_{1/2} = 1 \pm \frac{1}{2Q}.$$

Как следовало ожидать, существует два значения  $\gamma_{1/2}$  по обе стороны максимума резонансной кривой, при которых отношение  $\left(\frac{V_0}{\mathcal{E}_0}\right)^2$  в два раза меньше своего максимального значения. При сделанном предположении о том, что  $Q \gg 1$ , эти два значения лежат симметрично относительно точки  $\gamma = 1$ ; обозначим их через  $\gamma'_{1/2}$  и  $\gamma''_{1/2}$ . Тогда добротность контура

$$Q = \frac{1}{\gamma'_{1/2} - \gamma''_{1/2}}. \quad (1)$$

Следовательно, если на экспериментально полученном графике резонансной кривой  $\left(\frac{V_0}{\mathcal{E}_0}\right)^2 = f(\gamma)$  провести на уровне  $\frac{1}{2} \left(\frac{V_0}{\mathcal{E}_0}\right)^2$  прямую, параллельную оси  $\gamma$ , то абсциссы точек пересечения этой прямой с резонансной кривой дадут значения  $\gamma'_{1/2}$  и  $\gamma''_{1/2}$ . Затем, воспользовавшись выражением (1), можно найти величину  $Q$ .

Целью настоящей задачи является получение экспериментальным путем нескольких резонансных кривых для разных контуров и определение по ним добротности этих контуров при помощи соотношения (1).

**Описание приборов.** При измерениях используются три основных устройства: исследуемые контуры, катодный вольтметр ВКС-7, генератор сигналов ГСС-6. Различные контуры создаются в ходе выполнения задачи путем соединения одной катушки с разными конденсаторами и путем включения разных сопротивлений (3—45 ом).

Напряжение на конденсаторе контура измеряется при помощи катодного вольтметра ВКС-7. С работой такого вольтметра можно познакомиться по литературе, указанной в конце задачи, и по имеющемуся в практикуме заводскому описанию прибора. В условиях данной задачи катодный вольтметр необходим, так как измерения происходят на высокой частоте, и нужен прибор не только высокочастотный, но и такой, который не шунтирует заметным образом конденсатор исследуемого контура.

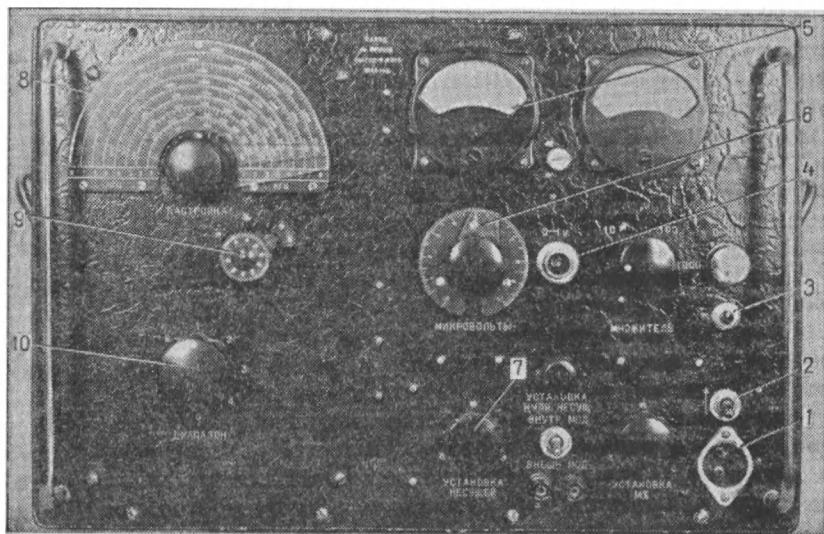


Рис. 233.

Используемый в задаче генератор стандартных сигналов ГСС-6 <sup>1)</sup> позволяет получать синусоидальные колебания в широком диапазоне частот — от 100 кГц до 26 МГц. На рис. 233 дана фотография передней панели генератора, на которой расположены ручки управления и показывающие приборы. В данной задаче генератор используется частично, поэтому ниже дается описание лишь той части его, которая необходима в работе.

Генератор включается в сеть переменного тока (120 в) с помощью шнура, идущего от гнезда 1 (рис. 233). После перекидывания тумблера 2 в верхнее положение загорается сигнальная лампочка 3; это значит, что прибор включен в сеть. Исследуемая схема подключается к генератору с помощью шнура, идущего от гнезда 4

<sup>1)</sup> Познакомиться с устройством генератора можно по имеющемуся в практикуме заводскому описанию этого прибора.

и имеющего на конце два штекера и наконечник для присоединения брони шнура к земле.

С генератора можно снимать напряжения до 1,5 в; величину напряжения показывает прибор 5. Регулировка напряжения производится ручками 6 и 7. Например, для того чтобы на выходе генератора было напряжение в 1 в, необходимо поставить ручку 6 на положение 10 по ее шкале, а затем вращением ручки 7 добиться того, чтобы стрелка прибора 5 показала 1 в (вся шкала прибора соответствует 1,5 в).

Напряжение на выходе генератора изменяется с частотой, поэтому при работе нужно все время следить за показанием прибора 5 и поддерживать постоянное напряжение. При работе используется на выходе генератора напряжение 0,8 в.

Шкала настройки 8, вращаемая с помощью ручки 9, разделена на 8 поддиапазонов, переключение которых производится ручкой 10. На ручке имеется указатель, который следует поставить против цифры, указывающей диапазон. Рекомендуемые для работы диапазоны частот указаны непосредственно на установке.

После окончания работы генератор выключают перекидыванием тумблера 2 вниз.

**Измерения и их обработка.** Собрав схему и включив катодный вольтметр, надо включить генератор и, убедившись в том, что вся система работает, можно приступить к измерениям.

Указанным выше способом составляют разные контуры из одной и той же индуктивности и разных емкостей (сопротивления пока не включают). Снимают резонансные кривые для каждого контура. При этом приходится варьировать частоту генератора от 100 до 500 кГц. Особенно малыми ступенями надлежит изменять частоту генератора вблизи вершины резонансной кривой. Напряжение на выходе генератора необходимо поддерживать все время неизменным (0,8 в). На основании сделанных измерений выбирают контур с максимальной добротностью, т. е. контур, дающий максимальное значение напряжения на конденсаторе. Затем, вводя в этот контур последовательно возрастающие безындукционные сопротивления (3—45 ом), понижают добротность выбранного контура и снимают резонансные кривые для каждого значения сопротивления. Таким образом изучается влияние добротности контура на форму его резонансной кривой.

Полученные результаты всех измерений обрабатывают в виде графиков безразмерных резонансных кривых построением зависимости  $\left(\frac{V_0}{E_0}\right)^2$  от  $\gamma$ . Необходимое для определения величины  $\gamma$  значение  $\omega_0$  полагают равным той частоте генератора, для которой изучаемый контур до введения в него дополнительных сопротивлений давал максимальную амплитуду напряжения на конденсаторе.



Из всех построенных графиков резонансных кривых определяют добротность контуров. Используя связь с добротностью декремента затухания колебаний в контуре  $\vartheta \approx \frac{\pi}{Q}$ , находят декременты затухания для каждого контура. Для каждого графика указывают величину  $\gamma'_{1/2} - \gamma''_{1/2}$ , т. е. относительную ширину резонансной кривой. Необходимо построить еще резонансные кривые зависимости  $\left(\frac{V_0}{E_0 Q}\right)^2$  от  $\gamma$ , т. е. резонансные кривые, вершина которых пронормирована к единице. На них особенно наглядно видна зависимость остроты резонанса от добротности контура  $Q$ .

**Технические данные установки.** В задаче используются: генератор стандартных сигналов ГСС-6, катодный вольтметр ВКС-7; данные об используемых контурах и частотах приведены в тексте описания.

### ЛИТЕРАТУРА

1. С. Г. К а л а ш н и к о в, Электричество, Гостехиздат, 1956.

### СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

2. С. П. Стрелков, Введение в теорию колебаний, Гостехиздат, 1950.
3. Г. С. Горелик, Колебания и волны, Физматгиз, 1959.
4. А. К. Баилин, Радиоизмерения, Воениздат, 1949.
5. Б. П. Асеев, Основы радиотехники, Связьиздат, 1947.
6. В. А. Котельников, А. М. Николаев, Основы радиотехники, ч. I, Связьиздат, 1950.
7. Н. Н. Малов, Курс электротехники и радиотехники, Физматгиз, 1959.

## ЗАДАЧА 89

### ИЗУЧЕНИЕ ЯВЛЕНИЙ В КОЛЕБАТЕЛЬНОМ КОНТУРЕ, ВКЛЮЧЕННОМ ПАРАЛЛЕЛЬНО ИСТОЧНИКУ ЭЛЕКТРОДВИЖУЩЕЙ СИЛЫ ПЕРЕМЕННОЙ ЧАСТОТЫ

В настоящей задаче изучаются явления, имеющие место при включении колебательного контура параллельно источнику внешней электродвижущей силы (рис. 234)<sup>1)</sup>.

Рассмотрим сопротивление  $Z$ , которое представляет этот контур переменному току. Воспользуемся для этого методом комплексных сопротивлений

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{r + j\omega L} + j\omega C$$

<sup>1)</sup> См также задачу 88, в которой рассматривается другой способ включения контура в цепь источника тока.

или

$$Z = \frac{r + j\omega L}{j\omega C (r + jx)},$$

где

$$x = L\omega - \frac{1}{C\omega};$$

окончательно

$$Z = \frac{1}{\omega C Z_0^2} [r(\omega L - x) - j(r^2 + \omega Lx)],$$

где

$$Z_0^2 = r^2 + x^2.$$

Как и следовало ожидать, значение величины  $Z$  оказывается зависящим от частоты тока  $\omega$ . Разберем эту зависимость подробнее.

Представляет интерес найти частоту, при которой модуль сопротивления контура  $|Z|$  принимает максимальное значение. Можно показать, что для контуров с большим значением добротности ( $Q = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{L}{C}} \gg 1$ ) условие максимума для  $|Z|$  как функции  $\omega$  практически равнозначно требованию, чтобы мнимая часть  $Z$  обращалась в нуль. Приравняв мнимую часть  $Z$  нулю, имеем

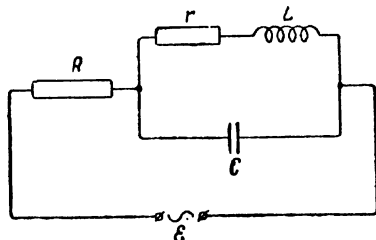


Рис. 234.

$$r^2 + \omega Lx = 0.$$

На основании сказанного выше находим из этого уравнения частоту  $\omega_0$ , при которой  $|Z|$  принимает максимальное значение, становясь одновременно величиной действительной. При этом падение напряжения на контуре находится в фазе с суммарным током, идущим через контур. Итак,

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC} - \frac{r^2}{L^2} = \frac{1}{LC} \left(1 - \frac{1}{Q^2}\right).$$

Значение частоты  $\omega_0^2$ , найденное таким способом, отличается от значения частоты, найденного из строгого требования обращения  $|Z|$  в максимум, на величину, по порядку не большую чем  $\frac{\omega_0^2}{6Q^4}$ .

Значение частоты  $\omega_0$  называют иногда резонансной частотой, а приближение  $|Z|$  к максимуму при  $\omega \rightarrow \omega_0$  называют *резонансом сопротивлений*. При выборе этого названия исходят из аналогии между зависимостью  $|Z|$  от  $\omega$  и стремлением к максимуму амплитуды силы тока при определенном значении частоты внешней электродвижущей силы в том случае, когда контур включен последовательно в цепь источника электродвижущей силы (см. описание задачи 88). Однако, как мы увидим дальше, существует значительное различие между этим явлением и процессами, рассматриваемыми

мыми в настоящей задаче. Поэтому термин «резонанс сопротивлений» применяется не всегда.

Подставляя величину  $\omega_0^2$  в выражение для  $Z$ , находим максимальное значение  $Z_{\max}$  (активное сопротивление):

$$Z_{\max} = \frac{r}{\omega_0 C Z_0^2} (\omega_0 L - x) = \frac{L}{Cr} = rQ^2,$$

так как в этом случае

$$Z_0^2 = r^2 \left( 1 + \frac{r^2}{\omega_0^2 L^2} \right) \quad \text{и} \quad x_0 = -\frac{r^2}{\omega_0 L}.$$

Из вышеизложенного следует: 1) если контур последовательно с некоторым сопротивлением (рис. 234) включен в цепь источника электродвижущей силы с фиксированной амплитудой, но с изменяющейся частотой, то при приближении частоты источника к значе-

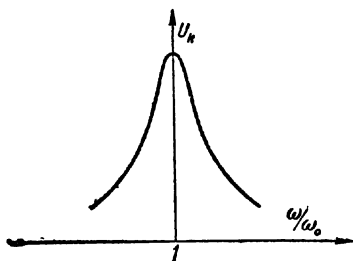


Рис. 235.

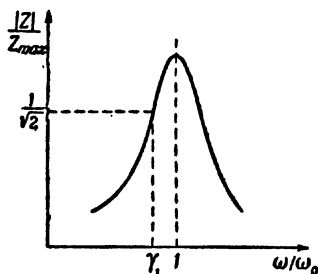


Рис. 236.

нию  $\omega_0$  сила тока в цепи будет падать и станет тем ближе к нулю, чем меньше активное сопротивление контура  $r$ . Падение напряжения на контуре будет при этом расти и, наконец, станет близким к значению электродвижущей силы источника; 2) если в той цепи, в которую включен контур, поддерживается неизменное по амплитуде значение силы тока  $i_0$ , частота которого, однако, изменяется, то будет изменяться и величина падения напряжения на контуре. В самом деле, падение напряжения на контуре будет равно произведению  $Z \cdot i_0 \sin \omega t$ , и его величина будет изменяться по амплитуде вместе с изменением  $|Z|$  в зависимости от частоты тока. Амплитуда падения напряжения на контуре достигнет максимума при  $\omega \approx \omega_0$ , когда величина  $|Z|$  близка к максимальной. Поэтому экспериментальное исследование величины падения напряжения на контуре (рис. 235) как функции частоты тока (амплитуда которого поддерживается постоянной) позволяет проследить зависимость  $|Z|$  от частоты (рис. 236). Такое исследование составляет основное содержание настоящей задачи.

Кроме того, в задаче исследуется сдвиг фаз  $\varphi$  между суммарным током через контур и падением на нем напряжения. (Значе-

ние  $\operatorname{tg} \varphi$  будет выражаться отношением мнимой части сопротивления  $Z$  к его действительной части.) Величина сдвига фаз будет,

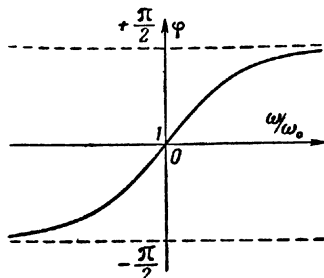


Рис. 237.

разумеется, функцией частоты тока  $\omega$ . Согласно вышесказанному  $\varphi$  равно нулю при частоте  $\omega = \omega_0$ . Мы не будем исследовать аналитически вид функции  $\varphi(\omega/\omega_0)$ , но изобразим ее ход графиком (рис. 237). Подобные графики должны быть получены экспериментально в ходе выполнения задачи.

Прежде чем переходить к описанию эксперимента, выполняемого в настоящей задаче, рассмотрим явления в самом контуре в зависимости от частоты тока, проходящего

через контур. До сих пор мы не касались этой стороны дела и характеризовали контур лишь значением его сопротивления. При включении контура параллельно источнику переменного тока в двух ветвях контура (индуктивной и емкостной) будут течь токи, различные и по амплитуде, и по фазе. В случае если индуктивная ветвь контура не содержит активного сопротивления, ток в этой ветви будет противоположен по фазе току в емкостной ветви. Суммарный ток в неразветвленной части цепи будет равен разности сил токов в двух ветвях контура. Напряжение на контуре будет сдвинуто по фазе на  $\pi/2$  относительно силы тока в неразветвленной цепи; иными словами, сопротивление контура будет чисто мнимым. Если при этом частота внешней электродвижущей силы станет равной  $\Omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  (т. е. частоте собственных незатухающих коле-

баний в контуре), то, как легко видеть, амплитуды сил токов в индуктивной и емкостной ветвях станут равными, и суммарная сила тока в цепи источника обратится в нуль. Однако в ветвях контура токи будут течь; в контуре будут происходить колебания. В этом случае контур может играть роль фильтра по отношению к переменному току частоты  $\Omega_0$ . Это означает следующее: если контур включен в такую цепь переменного тока, в которой действуют электродвижущие силы нескольких частот и в том числе частоты  $\Omega_0$ , то благодаря наличию контура компоненты силы тока с частотой  $\Omega_0$  практически в цепи не будут.

Если контур содержит активное сопротивление (контур имеет затухание), то условие равенства амплитуд токов в двух ветвях контура и условие противоположности этих токов по фазе будут нарушены. Следовательно, результирующая сила тока в цепи не будет равна нулю; ток, текущий в неразветвленной части цепи, будет в этом случае обеспечивать приток энергии к контуру, которая расходуется в активном сопротивлении контура на выделение тепла. Минимальное значение амплитуды силы тока будет иметь место вблизи рассчитанного нами выше значения частоты  $\omega_0$ . Однако это падение амплитуды силы тока будет иметь место при подаче на контур напряжения фиксированной амплитуды (первый режим). Если же поддерживать в цепи источника второй режим, т. е. постоянную амплитуду силы тока, то в этом случае придется непрерывно увеличивать подводимое к контуру напряжение по мере приближения  $\omega$  к  $\omega_0$ .

Весь описанный круг явлений, рассматриваемый с точки зрения значений амплитуд сил токов в ветвях контура и амплитуды силы тока во внешней цепи в зависимости от частоты, нередко называют резонансом токов. Как видно из изложенного, два разных названия — «резонанс токов» и «резонанс сопротивлений» — соответствуют рассмотрению одного и того же явления, но с различных точек зрения.

**Измерения и их обработка.** 1. Как сказано выше, исследование зависимости  $|Z|$  от  $\omega$  заменяется исследованием зависимости амплитуды напряжения на контуре от частоты при  $i_0 = \text{const}$ . Измерения производятся при помощи осциллографа, используемого в качестве вольтметра. Для этого измеряемое напряжение подается на горизонтальные пластины осциллографа; вертикальные пластины осциллографа при этом замкнуты на землю, развертка выключена. Напряжение измеряют по высоте вертикальных отклонений луча от его исходного (по возможности центрального) положения. Если необходимо знать абсолютные значения измеряемых напряжений, то предварительно отклонения луча калибруют в вольтах<sup>1)</sup>. В нашем случае калибровку осциллографа не производят, так как абсолютные значения напряжений не измеряются. Соблюдается лишь условие работы в такой области усиления, для которой при всех используемых частотах имеет место линейная зависимость между амплитудой сигнала и вертикальным отклонением луча.

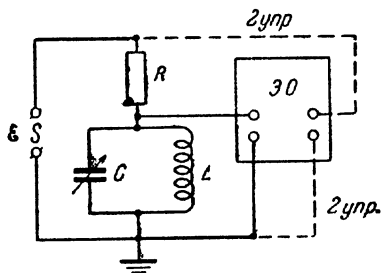


Рис. 238.

Перед началом измерений с целью установления наиболее выгодных условий работы на горизонтальные пластины осциллографа подают напряжение непосредственно с ГСС-6<sup>2)</sup>; на генераторе устанавливают частоту около  $\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 2,5 \cdot 10^5 \text{ гц}^3)$  и на-

пряжение на выходе 0,2 в (по вольтметру генератора). Регулировкой усилителя устанавливают вертикальное отклонение луча приблизительно на  $\frac{2}{3}$  диаметра экрана. (После этого положение ручки усилителя не изменяется.) Затем собирают схему согласно рис. 238.

Необходимое для измерений постоянство амплитуды тока в условиях данной задачи реализуется следующим образом. Последовательно с контуром (параметры:  $L = 0,4 \text{ мгн}$ ,  $C = 730\text{—}1280 \text{ нф}$ ,  $r = 5 \text{ ом}$ ) включено большое сопротивление  $R \approx 1 \text{ Мом}$ . Величина этого сопротивления  $R \geq 10 |Z|_{\text{max}}$  при всех частотах, поэтому если на выходе генератора поддерживать постоянное по амплитуде напряжение, то условие постоянства амплитуды тока будет прак-

<sup>1)</sup> Это делают путем последовательной подачи на вход осциллографа известных значений напряжения и путем одновременных измерений соответствующих этим напряжениям отклонений луча. Разумеется, это производят при том же значении усиления осциллографа и на той же частоте, при которых он в дальнейшем используется в качестве вольтметра.

<sup>2)</sup> См. описание задачи 88.

<sup>3)</sup> Параметры контура даны ниже; при этом расчете принимаем  $C = 10^3 \text{ нф}$ .

тически выполнено для всех частот, несмотря на значительные изменения  $|Z|$ . На выходе генератора поддерживается напряжение 1,5 в.

Изменяя частоту генератора, записывают отклонения луча осциллографа <sup>1)</sup>. Результаты записи представляют в виде графика зависимости  $\frac{|Z|}{Z_{\max}}$  от  $\omega/\omega_0$ . Здесь  $\omega_0$  — экспериментально определенное значение частоты, соответствующей максимуму напряжения на контуре. Измерения выполняют для трех значений емкости контура, притом каждый раз в значительном интервале частот. Выбор интервала частот определяется условием, чтобы на краях этого интервала значение  $|Z|$  было бы в несколько раз меньше  $Z_{\max}$  для больших добротностей контура.

Построенные графики зависимости  $\frac{|Z|}{Z_{\max}}$  от  $\omega/\omega_0$  (рис. 236) позволяют легко найти значения добротности контура, если она велика ( $Q \gg 1$ ).

Рассмотрим значение  $|Z|$ , выразив его через  $\gamma = \frac{\omega}{\omega_0}$ , где  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ , и через  $Q$

$$|Z| = r \sqrt{\frac{1 + \gamma^2 Q^2}{(1 - \gamma^2)^2 + \frac{\gamma^2}{Q^2}}}.$$

Для больших значений  $Q$  (например,  $Q \geq 10$ )

$$|Z| = r \sqrt{\frac{\gamma^2 Q^2}{(1 - \gamma^2)^2}} = r \frac{\gamma Q}{1 - \gamma^2} \quad \text{и} \quad \gamma = \frac{\omega}{\omega_0} \approx \frac{\omega}{\omega_0}.$$

Составим отношение  $\frac{|Z|}{Z_{\max}}$  и приравняем его (см. задачу 88) к  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  (такая величина этого отношения получится при некотором значении  $\gamma = \gamma_1$ ):

$$\frac{|Z|}{Z_{\max}} = \frac{r \gamma_1 Q}{(1 - \gamma_1^2)^2 r Q^2} = \frac{\gamma_1}{(1 - \gamma_1^2) Q} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Отсюда найдем

$$Q = \frac{\sqrt{2} \gamma_1}{1 - \gamma_1^2}.$$

Легко убедиться в том, что то же самое значение отношения  $\frac{|Z|}{Z_{\max}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$  получится и при значении  $\gamma = \gamma_1' = \frac{1}{\gamma_1}$ . Пользуясь этим, можно показать, что

$$Q = \frac{\sqrt{2}}{\gamma_1 - \gamma_1'},$$

<sup>1)</sup> Используемые в этой работе диапазоны частот генератора указаны непосредственно на установке.

т. е. добротность пропорциональна обратной величине так называемой относительной ширины резонансной кривой (см. задачу 83). В самом деле, значения  $\gamma_1$  и  $\gamma'_1$  соответствуют значениям  $|Z|$ , уменьшившимся в  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  раз по сравнению с его максимальным значением.

Разность  $\gamma_1 - \gamma'_1$  дает ту величину, которую по определению принято называть относительной шириной резонансной кривой.

Исходя из последнего выражения для  $Q$ , численное значение добротности можно легко найти по полученному графику (рис. 236); величина, обратная длине отрезка  $\gamma_1 - \gamma'_1$ , дает значение добротности. Произведя, таким образом, обработку каждого графика, надо выписать на нем значение добротности, относительной ширины резонансной кривой и ширины резонансной кривой  $((\gamma_1 - \gamma'_1) \omega_0)$ . Сопоставляя найденные значения  $Q$  с шириной соответствующих резонансных кривых, необходимо обсудить вопрос о пригодности контуров в качестве частотных фильтров в зависимости от значений их добротности.

2. Принцип измерения сдвига фаз двух колебаний при помощи электронного осциллографа описан в задаче 83. Измерения заключаются в определениях параметров эллипса, получающегося на экране в результате сложения двух колебаний, различных по фазе и амплитуде.

Предварительно, однако, надо проконтролировать, не вносят ли фазовых искажений усилители осциллографа. Для этого надо подать одно и то же напряжение на оба входа осциллографа. Если усилители не изменяют фазы усиливаемых сигналов, то на экране должна получиться прямая линия; ее наклон зависит от амплитуд складываемых колебаний. Если они вносят сдвиг фаз, то на экране получается эллипс. В данном случае надо для контроля присоединить к контуру оба входа осциллографа, а в контуре создать нормальный режим работы при частоте  $\omega$ , близкой к  $\omega_0$ . Если ни при каком значении усиления на экране не получается прямой, то осциллограф нуждается в корректировке усилителей, которая выполняется уже не студентами, а специалистами.

По окончании проверки усилителей осциллограф присоединяют к схеме согласно рис. 238 (сплошные и пунктирные линии) и определяют искомым сдвиг фаз между напряжением на контуре и суммарным током через контур. Для этого производят обмер эллипсов согласно указаниям, содержащимся в задаче 83. Найденные значения величины  $\phi$  изображают графиком зависимости  $\phi$  от  $\omega/\omega_0$ .

Следует обратить внимание на то, что способ включения осциллографа, указанный на рис. 238 для измерения сдвига фаз между током и напряжением, небезупречен. Как видно из схемы, один из входов осциллографа включается на контур, а другой (вертикальные пластины) — параллельно ГСС-6. На самом деле второй вход осциллографа следовало бы включить параллельно безындукционному сопротивлению  $R$ , напряжение на котором в фазе с током. Однако

такое включение осциллографа невозможно по техническим причинам. Дело в том, что у осциллографа соединены между собой и поданы на землю нижние клеммы обоих входов, а у ГСС-6 подан на землю один из проводов выходного напряжения. Таким образом, присоединить приборы для фазовых измерений иначе, чем это изображено на схеме, невозможно. Но это обстоятельство не вносит больших искажений в результат измерения величины  $\varphi$ . По условию  $R \geq 10|Z|$ ; поэтому ток в неразветвленной цепи практически в фазе с электродвижущей силой, и мы можем вместо сдвига фаз между суммарным током и напряжением на контуре измерять сдвиг фаз между напряжением на контуре и внешней электродвижущей силой.

Технические данные установки. В работе используются генератор стандартных сигналов ГСС-6 и осциллограф марки ЭО-4.

### ЛИТЕРАТУРА

1. С. Г. К а л а ш н и к о в, Электричество, Гостехиздат, Москва, 1956.

### СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

2. С. П. Стрелков, Введение в теорию колебаний, Гостехиздат, 1950.
3. В. А. Котельников, А. М. Николаев, Основы радиотехники, ч. I, Связьиздат, 1950.
4. Г. С. Горелик, Колебания и волны, Физматгиз, 1959.
5. Н. Н. Малов, Курс электротехники и радиотехники, Физматгиз, 1959.

### ЗАДАЧА 90

### ИЗУЧЕНИЕ РАБОТЫ ЭЛЕКТРОННОГО ОСЦИЛЛОГРАФА

**Введение.** Целью настоящей задачи является изучение принципов действия электронного осциллографа.

Осциллограф в основном применяется для следующих целей:

1. Для исследования напряжения или тока быстропеременных процессов в зависимости от времени (форма кривой) или в зависимости от напряжения или тока другого процесса.
2. Для сравнения амплитуд двух напряжений или двух токов.
3. Для сравнения фаз двух токов, двух напряжений или тока и напряжения.
4. Для определения частот колебаний, измерения малых промежутков времени.

**Устройство и работа электронного осциллографа.** Обычно электронный осциллограф представляет собой прибор, состоящий из электронно-лучевой трубки, усилителей исследуемого сигнала, генератора развертки и выпрямителя.



Электронный осциллограф, используемый в настоящей задаче, отличается от заводских осциллографов отсутствием в схеме предварительного усиления исследуемого сигнала. Он позволяет регистрировать переменные процессы, мгновенное значение напряжения которых составляет несколько десятков вольт.

Электронно-лучевая трубка позволяет получить узкий сфокусированный пучок электронов, который практически является безынерционным. По принципу фокусировки и отклонения электронного луча трубки бывают двух типов: электростатические и магнитные. В трубках первого типа для фокусировки и отклонения луча используется электрическое поле, в трубках второго типа — магнитное поле.

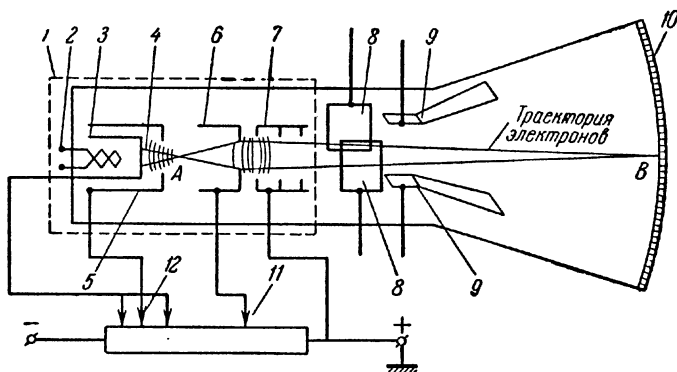


Рис. 239. Электростатическая электронно-лучевая трубка:

1 — электронная пушка (обведена пунктиром), 2 — подогрев, 3 — катод, 4 — эмитирующая поверхность катода, 5 — фокусирующий цилиндр (управляющая сетка), 6 — первый анод (фокусирующий), 7 — второй анод (ускоряющий), 8 — горизонтально отклоняющие пластины, 9 — вертикально отклоняющие пластины, 10 — флуоресцирующий экран, 11 — управление фокусировкой, 12 — управление яркостью.

Остановимся более подробно на устройстве вакуумной электростатической электронно-лучевой трубки, в которой фокусировка луча осуществляется при помощи двух электронных линз.

На рис. 239 показано схематическое устройство электронно-лучевой трубки. Она состоит из электронной пушки (выделена пунктиром на рисунке и отмечена цифрой 1), отклоняющих пластин 8 и 9, расположенных в двух взаимно-перпендикулярных плоскостях, и флуоресцирующего экрана 10. Прочие детали конструкции трубки указаны в подписи к рисунку.

Электронной пушкой называется часть трубки, дающая пучок электронов. В эту часть трубки вмонтированы: катод косвенного накала, являющийся источником электронов; фокусирующий цилиндр, регулирующий количество электронов, движущихся к

экрану: первый (фокусирующий) анод и второй (ускоряющий) анод. Напряжение, приложенное к первому и второму анодам, ускоряет электроны и концентрирует их в узкий пучок. Поле между катодом, фокусирующим цилиндром и первым анодом образует объективную электронную линзу, окулярная электронная линза образуется полем первого и второго анодов.

Плоская торцовая поверхность катода покрывается пленкой оксидированного специального металла, например бария, и подогревается нитью накала. Большинство эмитируемых с катода электронов направляется вдоль оси трубки электрическим полем между катодом и фокусирующим цилиндром. Электроны, получившие правильное направление движения, проходят через отверстие фокусирующего цилиндра и под действием электрического поля, которое образуется благодаря напряжениям, приложенным к катоду, управляющей сетке и первому аноду, сходятся в точке *A* вблизи него. После точки *A* электроны расходятся, так как напряженность поля внутри первого анода близка к нулю. В области между первым и вторым анодами поле снова искривляет траектории электронов, приближая их к оси трубки. Траектории электронов после прохождения поля между первым и вторым анодами — более пологи (вследствие большей скорости электронов) и фокусируются в точке *B*. Если эта точка находится на поверхности экрана, то пучок называется сфокусированным.

Аноды, являющиеся частью системы электронных линз, имеют форму цилиндров или дисков с отверстиями в центре или представляют собой комбинацию дисков и цилиндров. Перегородки внутри первого и второго анодов служат для улавливания электронов, не удовлетворяющих условиям фокусировки.

Экран трубки представляет собой слой флуоресцирующего вещества, нанесенного на внутренней стороне трубки. В качестве флуоресцирующих составов используются виллемит, вольфрамвоокислый кальций, фосфористый сульфид цинка. Точка экрана, на которую попадают электроны, светится, и мы видим место попадания электронов. В зависимости от состава экрана пятно может быть белого, зеленого или синего цвета. Испускание света после удара электрона обычно длится в течение долей секунды. Для увеличения времени послесвечения существуют специальные экраны.

Цифрами 8 и 9 отмечены на рис. 239 вмонтированные в трубку горизонтально и вертикально отклоняющие пластины. Если к пластине какой-либо пары приложено напряжение, то электронный луч отклоняется. Величина этого отклонения пропорциональна напряжению между пластинами. На вертикально расположенные пластины 8 подается обычно напряжение от генератора развертки, которое заставляет пятно двигаться на экране в горизонтальной плоскости. Если на пару горизонтально расположенных пластин 9 подать исследуемое периодически меняющееся напряжение, то

пятно будет перемещаться по экрану в вертикальной плоскости. Таким образом, одновременное действие обеих пар пластин на электронный луч позволяет наблюдать на экране изменение исследуемого напряжения во времени.

Если период напряжения развертки равен или кратен периоду исследуемого напряжения, картина за период развертки будет полностью повторяться, и мы увидим на экране неподвижную (застывшую) кривую.

**Питание электронно-лучевых трубок.** Большинство современных трубок работает при напряжении 3000—6000 в на последнем аноде (ближайшем к экрану). Однако в последнее время разработаны трубки, работающие при напряжении 1500 в и менее. На фокусирующий анод обычно подается напряжение порядка  $1/3$ — $1/6$  напряжения последнего анода. Если второй анод является фокусирующим, то на первый анод подается напряжение порядка  $1/10$  напряжения на последнем аноде. На управляющий электрод (сетку) подается обычно отрицательное напряжение порядка  $1/30$  напряжения на последнем аноде.

Анодный ток в электронно-лучевой трубке не превосходит 0,5 ма.

**Чувствительность трубки.** Чувствительностью трубки к напряжению называют отклонение (в миллиметрах) пятна на экране, вызванное разностью потенциалов в 1 в на отклоняющих пластинах.

Рассчитаем зависимость чувствительности от параметров трубки. Допустим, что управляющие пластины параллельны, а электрическое поле однородно и перпендикулярно к плоскости пластин (рис. 240). Пусть  $l$  — длина пластин в см,  $d$  — расстояние между пластинами в см,

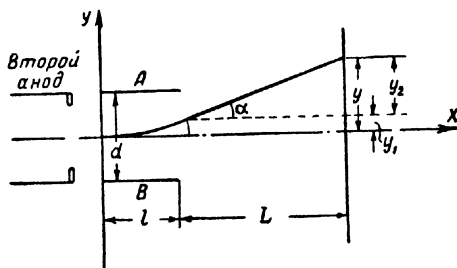


Рис. 240.

$L$  — расстояние от конца пластин до экрана,  $V$  — потенциал второго анода по отношению к катоду,  $V_d$  — разность потенциалов между отклоняющими пластинами  $A$  и  $B$ . Тогда, очевидно, в области между пластинами по оси  $Y$  электрон движется равноускоренно, и его смещение по оси  $Y$  при выходе из области между пластинами будет равно

$$y_1 = \frac{at_1^2}{2}; \quad (1)$$

ускорение его

$$a = \frac{eE}{m} = \frac{eV_d}{md}. \quad (2)$$

Здесь  $e$  и  $m$  — заряд и масса электрона, а  $E$  — напряженность электрического поля между пластинами,  $t_1$  — время пролета электрона между пластинами, определяемое соотношением

$$t_1 = \frac{l}{v_x}, \quad (3)$$

где  $v_x$  — горизонтальная составляющая скорости. Эта составляющая скорости определяется из условия

$$\frac{mv_x^2}{2} = eV,$$

откуда

$$v_x^2 = \frac{2eV}{m}. \quad (4)$$

Подставляя (2) и (3) в (1), получим

$$y_1 = \frac{eV_d t^2}{2dmv_x^2}.$$

Отклонение  $y_2$  в области вне пластин может быть записано в виде

$$y_2 = v_y t_2, \quad (5)$$

где  $v_y$  есть скорость по оси  $Y$ , которую электрон приобретает при вылете из пространства между пластинами. Очевидно, эта скорость

$$v_y = at_1,$$

а время пролета электроном расстояния  $L$

$$t_2 = \frac{L}{v_x}.$$

Подставляя значения  $a$ ,  $t_1$  и  $t_2$  в формулу (5), получим для  $y_2$  выражение

$$y_2 = \frac{eV_d t L}{dmv_x^2}, \quad (6)$$

откуда полное отклонение  $y = y_1 + y_2$  запишется в виде

$$y = \frac{eV_d t}{dmv_x^2} \left( \frac{l}{2} + L \right) \approx \frac{eV_d t L}{dmv_x^2}.$$

Подставляя  $v_x^2$  из (4), получим

$$y = \frac{V_d t L}{2V_d}, \quad (7)$$

а чувствительность

$$j = \frac{y}{V_d} = \frac{tL}{2V_d}. \quad (8)$$

Из формулы (8) видно, что чувствительность зависит от расстояния пластин до экрана и от напряжения на втором аноде.

Вышеприведенный вывод для чувствительности отклонения сделан при упрощающих предположениях. На практике пластины, применяемые в электронно-лучевых трубках, не параллельны, а изогнуты, чтобы уменьшить краевые эффекты.

**Генератор пилообразного напряжения** <sup>1)</sup>. Как уже было установлено, отклонение пятна на экране линейно зависит от величины отклоняющего напряжения, приложенного к соответствующим пластинам трубки (например, вертикальным), т. е.  $y = \text{const} \cdot V_d$ , где  $\text{const}$  — величина, зависящая от геометрических параметров трубки и ускоряющего напряжения.

Рассмотрим принцип наблюдения процессов, изменяющихся во времени, на экране.

Предположим, что в момент  $t_0$  к вертикальным пластинам приложено напряжение, линейно изменяющееся во времени, т. е.  $\frac{dV_d}{dt} = \text{const}$ . Тогда пятно будет двигаться по экрану с постоянной скоростью ( $\frac{dy}{dt} = \text{const}$ ) в горизонтальном направлении. Если в тот же момент  $t_0$  к горизонтальным пластинам подключить исследуемое переменное напряжение  $V(t)$ , то на экране получится кривая зависимости  $V$  от времени в интервале времени от  $t_0$  до  $t_1$ ;  $t_1$  — момент времени, когда пятно достигает края экрана. Если  $V(t)$  — периодическая функция с периодом  $T$ , равным  $t_1 - t_0$ , то, заставив луч в момент  $t_1$  мгновенно возвратиться в исходное положение  $A$  (рис. 241) и повторив развертку с постоянной скоростью до точки  $B$ , мы увидим на экране второй период изменения величины  $V(t)$ .

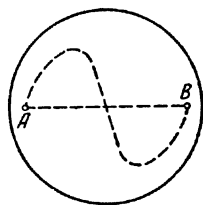


Рис. 241.

Таким образом, смещая луч от точки  $A$  до точки  $B$  вдоль горизонтальной оси с постоянной скоростью, а потом мгновенно возвращая его от  $B$  к  $A$  и повторяя такую развертку многократно, мы сможем увидеть на экране неподвижную картину изменения  $V(t)$  в течение одного периода, если время движения пятна по экрану от  $A$  до  $B$  ( $t_1 - t_0$ ) равно периоду изменения  $V(t)$ . Если  $t_1 - t_0 = nT$ , где  $n$  — целое число, то на экране мы получим  $n$  периодов изменения величины  $V(t)$ .

После всего сказанного нетрудно видеть, что график изменения напряжения временной развертки должен иметь вид, изображенный на рис. 242, т. е. быть пилообразным <sup>2)</sup>. Для получения такого напряжения в осциллографе смонтирован генератор пилообразного напряжения, принципиальная схема которого показана на рис. 249.

<sup>1)</sup> Генератор пилообразного напряжения представляет вариант релаксационного генератора. О них подробнее см. задачу 91.

<sup>2)</sup> В задаче описывается подробно метод линейной развертки. Кроме линейной развертки часто применяются также круговая и спиральная развертки.

Принцип работы генератора основан на зарядке и разрядке конденсатора. Подключив конденсатор через сопротивление к источнику постоянного напряжения, мы получим нарастание напряжения на его обкладках, причем

$$V_C(t) = \frac{q(t)}{C} = \frac{\int_0^t I dt}{C}, \quad (9)$$

где  $q$  — количество электричества,  $C$  — емкость конденсатора. Как известно, в этом случае  $V_C(t)$  нарастает по экспоненциальному закону до постоянной величины, равной напряжению источника.

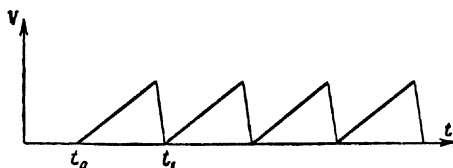


Рис. 242.

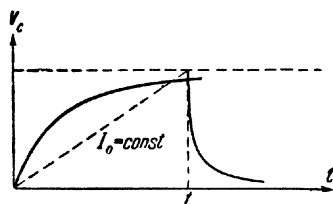


Рис. 243.

Разрядка конденсатора через сопротивление, как известно, происходит тоже по экспоненциальному закону, и если мы в момент  $t$  отключим  $C$  от источника напряжения и замкнем на сопротивление, то начнется разрядка конденсатора. Как видно из рис. 243, зарядка конденсатора происходит не по линейному закону, а разрядка — не мгновенно.

Для получения напряжения, которое линейно зависит от времени при зарядке конденсатора, как видно из формулы (9), достаточно заряжать его постоянным током  $I_0$ , тогда

$$V_C(t) = \frac{I_0}{C} t. \quad (10)$$

При этом наклон зубцов «пилы» зависит от зарядного тока  $I_0$  и величины емкости  $C$ .

В нашей схеме генератора развертки для получения линейно зависящего от времени зарядного напряжения используется пентод 6К7<sup>1)</sup>, включенный последовательно с конденсатором в цепь зарядки последнего. Вольтамперные характеристики пентода приведены на рис. 244. Таким образом, пентод позволяет работать в режиме, при котором в широком диапазоне изменения  $V_a$

$$I_a = \text{const.}$$

<sup>1)</sup> Об устройстве пентода см. задачу 66.

Для практически мгновенной разрядки конденсатора и для регулирования процессом зарядки—разрядки параллельно конденсатору ( $C_{29}$ ,  $C_{30}$ ,  $C_{31}$ , рис. 250 б) подключается тиратрон  $ТГ1$ . (Использование свойств тиратрона для синхронизации будет рассмотрено ниже.) Тиратрон обладает тем свойством, что в зависимости от напряжения на сетке он начинает пропускать анодный ток не при всяком напряжении на аноде  $V_a$ , а при  $V_a \geq V_z$ , где  $V_z$  — напряжение зажигания, т. е. минимальное напряжение на аноде, при котором тиратрон начинает пропускать анодный ток при данном напряжении на сетке, причем при  $V_a \geq V_z$  ток через тиратрон не зависит от  $V_a$ , а внутреннее сопротивление тиратрона  $R_i$  очень мало. Если у «зажженного» тиратрона уменьшать анодное напряжение, то тиратрон перестанет пропускать анодный ток не при  $V_z$ , а при  $V_a < V_z$ . Подавая то или иное напряжение на сетку тиратрона, мы можем соответственно повысить или понизить напряжение зажигания  $V_z$ .

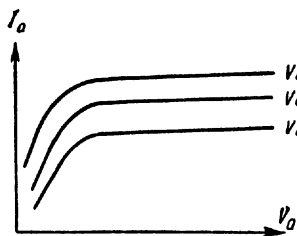


Рис. 244.

Теперь непосредственно проследим за работой генератора развертки. пилообразное напряжение для отклоняющих пластин трубки берется с одного из конденсаторов ( $C_{29}$ ,  $C_{30}$ ,  $C_{31}$ , рис. 250б) и подключается к схеме переключателем  $П_{34}$  (рис. 250б). После включения схемы конденсатор начинает заряжаться через пентод 6К7, причем зарядный ток постоянен и напряжение на конденсаторе  $V_c$  растет линейно со временем.

При достижении значения  $V_c = V_z$  тиратрон зажигается и, так как его внутреннее сопротивление мало, практически коротко замыкает конденсатор, который быстро разряжается до потенциала погасания тиратрона, после чего вновь начинается процесс зарядки конденсатора и т. д. Таким образом, с обкладки конденсатора снимается пилообразное напряжение.

**П р и м е ч а н и е.** В схеме осциллографа, изучаемого в задаче, в отличие от фабричных осциллографов, пилообразное напряжение от генератора подается на пластины трубки без предварительного усиления. Чтобы все же развернуть исследуемый сигнал на большую часть экрана, а следовательно, иметь от генератора достаточно большое напряжение, генератор поставлен в такой режим работы, при котором он дает не вполне линейную развертку. В фабричных осциллографах от генератора развертки используют только линейную часть напряжения «пилы», но зато ее усиливают специальным усилителем.

**Регулировка частоты.** При данном смещении на сетке тиратрона, т. е. при данном  $V_z$ , частота развертки, как видно из рис. 245, зависит от наклона «пилы», т. е. от  $I_0$  и  $C$ . Изменяя эти величины,

можно изменять частоту и перекрыть весь нужный диапазон. Переключатель  $P_{34}$  (рис. 250б) грубо меняет частоту, делитель напряжения  $R_4$  — плавно.

**Синхронизация.** Из рассмотренного ранее ясно, что для получения неподвижного изображения на экране необходимо, чтобы

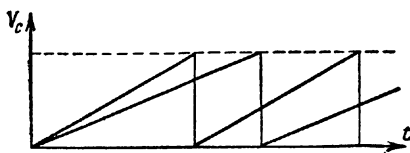


Рис. 245.

в периоде генератора развертки укладывалось целое число периодов исследуемого процесса, в противном случае картина не будет неподвижна, что видно из рис. 246 и 247. Поэтому исследуемый сигнал с данным периодом  $T_0$  подают на осциллограф

и, меняя период развертки  $T_1$ , подбирают его таким, что  $T_1 = nT_0$ . Однако вследствие возможной нестабильности частоты генератора развертки нельзя ручаться за сохранение указанного равенства и в дальнейшем. Поэтому колебания генератора развертки синхронизируются с другими, более стабильными колебаниями.

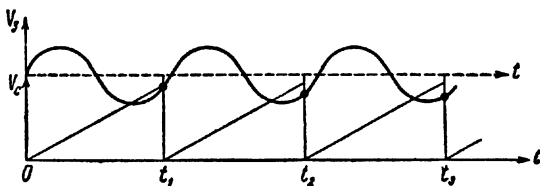


Рис. 246.

В данном осциллографе генератор развертки синхронизируется с исследуемым сигналом, амплитуда которого взята такой, чтобы можно было видеть момент синхронизации внешним сигналом; отсюда некоторое искажение развертки и изменение частоты генератора развертки при работе с ручкой потенциометра  $R_5$  (рис. 250б).

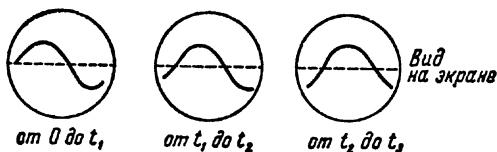


Рис. 247.

Такая синхронизация осуществляется следующим образом. Часть напряжения исследуемого сигнала подается на сетку тиратрона так, чтобы потенциал зажигания тиратрона менялся синхронно с частотой исследуемого сигнала. Рассмотрим график, приведенный на рис. 248.



На рисунке линия, параллельная оси абсцисс, изображает постоянное значение потенциала зажигания  $V_{30}$ , обусловленное постоянным напряжением на сетке тиратрона. Синусоидальная жирная кривая дает зависимость от времени потенциала зажигания, обусловленную напряжением сигнала на сетке тиратрона ( $V_{\text{сиг}}$ ).

Пусть за счет нестабильности работы генератора развертки его период меняется на  $\pm \Delta T_0$ . Тогда график зарядки конденсатора изобразится пунктирными прямыми I или II.

Для того чтобы зарядка конденсатора в генераторе прекратилась, надо, чтобы он зарядился до потенциала зажигания, равного теперь  $V_{30} + V_{\text{сиг}}$ . Но кривая I, соответствующая уменьшению периода развертки, встречает кривую  $V_{\text{сиг}}$  выше прямой  $V_{30}$ , а следовательно, точка их пересечения лежит дальше по оси  $t$ . Итак, за счет действия  $V_{\text{сиг}}$  время зарядки конденсатора увеличивается. Для прямой II, соответствующей увеличению периода развертки, за счет действия  $V_{\text{сиг}}$  время зарядки уменьшается.

В результате получающееся колебание  $2\Delta T'_0$  периода развертки оказывается меньше, чем колебания  $2\Delta T_0$  периода генератора, т. е.

$$2\Delta T'_0 < 2\Delta T_0.$$

Это условие соблюдается для синхронизирующего напряжения любой формы.

При исследовании процессов высокой частоты получить без синхронизации устойчивое изображение процесса очень трудно.

**Описание установки.** Катодный осциллограф в данной задаче для наглядности изучения схемы и работы его собран без усилителей <sup>1)</sup> на открытом шасси, и монтаж выполнен цветным проводом. Питание осциллографа производится от специального выпрямителя. Напряжение с него подводится к колодкам осциллографа, смонтированным в задней части шасси. Накал трубки ЛО-709А равен 2,5 в, накал генератора разверток — 6,3 в, анодное напряжение трубок — 900 в и анодное напряжение ламп генератора разверток — 350 в. Все ручки управления лучом и генератором

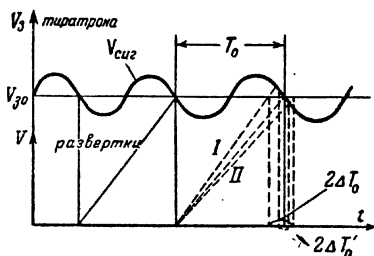


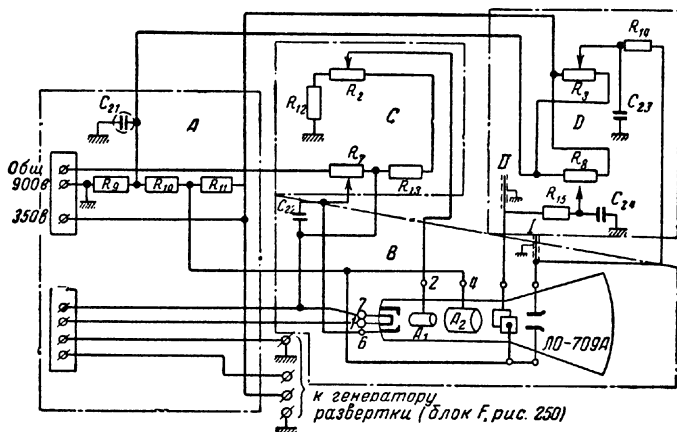
Рис. 248.

<sup>1)</sup> Необходимо иметь в виду, что и более совершенные осциллографы, снабженные усилителями (например, описанные дальше ЭО-4 и ЭО-5), в некоторых случаях приходится использовать без усилителей, отключая усилители и подавая исследуемые сигналы непосредственно на отклоняющие пластины трубки. Это приходится делать в тех случаях, когда частотная характеристика усилителей неблагоприятна для пропускания через усилители исследуемого сигнала (очень высокие или очень низкие частоты).

развертки выведены на передней панели осциллографа. Осциллограф собран отдельными блоками (см. схемы рис. 249 и 250б).

Отключение напряжения с генератора развертки от вертикальных пластин и подключение к ним внешнего напряжения (сеть  $\sim 50$  гц) производится тумблером  $\Pi_{33}$ .

Выводы от горизонтальных и вертикальных пластин подведены к соответствующим клеммам передней панели. С помощью имеющихся ручек управления можно осуществить регулировку яркости,



Цоколевка трубки  
ЛО-709А



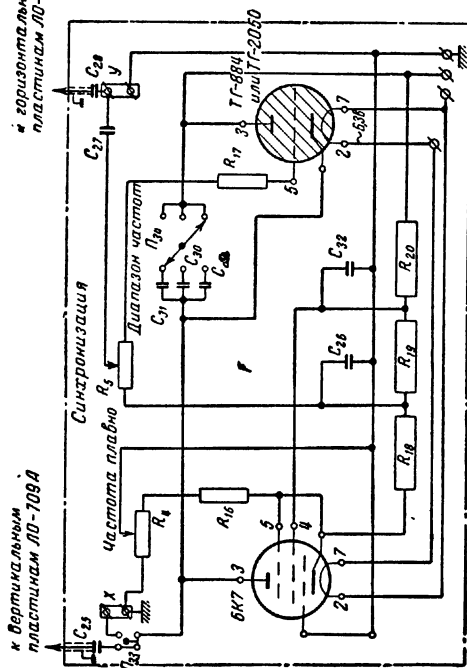
Рис. 249. Схема катодного осциллографа  
(принципиальная):

А — блок питания, В — блок трубки ЛО-709А, С — блок фокусировки — яркость, D — блок смещения луча I и II к генератору развертки (блок F, рис. 250),  $R_2$  — потенциометр 150 ком,  $R_8 = 50$  ком,  $R_7 = 18$  ком,  $R_9 = 50$  ком,  $R_9$  — сопротивление 15 ком,  $R_{10} = 30$  ком,  $R_{11} = 30$  ком,  $R_{12} = 220$  ком,  $R_{13} = 100$  ком,  $R_{14} = 1,5$  Мом,  $R_{15} = 10$  Мом,  $C_{21}$  — электролитический конденсатор 10 мкф,  $C_{22}$  — конденсатор 1 мкф,  $C_{23} = 0,5$  мкф,  $C_{24} = 0,5$  мкф. Цоколевка трубки ЛО-709А: 1 — накал, 2 — 1-й анод  $A_1$ , 3 — пустой, 4 — 2-й анод  $A_2$ , 5 — пустой, 6 — модулятор, 7 — накал и катод.

фокусировку, смещение луча по вертикали и горизонтали, а также грубую и точную установку частоты генератора развертки и синхронизацию.

Необходимо отметить, что модулятор (6 на рис. 249) может быть использован не только для регулировки вручную общей яркости картины на экране осциллографа. Он может быть и самостоятельно использован для автоматической регулировки яркости луча (так называемый «наружный засвет») отдельным сигналом, подаваемым на независимый вывод сетки модулятора. Вывод этот расположен на задней панели осциллографа и нормально соединен с регулятором яркости, т. е. в сущности с потенциометром, регулирующим напряжение на модуляторе. При использовании модулятора два сигнала или сигнал и развертка его во времени задают движение луча по плоскости экрана трубки, а модулирующий

\* вертикальным пластинкам ЛО-709 А



Цоколевка 6К7 и ТГ-88А



Рис. 250б. Схема генератора развертки (блок F):

ТГ-88А — тиратрон, 6К7 — пентод,  $R_4$  — потенциометр 1 ком,  $R_5 = 360$  ком,  $R_{16}$  — сопротивление 1,5 ком,  $R_{17} = 300$  ком,  $R_{18} = 6$  ком,  $R_{19} = 5$  ком,  $R_{20} = 40$  ком,  $C_{23}$  — конденсатор 1 мкф,  $C_{24} = 1$  мкф,  $C_{25} = 0,1$  мкф,  $C_{26} = 0,1$  мкф,  $C_{27} = 0,1$  мкф,  $C_{28} = 0,075$  мкф,  $C_{29} = 0,005$  мкф,  $C_{30} = 1$  мкф,  $C_{31} = 1$  мкф,  $C_{32}$  — тумблер (выключатель генератора развертки),  $C_{33}$  — переключатель диапазона частот.

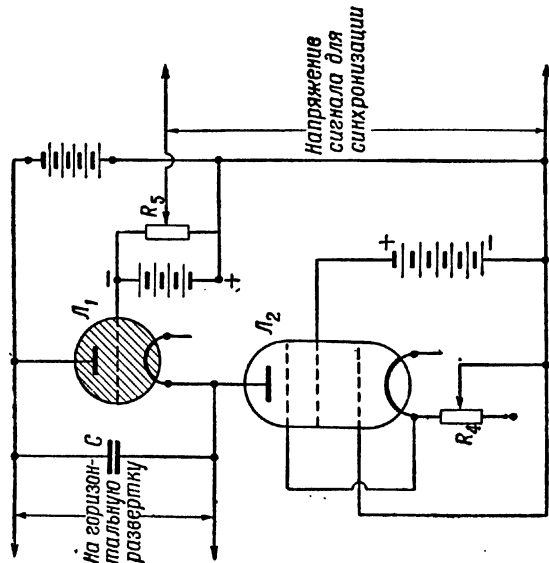


Рис. 250а. Принципиальная схема генератора развертки:

$L_1$  — тиратрон для быстрой разрядки конденсатора,  $L_2$  — токоограничивающий пентод в цепи зарядки конденсатора.

сигнал определяет яркость наблюдаемой картины, которая может и полностью гаситься модулирующим сигналом (при достаточно большой его амплитуде).

Подобные приемы с превращением посредством периодического «наружного засвета» непрерывной светящейся кривой на экране в светлый «пунктир» применяются, в частности, при использовании осциллографа для измерения коротких промежутков времени (или частоты развертываемого основного сигнала). В таких случаях на отклоняющие пластины осциллографа подается сигнал от стандарт-сигнала или от звукового генератора, и по числу разрывов, вызванных модулятором на непрерывной кривой сигнала известной частоты, можно определить частоту модулирующего сигнала. В этом случае устанавливают, какую долю непрерывной кривой, например окружности, видимой на экране от стандарт-сигнала, гасит сигнал модулирующий. Надо иметь в виду, что вход модулятора не имеет усилителя, поэтому на модулирующий электрод надо подавать сигналы с напряжением порядка десятков вольт.

Модулирующий электрод используется также при работе осциллографа в режиме «ждущей развертки», а также для гашения обратного хода луча по экрану.

Для получения резкого «пунктира» на модулирующий электрод надо подавать П-образные импульсы запирающего напряжения.

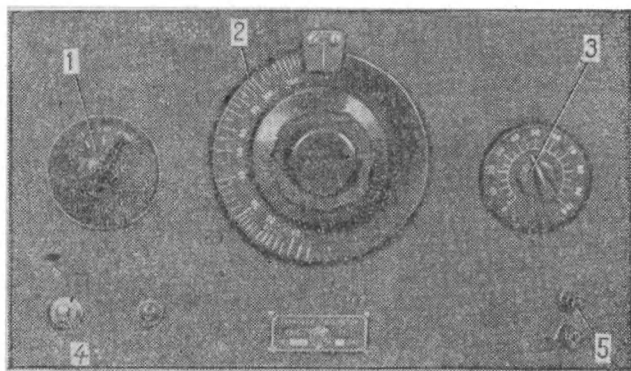


Рис. 251. Звуковой генератор:

1 — переключатель диапазона, 2 — шкала частот, 3 — потенциометр,  
4 — включение в сеть, 5 — напряжение выхода.

В качестве источников переменного напряжения используются звуковой генератор (описание см. ниже) и напряжение от сети 120 в. Для использования сетевого напряжения в упражнениях применяется автотрансформатор ЛАТР-1, позволяющий регулировать величину напряжения.

Звуковой генератор (тип ГЗ-1) представляет собой генератор звуковой частоты (20—17 000 гц) синусоидальной формы, работающий по принципу мостиковых  $RC$ -генераторов. Фотография его панели приведена на рис. 251.

Шкала частот проградуирована непосредственно в герцах. Отсчет шкалы должен быть умножен на число, указанное на пере-

ключателе диапазонов. Выходное напряжение генератора снимается с клемм (внизу справа) и регулируется ручкой потенциометра. Прибор включается в сеть переменного тока на 120 в.

**Практические указания.** 1. Для питания трубки осциллографа подается напряжение 900 в, поэтому открывать схему студентам воспрещается.

2. Во избежание порчи экрана трубки нельзя на продолжительное время выключать генератор развертки.

3. Измерение чувствительности следует производить только для горизонтальных пластин.

### *Упражнение 1*

#### **Ознакомление с монтажом и деталями осциллографа и его включение**

Не включая осциллографа и пользуясь схемами рис. 239, 249 и 250б, изучить монтаж, определить назначение ручек управления, зарисовать панель управления и ознакомиться с устройством трубки ЛО-709А. После этого включить осциллограф и проверить управление лучом.

### *Упражнение 2*

#### **Определение чувствительности трубки осциллографа**

Определить чувствительность системы горизонтальных пластин трубки. Для этого при выключенном генераторе развертки следует подать на горизонтальные пластины напряжение от сети через автотрансформатор ЛАТР-1. Подаваемое напряжение измеряется вольтметром; оно не должно превышать 45—50 в.

Чувствительность трубки подсчитывается по формуле

$$\gamma = \frac{L}{2\sqrt{2}V_d},$$

где  $L$  — длина световой полоски на экране трубки, измеренная в миллиметрах;  $V_d$  — напряжение, подаваемое на горизонтальные пластины трубки, величина которого измеряется вольтметром переменного тока.

### *Упражнение 3*

#### **Определение частотной характеристики входа осциллографа**

Подать напряжение от генератора звуковой частоты на горизонтальные пластины (вертикальный вход осциллографа) и, зная чувствительность трубки, снять частотную характеристику осциллографа при максимальной амплитуде напряжения, даваемого генератором, примерно, 20, 200, 800, 2000, 6000, 10 000, 12 000, 14 000

и 15 000 гц. Здесь частотная характеристика будет существенно отличаться от аналогичных характеристик фабричных осциллографов потому, что вертикальный вход его зашунтирован сопротивлением  $R_5 = 360 \text{ ком}$  (см. схему рис. 250б), с которого снимается напряжение синхронизации <sup>1)</sup>.

Измерения следует производить при выключенной синхронизации (крайнее левое положение ручки потенциометра  $R_5$ ).

### Упражнение 4

#### Определение частоты сигналов методом фигур Лиссажу

Выключив генератор развертки и используя напряжения сети (подаваемое через ЛАТР-1) и звукового генератора, получить и зарисовать устойчивые неподвижные фигуры Лиссажу для соотношений частот: 1 : 1, 1 : 2, 1 : 3, 1 : 5. Подаваемые на осциллограф напряжения не должны превышать 50 в.

### Упражнение 5

#### Определение полосы частот генератора развертки

Определить с помощью звукового генератора частоту генератора развертки осциллографа для каждого положения потенциометра  $R_4$  для всех трех положений переключателя диапазона частот  $P_{34}$ .

Совпадение частот определяется по устойчивой картине одного периода синусоиды на экране трубки. Измерения производятся при выключенной синхронизации (крайнее левое положение ручки потенциометра  $R_5$ ).

Для одной из частот среднего диапазона просмотреть влияние величины напряжения внешнего сигнала на изменение частоты генератора развертки (синхронизация). Для этого включить синхронизацию (среднее и крайнее положения ручки) и, изменяя частоту звукового генератора, получить снова устойчивое изображение синусоиды.

Определить величину изменения частоты генератора развертки под влиянием синхронизации (см. стр. 499).

**Технические данные установки.** Все необходимые данные установки приведены в тексте описания задачи и в подписях под рисунками.

### ЛИТЕРАТУРА

1. С. Г. К а л а ш н и к о в, Электричество, Гостехиздат, 1956.

---

<sup>1)</sup> Элементы синхронизации фабричных осциллографов не ограничиваются одним сопротивлением, как здесь, а связаны с усилителями, входное сопротивление которых колеблется от 2 Мом и выше.

## СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

2. Г. В. Войшвилло, Общий курс радиотехники, Оборонгиз, М., 1950.
3. Г. А. Ремез и С. Г. Иткин, Радиоизмерения и радиоизмерительная аппаратура, Оборонгиз, 1947.
4. Н. Н. Малов, Курс электротехники и радиотехники, Физматгиз, 1959.
5. Г. А. Ремез, Курс основных радиотехнических измерений, Связь-издат, 1955.
6. И. М. Вишенчук, Е. П. Соголовский и Б. И. Швецкий, Электронно-лучевой осциллограф и его применение в измерительной технике, Физматгиз, 1959.
7. Современный катодный осциллограф, Сборник статей, ч. 1, ИЛ, 1951.
8. Современный катодный осциллограф, Сборник статей, ч. 2, ИЛ, 1951.
9. Современный катодный осциллограф, Сборник статей, ч. 3, ИЛ, 1954.

## ДОПОЛНЕНИЕ

Здесь приводятся фотографии и описания панелей фабричных осциллографов ЭО-4 и ЭО-5, нашедших широкое применение, в частности, используемых в задачах 73, 83, 84, 89, 91.

Электронный осциллограф типа ЭО-4 имеет следующие блоки: 1) блок питания с электронным стабилизатором, 2) вертикальный и горизонтальный усилители, 3) генератор развертки на восьми диапазонах, частота которого может меняться от 2 гц до 50 кгц.

Все блоки смонтированы на шасси, закрытом экраном. Ручки управления прибором выведены на переднюю панель шасси. Общий вид панели и ее схемы изображены на рис. 252, где номерами отмечены детали, выведенные на панель.

1. Экран трубки. Для определения амплитуды исследуемого напряжения на экран устанавливается сетка, одно деление которой равно 5 или 2 мм. Ручки от 2 до 7 служат для регулировки луча.

2. Регулировка яркости изображения на экране трубки.

3. Фокусировка луча.

4. Смещение луча по оси Y.

5. Смещение луча по оси X.

6. Включение прибора в сеть.

7. Включение электронного луча. Электронный луч включается через 2—3 минуты после включения прибора в сеть. Это время нужно для прогрева ламп блока питания.

Детали от 8 до 12 служат для регулировки развертки.

8. Переключатель диапазонов (грубое изменение частоты генератора развертки от 2 гц до 50 кгц); каждое положение переключателя определяет полосу частот. Дальнейшая регулировка осуществляется ручкой 9 — «частота плавно». Так, например, если переключатель установлен в положение 7, то ручка регулятора «частота плавно» перекрывает полосу частот от 7 до 30 гц и т. д.

При установке переключателя в положение «выкл.» генератор развертки отключается и горизонтальный усилитель подключается к клеммам входа на пластины оси X.

9. Плавное <sup>1)</sup> изменение частоты генератора развертки.

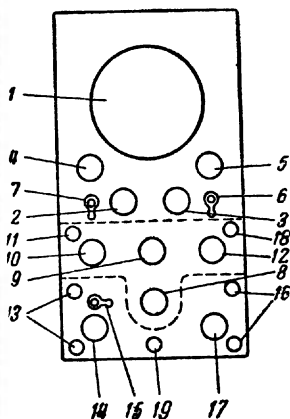
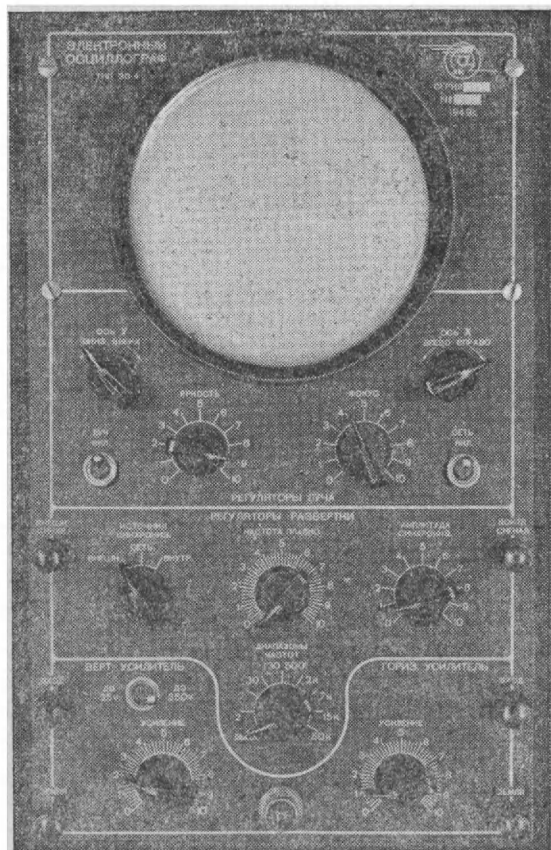


Рис. 252.

10. Переключатель источника напряжения синхронизации: внешнего, от сети и внутренней синхронизации в цепи генератора развертки.

11. Клемма входа внешней синхронизации.

<sup>1)</sup> Указанные на приборах данные о частоте развертки имеют приближенный характер. Точное значение частоты развертки определяется путем калибровки шкалы генератора развертки по надежному генератору стандарт-сигналов.



12. Изменение амплитуды синхронизирующего напряжения для всех способов синхронизации.

Детали от 13 до 19 служат для регулировки усиления.

13. Клеммы входа исследуемого напряжения на вертикально отклоняющие пластины трубки (ось  $Y$ ) через усилитель.

14. Регулировка этого напряжения на входе усилителя.

15. Переключатель подачи этого напряжения на вход усилителя до 25 в эфф. и до 250 в эфф.

16. Клеммы входа исследуемого напряжения на горизонтально отклоняющие пластины трубки (ось  $X$ ) через усилитель.

17. Регулировка этого напряжения на входе усилителя.

18. Клемма контрольного сигнала, частота которого равна 50 гц, а амплитуда около 2,5 в.

19. Индикаторная лампочка.

Прямые выводы от отклоняющих пластин электронной трубки в фабричных приборах помещаются обычно на задней или боковой панелях осциллографа. Нормально эти выводы соединены с усилителями. На тех же панелях находится и вывод модулятора луча по интенсивности, обычно соединенный с регулятором яркости луча.

**Основные параметры ЭО-4.** Чувствительность осциллографа по оси  $Y$  — 0,28 см на 1 мв, по оси  $X$  — 5 см на 1 в.

Коэффициент усиления вертикального усилителя — 1800; входной импеданс — 2 Мом параллельно с емкостью в 40 пф. Коэффициент усиления горизонтального усилителя — 35; входной импеданс — 5 Мом параллельно с емкостью 35 пф.

Электронный осциллограф типа ЭО-5 смонтирован на шасси, закрытом экраном. Все ручки управления осциллографом выведены на переднюю панель шасси (рис. 253).

1. Экран трубки. Для определения амплитуды исследуемого напряжения на экран устанавливается сетка, одно деление которой равно 2 мм.

2. Регулировка яркости изображения на экране трубки.

3. Фокусировка луча.

4. Смещение луча по оси  $Y$ .

5. Смещение луча по оси  $X$ .

6. Включение прибора в сеть.

7. Индикаторная лампа.

8. Переключатель диапазонов (грубое изменение частоты генератора развертки от 2 гц до 200 кГц); каждое положение переключателя определяет полосу частот. Дальнейшая регулировка осуществляется ручкой 9 — «частота плавно». Так, например, если переключатель установки в положении «2к», то ручка регулятора «частота плавно» перекрывает полосу частот от 200 гц до 20 кГц и т. д. <sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> См. примечание на стр. 506.

9. Изменение частоты развертки плавно.

10. Переключатель источника напряжения синхронизации: внешнего, от сети и внутренней синхронизации в цепи генератора развертки.

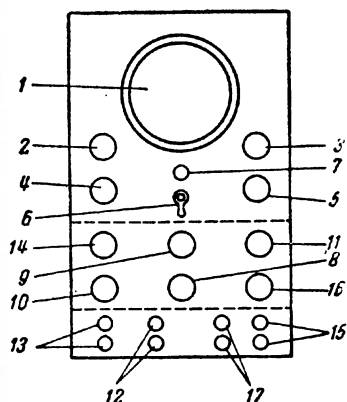
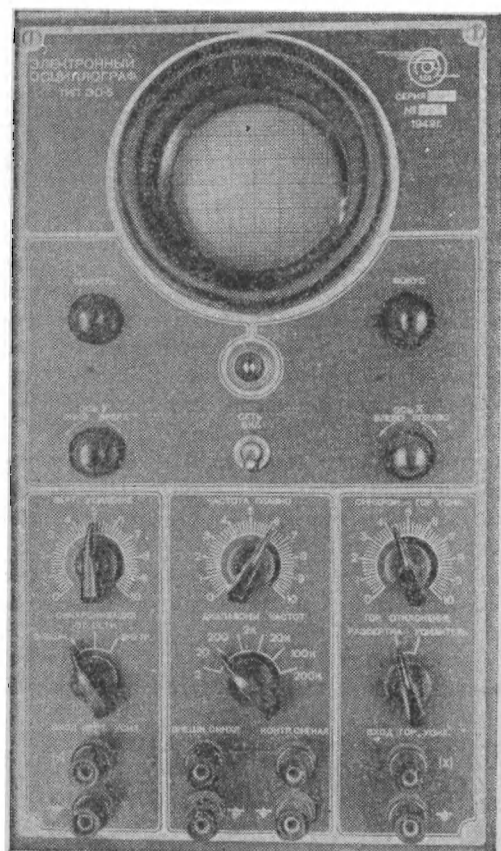


Рис. 253.

11. Изменение амплитуды синхронизирующего напряжения, когда переключатель (ручка 16) стоит в положении «развертка». Переключатель в положении «усилитель» отключает синхронизацию, и тогда этой ручкой изменяется амплитуда горизонтального усилителя.

12. Клеммы входа внешней синхронизации.

13. Клеммы входа исследуемого напряжения на вертикально отклоняющие пластины трубки (ось  $Y$ ) через усилитель.

14. Изменение амплитуды этого напряжения на входе вертикального усилителя.

15. Клеммы входа исследуемого напряжения на горизонтально отклоняющие пластины трубки (ось  $X$ ) через усилитель.

16. Переключатель рода работ: влево, положение «развертка», — на горизонтально отклоняющие пластины трубки подается напряжение от генератора развертки; вправо, положение «усилитель», — генератор развертки отключается, и исследуемое напряжение со входа (клемма 15) через усилитель подается на пластины трубки.

17. Клеммы контрольного сигнала, частота которого равна 50 гц и амплитуда около 6,2 в.

С левой стороны экрана под крышкой находятся клеммы для включения исследуемого сигнала непосредственно на пластины трубки, кроме того, — ряд клемм специального назначения (см. описание, приложенное к данному прибору).

**Основные параметры ЭО-5.** Чувствительность осциллографа по оси  $Y$  — 25 мм на 1 в, по оси  $X$  — 25 мм на 1 в. Максимальное входное напряжение на усилителе не более 250 в; входной импеданс усилителей — 0,5 Мом параллельно с емкостью 60 пф.

## ЗАДАЧА 91

### РЕЛАКСАЦИОННЫЕ КОЛЕБАНИЯ В СХЕМЕ С НЕОНОВОЙ ЛАМПОЙ

**Введение.** В задаче изучаются характер и условия существования релаксационных колебаний в схеме с неоновой лампой в зависимости от параметров схемы и лампы.

Наиболее простой схемой для возбуждения релаксационных колебаний можно считать схему с неоновой лампой. Рабочая схема изображена на рис. 254. В этой схеме  $N$  — неоновая лампа;  $C_1$ ,  $C_2$  и  $C_3$  — сменные конденсаторы емкостью примерно в 10 000 пф, 20 000 пф и 0,1 мкф;  $R$  — сопротивление;  $\Pi$  — делитель напряжения выпрямителя на 300 в.

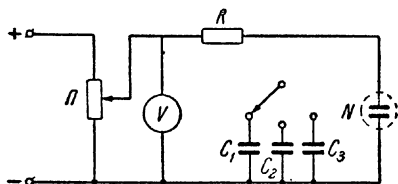


Рис. 254.

Работа схемы существенно зависит от свойств неоновой лампы. Поэтому прежде всего нужно снять ее характеристику, т. е. определить зависимость между напряжением на лампе и силой тока в ней.

Для этого служит схема, приведенная на рис. 255. Статическую характеристику лампы получают, изменяя при помощи делителя напряжения  $\Pi$  напряжение на лампе и отмечая по показаниям миллиамперметра силу тока в лампе, соответствующую разным напряжениям.

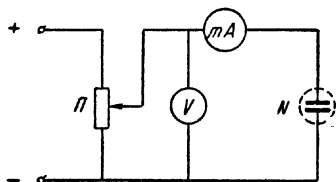


Рис. 255.

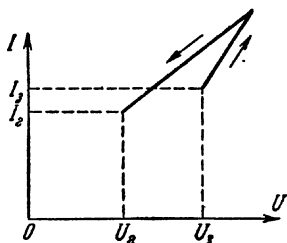


Рис. 256.

Характеристика неоновой лампы изображена на рис. 256. Из этого рисунка видно, что при малом напряжении на электродах ток через лампу равен нулю. При достижении напряжения зажигания  $U_3$  лампа вспыхивает, и ток скачком достигает конечной величины  $I_3$ . При дальнейшем увеличении напряжения ток в лампе все время возрастает. Если изменять напряжение в обратном направлении, т. е. уменьшать его, то уменьшение тока происходит по другой кривой, близкой к прямой линии. Когда напряжение упадет до  $U_3$ , плавное уменьшение тока будет еще продолжаться и лишь при достижении напряжения гашения  $U_r < U_3$  ток через лампу скачком падает до нуля, и лампа гаснет. Эти свойства неоновой лампы вполне объясняют механизм возникновения колебаний в схеме с неоновой лампой.

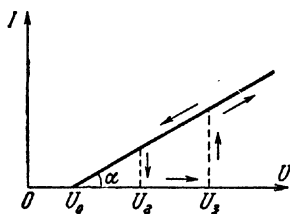


Рис. 257.

Для того чтобы упростить математическую задачу, мы введем схематизированную характеристику неоновой лампы, представленную отрезком прямой линии (рис. 257). В этой характеристике сохранены те основные свойства неоновой лампы, которые, как мы увидим ниже, играют существенную роль в механизме возбуждения и поддержания колебаний, а именно: скачкообразное возникновение тока при  $U_3$  и скачкообразное же исчезновение его при  $U_r$ .

**Теория.** Характеристика, изображенная на рис. 257, может быть аналитически выражена так:

$$U = U_0 + R_i I_2,$$

или

$$I_2 = \frac{U - U_0}{R_i}, \quad (1)$$

где  $R_i = \text{ctg } \alpha$  имеет размерность сопротивления и характеризует внутреннее сопротивление неоновой лампы. При этом, однако, надо иметь в виду, что  $R_i$  есть разрывная функция  $U$ . В области от 0 до  $U_0$  при возрастании  $U$   $R_i = \infty$ , а в области  $U > U_0$  имеет конечное постоянное значение  $R_i = \text{const}$ . При уменьшении напряжения  $R_i$  остается постоянным до значения  $U = U_r$  и становится равным бесконечности при  $U < U_r$ . Исходя из законов Кирхгофа и уравнения (1), для схемы с неоновой лампой (рис. 258) можно написать

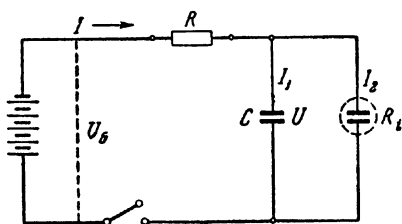


Рис. 258.

$$IR + U = U_0,$$

$$I = I_1 + I_2,$$

$$I_2 R_i = U - U_0.$$

Исключая из этих уравнений  $I_2$  и  $I$ , получим

$$I_1 + \frac{U}{R} = \frac{U_0}{R} + \frac{U_0}{R_i}, \quad (2)$$

где

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R_i}. \quad (3)$$

Так как

$$CU = Q, \quad \frac{dQ}{dt} = I_1,$$

то

$$C \frac{dU}{dt} = I_1,$$

следовательно, уравнение (2) может быть приведено к виду

$$C \frac{dU}{dt} + \frac{U}{R} = \frac{U_0}{R} + \frac{U_0}{R_i}. \quad (4)$$

Это уравнение вместе с соответствующими начальными условиями дает возможность описать все явления в схеме; но при этом необходимо принимать во внимание свойства разрывной функции  $R_i$ , указанные выше.

Интегрируя уравнение (4), получаем

$$\frac{U}{R} = \frac{U_0}{R} + \frac{U_0}{R_i} - Ae^{-\frac{t}{RC}}, \quad (5)$$

где  $A$  — постоянная, определяемая из начальных условий. Вследствие того, что в уравнение входит величина  $R_i$ , изменяющаяся

скачком, т. е. разрывная, для описания процессов нужны два разных уравнения — одно, соответствующее случаю  $R_i = \infty$ , а другое — случаю  $R_i = \text{const}$ .

В момент включения батареи конденсатор  $C$  не заряжен и лампа не горит, т. е.  $R_i = \infty$ , и уравнение (5), принимая во внимание (3), превращается в

$$U = U_0 - \rho A e^{-\frac{t}{\rho C}}. \quad (6)$$

Из условия, что при  $t = 0$   $U = 0$ , получим  $A = \frac{U_0}{\rho}$ , следовательно,

$$U = U_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\rho C}}\right).$$

Напряжение на зажимах конденсатора возрастает и стремится асимптотически к значению  $U_0$ . Если  $U_3 < U_0$ , то в некоторый момент  $\tau$  лампа вспыхивает, так как напряжение на зажимах конденсатора достигает значения  $U_3$ . Потребное для этого время  $\tau$  определяется (рис. 259, точка А) из соотношения

$$U_3 = U_0 \left(1 - e^{-\frac{\tau}{RC}}\right),$$

откуда

$$\tau = RC \ln \frac{U_0}{U_0 - U_3}. \quad (7)$$

Когда лампа вспыхивает,  $R_i$  изменяется скачком и приобретает конечное значение. Чтобы определить дальнейшее поведение системы, нужно рассмотреть уравнение (5) при конечном значении  $R_i$  и начальных условиях, соответствующих моменту  $\tau$ . Начальные условия, соответствующие моменту  $\tau$ , можно установить, исходя из следующих соображений.

В момент  $\tau$  сопротивление  $R_i$  изменяется скачком от  $R_i = \infty$  до  $R_i = \text{const}$ , поэтому также скачком появляется ток  $I_3$ , приобретающий сразу конечное значение. Практически цепь обладает некоторой самоиндукцией, и тем скачкам тока, о которых идет речь, в действительности соответствуют очень большие, но все же конечные скорости изменения тока. Поскольку эти скачки происходят очень быстро по сравнению с другими процессами в системе и поскольку нас не интересует механизм скачка, мы вправе пренебрегать малыми самоиндукциями. Однако нужно учитывать, что энергия системы изменяется непрерывно, ибо ее мгновенные изменения на конечную величину соответствовали бы бесконечно большой мощности. В рассматриваемой системе вся энергия накапливается

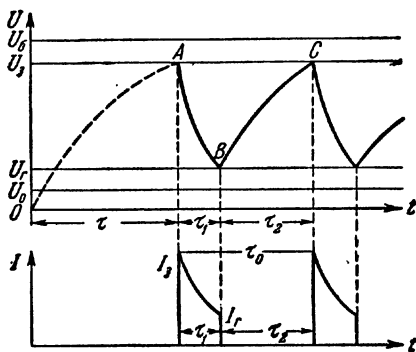


Рис. 259.

в конденсаторе  $C$ . Энергия эта есть  $\frac{1}{2} CU^2$ , следовательно, напряжение на обкладках конденсатора должно изменяться непрерывно, т. е. оставаться неизменным в момент возникновения и исчезновения тока  $I_2$ . Так как лампа вспыхивает при напряжении  $U_3$ , то, значит, в момент времени  $\tau$   $U = U_3$ . Подставляя в уравнение (5) условие, что при  $t_1 = 0$   $U = U_3$ , мы определим новое значение постоянной интегриации:

$$A = \frac{U_6}{R} + \frac{U_0}{R_i} - \frac{U_3}{\rho}. \quad (8)$$

Таким образом, уравнение (5) примет вид

$$\frac{U}{\rho} = \frac{U_6}{R} + \frac{U_0}{R_i} + \left[ \frac{U_3}{\rho} - \frac{U_0}{R_i} - \frac{U_6}{R} \right] e^{-\frac{t_1}{\rho C}}, \quad (9)$$

где  $t_1 = t - \tau$ .

Выражение (9) показывает, что напряжение  $U$  на конденсаторе асимптотически стремится к некоторому предельному значению  $U_{пр}$ , которое может быть вычислено из (8) подстановкой  $t = \infty$ ,

$$U_{пр} = \rho \left( \frac{U_6}{R} + \frac{U_0}{R_i} \right). \quad (10)$$

Если  $U_{пр} < U_r$ , то напряжение на конденсаторе будет падать и обязательно достигнет  $U_r$ , как изображено на рис. 259 (точка  $B$ ). В этот момент лампа погаснет, конденсатор снова начнет заряжаться и, когда напряжение на нем достигнет  $U_3$ , лампа снова вспыхнет (точка  $C$  на рис. 259); описанный процесс будет периодически повторяться.

Условие возбуждения колебаний в схеме можно записать так:

$$U_{пр} < U_r < U_3 < U_6.$$

Из (10) и этой цепочки неравенств получим, проведя соответствующие преобразования:

$$\frac{U_6 - U_r}{R} < \frac{U_r - U_0}{R_i}. \quad (11)$$

В правой части неравенства (11) стоит выражение, зависящее только от свойств самой лампы, а в левой части выражение зависит также от  $R$  и  $U_6$ .

Как видно из условия (11), для того чтобы возникли колебания в схеме, нужно, чтобы при данном  $U_6$  сопротивление  $R$  было больше определенной величины, и, наоборот, при данном  $R$  напряжение  $U_6$  было меньше определенной величины (но, конечно, не меньше  $U_3$ , ибо тогда лампа вообще не вспыхнет).

Физический смысл неравенства (11) ясен. Справа стоит в нем выражение, определяющее силу тока в лампе при напряжении  $U_r$  на ее зажимах (это — та наименьшая сила тока, при которой лампа

еще горит). Слева же стоит выражение, которое определяется силой тока, притекающего в схему из батареи в том случае, когда напряжение на обкладках конденсатора равно  $U_r$ . Ясно, что если этот последний ток меньше первого, то часть заряда, текущего в лампу, будет отдавать конденсатор, напряжение на нем будет падать, и лампа погаснет. А это как раз и необходимо для того, чтобы в схеме возникли колебания.

Продолжительность процесса разряда конденсатора определяется из того соображения, что разряд длится до тех пор, пока напряжение на обкладках конденсатора не упадет до  $U_r$ . Таким образом, продолжительность разряда определится выражением

$$\frac{U_r}{\rho} = \frac{U_6}{R} + \frac{U_0}{R_i} + \left( \frac{U_3}{\rho} - \frac{U_0}{R_i} - \frac{U_6}{R} \right) e^{-\frac{\tau_1}{\rho C}}, \quad (12)$$

откуда путем простых преобразований и логарифмирования можно получить

$$\tau_1 = \rho C \ln \frac{(U_3 - U_0) R - (U_6 - U_3) R_i}{(U_r - U_0) R - (U_6 - U_0) R_i}. \quad (13)$$

После того как лампа погаснет, начинается снова процесс зарядки конденсатора, определяемый, как в первый раз, уравнением

$$U = U_6 - A e^{-\frac{t_2}{RC}},$$

где

$$t_2 = t - (\tau + \tau_1).$$

Однако в этом случае начальные условия отличаются от тех, которые были при первоначальной зарядке конденсатора.

Из тех соображений, которые приводились для определения начальных условий в тот момент, когда лампа вспыхивает, следует, что когда лампа и гаснет, напряжение на обкладках конденсатора не должно изменяться скачком. Следовательно, для процесса повторного заряда начальным условием будет:  $t_2 = 0$ ,  $U = U_r$ . При этих начальных условиях постоянная  $A$  равна  $(U_6 - U_r)$ , следовательно,

$$U = U_6 - (U_6 - U_r) e^{-\frac{t_2}{RC}}. \quad (14)$$

Вследствие того, что зарядка продолжается, пока напряжение не достигнет значения  $U_3$ , продолжительность зарядки  $\tau_2$  определится соотношением

$$U_3 = U_6 - (U_6 - U_r) e^{-\frac{\tau_2}{RC}},$$

откуда

$$\tau_2 = RC \ln \frac{U_6 - U_r}{U_6 - U_3}. \quad (15)$$



Таким образом, определены условия возбуждения колебаний, период и амплитуда колебаний. Что касается формы колебаний, то основные ее особенности также определены. Из рис. 259 видно, что форма кривой тока  $I_2$  носит разрывной характер, а кривая  $U$  имеет в соответствующих местах разрыв в производной, но сама по себе непрерывна. Такие колебания называются разрывными или релаксационными.

Итак, условия возбуждения релаксационных колебаний в схеме с неоновой лампой даются неравенством (11), период колебаний ( $\tau_0 = \tau_1 + \tau_2$ ) определяется соотношениями (13) и (15), а амплитуда — значениями  $U_3$  и  $U_r$ .

**Измерения.** Задача состоит в проверке выведенных выше условий возбуждения колебаний и в определении их периода.

Исследование формы колебаний (зависимости напряжения от времени) и периода колебаний при большой частоте производится посредством электронного осциллографа ЭО-5. (Описание электронного осциллографа см. в задаче 90). Схема присоединения к осциллографу изображена на рис. 260.

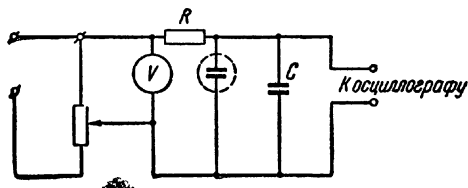


Рис. 260.

Для того чтобы получить достаточно быстрые колебания в схеме с неоновой лампой, емкость  $C$  берется в 10 000 и 20 000 пф, а сопротивление  $R$  1—2 Мом.

Добиваются установившейся картины на экране осциллографа и определяют частоту колебаний по прилагаемому к осциллографу градуировкам делений шкалы частоты развертки при разных диапазонах частот<sup>1)</sup>. Определяют частоту колебаний в зависимости от напряжения на зажимах лампы. Результаты изображают графически и сравнивают с периодом, вычисленным по формулам (13) и (15).

Желательно зарисовать или сфотографировать осциллограмму. Зарисовать можно, приложив к экрану осциллографа прозрачную бумагу или кальку. Сфотографировать можно контактным

<sup>1)</sup> Такой способ определения частоты колебаний при помощи осциллографа является весьма приближенным в результате неточной градуировки генератора развертки по частоте. Гораздо точнее неизвестную частоту можно определить, выключив развертку, но подав на одну пару пластин осциллографа сигнал от надежно прокалиброванного по частоте генератора, а на другую — исследуемое колебание. В данном случае можно воспользоваться генератором звуковой частоты. Тогда, добившись неподвижной картины от сложения двух колебаний при минимальной частоте звукового генератора, можно по шкале этого генератора определить неизвестную частоту. Если исследуемое колебание не синусоидально, то на экране осциллографа, разумеется, «правильных фигур Лиссажу» получаться не будет, но это значения не имеет.

способом, приложив фотобумагу к экрану, надев на бленду экрана рукав из черной материи. При выполнении задачи должны быть произведены следующие измерения:

1. Собрать схему, изображенную на рис. 255, и снять характеристики неоновой лампы.

2. Собрать схему, изображенную на рис. 260 (см. также рис. 254), для получения колебаний и, измеряя период колебаний с помощью осциллографа, снять кривые  $\tau_0$  (см. рис. 259) как функцию  $U_6$  при трех различных значениях емкости и трех различных сопротивлениях (всего 9 кривых).

**Обработка результатов.** 1. По полученной характеристике нужно построить схематизированную характеристику лампы и определить для нее  $U_3$ ,  $U_r$ ,  $I_3$ ,  $I_r$ ,  $R_i$ .

2. Определить по графикам  $\tau_0 = f(U_6)$  наибольшие значения  $U_{6(\max)}$ , при которых еще существуют колебания. Вычислить выражение

$$a = \frac{U_{6(\max)} - U_r}{R},$$

которое согласно теории должно быть одно и то же для всех сопротивлений (см. формулу 11). Вычислить  $U_0$  из соотношения

$a = \frac{U_r - U_0}{R_i}$ , так как определение  $U_0$  из характеристики будет менее точным.

3. Проверить, в какой мере зависимость  $\tau_0 = f(U_6)$ , полученная из опыта, совпадает с теоретическими формулами (13) и (15) для одной кривой.

Произвести качественные исследования отношения  $\frac{\tau_1}{\tau_2}$  в зависимости от  $U_6$  (при сравнении с теорией может помочь график рис. 259). Как видно, при увеличении  $U_6$  асимптоты  $U_6$  и  $U_{пр}$  поднимаются, при этом первая удаляется от линии  $U_3$ , а вторая приближается к линии  $U_r$ . Поэтому при малых  $U_6$   $\tau_1 \ll \tau_2$ ; лампа вспыхивает лишь на короткие промежутки времени. При больших  $U_6$   $\tau_1$  становится больше  $\tau_2$  и лампа горит большую часть периода.

В заключение необходимо отметить, что количественное сравнение теории с опытом не всегда дает удовлетворительные результаты, так как характеристика, приведенная на рис. 257, является схематизированной и снята для случая статического режима. В действительности  $U_3$  и  $U_r$  зависят не только от свойств лампы, но и от скорости изменения напряжения на ее электродах.

**Технические данные установки.** В работе используется пяточковая неоновая лампа и осциллограф ЭО-5 или ЭО-4. Питание схемы осуществляется от аккумуляторной проводки постоянного тока. При снятии статических характеристик используется миллиамперметр ЛМ на 15 мА и астатический вольтметр на 300 В. Сопротивления и конденсаторы подбираются в таких комбинациях, чтобы обеспечить частоты релаксационных колебаний порядка сотен герц.

## СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Андронов, А. А. Витт, С. Э. Хайкин, Теория колебаний, Физматгиз, 1959.
2. Специальный физический практикум под редакцией Г. В. Спивак, Изд МГУ, 1960.
3. С. П. Стрелков, Введение в теорию колебаний, Гостехиздат, 1950.

## ЗАДАЧА 92

## ИЗУЧЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК УСИЛИТЕЛЯ НИЗКОЙ ЧАСТОТЫ НА СОПРОТИВЛЕНИЯХ

В радиотехнике и в физических экспериментах очень часто имеют дело со слабыми электромагнитными колебаниями, которые могут быть использованы или зарегистрированы только после увеличения их амплитуды (усиления). В большинстве случаев важно произвести усиление с сохранением формы колебаний<sup>1)</sup>. Устройства, выполняющие такое преобразование электрических колебаний, называются усилителями.

В настоящее время широкое применение получили усилители с электронными лампами (триод, пентод). Электронная лампа является основным элементом, обеспечивающим усиление электрических колебаний. Эффект усиления в них связан с тем, что изменение напряжения между управляющей сеткой и катодом (напряжение сетки) вызывает значительно большие изменения анодного тока, чем такие же изменения анодного напряжения. Эти изменения анодного тока дают соответствующее падение напряжения на большом сопротивлении, специально для этого введенном в анодную цепь лампы. Величина этого падения напряжения больше усиливаемого напряжения, подведенного между катодом лампы и ее сеткой.

Целью настоящей работы является изучение основных характеристик однолампового усилителя напряжения низкой (звуковой) частоты. Выполнение студентами этой задачи целесообразно после изучения работы катодной лампы в задаче 65.

Усилитель напряжения звуковой частоты предназначается для усиления напряжения электромагнитных колебаний с частотой от нескольких десятков или сотен герц до 10 000—30 000 гц.

Основным параметром, характеризующим работу усилителя, является его коэффициент усиления (или коэффициент передачи) — отношение амплитуды напряжения на выходе усилителя к амплитуде напряжения на входе:

$$K = \frac{U_{\text{вых}}}{U_{\text{вх}}}. \quad (1)$$

<sup>1)</sup> Формой колебаний в данном случае называется зависимость электрической величины от времени.

Коэффициент усиления оказывается неодинаковым для сигналов разных частот; это является особенностью всех усилителей. У усилителя на сопротивлениях зависимость коэффициента усиления от частоты слабее выражена, чем у простейших усилителей других типов, что составляет особенность усилителей на сопротивлениях.

Кроме того, отношение амплитуды напряжения на выходе усилителя к амплитуде напряжения на входе даже при фиксированной частоте подаваемого сигнала не есть величина постоянная. При больших амплитудах на входе усилителя напряжение на выходе перестает быть ему пропорциональным; зависимость этих величин становится нелинейной, и усилитель начинает искажать форму поданных на него колебаний. Эти обстоятельства заставляют опи-

сывать работу усилителя при помощи характеристик, выражающих зависимость коэффициента усиления от частоты сигналов и от их амплитуды: частотная характеристика — зависимость коэффициента усиления от частоты колебаний,  $K = f(\omega)$ ; амплитудная характеристика — зависимость амплитуды напряжения на выходе от амплитуды напряжения на входе при

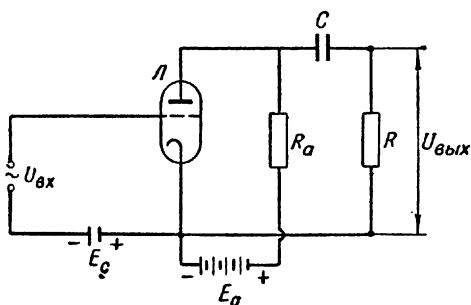


Рис. 261.

фиксированной частоте,  $U_{\text{вых}} = f(U_{\text{вх}})$ . В некоторых случаях большое значение имеет фазовая характеристика — зависимость угла сдвига фазы напряжения на выходе по отношению к фазе напряжения на входе от частоты.

Принципиальная схема однолампового усилителя напряжения на сопротивлениях изображена на рис. 261, где  $\mathcal{L}$  — электронная лампа — триод;  $E_c$  — источник постоянного тока, задающий отрицательное напряжение между сеткой и катодом лампы (смещение сетки);  $E_a$  — источник постоянного тока, создающий анодное напряжение;  $R_a$  — активное сопротивление (анодная нагрузка);  $C$  — разделительный конденсатор;  $R$  — активное сопротивление, с которого снимается напряжение усиленных колебаний;  $U_{\text{вх}}$  — переменное напряжение, подлежащее усилению;  $U_{\text{вых}}$  — напряжение на выходе. Конденсатор  $C$  в этой схеме вводится для того, чтобы постоянное напряжение от источника тока  $E_a$  не попадало на сопротивление  $R$ , т. е. чтобы на нем было только переменное напряжение.

При анализе работы схем в радиотехнике широко используется метод эквивалентных схем, которые получаются из данной схемы заменой некоторых ее элементов (например, лампы) более простыми,

с сохранением основных функций, выполняемых заменяемым элементом. Лампа, работающая в усилителе, может быть заменена генератором переменного тока. При этом если лампа имеет статический коэффициент усиления  $\mu$ , внутреннее сопротивление  $R_i$  и на управляющую сетку ее подается переменное напряжение  $U_{вх}$ , то заменяющий ее эквивалентный генератор имеет электродвижущую силу, равную  $\mu U_{вх}$ , и внутреннее сопротивление  $R_i$ .

Воспользовавшись такой заменой, можно получить эквивалентную схему для усилителя, изображенного на рис. 261, приняв во внимание, что внутреннее сопротивление источника анодного напряжения мало по сравнению с внутренним сопротивлением лампы  $R_i$  и сопротивлением анодной нагрузки  $R_a$ . На рис. 262 дана

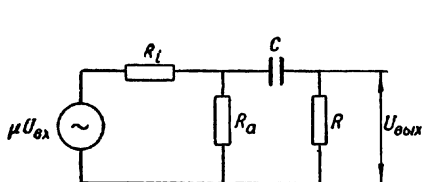


Рис. 262.



Рис. 263.

эквивалентная схема усилителя на сопротивлениях. Эта схема дает возможность проанализировать работу усилителя и выяснить зависимость коэффициента усиления  $K$  от частоты  $\omega$ ; анализ приводит к зависимости, изображенной на рис. 263 в виде кривой  $K = f(\omega)$ .

Характерным в этой зависимости является уменьшение (завал или спад) коэффициента усиления в области низких и высоких частот и сравнительно постоянное его значение в области средних частот. Эта область средних частот определяется соотношением величин емкости  $C$  и сопротивления  $R$  и начинается с частот, для которых  $\frac{1}{\omega C} \ll R$ , т. е. частот, для которых конденсатор  $C$  представляет собой малое сопротивление по сравнению с  $R$ . В этой области частот коэффициент усиления такого усилителя определяется выражением

$$K = \frac{\mu}{1 + \frac{R_i}{R_a} + \frac{R_i}{R}}.$$

Таким образом, максимальное усиление одной ступени усилителя будет меньше статического коэффициента усиления лампы. Спад  $K$  в области низких частот определяется влиянием сопротивления конденсатора  $C$ , которое с понижением частоты растет, а следовательно, растет падение напряжения на нем, т. е. уменьшается напряжение на  $R$ . На высоких частотах спад характеристики определяется входной емкостью следующей усилительной лампы и

взаимной емкостью соединительных проводов и в случае однокаскадного усилителя — входной емкостью прибора, включенного на выход усилителя.

В нашем случае на выход усилителя специально поставлен конденсатор  $C_1$  (рис. 264), играющий роль такой шунтирующей емкости,

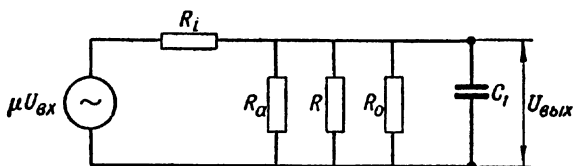


Рис. 264.

с тем чтобы, не выходя из диапазона частот генератора, показать завал частотной характеристики усилителя на высоких частотах.

Из схемы рис. 264 видно, что с ростом частоты сопротивление конденсатора  $C_1$  будет все больше и больше шунтировать сопротивления  $R_a$  и  $R$  и, так как  $R_i$  остается неизменным,  $U_{\text{вых}}$  с ростом частоты будет уменьшаться. Поэтому при высоких частотах, когда можно считать  $\frac{1}{\omega C_1} \ll \frac{R_a R}{R_a + R}$ , эквивалентная схема принимает вид, изображенный на рис. 264.

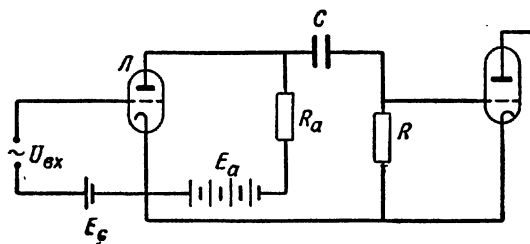


Рис. 265.

В обычных усилителях, имеющих несколько ступеней усиления, сопротивление  $R$  является сопротивлением утечки сетки следующей лампы и параллельно ему будет включена входная емкость лампы, следовательно, она будет определять спад частотной характеристики при высоких частотах. На рис. 265 изображена схема соединения первого каскада усилителя с лампой второго каскада, а соответствующая эквивалентная схема будет такая же, как и изображенная на рис. 262, при этом емкость  $C_1$  будет входной емкостью второй лампы ( $C_{\text{вх}}$ ).

Из сказанного видно, что спады частотной характеристики усилителя на низких и высоких частотах не являются лишь частным следствием устройства предложенной в задаче схемы. Дело в том,

что входные емкости ламп и переходная емкость каскадов всегда играют ту же роль. При всем том упомянем еще раз, что среди простейших усилителей усилитель на сопротивлениях является усилителем с частотной характеристикой, имеющей постоянную величину коэффициента усиления в сравнительно широком диапазоне частот.

В усилителях с одной лампой другого типа коэффициент усиления может быть сделан больше статического коэффициента усиления лампы, например за счет коэффициента трансформации выходного трансформатора усилителя на трансформаторах.

Обращаем внимание, что все характерные черты работы всякого лампового усилителя могут быть выяснены на примере работы однокаскадного усилителя на сопротивлениях.

Из изучения работы данного усилителя на звуковой частоте никак не должно создаваться впечатление о возможности применения однокаскадного лампового усилителя на сопротивлениях только к усилению переменных токов. Наоборот, важнейшая в ряде областей физики задача усиления малых постоянных токов, например фототоков, решается в основном именно при помощи этих усилителей. Такое применение усилителя можно видеть в задаче 132, посвященной изучению фотоэффекта. Устройство усилительных схем постоянного тока и типы применяемых в них ламп, в частности электрометрические лампы, имеют, разумеется, свои характерные особенности, на которых мы здесь останавливаться не можем.

По поводу амплитудной характеристики усилителя можно сказать следующее. Усилители напряжения обычно работают на прямолинейном участке сеточной характеристики лампы (см. задачу 65), поэтому с ростом  $U_{вх}$  должно пропорционально расти  $U_{вых}$ . Но как только лампа начинает работать на нелинейных участках характеристики, эта пропорциональность нарушается. Работа лампы на нелинейном участке характеристики приводит к искажению формы усиливаемых колебаний, что в некоторых случаях является недопустимым (измерительные и осциллографические усилители, усиление музыкальной передачи). Поэтому очень важно знать предельную величину сигнала, при которой усилитель работает еще в линейной части характеристик. Амплитудная характеристика усилителя  $U_{вых} = f(U_{вх})$  дает возможность судить об этих искажениях. Область значений  $U_{вх}$ , в которой амплитудная характеристика линейна, является рабочей областью данного усилителя.

**Описание приборов.** 1. Усилитель собран в закрытом шасси. Шасси усилителя снизу закрыто крышкой из плексигласа, через которую виден весь монтаж схемы. Шасси крепится штырями на специальной подставке, и в таком положении должна проводиться работа с ним. Лампа усилителя 6С5 вставляется в панель лампы, находящуюся на верхней панели усилителя. На эту же панель шасси выведена колодка включения питания усилителя, которое подводится

специальным кабелем с контактной колодкой. На панель выведена рукоятка регулировки сопротивления автоматического смещения лампы усилителя. Рабочее положение ее — в пределах от 5-го до 6-го деления. С левого и правого торца шасси выведены зажимы входа и выхода усилителя.

2. Стабилизированный выпрямитель предназначен для питания схемы усилителя. Выпрямитель обеспечивает постоянное анодное напряжение 250 в и переменное напряжение 6,3 в для питания накала лампы усилителя. Стабилизированный выпрямитель состоит из обычного двухполупериодного кенотронного выпрямителя с фильтром (см. задачу 85), на выходе которого имеется электронная стабилизирующая схема. Эта схема поддерживает анодное напряжение усилителя постоянным при изменении напряжения сети. На передней панели выпрямителя имеется вольтметр, показывающий напряжение на выходе стабилизированного выпрямителя, сетевой выключатель и сигнальная лампа включения выпрямителя. Кабель с колодкой служит для подвода напряжений к усилителю.

3. Генератор звуковых сигналов ЗГ-2А (смотрите заводское описание и инструкцию) является источником синусоидальных напряжений, которые подаются на вход исследуемого усилителя.

4. Электронный осциллограф ЭО-5 (см. его описание в задаче 90 и заводское описание) используется в данной задаче как для наблюдения формы сигнала на входе и выходе усилителя, так и для измерения амплитуды этих сигналов.

### Упражнение 1

#### Изучение схемы усилителя и сборка установки

Снять усилитель с подставки и разобрать в схеме усилителя. Вычертить полную схему усилителя; проставить величину сопро-

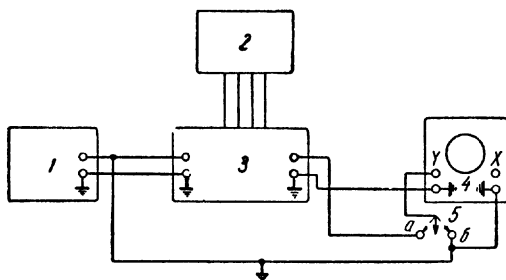


Рис. 266.

тивлений и емкостей, входящих в схему. Собрать схему установки согласно рис. 266. На этой схеме цифрами обозначены отдельные



приборы, входящие в установку: 1 — звуковой генератор, 2 — стабилизированный выпрямитель, 3 — усилитель, 4 — осциллограф, 5 — переключатель на два положения.

При сборке схемы необходимо следить за тем, чтобы корпуса всех приборов были электрически соединены друг с другом.

Как видно из схемы рис. 266, при включении переключателя 5 в положение *а* на вход вертикального усилителя осциллографа подается напряжение с выхода усилителя, в положение *б* — напряжение с выхода звукового генератора. Для измерения напряжения на выходе усилителя замечают величину амплитуды напряжения на осциллографе при включении переключателя 5 в положение *а*. Затем переключают его в положение *б* и регулировкой выходного напряжения генератора 1 добиваются на осциллографе той же амплитуды. Показания вольтметра звукового генератора в этом случае соответствуют напряжению выходного сигнала усилителя.

### Упражнение 2

#### Снятие амплитудной характеристики усилителя и определение коэффициента усиления на средних частотах

Включить стабилизированный выпрямитель, звуковой генератор и осциллограф. Отрегулировать яркость и фокусировку осциллографа, получить сигналы на осциллографе с выходов усилителя и звукового генератора.

Указатель рукоятки на верхней панели усилителя ставят в положение против цифры 6<sup>1)</sup>. Устанавливают на генераторе частоту 5000 гц. Подбирают амплитуду генератора и усиления осциллографа такими, чтобы синусоиды умещались на экране и чтобы синусоида с выхода исследуемого усилителя была правильной формы.

После этого, изменяя частоту генератора при постоянной амплитуде напряжения на входе усилителя, просматривают частотную характеристику усилителя. Находят частоту с максимальным усилением.

Затем, работая на этой частоте, снимают амплитудную характеристику усилителя. Для этого, меняя напряжение на входе усилителя, измеряют амплитуду напряжения на выходе исследуемого усилителя.

Пользуясь этими данными, строят амплитудную характеристику усилителя и определяют коэффициент усиления для средних частот.

---

<sup>1)</sup> Это положение рукоятки соответствует смещению на сетке, при котором рабочая точка находится на середине линейного участка сеточной характеристики лампы.

## Упражнение 3

## Снятие частотной характеристики усилителя

Из амплитудной характеристики определяют напряжение  $U'_{вх}$  на входе усилителя, при котором начинается нелинейность в амплитудной характеристике. Затем устанавливают на входе усилителя напряжение  $0,1U'_{вх}$ <sup>1)</sup> и, поддерживая его все время постоянным, меняя частоту, измеряют напряжение на выходе усилителя так же, как в предыдущем упражнении. Полученные данные записываются в таблице.

**Ч а с т о т н а я х а р а к т е р и с т и к а  $U'_{вх}$ .** Частотную характеристику снимают, начиная с низших частот (50 гц) и до высоких частот, при которых совершенно ясно замечен спад частотной характеристики. Снятие частотной характеристики повторяют, понижая частоту.

Рекомендуется сделать измерения для 20—25 точек и затем начертить частотную характеристику, откладывая по оси ординат логарифм коэффициента усиления, а по оси абсцисс — логарифм частоты  $f$ .

**Технические данные установки.** Все необходимые данные установки приведены в тексте описания задачи.

## СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Ж е р е б ц о в, Радиотехника, Связьиздат, 1958.
2. Г. В. В о й ш в и л л о, Общий курс радиотехники, Воениздат, 1950.
3. Н. Н. М а л о в, Курс электротехники и радиотехники, Физматгиз, 1959.
4. А. М. Б о н ч - Б р у е в и ч, Электронные лампы и их применение в экспериментальной физике, Гостехиздат, 1956.

## ЗАДАЧА 93

## ГАРМОНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

**Введение.** Из курса математического анализа известно, что всякую периодическую функцию, удовлетворяющую определенным условиям (условия Дирихле), можно разложить в ряд по гармоническим функциям аргумента с частотами, кратными основной частоте (ряд Фурье).

В дальнейшем в данной работе будут встречаться только такие функции, для которых подобное разложение выполнимо.

<sup>1)</sup> То есть напряжение заведомо меньше того, при котором усилитель начинает искажать форму сигнала.

Ряд Фурье имеет следующий вид:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + a_1 \cos \omega t + a_2 \cos 2\omega t + \dots + a_n \cos n\omega t + \dots \\ \dots + b_1 \sin \omega t + b_2 \sin 2\omega t + \dots + b_n \sin n\omega t + \dots,$$

где  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  — угловая частота, а  $T$  — период изменения функции  $f(t)$ . Коэффициенты этого ряда вычисляются по формулам

$$a_k = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos k\omega t dt \quad \text{и} \quad b_k = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin k\omega t dt$$

(формулы Эйлера).

Ряд Фурье может быть преобразован к следующему виду:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + A_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + A_2 \sin(2\omega t + \varphi_2) + \dots \\ \dots + A_n \sin(n\omega t + \varphi_n) + \dots,$$

где

$$A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2} \quad \text{и} \quad \operatorname{tg} \varphi_k = \frac{a_k}{b_k}.$$

Члены разложения этого ряда принято называть гармоническими составляющими или гармониками функции  $f(t)$ . При этом величина  $A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$  будет амплитудой  $k$ -й гармоники, а  $\varphi_k = \operatorname{arctg} \frac{a_k}{b_k}$  — ее начальной фазой.

Определение амплитуд и фаз гармоник данной периодической функции называется ее гармоническим анализом. Совокупность же амплитуд и фаз гармоник принято называть спектром данной функции. Иными словами, гармонический анализ некоторой функции состоит в нахождении ее гармонического спектра:

При физических исследованиях часто представляет интерес случай, когда периодической функцией времени являются электрический ток или напряжение.

В настоящей лабораторной работе будут исследоваться напряжения, периодически изменяющиеся со временем.

Исходя из изложенного выше, мы можем рассматривать всякий периодический ток как сумму синусоидальных переменных токов, а всякое периодическое напряжение как сумму синусоидальных напряжений с кратными частотами. Амплитуды и фазы гармоник этих токов и напряжений определяются по формулам нахождения амплитуд и фаз членов разложения соответствующих рядов Фурье.

Найдем ряды Фурье для двух периодических напряжений:

1) П и л о о б р а з н о е н а п р я ж е н и е (рис. 267). Напряжение  $U$  линейно нарастает по закону  $U = \frac{U_0}{T} t - \frac{U_0}{2}$  от значения

$U = -\frac{U_0}{2}$  при  $t = 0$  до значения  $U = +\frac{U_0}{2}$  при  $t = T$ . В момент  $t = T$  напряжение мгновенно меняется от  $U = +\frac{U_0}{2}$  до  $U = -\frac{U_0}{2}$ . Далее процесс повторяется периодически.

Вычислив коэффициенты  $a_k$  и  $b_k$  по формулам Эйлера и подставив их в ряд Фурье, получим

$$U(t) = -\frac{U_0}{\pi} \left( \frac{\sin \omega t}{1} + \frac{\sin 2\omega t}{2} + \dots + \frac{\sin n\omega t}{n} + \dots \right).$$

Здесь, как и прежде,  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ .

2) Прямоугольная волна (рис. 268). Напряжение  $U$  в первую половину периода равно  $U = +\frac{U_0}{2}$ , а вторую половину

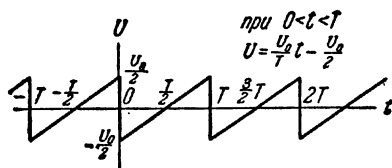


Рис. 267.

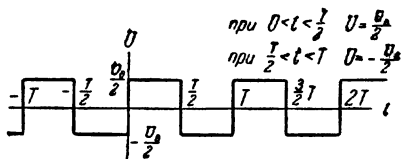


Рис. 268.

периода  $U = -\frac{U_0}{2}$ . Изменения напряжения происходят мгновенно. Процесс периодически повторяется.

Находим, как и в предыдущем случае, ряд Фурье

$$U(t) = \frac{2U_0}{\pi} \left( \frac{\sin \omega t}{1} + \frac{\sin 3\omega t}{3} + \frac{\sin 5\omega t}{5} + \dots \right. \\ \left. \dots + \frac{\sin (2n+1)\omega t}{2n+1} + \dots \right).$$

В обоих рассмотренных случаях начальные фазы всех гармоник равны нулю.

В дальнейшем нами будут исследоваться напряжения, для которых зависимость от времени близки к приведенным выше.

Простейшим устройством, позволяющим выделить отдельные гармоники периодического напряжения, является последовательный колебательный контур (см. задачу 88). При воздействии на контур синусоидальным напряжением с амплитудой  $\mathcal{E}_0$  и частотой  $\omega$  амплитуда напряжения на конденсаторе контура  $U_0$  будет равна

$$U_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \frac{\omega^2}{\omega_0^2 Q^2}}},$$

где  $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$  — собственная частота контура,  $Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$  — добротность контура.

Приведенное выражение является уравнением резонансной кривой контура (рис. 269).

Если затухание в контуре мало, то при резонансе

$$U_{0 \text{ рез}} \approx \mathcal{E}_0 Q.$$

Добротность контура может быть определена по резонансной кривой. Она равна

$$Q = \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1}.$$

Здесь  $\omega_1$  и  $\omega_2$  — частоты, соответствующие значениям величины  $\left(\frac{U_0}{\mathcal{E}_0}\right)^2$ , равным половине максимального.

Как видно из формул для добротности и собственной частоты контура, при настройке контура путем изменения емкости его конденсатора одновременно с изменением собственной частоты так же пропорционально меняется и добротность.

Пусть на колебательный контур действуют одновременно два синусоидальных напряжения с разными частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$ . Меняя

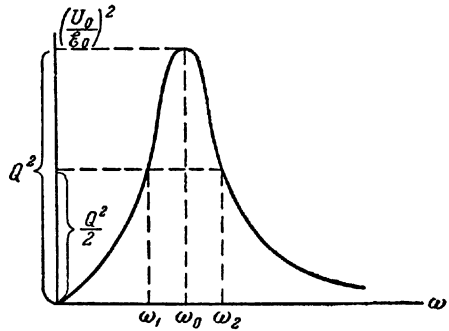


Рис. 269.

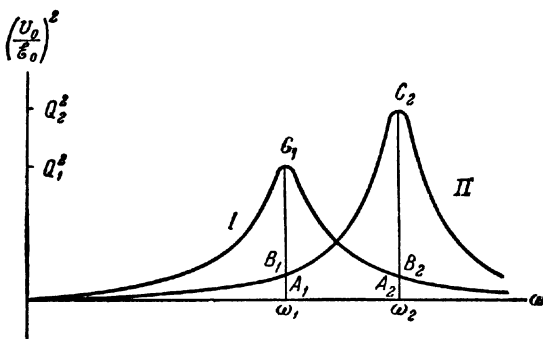


Рис. 270.

емкость контура, мы можем настроить его на любую из этих частот. Резонансные кривые, соответствующие этим двум настройкам, приведены на рис. 270.

При настройке контура на частоту  $\omega_1$  амплитуда первого напряжения будет определяться ординатой  $A_1C_1$ , а амплитуда второго — ординатой  $A_1B_1$ . Сравнивая эти ординаты, заключаем, что при прочих равных условиях на конденсаторе контура будет преобладать то напряжение, частоты которого ближе к резонансной. Это

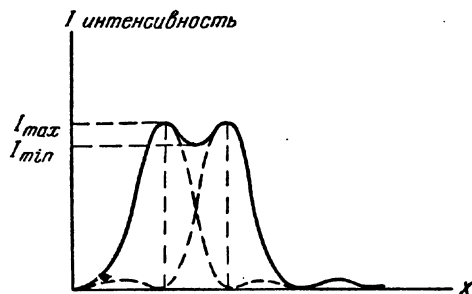


Рис. 271.

преобладание будет тем сильнее, чем выше добротность контура, чем больше разность частот  $\omega_2 - \omega_1$  и чем ниже собственная частота контура.

Аналогичные рассуждения можно провести и для случая настройки контура на частоту  $\omega_2$ .

В оптике считают, что две спектральные линии равной интенсивности разрешаются, если на экране спектрального прибора минимум освещенности между ними составляет не более 80% от максимумов освещенности (условие Релея) (рис. 271).

Мы можем принять аналогичное условие как меру разрешимости гармоник. Однако для измерения амплитуд гармоник оно является слишком слабым.

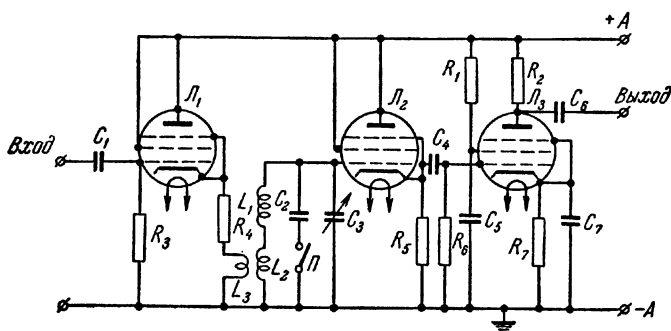


Рис. 272.

**Описание приборов.** Используемый в настоящей задаче анализатор амплитуд гармоник представляет колебательный контур с вспомогательными цепями (рис. 272).

Для расширения диапазона частот анализатора емкость контура выполнена в виде двух конденсаторов: постоянного  $C_2$  и переменного  $C_3$ . Первый из них может отключаться переключателем  $\Pi$ . Индуктивность контура состоит из двух включенных последова-

тельно катушек  $L_1$  и  $L_2$ . В катушке  $L_2$  под влиянием магнитного поля катушки  $L_3$  наводится переменная электродвижущая сила, вынуждающая колебания в контуре.

Исследуемое напряжение подается на сетку первой лампы анализатора  $L_1$ . Эта лампа выполняет роль усилителя мощности, собранного по схеме с включением нагрузки в цепь катода (катодный повторитель; со свойствами катодного повторителя можно ознакомиться по приложению 1). Падение напряжения на нагрузке катодного повторителя пропорционально напряжению на его входе. Нагрузкой в нашем случае являются сопротивления  $R_4$  и катушка связи  $L_3$ . Так как  $L_3$  и  $R_4$  выбраны такими, что в пределах диапазона частот анализатора выполняется условие

$$\omega L_3 \ll R_4,$$

то ток в нагрузке лампы  $L_1$  пропорционален напряжению

$$I = \frac{K_1}{R_4} U_{вх},$$

где  $K_1$  — коэффициент усиления катодного повторителя. В силу этого напряжение, наводимое полем катушки связи  $L_3$  в колебательный контур анализатора, будет пропорционально производной от входного напряжения по времени

$$\mathcal{E} = -M \frac{dI}{dt} = -\frac{MK_1}{R_4} \frac{dU_{вх}}{dt},$$

где  $M$  — коэффициент взаимной индукции катушек  $L_3$  и  $L_2$ . Напряжение  $U_C$  на конденсаторе колебательного контура будет равно

$$U_C = Q\mathcal{E} = \frac{QMK_1}{R_4} \frac{dU_{вх}}{dt}.$$

Напряжение с конденсатора подается на сетку второго катодного повторителя (лампа  $L_2$ ). Так как катодный повторитель обладает очень высоким входным сопротивлением (как активная так и реактивная слагающие), то при таком включении, выходные цепи анализатора практически не влияют на свойства (добротность и собственную частоту) его колебательного контура.

Со второго катодного повторителя напряжение поступает на оконечный усилительный каскад (лампа  $L_3$ ) (см. задачу 92).

Усиленное этим каскадом напряжение через переходную емкость  $C_6$  подается на выходные клеммы анализатора. Таким образом, напряжение на выходе анализатора равно

$$U_{вых} = \frac{QMK_1K_2K_3}{R_4} \frac{dU_{вх}}{dt} = A \frac{dU_{вх}}{dt},$$

где  $K_2$  — коэффициент усиления второго катодного повторителя,  $K_3$  — коэффициент усиления выходного каскада.

Если на вход анализатора воздействует синусоидальное напряжение (одна из гармоник исследуемого напряжения)

$$U_{\text{вх}} = U_{0 \text{ вх}} \sin \omega t,$$

то на выходе анализатора мы получили

$$U_{\text{вых}} = U_{0 \text{ вх}} A \omega \cos \omega t = U_{0 \text{ вх}} \cos \omega t.$$

Отношение амплитуды выходного напряжения к амплитуде входного напряжения будет называться коэффициентом передачи анализатора

$$N = \frac{U_{\text{вых}}}{U_{\text{вх}}} = A \omega = \frac{\omega Q M K_1 K_2 K_3}{R_4}.$$

При перестройке частоты анализатора коэффициент передачи его будет изменяться. Это видно из того, что в формулу для  $N$  частота, во-первых, входит явно, а, во-вторых, от частоты зависят как добротность контура, так и коэффициенты усиления всех каскадов анализатора.

Отношение коэффициента передачи  $N$  при некоторой частоте  $\omega$  к коэффициенту передачи  $N_1$ , при заранее выбранной частоте  $\omega_1$ , будем называть относительным коэффициентом передачи и обозначать символом  $B$ :

$$B = \frac{N}{N_1} = \frac{U_{0 \text{ вх}}}{U_{0 \text{ вх}} N_1}.$$

За опорную частоту  $\omega_1$  выберем

$$\omega_1 = 2\pi \cdot 25 \cdot 10^3 \text{ гц} \quad (\nu = 25 \text{ кГц}).$$

Из определения величины  $B$  следует

$$U_{0 \text{ вх}} = \frac{U_{0 \text{ вх}}}{B N_1}.$$

Так как  $N_1$  — величина постоянная, то следовательно, отношение  $\frac{U_{0 \text{ вх}}}{B}$  может служить мерой входного напряжения в некоторых условных единицах.

Для используемого в задаче анализатора зависимость  $B$  от  $\nu$  предварительно измерена и соответствующий график приложен к прибору.

В качестве прибора для измерения  $U_{0 \text{ вх}}$  используется осциллограф ЭОБ-М (смотри заводское описание, имеющееся в практикуме). Исследуемые напряжения вырабатываются генераторами прямоугольной волны и пилообразного напряжения.

Описание схем и принципа действия этих генераторов даны в приложениях 2 и 3. Питание анализатора и генераторов исследуемого напряжения производится от стабилизированного выпрямителя (блок питания).



**Измерения и обработка результатов.** Перечисленные ниже упражнения следует выполнить для напряжения пилообразной формы и для напряжения, имеющего форму прямоугольной симметричной волны.

### Упражнение 1

#### Наблюдение формы кривой зависимости исследуемого напряжения от времени

Выполнение этого упражнения производится в следующем порядке:

1. Собирают электрическую схему согласно блок-схеме, приведенной на рис. 273.

2. Включают осциллограф и блок питания генератора в сеть 220 в.

3. Включают периодическую развертку осциллографа и регулируют яркость и фокусировку луча.

4. Для установления стабильной частоты дают генератору исследуемого напряжения прогреться в течение пяти минут.

5. Ставят ручку ослабления входного сигнала на

1 и устанавливают усиление таким, чтобы наблюдаемое изображение занимало на экране осциллографа 25—30 мм по вертикали.

6. Регулируя частоту развертки и синхронизацию, получают четкое неподвижное изображение.

7. Накладывают на экран осциллографа кусок полупрозрачной бумаги и переносят на него изображение с экрана.

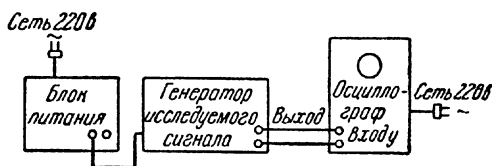


Рис. 273.

### Упражнение 2

#### Наблюдение гармоник и измерения их амплитуд

Выполнение этого упражнения производится следующим образом:

1. Составляют электрическую схему согласно приведенной на блок-схеме (рис. 274).

2. Включают блок питания и осциллограф.

3. Включают первый диапазон частот анализатора и, манипулируя лимбом переменного конденсатора, добиваются максимальной амплитуды 1-й гармоники.

4. Устанавливают четкое неподвижное изображение 1-й гармоники.

5. Делают усиление  $y$ -канала осциллографа таким, чтобы амплитуда 1-й гармоники была равна 15 мм по сетке, и впредь, в течение всего измерения, усиления не меняют.

6. Настраивая анализатор последовательно на более высокие гармоники, производят их визуальное наблюдение. Убеждаются, что частоты гармоник пропорциональны их номеру. (При этом частоту развертки осциллографа придется немного подстраивать, так как с повышением частоты сигнала меняются условия синхронизации.)

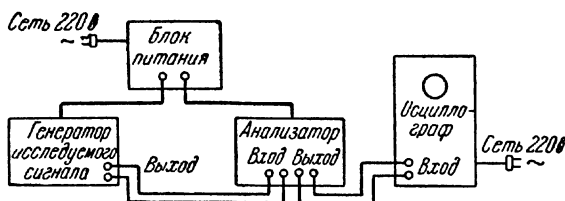


Рис. 274.

7. Выключают генератор развертки и производят измерения амплитуд гармоник по сетке с точностью до 0,2 мм. Одновременно по лимбу анализатора измеряют частоты гармоник. Результаты измерений заносят в таблицу. Пользуясь графиком частотной градуировки анализатора и графиком зависимости относительного коэффициента передачи от частоты, определяют значения частот гармоник в килогерцах и значения относительных коэффициентов передачи для этих частот. Затем из полученных данных определяют амплитуды гармоник в условных единицах по формуле

$$U_{0 \text{ вх}} = \frac{U_{0 \text{ вых}}}{B}.$$

Полученные значения также заносят в таблицу.

Таблица определения амплитуд гармоник

№ гармоники	1	2	3	4	5	6	7
Отсчет по лимбу анализатора							
Частоты в кГц							
Вертикальное отклонение луча в мм сетки осцил.							
Относительный коэффициент передачи							
Амплитуда гармоники в условных единицах							

Таблица значений фазовых углов и их синусов для гармоник периодической функции  
через  $\frac{1}{12}$  периода

№ гармоник	Фазовые углы и их синусы	Моменты времени $t$												
		0	$\frac{1}{12} T$	$\frac{2}{12} T$	$\frac{3}{12} T$	$\frac{4}{12} T$	$\frac{5}{12} T$	$\frac{6}{12} T$	$\frac{7}{12} T$	$\frac{8}{12} T$	$\frac{9}{12} T$	$\frac{10}{12} T$	$\frac{11}{12} T$	$\frac{12}{12} T$
1	$\alpha^\circ$ $\sin \alpha$	0	30 0,5	60 0,87	90 1	120 0,87	150 0,5	180 0	210 -0,5	240 -0,87	270 -1	300 -0,87	330 -0,5	0
2	$\alpha^\circ$ $\sin \alpha$	0	60 0,87	120 0,87	180 0	240 -0,87	300 -0,87	0	60 0,87	120 0,87	180 0	240 -0,87	300 -0,87	0
3	$\alpha^\circ$ $\sin \alpha$	0	90 1	180 0	270 -1	0	90 1	180 0	270 -1	0	90 1	180 0	270 -1	0
4	$\alpha^\circ$ $\sin \alpha$	0	120 0,87	240 -0,87	0	120 0,87	240 -0,87	0	120 0,87	240 -0,87	0	120 0,87	240 -0,87	0
5	$\alpha^\circ$ $\sin \alpha$	0	150 0,5	300 -0,87	90 1	240 -0,87	30 0,5	180 0	330 -0,5	120 0,87	270 -1	60 0,87	210 -0,5	0
6	$\alpha^\circ$ $\sin \alpha$	0	180 0	0 0	180 0	0 0	180 0	0 0	180 0	0 0	180 0	0 0	180 0	0
7	$\alpha^\circ$ $\sin \alpha$	0	210 -0,5	60 0,87	270 -1	120 0,87	330 -0,5	180 0	30 0,5	240 -0,87	90 1	300 -0,87	150 0,5	0

## Упражнение 3

## Синтез первоначального напряжения из его гармоник

Это упражнение выполняется так: период первой гармоники разбивают на 12 равных интервалов времени. Определяют значения всех измеренных гармоник для моментов времени, соответствующих границам этих интервалов. Сумма значений гармоник для заданного момента времени равна значению первоначального напряжения в этот момент.

Значение гармоники в момент  $t$  находят по формуле

$$U_n = U_{n_0} \sin n \frac{2\pi}{T} t.$$

В этой формуле  $U_{n_0}$  — амплитуда гармоники, она была определена в предыдущем упражнении;  $n \frac{2\pi}{T} t$  — фаза гармоники, определяемая номером гармоники и выбранным моментом времени <sup>1)</sup>. Для определения значений фазовых углов гармоник и их  $\sin$  в указанные моменты времени удобно воспользоваться приведенной выше таблицей. Вычисленные значения гармоник для заданных моментов времени и их суммы заносят в таблицу:

Время $t$		0	$\frac{1}{12} T$	$\frac{2}{12} T$	$\frac{3}{12} T$	$\frac{4}{12} T$	$\frac{5}{12} T$	$\frac{6}{12} T$	$\frac{7}{12} T$	$\frac{8}{12} T$	$\frac{9}{12} T$	$\frac{10}{12} T$	$\frac{11}{12} T$	$\frac{12}{12} T$
№ гармоник	1													
	2													
	3													
	4													
	5													
	6													
	7													
Значения первоначального напряжения														

На основании данных этой таблицы строится график зависимости синтезированного из гармоник напряжения от времени.

Этот график сравнивают с картиной, наблюдавшейся на экране осциллографа в первом упражнении.

<sup>1)</sup> Как следует из введения, начальные фазы всех гармоник, выбранных для исследования напряжений, равны нулю.

## ЛИТЕРАТУРА

1. В. И. Смирнов, Курс высшей математики, т. II, Гостехиздат, 1958.
2. С. Г. Калашников, Электричество, Гостехиздат, 1956.
3. Б. П. Асеев, Основы радиотехники, Связьиздат, 1947.
4. А. М. Бонч-Бруевич, Применение электронных ламп в экспериментальной физике, Гостехиздат, 1956.
5. Г. С. Горелик, Колебания и волны, Физматгиз, 1959.

## Приложение 1

## КАТОДНЫЙ ПОВТОРИТЕЛЬ

В радиотехнической аппаратуре широкое распространение имеет схема усилителя мощности с нагрузкой в цепи катода, называемая «катодный повторитель» (рис. 275).

Эта схема отличается от обычного усилителя на сопротивлениях способом включения входного напряжения.

Как видно из схемы, в катодном повторителе напряжение между сеткой и катодом лампы складывается из входного напряжения и падения напряжения на сопротивлении нагрузки, причем эти напряжения имеют противоположные фазы.

Выясним наиболее характерные свойства такой схемы. Определим коэффициент усиления напряжения катодного повторителя

$$K = \frac{U_{0 \text{ Вых}}}{U_{0 \text{ Вх}}},$$

где  $U_{0 \text{ Вх}}$  и  $U_{0 \text{ Вых}}$  — амплитуды входного и выходного напряжений.

В свою очередь

$$U_{0 \text{ Вых}} = \mu U_{0c} \frac{R_n}{R_i + R_n},$$

где  $U_{0c}$  — амплитуда напряжения между сеткой и катодом,  $R_i$  — внутреннее сопротивление лампы,  $R_n$  — сопротивление нагрузки,  $\mu$  — статистический коэффициент усиления лампы (см. задачу 92).

Это равенство справедливо, если, сопротивление нагрузки значительно меньше сопротивления внешней цепи, что обычно выполняется, так как  $R_n$  выбирается небольшим.

Но, как говорилось выше,

$$U_{0c} = U_{0 \text{ Вх}} - U_{0 \text{ Вых}},$$

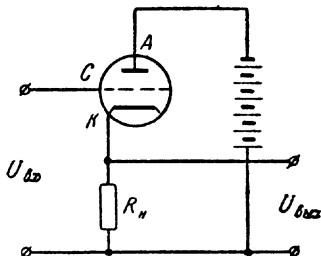


Рис. 275.

откуда

$$K = \frac{\mu R_n}{R_i + R_n(1 + \mu)},$$

но так как  $R_i = \frac{\mu}{S}$  (см. задачу 65), где  $S$  — статическая крутизна сеточной характеристики лампы, а обычно  $\mu \gg 1$ , то  $K \approx \frac{R_n}{\frac{1}{S} + R_n}$ .

Из этой формулы следует, что  $K$  всегда меньше единицы и, если выполняется условие  $\frac{1}{S} \ll R_n$ , то  $K \approx 1$ , т. е. напряжение на катоде лампы по амплитуде и фазе мало отличается от напряжения на сетке. Отсюда и произошло название «катодный повторитель».

Определим теперь коэффициент усиления мощности катодного повторителя  $K_w$ .

Мощность, расходуемая во входной цепи, равна  $W_{вх} = \frac{U_{0\text{ вх}}^2}{2R_{вх}}$ ,

а мощность, выделяющаяся в нагрузке, равна  $W_{вых} = \frac{U_{0\text{ вых}}^2}{2R_n}$ .

Тогда  $K_w = \frac{U_{вх}^2}{U_{вых}^2} \frac{R_{вх}}{R_n} = K^2 \frac{R_{вх}}{R_n}$ , а так как  $K \approx 1$ , то  $K_w \approx \frac{R_{вх}}{R_n}$ .

Отсюда видно, что  $K_w$  при соответствующем выборе параметров входной цепи и сопротивления нагрузки может быть весьма большим.

Произведем теперь оценку входной емкости катодного повторителя. Емкостный ток в цепи сетки состоит из двух слагающих: емкостного тока между сеткой и катодом и емкостного тока между сеткой и анодом лампы. Переменная слагающая напряжения, действующего между сеткой и анодом, равна  $U_{вх}$ , а переменная слагающая напряжения, действующая между сеткой и катодом, равна  $U_{вх} - U_{вых} = U_{вх}(1 - K)$ . Амплитуда емкостного тока в цепи сетки  $I_{0с}$  равна

$$I_{0с} = I_{с.к} + I_{с.а} = U_{0\text{ вх}}(1 - K)\omega C_{с.к} + U_{0\text{ вх}}\omega C_{с.а},$$

где  $I_{0с.к}$  — амплитуда емкостного тока между сеткой и катодом,  $I_{0с.а}$  — амплитуда емкостного тока между сеткой и анодом,  $\omega$  — угловая частота,  $C_{с.а}$  — емкость промежутка сетка — анод,  $C_{с.к}$  — емкость промежутка сетка — катод. Так как  $K \approx 1$ , то первым слагаемым можно пренебречь. Тогда

$$I \approx U_{0\text{ вх}}\omega C_{с.а},$$

у современных пентодов и тетродов величина  $C_{с.а}$  весьма мала (доли пикофарды), следовательно и входная емкость катодного повторителя также весьма мала.

Из других ценных свойств катодного повторителя следует отметить (не приводя расчетов) весьма низкое выходное сопротивление  $R_{\text{вых}} \approx \frac{1}{S}$  и широкую полосу пропускания частот.

## Приложение 2

### ГЕНЕРАТОР ПИЛООБРАЗНОГО НАПЯЖЕНИЯ

Принцип работы генератора пилообразного напряжения состоит в следующем: конденсатор  $C_2$  (рис. 276) мгновенно заряжают до напряжения  $U_1$ , а затем при помощи электронной схемы отключают от источника напряжения. После этого  $C_2$  разряжается через пентод  $\mathcal{L}_3$ , причем ток разрядки поддерживается постоянным. Напряжение на обкладках конденсатора при этом меняется линейно.

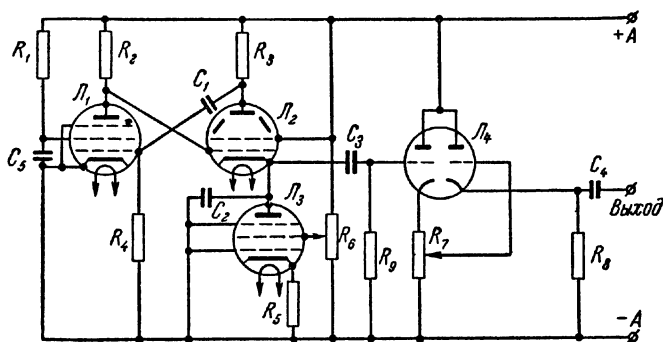


Рис. 276.

После разрядки конденсатора до напряжения  $U_2$  с помощью той же электронной схемы производится повторная зарядка. Затем процесс периодически повторяется. Пилообразное напряжение снимается с обкладок конденсатора.

Работа линеаризирующего пентода подробно рассмотрена в описании задачи 90, поэтому на этом вопросе мы останавливаться не будем.

Рассмотрим более подробно процессы, происходящие в приведенной схеме.

Пусть в некоторый момент через лампу  $\mathcal{L}_1$  идет ток, а конденсатор  $C_2$  заряжен до такого напряжения, что лампа  $\mathcal{L}_2$  заперта (потенциал катода выше потенциала ее сетки). Тогда  $C_2$  будет разряжаться через пентод  $\mathcal{L}_3$ . Потенциал катода лампы  $\mathcal{L}_2$  будет падать. Так будет происходить до тех пор, пока лампа  $\mathcal{L}_2$  не начнет отпираться. При отпирании  $\mathcal{L}_2$  потенциал ее анода резко снизится (возникнет падение напряжения на  $\mathcal{L}_3$ ).

Отрицательный импульс напряжения с анода лампы  $L_2$  через емкость  $C_1$  передастся на сетку лампы  $L_1$  и уменьшит ее анодный ток. Уменьшение же анодного тока  $L_1$  вызовет повышение потенциала ее анода, а следовательно, и сетки лампы  $L_1$ , чем еще сильнее отопрет последнюю. Таким образом, начавшийся процесс «опрокидывания» схемы будет развиваться с нарастающей скоростью (лавинно). Этот процесс закончится тогда, когда лампа  $L_1$  окажется запертой, а лампа  $L_2$  отпертой. В этом состоянии схемы лампы  $L_2$  и  $L_3$  окажутся включенными последовательно, и так как падение напряжения на  $L_2$  будет значительно меньше, чем на  $L_3$ , то конденсатор  $C_2$  снова зарядится до достаточно высокого потенциала. Но такое состояние долго существовать не может. Конденсатор  $C_1$  будет разряжаться через сопротивления  $R_3$ ,  $R_4$  и внутреннее сопротивление источника анодного питания. Потенциал сетки лампы  $L_1$  будет расти до тех пор, пока она не отопрется. Отпирание лампы  $L_1$  вызовет падение потенциала ее анода и запираание лампы  $L_2$ . Этот процесс обратного «опрокидывания» схемы будет протекать так же лавинно. Постоянная времени цепи разрядки конденсатора  $C_1$  выбирается малой по сравнению с периодом пилообразного напряжения. По окончании процесса обратного опрокидывания схема вернется к исходному положению, и процессы в ней станут периодически повторяться.

Таким образом, напряжение на конденсаторе  $C_2$  будет линейно убывать со временем до потенциала, соответствующего первому опрокидыванию схемы, а затем быстро нарастать до первоначального значения.

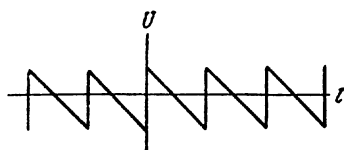


Рис. 277.

Напряжение с конденсатора  $C_2$  через катодный повторитель и выходную емкость  $C_4$  подается на выходные клеммы генератора. Катодный повторитель с лампой  $L_4$  применен

в этой схеме для уничтожения влияния емкости внешней нагрузки на частоту генератора и для снижения его выходного сопротивления.

График зависимости напряжения генератора от времени будет иметь вид, представленный на рис. 277. Постоянная слагающая в этом напряжении будет отсутствовать.

### Приложение 3

#### ГЕНЕРАТОР ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ВОЛНЫ

Основной частью генератора прямоугольной волны (рис. 278) является задающий симметричный мультивибратор (лампы  $L_1$  и  $L_2$ ). Напряжение с мультивибратора через буферную лампу  $L_3$  подается на управляющую сетку левой лампы  $L_4$  выходного каскада.



Буферная лампа  $\mathcal{L}_3$  необходима для того, чтобы сеточные токи лампы  $\mathcal{L}_4$  не нагружали анодную цепь лампы  $\mathcal{L}_2$  и не влияли на скважность задающего мультивибратора. Кроме того, буферная лампа является одновременно усилителем напряжения. Напряжение питания ламп мультивибратора и буферной лампы равно 150 в; оно стабилизировано газовым стабилизатором  $\mathcal{L}_6$ .

Выходной каскад включает в себя лампы  $\mathcal{L}_4$  и  $\mathcal{L}_5$ .

Задающий мультивибратор последовательно то отпирает, то запирает буферную лампу  $\mathcal{L}_3$ .

Когда  $\mathcal{L}_3$  заперта, то на ее аноде, а следовательно, и на сетке лампы  $\mathcal{L}_4$  напряжение равно  $+150$  в<sup>1)</sup>.

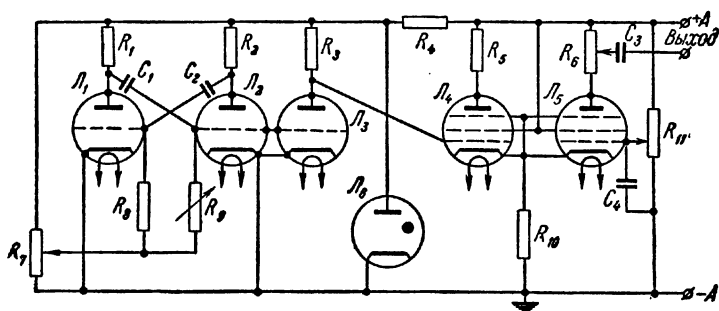


Рис. 278.

При этом ток, текущий через лампу  $\mathcal{L}_4$ , создает на сопротивлении  $R_{10}$  падение напряжения около 120 в. Напряжение на сетке лампы  $\mathcal{L}_6$  при помощи потенциометра  $R_{11}$  и конденсатора  $C_4$  все время поддерживается постоянным, равным приблизительно  $+90$  в. Таким образом, в рассматриваемом случае лампа  $\mathcal{L}_1$  отперта сеточным напряжением  $+30$  в, а лампа  $\mathcal{L}_5$  заперта сеточным напряжением  $-30$  в.

Когда же лампа  $\mathcal{L}_3$  отперта, то ток, текущий в ее анодной цепи, создает на сопротивлении  $R_3$  падение напряжения около 120 в. Следовательно, напряжение на сетке  $\mathcal{L}_4$  понижается до  $+30$  в. При этом лампа  $\mathcal{L}_4$  запирается и падение напряжения на  $R_{10}$  уменьшается. Но так как напряжение на сетке лампы  $\mathcal{L}_5$  постоянно ( $+90$  в), то эта лампа отпирается, в ней устанавливается ток, который создает на сопротивлении  $R_{10}$  падение напряжения около 60 в. Теперь состояние ламп изменилось на обратное, лампа  $\mathcal{L}_4$  заперта, а лампа  $\mathcal{L}_5$  отперта. В последующие периоды описанный процесс повторяется.

Когда лампа  $\mathcal{L}_5$  заперта, то падение напряжения на ее анодной нагрузке равно нулю. Когда же она отперта, то на ее анодной на-

<sup>1)</sup> Здесь и в дальнейшем все напряжения в схеме будем указывать относительно минуса источника анодного питания.

грузке устанавливается постоянное падение напряжения, так как ее сеточное напряжение при этом постоянно. Быстрота перехода от одного состояния к другому определяется скоростью переброса задающего мультивибратора.

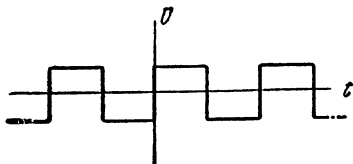


Рис. 279.

Напряжение на выходные клеммы генератора снимается с анодной нагрузки лампы  $L_5$  через переходную емкость  $C_3$ . Следовательно, напряжение на выходе генератора будет изменяться со временем, как показано на приведенном графике (рис. 279).

Постоянная слагающая в этом напряжении будет отсутствовать.

**Технические данные установки.** Схема анализатора:  $L_1, L_2, L_3$  — 6Ж4;  $C_1 = 700$  пф,  $C_2 = 1000$  пф,  $C_3 = 2 \times 500$  пф (переменный),  $C_4 = 0,1$  мкф,  $C_5 = 0,25$  мкф,  $C_6 = 0,1$  мкф,  $C_7 = 0,1$  мкф;  $R_1 = 68$  ком,  $R_2 = 1$  ком,  $R_3 = 330$  ком,  $R_4 = 200$  ом,  $R_5 = 620$  ом,  $R_6 = 300$  ком,  $R_7 = 300$  ом.

Схема генератора пилообразного напряжения (рис. 276):  $L_1, L_3$  — 6Ж8,  $L_2$  — 6ПЗ,  $L_4$  — 6Н8;  $C_1 = 0,02$  мкф,  $C_2 = 3000$  пф,  $C_3 = 0,07$  мкф,  $C_4 = 0,1$  мкф;  $R_1 = 100$  ком,  $R_2 = 4$  ком,  $R_3 = 2$  ком,  $R_4 = 33$  ком,  $R_5 = 39$  ком,  $R_6 = 47$  ком ВК,  $R_7 = 2$  ком ВК,  $R_8 = 1,8$  ком,  $R_9 = 2,7$  Мом.

Схема генератора прямоугольной волны (рис. 278):  $L_1, L_2, L_3$  — 6С2С;  $L_4, L_5$  — 6П9;  $L_6$  — СГ-4С;  $C_1, C_2 = 240$  пф,  $C_3 = 0,1$  мкф,  $C_4 = 0,1$  мкф,  $R_1, R_2 = 3$  ком,  $R_3 = 20$  ком,  $R_4 = 4,1$  ком (4 вт),  $R_5 = 1,5$  ком,  $R_6 = 2,2$  ком; ВК,  $R_7 = 0,1$  Мом ВК,  $R_8 = 270$  ком,  $R_9 = 500$  ком ВК,  $R_{10} = 2,5$  ком (4 вт),  $R_{11} = 47$  ком ВК.

### ЗАДАЧА 94

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ ЗАРЯДА ЭЛЕКТРОНА К ЕГО МАССЕ МЕТОДОМ МАГНЕТРОНА

Важнейшими характеристиками электрона являются его заряд и масса. При движении электрона в электрических и магнитных полях траектория электрона определяется конфигурацией этих полей и отношением заряда электрона к его массе.

Если структура электрического или магнитного поля задана и из опыта известна траектория электрона в этом поле, то значение  $\frac{e}{m}$  может быть найдено. На этом соображении основаны теперь многочисленные методы определения отношения заряда к массе для электрона. Впервые этот прием был использован в так называемом методе парабол, когда изучалось отклонение от первоначального направления электронного пучка, пролетающего поперек однородного электрического поля плоского конденсатора. Аналогичные

способы определения величины  $\frac{e}{m}$  применяются и в случае ионов и других частиц.

Одним из важнейших вариантов этих методов является метод магнетрона, в котором используется отклонение движущегося электрона магнитным полем. Последнее, как известно, действует на движущийся заряд с силой

$$F = \frac{e}{c} [\mathbf{v}H],$$

всегда нормальной к направлению скорости движения электрона.

Сущность метода магнетрона заключается в том, что электронная лампа с коаксиальными цилиндрическими катодом и анодом, изображенная схематически на рис. 280, помещается в аксиальное магнитное поле. Поле создается питаемым постоянным током соленоидом (схема питания соленоида изображена на рис. 281). Этот соленоид надевается на баллон электронной лампы, и направление напряженности магнитного поля совпадает с осью симметрии лампы, вдоль которой расположен подогревный катод.

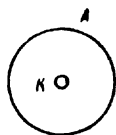


Рис. 280.

При таком расположении катода и цилиндрического анода лампы электроны, вылетающие с поверхности катода К (рис. 280), в отсутствие магнитного поля движутся на анод А прямо по радиусам. После включения постоянного тока в соленоид его магнитное поле начнет действовать на электроны и отклонять их перпендикулярно к направлению вектора скорости электронов в каждый данный момент времени. Под действием отклоняющей силы движение электронов приобретает более сложный характер, и их траектория станет криволинейной; кривая будет начинаться на катоде и кончаться на аноде лампы. При определенном соотношении между их скоростью  $v$  и значением вектора  $H$  электроны совсем перестанут достигать анода и анодный ток в лампе прекратится. Электроны образуют в лампе объемный отрицательный заряд, который будет двигаться в пространстве между катодом и анодом, но сила анодного тока будет равна нулю. В этом проявится эффект отклоняющего действия магнитного поля на радиально летевшие электроны.

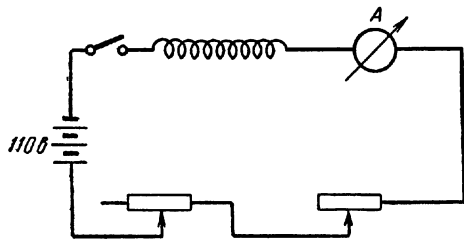


Рис. 281.

Эксперимент по определению  $\frac{e}{m}$  этим методом заключается в том, что в лампе магнетрона устанавливается постоянное напряжение

накала и постоянная разность потенциалов между катодом и анодом, т. е. создаются условия для постоянства анодного тока. Затем, изменяя от нуля значение силы тока в соленоиде и тем самым увеличивая напряженность аксиального магнитного поля, добиваются прекращения анодного тока в лампе. Зная геометрию магнетрона, т. е. радиусы его цилиндрических катода и анода, величину примененного анодного напряжения и напряженность критического магнитного поля, при котором прекратился анодный ток, можно найти и величину отношения  $\frac{e}{m}$ .

Если произвести расчет движения электрона в этих условиях, то окажется, что величину  $\frac{e}{m}$  можно представить так:

$$\frac{e}{m} = \frac{8U}{b^2 H_{кр}^2} \frac{1}{\left(1 - \frac{a^2}{b^2}\right)^{\frac{3}{2}}},$$

где  $U$  — величина анодного напряжения в лампе,  $H_{кр}$  — критическое напряжение магнитного поля,  $a$  и  $b$  — радиусы, соответственно, катода и анода. По этой формуле и найденным из опыта значениям  $U$  и  $H_{кр}$  вычисляется величина  $\frac{e}{m}$  в настоящей задаче.

Характерной особенностью метода является то, что он исключает необходимость изучения траектории электрона в магнитном поле. Наоборот, изменением величины  $H$  (при заданном  $U$ ) достигается наперед заданная траектория электронов, при которой они не могут попасть на анод лампы, вопреки действию электрического поля. Таким образом, опыт сводится к снятию так называемой сбросовой характеристики лампы,

т. е. к снятию зависимости  $I_a$  (при  $U = \text{const}$ ) от  $H$ . Резкий спад этой кривой (резкое уменьшение анодного тока лампы) соответствует искомым критическим условиям работы магнетрона.

**Измерения и их обработка.**

Измерения сводятся к установлению фиксированного напряжения

на аноде лампы и определенного тока накала 1,75 а и к изменению силы тока в соленоиде вплоть до падения анодного тока. Схема включения диода 2Ц2С изображена на рис. 282. Напряженность магнитного поля, если известно число витков на единицу длины  $n$  в обмотке соленоида, легко может быть вычислена по величине питающего соленоид постоянного тока

$$H = 0,4\pi n I.$$

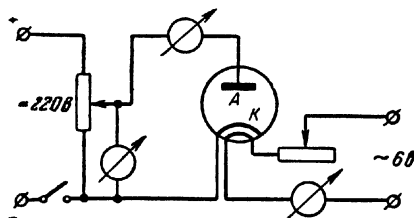


Рис. 282.

Критическое значение напряженности магнитного поля находится для нескольких значений анодного напряжения лампы 160, 180, 200 и 220 в, в результате чего получается семейство сбросовых характеристик.

Нужно иметь в виду, что сбросовые характеристики не будут давать вертикального сброса силы анодного тока при определенном значении  $H_{кр}$ , но фактически будет иметь место лишь довольно крутой спад этой кривой, что объясняется неодинаковым значением скоростей электронов, покидающих нить накала. Наиболее правильно брать значение  $H_{кр}$  из верхней части участка крутого спада сбросовой характеристики.

Работа ведется с лампой 2Ц2С; радиус  $a = 0,9$  мм и радиус  $b = 9,6$  мм. При небольших значениях анодного напряжения в лампе течет ток (в отсутствие магнитного поля) около 1 ма. Этот ток измеряется миллиамперметром.

Соленоид питается током либо от высоковольтной аккумуляторной батареи, либо от проводки постоянного тока, если она обеспечивает достаточное постоянное напряжение. Сила необходимого тока в соленоиде при небольших значениях анодного напряжения на лампе составляет не более 1 а. Соленоид имеет 190 витков на 1 см своей длины.

**Технические данные установки.** Электрическое питание установки осуществляется от аккумуляторной сети постоянного тока; прочие данные указаны в ходе описания задачи.

### СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Специальный физический практикум, под редакцией Г. В. С п и в а к, т. 1, Изд. МГУ, 1960.
2. Дж. П. Г а р н в е л л и Дж. Л и в и н г у д, Экспериментальная атомная физика, ОНТИ, 1936.
3. С. А. Б о г у с л а в с к и й, Пути электронов в электромагнитных полях, в кн. Избранные труды по физике, Физматгиз, 1961.

### З А Д А Ч А 95

## ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ В ДВУХПРОВОДНОЙ ЛИНИИ

В задаче исследуется распределение амплитуд напряжения и тока вдоль двухпроводной линии при различных режимах ее работы на ультравысоких частотах.

Система, состоящая из источника электромагнитных колебаний, двухпроводной линии и приемника электромагнитных волн (рис. 283), часто называется *лехеровой системой* по имени ученого Лехера, впервые ее осуществившего. Электромагнитная энергия передается

полностью от источника в нагрузку через двухпроводную линию только тогда, когда в линии нет потерь и отражений энергии, т. е. имеет место бегущая волна. В бегущей волне амплитуды напряжения и тока не зависят от координаты  $x$ . Чисто бегущая волна могла бы существовать в бесконечно длинной однородной линии без потерь. В ограниченной по длине линии тоже может иметь место бегущая волна, если на конце линии, между проводами, включить определенное сопротивление, равное входному сопротивлению аналогичной

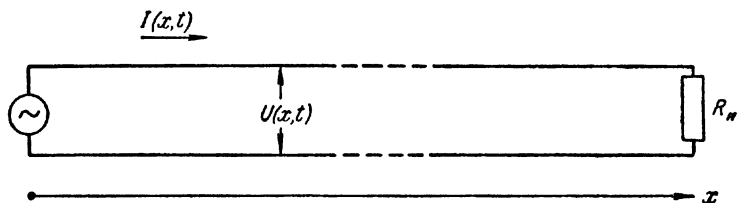


Рис. 283.

бесконечной линии и так же, как бесконечная линия, способное поглотить всю энергию, поступающую от источника. Это сопротивление, которое равно отношению амплитуды напряжения к амплитуде тока в бегущей волне, называют волновым сопротивлением линии. Волновое сопротивление линии зависит только от ее геометрических и электрических свойств.

Если считать, что тепловые потери тока в линии малы, а утечка между проводами незначительна, то приближенно волновое сопротивление будет равно

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}, \quad (1)$$

где  $L$  — индуктивность единицы длины линии и  $C$  — емкость единицы длины между проводами.

Для того чтобы электромагнитную энергию полностью передать от источника через двухпроводную линию в приемник, необходимо сделать входное сопротивление приемника равным волновому сопротивлению линии. Индуктивность  $L$  и емкость  $C$  на единицу длины линии зависят от геометрических размеров проводов и их взаимного расположения. Волновое сопротивление приближенно можно выразить через геометрические размеры линии:

$$Z_0 = 276 \lg \frac{a}{d}, \quad (2)$$

где  $a$  — расстояние между проводами,  $d$  — диаметр провода.

Если мы нагрузим линию на конце сопротивлением большим или меньшим волнового, то появится отраженная волна и наряду с бегущей волной в линии установятся колебания, имеющие фор-

му стоячей волны. Если линия закорочена ( $R_n = 0$ ) или разомкнута ( $R_n = \infty$ ), на конце линии происходит полное отражение энергии и в линии без потерь установится только стоячая волна.

В том случае, когда частота колебаний источника близка к одной из собственных частот линии, имеет место резкое увеличение амплитуды колебаний тока и напряжения в линии (явление резонанса). Частоты собственных колебаний линии определяются из условия, что по длине линии укладывается целое число четвертей длины волны в соответствии с условиями на ее концах.

Если линия закорочена (или открыта) на обоих концах, то при каждом собственном колебании на линии должно уложиться четное

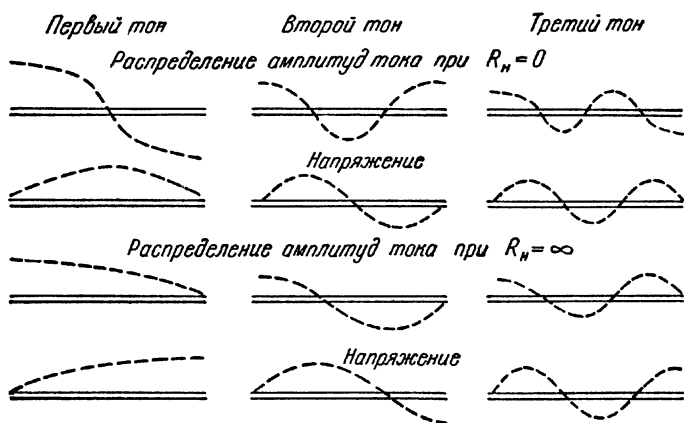


Рис. 284.

число четвертей волны. Если линия с одного конца закорочена, а с другого конца открыта, то на линии при каждом собственном колебании уложится нечетное число четвертей волны.

На графике (рис. 284) указано распределение амплитуд колебаний напряжения и тока для первых трех собственных колебаний линий при различных условиях на ее концах.

Необходимо иметь в виду, что в реальных двухпроводных линиях не могут быть практически осуществлены режимы чисто бегущей или чисто стоячих волн. Причины этого состоят в наличии во всякой реальной линии отражений и потерь на джоулево тепло и на излучение электромагнитной энергии в окружающее пространство.

Таким образом, в реальной двухпроводной линии всегда имеет место смешанный режим бегущих и стоячих волн. В настоящей задаче, меняя сопротивление  $R_n$  на конце линии, можно добиться условий, при которых будут преобладать или бегущие волны ( $R_n \approx Z_0$ ), или стоячие волны ( $R_n \rightarrow 0$  или  $R_n \rightarrow \infty$ ).

**Описание установки.** Блок-схема установки изображена на рис. 285. Источником колебаний служит генератор ультракоротких радиоволн, собранный на лампе ГУ-29 по схеме, изображенной на рис. 286. Питается генератор от выпрямителя *В* (блок-схема

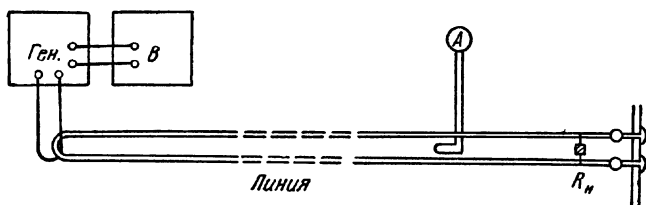


Рис. 285.

рис. 285). С помощью переменного конденсатора  $C_1 - C_2$  генератор перекрывается диапазон длин волн от 1,5 до 2 м.

Система Лехера (линия) реализована медными проводами, диаметр провода равен 1,74 мм. Расстояние между проводами  $a = 50$  мм,

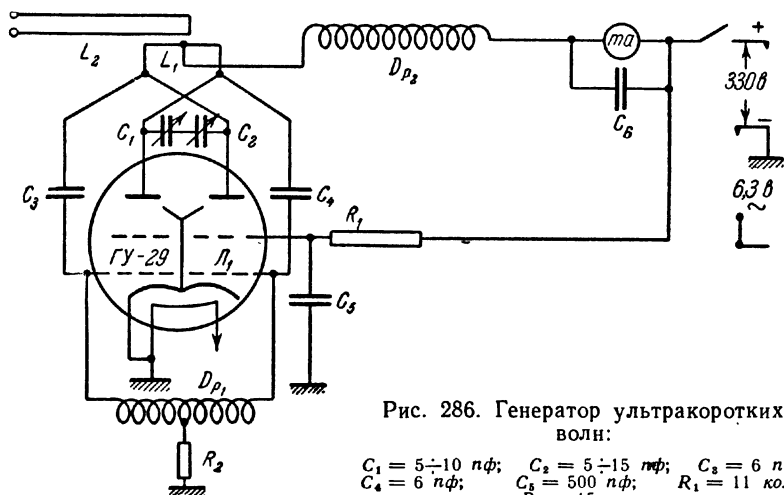


Рис. 286. Генератор ультракоротких волн:

$$C_1 = 5 \div 10 \text{ нф}; \quad C_2 = 5 \div 15 \text{ нф}; \quad C_3 = 6 \text{ нф}; \\ C_4 = 6 \text{ нф}; \quad C_5 = 500 \text{ нф}; \quad R_1 = 11 \text{ ком}; \\ R_2 = 15 \text{ ком}.$$

длина линии  $l = 10$  м. Условие  $a \ll \lambda$  выполнено ( $\lambda$  — длина электромагнитной волны, распространяющейся в линии).

Связь между линией и генератором осуществляется витком провода, который помещается над колебательным контуром генератора.

В линии возбуждается поперечная электромагнитная волна. Мгновенные распределения магнитного и электрического полей для такой волны изображены на рис. 287.



Исследования распределения амплитуд тока и напряжения вдоль линии производятся приборами, схемы которых изображены на рисунках 288 и 289. Оба прибора являются микроамперметрами, включенными в витки связи (определенным образом ориентируемые относительно системы Лехера) последовательно с кристаллическими детекторами.

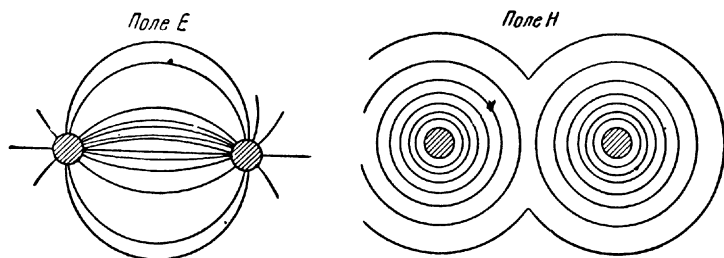


Рис. 287.

Виток связи прибора рис. 288, который мы будем называть прибором тока, ориентируется перпендикулярно к направлению магнитного поля  $H$ . Индукционный ток, наводимый в нем высокочастотным магнитным полем  $H$ , будет пропорционален амплитуде тока в том сечении линии, около которого расположен виток связи.

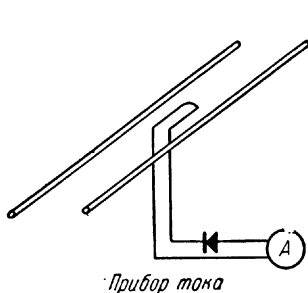


Рис. 288.

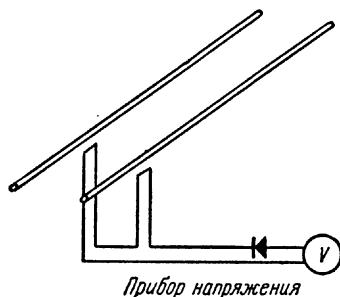


Рис. 289.

Два последовательно соединенных витка связи прибора (рис. 289), который мы будем называть прибором напряжения, располагаются около линии таким образом, что обеспечивают лишь емкостную связь с проводами линии. Высокочастотное электрическое поле  $E$  будет индуцировать в цепи прибора ток, пропорциональный амплитуде напряжения между проводами в том сечении линии, около которого расположены витки связи.

Необходимо учесть, что напряженность электрического и магнитного полей вблизи провода очень сильно убывает с расстоянием

от провода: так, например, изменение расстояния на один-два миллиметра может привести к значительной ошибке, поэтому *необходимо при измерении виток прибора держать на одном и том же расстоянии от линии на всей ее длине*. Рекомендуется оставлять прибор, после того как его переместили, на некоторое время свободно висящим, чтобы успокоить механические колебания, возникающие в линии при перемещении прибора. Рекомендуется также во время измерений держаться по возможности дальше от линии, так как, находясь вблизи линии, экспериментатор будет влиять на распределение поля.

Система Лехера при наличии измерительного прибора тока (или напряжения) может служить волномером, прибором, измеряющим длину волны и частоту колебаний.

Для измерения длины волны с помощью двухпроводной линии удобно использовать условия, когда в линии установилось одно из ее собственных колебаний (т. е. имеет место резонанс линии с генератором).

Это соответствует настройке линии в резонанс с генератором. С этой целью линия замыкается перемычкой с весьма малым сопротивлением и при помощи индикаторов отыскивается положение этой перемычки, соответствующее вышеуказанной настройке линии. Именно, индикаторы напряжения и тока дают тем большие показания, соответственно, в пучностях напряжения или тока, чем точнее линия настроена в резонанс. Надо иметь в виду, однако, что при перемещениях перемычки в поисках резонанса смещаются и положения пучностей, в которые надо помещать индикаторы.

Расстояние  $l$  между двумя максимумами напряжения или тока будет равно  $\lambda/2$ . Следовательно,  $\lambda = 2l$  см. Таким образом можно определить и частоту, помня, что  $\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{c}{2l}$ , где  $c$  — скорость распространения электромагнитной волны принимается равной  $3 \cdot 10^8$  м/сек (скорости света).

**Исследование распределения амплитуд тока и напряжения вдоль системы Лехера.** Измерения распределения амплитуд производят для трех нагрузок на конце линии:

- 1)  $R_n = 0$  — линия короткозамкнута;
- 2)  $R_n = \infty$  — линия с открытым концом;
- 3)  $R_n = Z_0$  — линия нагружена волновым сопротивлением, где  $R_n$  — сопротивление на конце линии, а  $Z_0$  — волновое сопротивление линии, равное для нашей линии 400 ом. Теперь показания индикаторов должны были бы стать совершенно независимыми от их положения на линии. Однако, необходимо учесть, что даже при очень длинных линиях и хороших установках невозможно получить только бегущую волну, поэтому здесь будут иметь место одновременно бегущая и отраженные волны. При изучении бегущей волны следует увеличить связь линии с генератором и восполь-

зоваться вторым (более чувствительным) экземпляром прибора, так как амплитуда бегущей волны мала. Близко к генератору производить измерения не следует.

При выполнении упражнений необходимо:

1) Получить график распределения амплитуд токов и напряжений для случая стоячей волны при  $R_n = 0$  и  $R_n = \infty$ . Измерить длину волны генератора и найти его частоту колебаний. Полученные зависимости  $I = f(x)$  и  $U = f(x)$  изобразить на одном графике.

2) Показать, что в случае  $R_n = 400 \text{ ом}$  в линии преобладает бегущая волна.

Технические данные установки приведены в описании задачи.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. С. Г. Калашников, Электричество, Гостехиздат, 1956.
2. С. П. Стрелков, Введение в теорию колебаний, Гостехиздат, 1950.
3. Дж. Слетер, Передача ультракоротких волн, Гостехиздат, 1946.
4. «Радио», журнал ДОСААФ, № 4, 1956. (Схема генератора.)

#### ЗАДАЧА 96

### ИЗУЧЕНИЕ РАБОТЫ МОТОРА И ГЕНЕРАТОРА ПОСТОЯННОГО ТОКА

Целью настоящей задачи является изучение включения, пуска и регулирования числа оборотов мотора и генератора постоянного тока, получение их основных рабочих характеристик и определение к. п. д. установки, состоящей из мотора и генератора. С принципами работы мотора и генератора студенты, выполняющие работу, знакомятся по одному из руководств, указанных в списке литературы, приведенном в описании настоящей задачи.

**Описание установки.** Установка состоит из двух электромоторов малой мощности, валы которых соединены резиновой муфтой. Один из моторов приводится во вращение в результате включения его в сеть постоянного тока. Другой мотор работает как генератор, в результате вращения в магнитном поле его якоря, приводимого в движение первым мотором.

Электрическая схема установки приведена на рис. 290. Измерительные приборы, включенные в эту схему, позволяют измерять силу общего тока, потребляемого установкой (амперметр  $A$ ), и общее напряжение, подводенное к установке (вольтметр  $V$ ). Вольтметры  $V_1$  и  $V_2$  позволяют измерять соответственно напряжение на

якорю мотора и напряжению на выходе генератора. Последнее, при включении нагрузки в цепь генератора (две лампы накаливания, включаемые рубильником 5), равно падению напряжения на нагрузке. Амперметры  $A_1$  и  $A_2$  позволяют измерять силы токов в обмотках возбуждения (ОВ) мотора и генератора. Эти же приборы после соответствующего переключения рубильников схемы 6 и 7 могут измерять и силы токов в цепи якорей мотора и генератора.

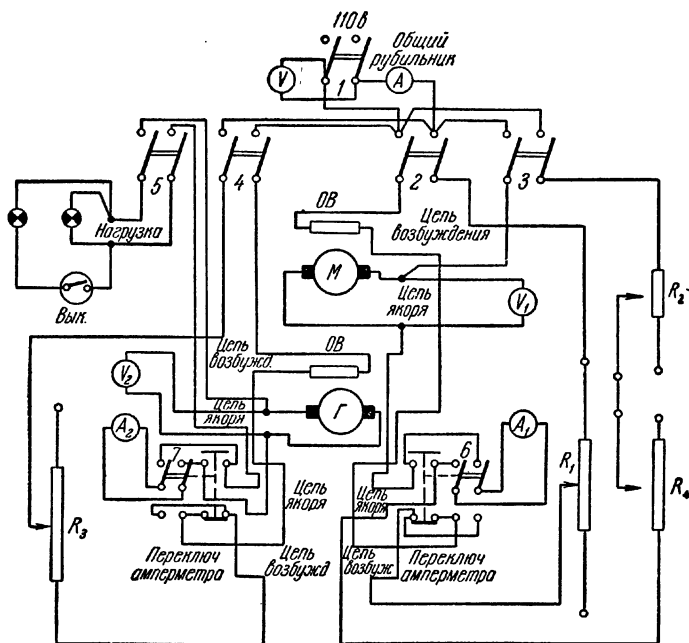


Рис. 290.

Рубильник 1 включает в сеть постоянного тока всю установку; рубильник 2 включает цепь возбуждения мотора, в которую введен реостат  $R_1$ ; рубильник 3 — цепь якоря мотора, в которую введены пусковые реостаты мотора  $R_2$  и  $R_4$ . Рубильник 4 включает цепь возбуждения генератора, сила тока в которой регулируется реостатом  $R_3$ . Рубильник 5 включает нагрузку в цепи якоря генератора.

Отдельного замечания заслуживает примененный метод измерения скорости вращения якоря мотора и генератора. На свободный конец вала генератора насажен вспомогательный маленький генератор, э. д. с. которого, разумеется, зависит от числа оборотов его якоря. Схема включения этого генератора показана на рис. 290. Измерение силы тока в цепи этого генератора позволяет измерять скорость вращения его якоря, если предварительно с помощью

механического тахометра установлено соответствие между силой тока и числом оборотов якоря. Схема включения этого измерителя числа оборотов якоря приведена на рис. 290. Калибровочный график всей этой системы, носящей название таходинамы, прилагается к установке задачи в практикуме.

### *Упражнение 1*

#### **Пуск в ход и остановка агрегата**

1. При разомкнутых рубильниках всей схемы полностью вводят сопротивления всех реостатов.

2. Включают сетевой рубильник 1 и рубильник 2 в цепи возбуждения мотора. С помощью реостата  $R_1$  устанавливают рекомендованную на установке силу тока возбуждения мотора.

3. Включают с помощью рубильника 3 цепь якоря мотора и, плавно уменьшая сопротивление пусковых реостатов  $R_2$  и  $R_4$ , доводят силу тока в якоре до рекомендованного значения.

4. Включают рубильник 4 и с помощью реостата  $R_3$  устанавливают в цепи возбуждения генератора рекомендованное значение силы тока.

5. С помощью рубильника 5 включают нагрузку в цепь якоря генератора.

6. Упражнение завершается остановкой агрегата. Для этого все вышеуказанные операции по пуску установки выполняются в последовательности, обратной описанной выше. Это значит, что сначала выключается нагрузка в цепи генератора, затем уменьшается и выключается ток в якоре мотора и, наконец, уменьшается и выключается ток возбуждения мотора. После этого установка полностью отключается от сети рубильником 1.

### *Упражнение 2*

#### **Снятие характеристик работы мотора и генератора**

1. Прежде всего снимаются пусковые характеристики холостого хода мотора. Таких характеристик снимается две. Первая характеристика должна дать зависимость числа оборотов мотора от силы тока возбуждения при неизменной силе тока в якоре и в условиях, когда все цепи генератора разомкнуты. Постоянное значение силы тока в якоре мотора и пределы изменения силы тока возбуждения указаны на установке. Вторая характеристика должна выразить зависимость числа оборотов холостого хода мотора от силы тока в его якоре (или от напряжения на якоре) при неизменной силе тока возбуждения. Необходимые для выполнения этого упражнения указания также приведены на установке.

2. Характеристики холостого хода генератора должны дать: 1) зависимость его электродвижущей силы от числа оборотов якоря при неизменной силе тока возбуждения, 2) зависимость электродвижущей силы генератора от силы тока возбуждения при неизменном числе оборотов якоря генератора в единицу времени.

Рекомендуемые для снятия этих характеристик режимы работы генератора указаны на установке.

Следует иметь в виду, что при определении зависимости электродвижущей силы генератора от тока возбуждения имеет место гистерезис. Поэтому рекомендуется при снятии этой характеристики изменять силу тока возбуждения в одном направлении (скажем, в сторону ее увеличения).

3. Определение коэффициента полезного действия агрегата в целом производится следующим образом. Мотору задается определенное число оборотов в секунду. В цепи возбуждения генератора устанавливается определенное значение силы тока. В цепь генератора включается нагрузка в виде имеющихся на установке электрических ламп и измеряется сила тока в нагрузке и падение напряжения на ней.

Рекомендуемые при этом режимы работы мотора и генератора указаны на установке.

Отношение мощности, развиваемой в нагрузке, к общей мощности, потребляемой от сети всей установки, дает искомый коэффициент полезного действия агрегата.

**Технические данные установки.** В работе используются моторы типа УМТ-22; амперметры типа ЛМ-1 на 3 а, ЛМ-70 на 5 а; микроамперметр ЛМ на 500 ма; вольтметры типа АСТВ на 150—300 в, АМВ на 75—600 в, М-45 на 3—150 в; реостаты:  $R_1 = 270 \text{ ом}$ , 1 а,  $R_2 = 309 \text{ ом}$ , 0,9 а,  $R_4 = 358 \text{ ом}$ , 0,9 а,  $R_3 = 367 \text{ ом}$ , 1 а.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. С. Г. К а л а ш н и к о в, Электричество, Гостехиздат, 1956.
  2. Курс физики под редакцией Н. Д. П а п а л е к с и, т. II, Гостехиздат, 1948.
  3. А. И. Т у д о р о в с к и й, Электричество и магнетизм, ч. II, ОНТИ, 1935.
  4. А. А. Э й х е н в а л ь д, Электричество, ОНТИ, 1933.
-

## ЧАСТЬ ЧЕТВЕРТАЯ

### ОПТИКА

---

#### ЗАДАЧА 97

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФОКУСНОГО РАССТОЯНИЯ СОБИРАТЕЛЬНОЙ И РАССЕИВАЮЩЕЙ ЛИНЗ

Элементарная теория тонких линз приводит к простым соотношениям между фокусным расстоянием тонкой линзы, с одной стороны, и расстояниями от линзы до предмета и до его изображения — с другой. Простой оказывается также связь между размерами объекта, его изображения, даваемого линзой, и их расстояниями до линзы.

Определяя на опыте названные величины, нетрудно по упомянутым соотношениям вычислить фокусное расстояние тонкой линзы с точностью, вполне достаточной для большинства случаев.

#### *Упражнение 1*

#### **Определение фокусного расстояния собирающей линзы**

**Описание прибора.** На расположенной горизонтально оптической скамье могут перемещаться на ползушках следующие приборы: линза, экран со шкалой, зрительная труба и электрическая лампочка в специальном осветителе. В передней стенке осветителя имеется вырез, освещаемый находящейся внутри него лампочкой. Освещенный прямоугольник этого выреза играет роль объекта (предмета), изображение которого получается с помощью изучаемых линз. Для повышения точности фокусировки изображения в вырезе натянута сетка, перед которой для ослабления хроматической аберрации помещен светофильтр (обычно окрашенная в красный цвет пленка). Ячейки центральной части сетки можно сфокусировать гораздо точнее, чем края выреза.

Все эти приборы устанавливаются так, чтобы центры их лежали на одной высоте, плоскости экранов были перпендикулярны к длине оптической скамьи, а ось линзы — ей параллельна. Расстояния между приборами отсчитываются по шкале линейки (масштабу), расположенной вдоль скамьи, при помощи указателей, укрепленных на ползушках.

Определение фокусного расстояния собирательной линзы производится следующими способами.

**Способ 1.** Определение фокусного расстояния по расстоянию предмета и его изображения от линзы. Если обозначить буквами  $a$  и  $b$  расстояния предмета и его изображения от линзы, то фокусное расстояние последней выразится формулой

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \quad (1)$$

или

$$f = \frac{ab}{a+b} \quad (2)$$

(эта формула справедлива только в том случае, когда толщина линзы мала по сравнению с  $a$  и  $b$ ).

**Измерения.** Поместив экран со шкалой на достаточно большом расстоянии от осветителя, ставят линзу между ними и передвигают ее до тех пор, пока не получают на экране отчетливого изображения выреза в осветителе и натянутой в нем сетки. Отсчитав по линейке, расположенной вдоль скамьи, положение линзы, экрана и сетки, передвигают ползунки с осветителем и экраном в другое положение и вновь отсчитывают соответствующее положение линзы и всех приборов на линейке.

Ввиду неточности визуальной оценки резкости изображения, измерения рекомендуется повторять не менее десяти раз. Кроме того, в данном способе полезно проделать часть измерений при увеличенном, а часть при уменьшенном изображении сетки.

Из каждого отдельного измерения по формуле (2) вычисляют фокусное расстояние линзы и из полученных результатов находят его среднее арифметическое значение.

Для того чтобы убедиться, что форма изображения не зависит от величины и формы отверстия линзы, рекомендуется перед линзой или за ней помещать поочередно различные диафрагмы из прилагаемого набора (щель, кольцо, полукруг и т. п.) и проследить их влияние на изображение. Проследить также за влиянием диафрагмирования линзы на резкость даваемого ею изображения.

**Способ 2.** Определение фокусного расстояния по величине предмета и его изображения и по расстоянию последнего от линзы. Обозначим величину предмета  $l$ , величину его изображения  $L$  и расстояние их от линзы — соответственно через  $a$  и  $b$ . Эти величины связаны между собой известным соотношением

$$\frac{l}{L} = \frac{a}{b}.$$



Определяя отсюда  $a$  (расстояние от предмета до линзы) и подставляя его в формулу (1), легко получить выражение  $f$  через эти три величины

$$f = b \frac{l}{L + l}. \quad (3)$$

**Измерения.** Ставят линзу между экраном и предметом так, чтобы на экране со шкалой получилось сильно увеличенное отчетливое изображение выреза в осветителе и сетки, и отсчитывают положения линзы и экрана. Измеряют при помощи линейки величину предмета и величину его изображения на шкале экрана. Измерив расстояние от изображения до линзы, находят фокусное расстояние линзы по формуле (3).

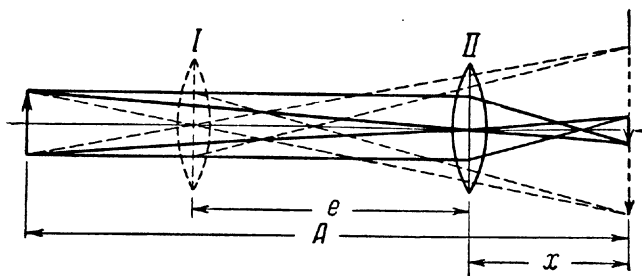


Рис. 291.

Изменяя расстояние от плоскости сетки до экрана, повторяют опыт несколько раз.

**Способ 3 (Бесселя).** Определение фокусного расстояния по величине перемещения линзы. Если расстояние от предмета до изображения, которое обозначим через  $A$ , более  $4f$ , то всегда найдутся два таких положения линзы, при которых на экране получается отчетливое изображение предмета: в одном случае уменьшенное, в другом — увеличенное (рис. 291).

Нетрудно видеть, что при этом оба положения линзы будут симметричны относительно середины расстояния между предметом и изображением. Действительно, воспользовавшись уравнением (2), можно написать для первого положения линзы (рис. 291)

$$f = \frac{(A - e - x)(x + e)}{A}$$

и для второго положения

$$f = \frac{(A - x)e}{A}.$$

Приравняв правые части этих уравнений, найдем

$$x = \frac{A - e}{2}.$$

Подставив это значение  $x$  в выражение  $A - e - x$ , легко найдем, что

$$A - e - x = \frac{A - e}{2},$$

т. е. что действительно оба положения линзы находятся на равных расстояниях от предмета и изображения и, следовательно, симметричны относительно середины расстояния между предметом и изображением.

Чтобы получить выражение для фокусного расстояния, рассмотрим одно из положений линзы, например первое; для него расстояние от предмета до линзы

$$a = \frac{A - e}{2},$$

а расстояние от линзы до изображения

$$b = \frac{A + e}{2}.$$

Подставляя эти величины в формулу (2), найдем

$$f = \frac{A^2 - e^2}{4A}. \quad (4)$$

Этот способ является принципиально наиболее общим и пригодным как для толстых, так и для тонких линз. Действительно, когда в предыдущих случаях пользовались для расчетов величинами  $a$  и  $b$ , то подразумевали отрезки, измеренные до центра линзы; на самом же деле следовало эти величины измерять от соответствующих главных плоскостей линзы, определение положения которых довольно затруднительно <sup>1)</sup>. В описываемом же способе эта ошибка исключается благодаря тому, что в нем измеряется не расстояние от линзы, а лишь величина ее перемещения.

**Измерения.** Установив осветитель и экран на расстоянии  $A > 4f$  (ориентировочно значение  $f$  берут из предыдущих опытов), помещают линзу между ними и, передвигая ее, добиваются получения на экране вполне отчетливого изображения предмета, например увеличенного. Отсчитав по шкале соответствующее положение линзы, сдвигают ее в сторону и вновь устанавливают. Эти измерения производят несколько раз.

Передвигая линзу, добиваются получения второго отчетливого изображения предмета — уменьшенного и вновь отсчитывают положение линзы по шкале. Повторяют опыт и измерения несколько раз.

<sup>1)</sup> О главных плоскостях сложной оптической системы см. задачу 100.

Измерив расстояние  $A$  между экраном и сеткой осветителя, а также среднее значение перемещения  $e$ , вычисляют фокусное расстояние линзы по формуле (4).

**Способ 4. Определение фокусного расстояния посредством зрительной трубы.** Как известно, лучи, выходящие из фокуса линзы, пройдя ее, идут параллельно оптической оси линзы. На этом свойстве линз и основан четвертый способ.

**Измерения.** Устанавливают зрительную трубу на бесконечность путем наводки ее на достаточно удаленный предмет <sup>1)</sup>. Ставят трубу на оптическую скамью и помещают перед ее объективом исследуемую линзу, а за ней — осветитель.

Передвигая линзу, устанавливают ее так, чтобы в трубе получилось совершенно отчетливое изображение сетки, и измеряют расстояние от сетки до линзы, которое и будет равно искомому фокусному расстоянию.

## Упражнение 2

### Определение фокусного расстояния рассеивающей линзы

**Описание прибора.** Укрепленные на ползушках рассеивающая и собирающая линзы, полупрозрачный экран и осветитель размещают вдоль оптической скамьи и устанавливают согласно тем же правилам, как и в упражнении 1.

Измерение фокусного расстояния рассеивающей линзы производится следующими способами.

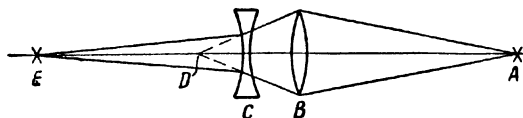


Рис. 292.

**Способ 1. Определение фокусного расстояния по расстоянию предмета и его изображения от линзы.** Если на пути лучей, выходящих из точки  $A$  и сходящихся в точке  $D$  после преломления в собирающей линзе  $B$  (рис. 292), поставить рассеивающую линзу  $C$  так, чтобы расстояние  $CD$  было меньше ее фокусного расстояния, то изображение точки  $A$  удалится от линзы  $B$ . Пусть, например, оно переместится в точку  $E$ . В силу оптического принципа взаимности мы можем теперь мысленно рассмотреть лучи света, распространяющиеся

<sup>1)</sup> На окулярной части зрительных труб, используемых в практикуме, имеется кольцевая риска, указывающая, при каком положении окулярного тубуса труба наведена на бесконечность.

из точки  $E$  в обратную сторону. Тогда точка  $D$  будет мнимым изображением точки  $E$  после прохождения лучей через рассеивающую линзу  $C$ .

Обозначая расстояние  $EC$  буквой  $a$ ,  $DC$  — через  $b$  и замечая, что  $f$  и  $b$  имеют отрицательные знаки, получим согласно формуле (1)

$$-\frac{1}{f} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \quad (5)$$

и, следовательно,

$$f = \frac{ab}{a-b}. \quad (6)$$

**Измерения.** На оптической скамье размещают осветитель, собирающую линзу и полупрозрачный экран. Передвигая экран, получают на нем отчетливое изображение сетки осветителя. Сделав отсчет этого положения экрана на шкале оптической скамьи, сдвигают экран в сторону и вновь находят изображение сетки. Таких установок и отсчетов делают до десяти и берут из них среднее арифметическое. Это дает положение точки  $D$  (рис. 292).

Отодвинув экран влево, ставят на скамью между найденным выше положением экрана и собирающей линзой исследуемую линзу и вновь находят отчетливое изображение сетки. Отсчитывают по шкале оптической скамьи положение линзы (или экрана) и, сдвигая ее (или экран), повторяют установку и отсчеты до десяти раз; из полученных результатов берут среднее <sup>1)</sup>.

Отыскав несколько раз второе положение экрана (точку  $E$ ), находят расстояния  $EC$  и  $DC$  и вычисляют фокусное расстояние по формуле (6).

Прежде чем приступить к тщательному нахождению первого положения экрана (точка  $D$ ), рекомендуется убедиться, получается ли при данном расположении приборов отчетливое действительное изображение объекта при одновременной работе обеих линз.

**Способ 2. Определение фокусного расстояния при помощи зрительной трубы.** Если точка  $D$  (рис. 292) совпадает с фокусом рассеивающей линзы, то согласно формуле (5) точка  $E$  должна переместиться в бесконечность, т. е. лучи после рассеивающей линзы пойдут параллельным пучком. На этом соображении основан второй способ определения фокусного расстояния рассеивающей линзы.

**Измерения.** Найдя, как и прежде, положение изображения, даваемого собирающей линзой (точку  $D$ ), удаляют экран; помещают исследуемую линзу между найденным положением экрана и собирающей линзой, а за рассеивающей линзой ставят оптическую трубу, установленную предварительно на бесконечность <sup>2)</sup>. Переме-

<sup>1)</sup> Разумеется, можно перемещать либо экран, либо линзу, но ни в коем случае оба эти прибора одновременно, в ходе одной и той же серии совместно обрабатываемых измерений.

<sup>2)</sup> См. примечание на стр. 557.

щая рассеивающую линзу, добиваются того, чтобы в трубе получилось отчетливое изображение сетки.

Отсчитывают найденное положение линзы; затем сдвигают ее и снова устанавливают. Сделав не менее десяти отсчетов, берут из них среднее.

Расстояние между найденным положением экрана и этим положением линзы дает фокусное расстояние последней.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Г. С. Ландсберг, Оптика, отд. III, гл. VI, Гостехиздат, 1957.
2. С. Э. Фриш и А. В. Тиморева, Курс общей физики, т. III, Физматгиз, 1962.
3. Р. Вуд, Физическая оптика, гл. VI, ОНТИ, 1936.
4. Слюсарев Г. Г., Геометрическая оптика, Изд. АН СССР, 1946.

#### ЗАДАЧА 98

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ УВЕЛИЧЕНИЯ ОПТИЧЕСКОЙ ТРУБЫ И МИКРОСКОПА

Задача имеет целью ознакомить студентов с различными методами определения увеличения микроскопа и зрительной трубы.

**Введение.** Оптическая труба и микроскоп представляют собой оптические системы, состоящие в основном из двух линз, первая

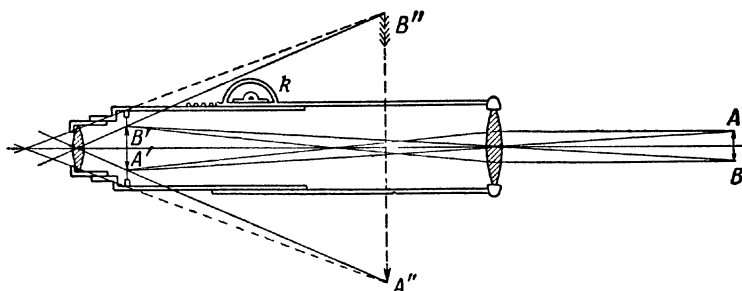


Рис. 293.

из которых, обращенная к наблюдаемому объекту (объектив), создает действительное обратное изображение  $A'B'$  предмета  $AB$  (рис. 293).

Это изображение в свою очередь является предметом по отношению ко второй линзе (окуляру), которая, действуя как лупа, дает мнимое, увеличенное по отношению к  $A'B'$  изображение  $A''B''$  на расстоянии ясного зрения от глаза наблюдателя.

Объектив микроскопа, рассчитанного на рассмотрение мелких близлежащих предметов, имеет короткое фокусное расстояние. Предмет помещается перед объективом немного дальше его фокуса, в результате чего изображение  $A'B'$  оказывается значительно увеличенным. Объектив трубы, употребляющейся для наблюдения предметов, находящихся на сравнительно больших расстояниях (превышающих двойное фокусное расстояние объектива), берется длиннофокусный, даваемое им изображение  $A'B'$  получается уменьшенным.

Для характеристики увеличения, даваемого оптической системой, используется величина, называемая *углом зрения*.

Углом зрения  $\alpha$  называется угол, под которым виден глазу, находящемуся в точке  $O$  (рис. 294), предмет или изображение предмета  $y$ , перпендикулярные оси  $OX$ . Величина  $\alpha$  может быть найдена из соотношения  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{a}$ , где  $a$  — расстояние между предметом и глазом.

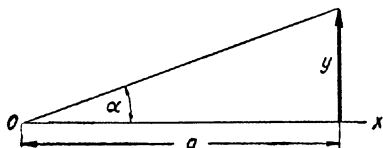


Рис. 294.

Отношение тангенса угла зрения, под которым видно изображение, даваемое оптической системой,

к тангенсу угла зрения, под которым виден предмет невооруженным глазом, называется *угловым увеличением системы*. Ниже будет рассмотрен вопрос о значении углового увеличения труб и микроскопов.

Фокусировка прибора, т. е. установка его на ясное видение изображения, производится либо изменением расстояния между объективом и окуляром (труба), либо перемещением прибора в целом относительно объекта (микроскоп). И то и другое производится обычно при помощи кремальеры  $k$  (рис. 293). Последняя состоит из укрепленного на неподвижной части прибора зубчатого колеса, которое при вращении передвигает подвижную часть при помощи установленной на ней зубчатой рейки.

Применение оптических инструментов для измерений возможно осуществить различными способами. Один из них, наиболее простой, заключается в том, что измеряемый объект рассматривается вместе со шкалой, помещенной непосредственно рядом с ним, через трубу или микроскоп. Благодаря совместному и одинаковому увеличению объекта и шкалы отсчет положения объекта на шкале становится при этом гораздо более точным. Примером таких измерений может служить отсчет показаний термометра при помощи зрительной трубы.

В несколько ином виде труба и микроскоп сами применяются в качестве частей измерительных приборов. В этом случае их окуляры снабжаются отсчетным крестом. Последний состоит из двух

очень тонких взаимно-перпендикулярных штрихов, нанесенных на стеклянной пластинке, помещенной вблизи фокальной плоскости глазной линзы окуляра. Перемещением оптического прибора (трубы, микроскопа) изображение любой точки объекта может быть приведено в совпадение с точкой пересечения штрихов креста. Это перемещение может отсчитываться по соответствующей шкале, что и дает возможность определить расстояние между любыми точками объекта.

Нередко труба и микроскоп в сочетании с так называемым окулярным микрометром применяются для измерения небольших расстояний. Окулярный микрометр представляет собой плоскую стеклянную пластинку с нанесенными на ней миллиметровыми делениями. Каждое миллиметровое деление снабжено цифрой и разбито на 10 частей. Обычно окулярные микрометры помещаются в плоскости диафрагмы, совпадающей с фокальной плоскостью окуляра. На них проектируется изображение объекта, даваемое объективом.

Для измерения величины объекта надо знать цену деления микрометра, т. е. расстояние между двумя ближайшими штрихами микрометра, и увеличение, даваемое объективом прибора. Но, если зрительная труба или микроскоп применяются в условиях, когда даваемое ими увеличение неизменно, то целесообразно найти некоторую эффективную цену деления микрометра уже с учетом увеличения, даваемого объективом. Величина эта определяется следующим образом: прибор наводят на шкалу с известными делениями  $l$ , установленную строго перпендикулярно к его оси и на том же расстоянии, на котором в дальнейшем помещается наблюдаемый объект. Находят два таких деления микрометра, которые точно совпадают с изображениями каких-либо делений шкалы. Пусть между этими делениями заключено  $n$  делений микрометра и  $m$  делений шкалы. Тогда можно утверждать, что

$$nl' = ml$$

и, следовательно, цена деления микрометра при данном увеличении будет

$$l' = \frac{m}{n} l.$$

При использовании прибора в других условиях надо либо заново определить цену деления микрометра, либо учесть изменение увеличения, даваемого объективом прибора.

При пользовании приборами, имеющими окулярный микрометр, прежде чем сфокусировать объект, следует соответствующим перемещением глазной линзы окуляра сфокусировать сам микрометр, который обыкновенно бывает укреплен неподвижно внутри прибора.

В винтовом окулярном микрометре вблизи фокальной плоскости глазной линзы окуляра находится небольшая рамка с косым крестом двух штрихов, нанесенных на стеклянной пластинке, перемещаю-

щаяся в поле зрения при помощи барабана с микрометрическим винтом. Один оборот барабана обычно соответствует перемещению центра креста на 1 мм. Барабан разделен на 100 частей; следовательно, смещение креста можно отсчитывать с точностью до 0,01 мм. Разумеется, при измерениях, производимых и этим микрометром, надо учитывать, с каким увеличением изображение объекта проектируется объективом на плоскость креста микрометра. (О том, как применять винтовой микрометр в сочетании с микроскопом, см. в описании последнего упражнения настоящей задачи.)

### Упражнение 1

#### Определение увеличения оптической трубы

В этой задаче определение увеличения оптической трубы производится двумя методами.

**Описание первого метода.** Пусть  $l_0$  — предмет, находящийся на расстоянии  $d_0$  от глаза  $O$  наблюдателя,  $l$  — изображение предмета, видимое в трубу и находящееся на расстоянии  $d$  от  $O$ ,  $\alpha_0$  и  $\alpha$  — соответствующие углы зрения (рис. 295).

Согласно определению увеличение

$$D = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha_0} = \frac{l}{d} \cdot \frac{l_0}{d_0} = \frac{ld_0}{l_0 d}.$$

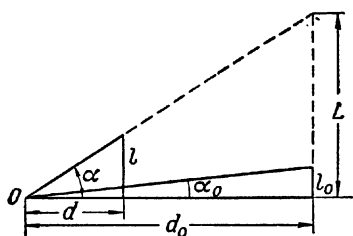


Рис. 295.

Спроектируем изображение  $l$  на плоскость предмета при помощи центральной проекции с центром в точке  $O$ , т. е. так, чтобы все точки изображения

переместились вдоль лучей, соединяющих их с глазом наблюдателя. Спроектированное таким образом изображение займет положение  $L$ . Очевидно, что угол зрения, под которым видна эта проекция, есть  $\alpha$ , а расстояние ее от глаза есть  $d_0$ . В этом случае увеличение

$$D' = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha_0} = D = \frac{L}{l_0}.$$

Если предмет представляет собой шкалу, длина одного деления которой есть  $l_0$ , то, спроектировав ее изображение на ту же шкалу, получим изображение, длина деления которого будет  $L$ , причем  $L > l_0$ . Если теперь выбрать такой отрезок шкалы, чтобы на нем разместилось  $n$  делений предмета и  $N$  делений изображения, где  $n$  и  $N$  — числа целые и  $n > N$ , то можно написать

$$nl_0 = NL;$$

следовательно,

$$D = \frac{L}{l_0} = \frac{n}{N}. \quad (1)$$



Если предмет расположен не так, как указано на рис. 295, а пересекает ось прибора, то выражение (1) не изменится; в этом можно легко убедиться, сделав соответствующее построение.

**Измерения.** Установив трубу на ясное видение удаленной на несколько метров линейки с делениями, смотрят одним глазом на изображение этой линейки через трубу, а другим — непосредственно на линейку. Устанавливают глаза так, чтобы изображение в трубе налагалось на видимую невооруженным глазом линейку и определяют количество  $n$  целых делений шкалы линейки, совпадающих с  $N$  целыми делениями ее изображения. Увеличение  $D$  вычисляется по формуле (1).

**Описание второго метода.** Известно, что между угловым увеличением оптической трубы и фокусными расстояниями составляющих ее линз существует следующее соотношение:

$$D = \frac{f_1}{f_2},$$

где  $f_1$  — главное фокусное расстояние объектива, а  $f_2$  — окуляра. Кроме того, в случае установленной на бесконечность трубы длины ее  $d$ , т. е. расстояние между объективом и окуляром, можно считать равной  $f_1 + f_2$ .

Если, вывинтив объектив предварительно установленной на бесконечность трубы, поместить на его место предмет определенной величины  $L$  (диафрагму с вырезом), то по другую сторону окуляра на некотором расстоянии  $b$  от него получится действительное изображение предмета величины  $l$ , даваемое окуляром.

На основании формулы увеличения линзы имеем

$$L : l = (f_1 + f_2) : b, \quad (2)$$

кроме того,

$$\frac{1}{f_1 + f_2} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f_2}, \quad (3)$$

исключая  $b$  из (2) и (3), получим

$$\frac{L}{l} = \frac{f_1}{f_2} = D. \quad (4)$$

**Измерения.** Устанавливают трубу на бесконечность, т. е. так, чтобы какой-нибудь удаленный предмет был ясно виден <sup>1)</sup>.

Вывинчивают объектив трубы и ставят на его место диафрагму с вырезом (в форме ромба). Направляют трубу на какой-нибудь освещенный светлый предмет, например на ту же самую шкалу, которой пользовались при определении увеличения трубы первым методом.

<sup>1)</sup> См. примечание на стр. 557.

Укрепленную на штативе лупу фокусируют так, чтобы шкала микрометра была ясно видна, и, приближая лупу к окуляру трубы, добиваются получения на шкале микрометра отчетливого изображения ромба. Определяют число делений, занимаемых на шкале микрометра диагоналями ромба. Измеряют линейкой или штангенциркулем длину диагоналей ромба непосредственно на диафрагме.

Если длина диагоналей ромба равна  $L_1$  и  $L_2$ , а длина их изображения на шкале микрометра равна  $l_1$  и  $l_2$ , то увеличение трубы

$$D = \frac{\frac{L_1}{l_1} + \frac{L_2}{l_2}}{2}.$$

### *Упражнение 2*

#### **Определение поля зрения оптической трубы**

Для определения поля зрения трубы ее фокусируют на стенную линейку с делениями и замечают, сколько делений этой линейки видны в трубу. Затем измеряют рулеткой расстояние от объектива трубы до линейки.

Если число делений линейки, видимых в трубу, равно  $n$ , а расстояние от трубы до линейки равно  $L$ , то поле зрения оптической трубы, выраженное в градусах, определяется формулой

$$\alpha = 57,3 \frac{n}{L}.$$

### *Упражнение 3*

#### **Определение увеличения микроскопа и измерение скорости роста кристаллов**

**Описание прибора.** В устройстве микроскопа простейшего типа можно выделить две основные части: механическую и оптическую (рис. 296).

Механическая часть микроскопа состоит из штатива (подразделяющегося в свою очередь на основание  $A$ , колонку  $B$  и предметный столик  $C$ ), тубуса  $D$  и приспособлений  $E$  для крепления зеркала  $S$ , необходимого для освещения объекта. Эти приспособления находятся под предметным столиком (см. ниже).

**Штатив** микроскопа имеет массивное основание, придающее ему необходимую устойчивость. Колонка, в простых моделях неподвижно укрепленная в вертикальном положении, может в более сложных и дорогих моделях наклоняться для более удобного наблюдения.

**Предметный столик** квадратной или круглой формы служит для поддержания препарата и имеет на верхней плоскости

два отверстия, в которые вставляются штифты с пружинами, прижимающими препарат к столику для предохранения его от передвижения во время наблюдения.

Непосредственно под столиком или на конденсоре укреплена переменная диафрагма, служащая для регулировки освещенности рассматриваемого изображения объекта. Диафрагмы бывают двух родов: револьверные и ирисовые. Более простые — револьверные — состоят из диска, в котором просверлен ряд отверстий различного диаметра; эти отверстия могут устанавливаться против отверстия в столике микроскопа поворотом диска. Ирисовые диафрагмы состоят из стальных пластинок особой формы, образующих круглое отверстие, диаметр которого можно плавно изменять путем поворота пластинок при помощи рычажка.

Тубус представляет собой раздвижную цилиндрическую трубу, длина которой может измеряться по шкале, нанесенной на боковой поверхности верхней половины.

Тубус в целом связан с колонкой при помощи салазок и может передвигаться при вращении кремальерного винта *T*. Более медленное передвижение тубуса, необходимое для точной фокусировки объекта, достигается вторым микрометрическим винтом *m*. Нижнее отверстие тубуса имеет нарезку для привертывания объектива или «револьвера» *R* особого держателя, несущего на себе от двух до четырех объективов и позволяющего быстро менять их путем поворота его около оси. Для того чтобы ось объектива всегда совпадала с осью микроскопа, револьвер снабжен защелкивающей пружинкой, которая, попадая в специальную прорезь, удерживает объектив в нужном положении.

Оптическая часть состоит из осветительного аппарата, состоящего в свою очередь из зеркала *S* и конденсора *K*, сменных объективов *O*,  $O_1$  и окуляра *L*.

Приспособление для установки осветительного аппарата состоит из вилкообразного держателя

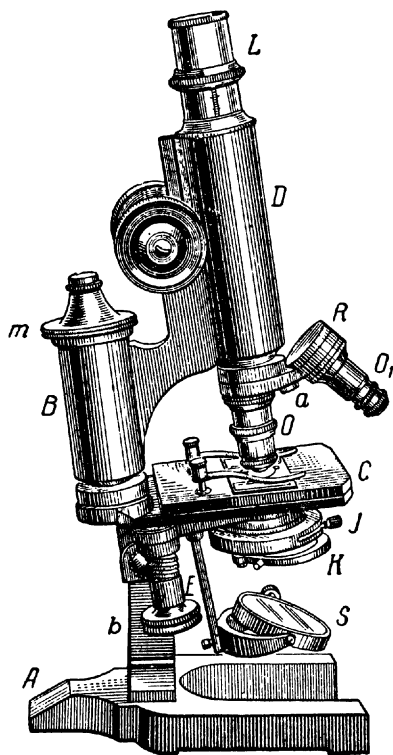


Рис. 296.

для зеркала, вращающегося вокруг двух перпендикулярных осей, и кремальеры или винта, передвигающих конденсор вдоль оси микроскопа. Последнее имеется лишь у более совершенных приборов.

**З е р к а л о** служит для направления лучей от источника света вдоль оси прибора сквозь рассматриваемый объект. Делается оно

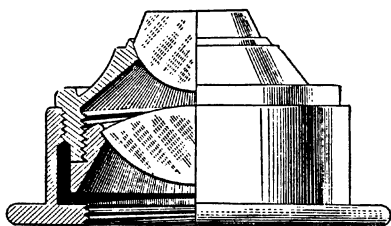


Рис. 297.

обыкновенно из стекла и имеет две поверхности — плоскую и вогнутую. Последняя служит для усиленной концентрации света на рассматриваемом объекте в тех случаях, когда нельзя пользоваться конденсором, вносящим некоторое искажение в изображение объекта.

**К о н д е н с о р** состоит обыкновенно из двух или трех линз, при помощи которых отражающийся от

зеркала свет концентрируется сильно сходящимся пучком на объекте (рис. 297). Для наиболее отчетливого изображения необходимо, чтобы объект находился в фокусе этого пучка, для чего конденсор передвигают вверх или вниз при помощи описанного выше приспособления.

**О б ъ е к т и в** (рис. 298) — важнейшая часть микроскопа — представляет собой систему линз, собранную в единой оправе. Передняя так называемая *фронтальная линза* является главной и единственной производящей увеличение, остальные же служат лишь для исправления недостатков изображения, создаваемого фронтальной линзой, и поэтому называются *корректирующими*. Объективы нумеруются в порядке возрастания увеличения.

**О к у л я р** (рис. 299) представляет собой сложную лупу, состоящую обыкновенно из двух линз: верхней *глазной* и нижней *собирающей*, отстоящих друг от друга на расстоянии, равном полусумме их фокусных расстояний. Обе линзы заключены в короткую цилиндрическую трубку, которая вставляется в верхнее отверстие тубуса. Так же, как и объективы, они нумеруются в порядке возрастания увеличения.

**Теория прибора.** **Х о д л у ч е й** (рис. 300). Свет от осветительной лампы падает на зеркало *S* и, отражаясь от него, направляется через отверстие диафрагмы *I* в конденсор *K*. Выйдя из последнего,

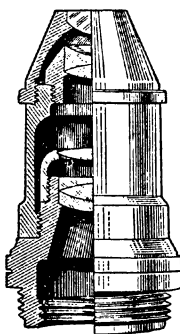


Рис. 298.

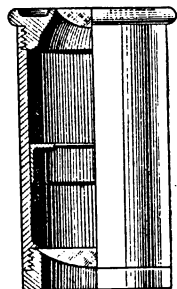


Рис. 299.

лучи сильно сходящимся пучком попадают на объект, помещенный на плоскопараллельной стеклянной пластинке несколько дальше фокуса объектива и находящийся одновременно вблизи фокуса

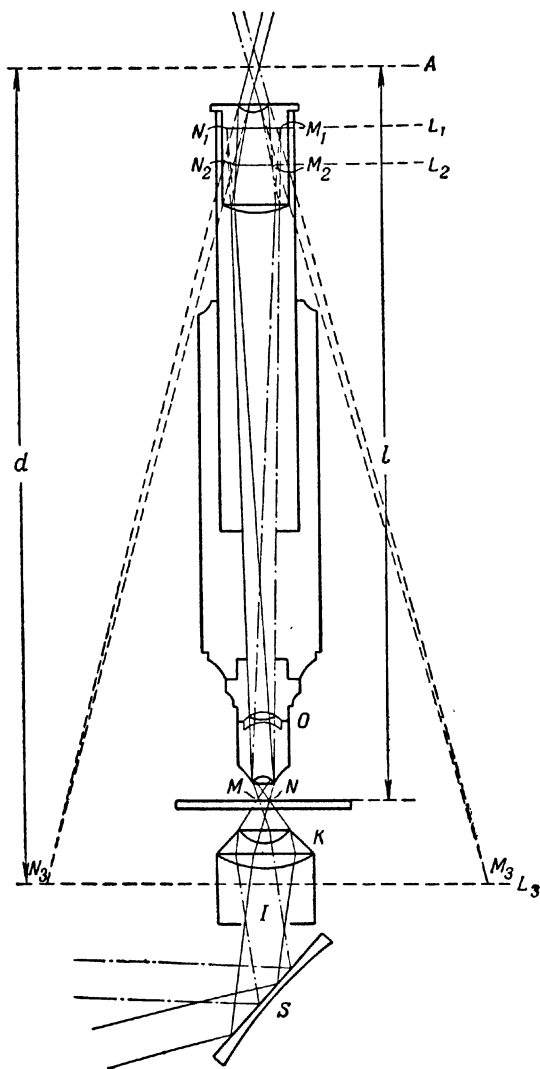


Рис. 300.

конденсора. Пройдя объектив, лучи слабо сходящимся пучком идут до окуляра и должны были бы дать в плоскости  $L_1$ , сопряженной с плоскостью объекта, увеличенное обратное действительное

изображение  $N_1M_1$ . Но на пути их находится собирательная линза окуляра, преломляясь в которой, лучи сходятся несколько ближе к объективу в плоскости  $L_2$  и дают изображение  $N_2M_2$ .

В этой плоскости, положение которой определяется для данного микроскопа длиной тубуса, помещается диафрагма, обрезающая крайние лучи и ограничивающая, таким образом, поле зрения, т. е. являющаяся *диафрагмой поля зрения*. Положение ее в большинстве микроскопов соответствует длине тубуса, равной 160 мм.

Так как плоскость  $L_2$  лежит ближе к центру глазной линзы окуляра, чем ее фокус, то действие этой линзы сводится к действию простой лупы. Следовательно, вместо изображения  $N_2M_2$  мы получаем мнимое, обратное (по отношению к объекту) и еще более увеличенное изображение  $N_3M_3$ , лежащее в плоскости  $L_3$ . Обыкновенно эта плоскость устанавливается наблюдателем на расстоянии ясного зрения его глаза.

У в е л и ч е н и е микроскопа равно произведению увеличений объектива и окуляра. Если рассматривать объектив как проекционный прибор, то величина изображения  $N_1M_1$  представляется формулой

$$N_1M_1 = \frac{NM\delta}{f_1}, \quad (5)$$

где  $f_1$  — фокусное расстояние объектива, а  $\delta$  — расстояние изображения от центра объектива.

Действие обеих линз окуляра можно заменить действием эквивалентной им линзы с фокусным расстоянием  $f_2$ , используемой в качестве лупы. Согласно формуле, выражающей увеличение лупы, имеем

$$N_3M_3 = N_1M_1 \frac{d}{f_2}, \quad (6)$$

где  $d$  — расстояние ясного зрения глаза наблюдателя. Согласно формуле (5)

$$N_3M_3 = NM \frac{\delta d}{f_1 f_2}.$$

Л и н е й н о е увеличение микроскопа будет

$$\omega = \frac{N_3M_3}{NM} = \frac{\delta d}{f_1 f_2}. \quad (7)$$

Так как изображение  $N_1M_1$  должно лежать весьма близко к фокусу окуляра, а фокусное расстояние объектива весьма мало, то с достаточной степенью точности можно считать  $\delta$  равным расстоянию между задним фокусом объектива и передним фокусом окуляра; это расстояние называется *оптической длиной микроскопа*.

Угловое увеличение микроскопа определяется формулой

$$D = \frac{\text{tg } \alpha}{\text{tg } \alpha_0}, \quad (8)$$

где  $\alpha$  и  $\alpha_0$  — углы зрения изображения  $N_3M_3$  и предмета  $NM$ . Из рис. 300 ясно, что

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{N_3M_3}{2d}; \quad \operatorname{tg} \alpha_0 = \frac{NM}{2l},$$

где  $l$  — расстояние от объекта до плоскости  $A$ , в которой помещается глаз наблюдателя; следовательно,

$$D = \frac{N_3M_3}{NM} \cdot \frac{l}{f} = \omega \cdot \frac{l}{d}. \quad (9)$$

**Измерения.** Для определения увеличения микроскопа  $D$  нет необходимости сравнивать непосредственно величины самого объекта и его изображения, которые находятся, как мы видели, на различных расстояниях от глаза. Вместо этого достаточно сравнить величину изображения с каким-либо другим предметом, отношение величины которого к величине объекта нам точно известно. При этом предмет должен быть помещен на том же расстоянии от глаза, как и сравниваемое изображение объекта. Измерение производится следующим образом.

Установив длину тубуса равной 160 мм, кладут на столик микроскопа объектный микрометр — стеклянную пластинку с нанесенной на ней шкалой с делениями через 0,01 мм и фокусируют микроскоп на ясное видение последних.

Сбоку от микроскопа на расстоянии ясного зрения от его оси, равном 25 см (для нормального глаза), ставят вертикальную шкалу с делениями в 1 мм. На окуляр микроскопа ставят наклоненное под углом 45° к оси прибора полупрозрачное (или имеющее продольный вырез) зеркальце и устанавливают глаз и это зеркальце так, чтобы одновременно видеть как изображение микрометра в микроскопе, так и вертикальную шкалу. При этом для выравнивания освещенности изображений обеих шкал рекомендуется пользоваться диафрагмой конденсора или изменением наклона зеркала предметного столика.

Отсчитывают количество целых делений шкалы  $N_1$ , совпадающих с целым числом делений изображения микрометра  $N_2$ . Так как отношение длины делений шкалы и микрометра равно 100, то

$$D = \frac{N_1}{N_2} \cdot 100; \quad (10)$$

зная  $D$ , по формуле (9) легко найти линейное увеличение.

**Измерение скорости роста кристаллов.** На тубус микроскопа надевают винтовой окулярный микрометр. Наводя крест окуляра на деления шкалы объект-микрометра, положенного на предметный столик микроскопа, и перемещая крест вдоль этой шкалы, находят, какому линейному отрезку в миллиметрах в плоскости предмета соответствует одно деление на барабане окулярного винтового микрометра. Это будет цена деления микрометра в условиях его использования с данным объективом.

На предметном стекле размазывают тонким слоем каплю водного раствора  $\text{CuSO}_4$ ,  $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$  или другой соли; при испарении раствора из него выпадают кристаллы. Препарат помещают на столик микроскопа и фокусируют последний на ясное зрение.

Устанавливают крест нитей микрометра на одну из граней кристалла, одновременно пускают в ход секундомер и отсчитывают показания барабана микрометра. Перемещая крест микрометра вслед за растущей гранью, засекают секундомером ее положение через некоторое время и отсчитывают новые показания барабана микрометра. Зная величину перемещения грани и время, за которое оно произошло, вычисляют скорость роста кристалла в этом направлении.

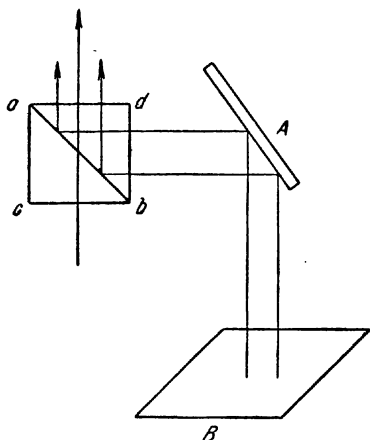


Рис. 301.

Такие же измерения производят и для других граней кристалла. Скорость роста кристалла можно определить также с помощью рисовального аппарата, принцип действия которого ясен из рис. 301. Над окуляром микроскопа помещен стеклянный кубик  $adbc$ , диагональное сечение  $ab$  которого посеребрено со стороны, обращенной к глазу. В центре сечения оставлен непосеребренный кружок, так что через него лучи из микроскопа попадают в глаз одновременно с изображением листа бумаги  $B$ . Грань растущего кристалла зарисовывается в двух положениях, и секундомером измеряется время ее перемещения. Ее перемещения на рисунке измеряются циркулем и линейкой. Зная время, за которое произошло смещение грани, и увеличение микроскопа, определяют скорость ее роста.

**Технические данные установки.** Для постановки задачи необходимо иметь: оптическую трубу, например типа ОТ-1, лупу (с микрометром 0,1 мм) на штативе. Микроскоп «Прогресс» ОМЗ с двумя сменными объективами и двумя окулярами, винтовой окулярный микрометр АМ-9, объектный микрометр, рисовальный аппарат, наклонное зеркальце на цилиндрической подставке, шкалу с миллиметровыми делениями, установленную на вертикальном штативе.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Г. С. Ландсберг, Оптика, Гостехиздат, 1957.
2. Курс физики под редакцией Н. Д. Папалекси, т. II, Гостехиздат, 1948.
3. С. Э. Фриш и А. В. Тиморева, Курс общей физики, т. III, Физматгиз, 1962.
4. Л. Г. Титов, Микроскопы, их принадлежности и применение, 1934.
5. Г. Г. Слюсарев, Геометрическая оптика, Изд. АН СССР, 1945.



## ЗАДАЧА 99

## ИЗУЧЕНИЕ ЗРИТЕЛЬНОЙ ТРУБЫ

**Введение.** Задача посвящена определению увеличения зрительной трубы, измерению ее поля зрения и предела разрешения.

Перед выполнением работы необходимо ознакомиться с устройством зрительной трубы\* (см. [1] и описание задачи 98).

Напомним только, что зрительные трубы являются сложными оптическими системами, состоящими из объектива и окуляра.

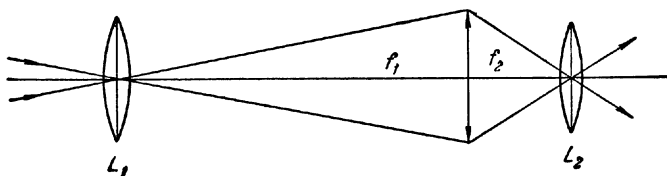


Рис. 302.

Действительное (уменьшенное и обратное) изображение отдаленного предмета, даваемое объективом, рассматривается в окуляр как в лупу (рис. 302). Зрительные трубы представляют собой обычно телескопические системы, т. е. такие системы, у которых задний фокус объектива совмещается с передним фокусом окуляра. Увеличение зрительной трубы определяется отношением фокусного расстояния объектива  $f_1$  к фокусному расстоянию окуляра  $f_2$ , т. е.

$$N = \frac{f_1}{f_2}. \quad (1)$$

Окуляром в зрительной трубе Кеплера является положительная линза (рис. 302), причем расстояние

между объективом и окуляром равно сумме их фокусных расстояний. Такая система дает перевернутое изображение объекта.

В зрительной трубе Галилея (рис. 303) окуляр представляет собой рассеивающую линзу, и расстояние между объективом и окуляром равно разности их фокусных расстояний. Труба Галилея дает прямое изображение объекта.

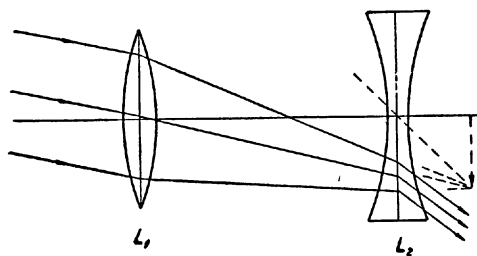


Рис. 303.

При рассмотрении вопроса о возможности различения с помощью зрительной трубы мелких деталей предмета необходимо учитывать дифракционные явления, которые определяют разрешающую силу зрительной трубы, т. е. возможность получения отдельных изображений двух близких точек предмета. Свет, попадающий

взрительную трубу, дифрагирует на круглой оправе объектива, играющей роль входного зрачка системы, в результате чего в фокальной плоскости объектива получается не простое стигматическое изображение точки, а сложная дифракционная картина с центральным максимумом освещенности, окруженным темными и светлыми кольцами.

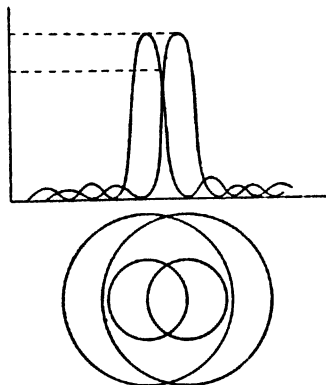


Рис. 304.

По Релею, для определенности, принимают за предел разрешения такое положение, при котором максимум освещенности дифракционной картины от одной точки предмета совпадает с первым минимумом освещенности дифракционной картины от его второй точки (рис. 304), тогда наименьшее расстояние между разрешаемыми изображениями точек будет равно величине радиуса первого темного кольца.

Для первого темного кольца радиус определится формулой

$$r_1 = 1,22 \lambda \frac{f_1}{D}, \quad (2)$$

где  $D$  — диаметр входного зрачка — оправы или диафрагмы объектива (см. [1]),  $\lambda$  — длина волны падающего света.

Предельное угловое расстояние  $\varphi$  между еще разрешаемыми объективом точками объекта определится в таком случае из соотношения

$$\varphi = \frac{r_1}{f} = 1,22 \frac{\lambda}{D} \text{ радиан} = 1,22 \cdot 2 \cdot 10^5 \frac{\lambda}{D} \text{ угловых секунд}. \quad (3)$$

Величина, обратная предельному углу, носит название разрешающей силы объектива

$$A = \frac{1}{\varphi} = \frac{1}{2,44 \cdot 10^5} \cdot \frac{D}{\lambda}. \quad (3a)$$

Таким образом, разрешающая способность объектива зависит от диаметра объектива и длины волны падающего света.

Окуляр трубы, как известно, ни в какой мере на разрешающую силу трубы не влияет. Для определения разрешающей силы объективов зрительных труб пользуются специальными штрихованными таблицами — мирами (рис. 305). Мира представляет собой негативное изображение таблицы, изготовленное фотографическим способом на мелкозернистой коллоидной пластинке. На негативе расположено несколько рядов заштрихованных квадратов с постепенно уменьшающейся толщиной штрихов. В каждом квадрате штрихи расположены по четырем различным направлениям: в вертикальном, горизонтальном и под углом в  $45^\circ$  с наклоном вправо и влево. Расстояние между штрихами равно их толщине, следовательно, зная число штрихов

в каждом квадрате и ширину квадрата (которая равна 0,4 мм), можно вычислить и ширину штрихов в любом квадрате. Число штрихов можно подсчитать, пользуясь увеличенным изображением мира (на рис. 305 приведены квадраты с наиболее крупными штрихами мира), или определить по номеру квадрата, указанного на мире, по таблице, прилагаемой к задаче.

Миру помещают в фокусе линзы коллиматорной трубы. Испытуемую трубу устанавливают объективом как можно ближе к объективу коллиматора и рассматривают изображение штрихов мира, предельно разрешаемых объективом трубы по всем четырем направлениям.

Затем по номеру наблюдаемого квадрата, в котором штрихи еще представляются разрешенными, находят ширину  $a$  штрихов в этом квадрате. Наконец, воспользовавшись очевидным соотношением для предела углового расстояния  $\varphi$  между еще разрешаемыми точками объекта наблюдения

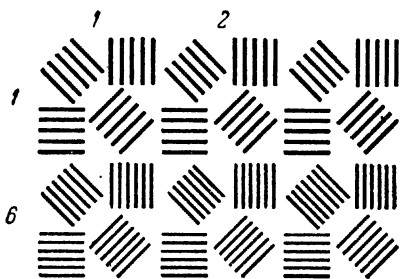


Рис. 305.

$$\varphi = 2 \cdot 10^5 \frac{a}{F} = \frac{1}{A}, \quad (4)$$

где  $F = 38$  см — фокусное расстояние объектива коллиматора, находим значения  $\varphi$  и  $A$ . Результаты, найденные таким образом, опытным путем сравнивают с их теоретическими значениями, рассчитанными по формулам (3) и (3а).

В настоящей задаче, кроме зрительной трубы, исследования проводятся на моделях зрительных труб Кеплера и Галилея. Для этого в комплекте задачи имеется набор из трех тонких линз (двух положительных и одной отрицательной).

### Упражнение 1

#### Определение увеличения моделей зрительных труб Кеплера и Галилея

Увеличение модели зрительной трубы можно найти по формуле (1), для этого необходимо знать фокусное расстояние объектива и окуляра. Определение фокусного расстояния объектива может быть выполнено любым способом, изложенным в задаче 97, однако наличие коллиматорной трубы, в фокусе которой находится предмет (в данном случае мира), значительно упрощает определение фокусных расстояний линз, что очевидно из рассмотрения рис. 306.

Располагают на оптической скамье осветитель с матовым стеклом, коллиматор с мирой, линзу  $L_1$  и экран согласно рис. 306. Коллиматорную трубу в данном случае рекомендуется ставить почти вплотную к осветителю, а линзу  $L_1$  вблизи объектива коллиматорной трубы таким образом, чтобы их оптические центры находились на одной прямой. Перемещая экран вдоль оптической скамьи, добиваются получения на нем изображения мира; расстояние от оптического центра тонкой линзы до экрана и является в данном случае фокусным расстоянием объектива.

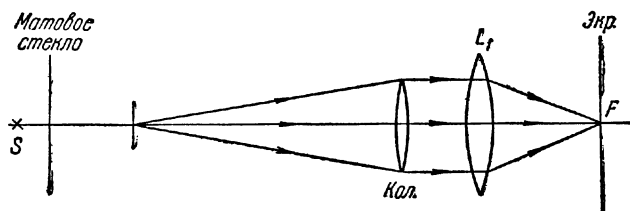


Рис. 306.

Повторяют измерения этого расстояния 3—5 раз, каждый раз заново находя положение экрана, и из полученных значений  $f$  объектива берут среднее.

Для определения фокусного расстояния окуляра можно воспользоваться тем, что параллельный пучок света при прохождении через телескопическую систему остается параллельным (рис. 303), в чем можно убедиться при помощи трубы, наведенной на бесконечность.

На оптической скамье располагают осветитель, коллиматорную и зрительную трубы. Зрительную трубу наводят на бесконечность, для чего помещают ее вплотную к коллиматорной трубе и добиваются (при помощи винта, перемещающего окуляр) получения четкого изображения мира при полностью открытой диафрагме. Затем, отодвинув трубу, между нею и коллиматором помещают объектив модели (линзу  $L_1$ ) и окуляр трубы Кеплера (линзу  $L_2$ ). Наблюдая в зрительную трубу, наведенную на бесконечность, перемещают окуляр (линзу  $L_2$ ) до получения четкого изображения мира. Необходимо постоянно следить за тем, чтобы оптическая система всех линз была центрированной. Фокусное расстояние окуляра определяется по формуле

$$f_{\text{ок}} = L - f_{\text{об}},$$

где  $L$  — расстояние между оптическими центрами объектива и окуляра. Зная  $f$  объектива и  $f$  окуляра, вычисляют увеличение модели зрительной трубы Кеплера.

Для получения модели зрительной трубы Галилея заменяют собирательный окуляр (линза  $L_2$ ) рассеивающим (линза  $L_3$ ).

Определяют фокусное расстояние рассеивающего окуляра способом, аналогичным описанному выше.

Вычисляют  $f_{\text{ок}}$  по формуле  $f_{\text{ок}} = f_{\text{об}} - L$ . Из (1) вычисляют увеличение модели трубы Галилея. Ход лучей в моделях обеих труб изображается на чертеже и прилагается к измерениям.

## Упражнение 2

### Определение предела разрешения модели зрительной трубы

В этой задаче определяется предел разрешения объективов в зависимости от диаметра действующего отверстия  $D$  для белого света, в котором глаз максимально чувствителен к зеленой части спектра  $\lambda = 5550 \text{ \AA}$ .

На оптической скамье располагаются: осветитель, коллиматорная труба, объектив и окуляр модели трубы Кеплера. Перемещением окуляра добиваются четкого видения миры. Меняя различные диафрагмы, определяют для каждой из них номер разрешаемого квадрата миры, ширину его штрихов  $a$ , предел разрешения и разрешающую силу по формуле (4). Полученные значения  $\varphi$  и  $A$  сравнивают с их значениями, вычисленными по формулам (3) и (3а).

Изображение миры в окуляре рассматривают при помощи лабораторной зрительной трубы, установленной предварительно на бесконечность с полностью открытой диафрагмой; такое вспомогательное использование лабораторной трубы на разрешающую способность модели не влияет.

## Упражнение 3

### Определение предела разрешения лабораторной зрительной трубы

Зрительная труба располагается вплотную за коллиматорной трубой и наводится на бесконечность при открытой диафрагме. Предел разрешения определяется указанным выше способом для белого света при 10—15 различных положениях указателя диафрагмы. Перед каждым измерением, перемещая осветитель вдоль оптической скамьи (т. е. приближая или удаляя его от коллиматорной трубы), добиваются того, чтобы освещенность изображения миры оставалась неизменной.

Определяют, как указывалось выше, предел разрешения. Полученные данные для предела разрешения сравнивают с результатами вычисления по формуле (3). Диаметр диафрагмы определяется по положению указателя на ее оправе при помощи таблицы, прилагаемой к задаче. Для всех измерений вычисляют также разрешающую силу трубы.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Г. С. Ландсберг, Оптика, Гостехиздат, 1947.
2. Курс физики под редакцией Н. Д. Папалекси, т. II, Гостехиздат, 1948.
3. С. Э. Фриш и А. В. Тиморева, Курс общей физики, Физматгиз, 1962.

## СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

4. А. И. Тудоровский, Теория оптических приборов, Изд. АН СССР, 1937.

## ЗАДАЧА 100

## ИССЛЕДОВАНИЕ СЛОЖНЫХ ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Цель настоящей задачи — отыскание положения кардинальных точек идеальных оптических систем.

**Теория.** Идеальная оптическая система изображает точку в виде точки, т. е. все лучи, исходящие из любой точки предмета, собираются после выхода из системы в одной точке изображения.

Достаточно хорошим приближением к идеальной системе является центрированная оптическая система, если ограничиться лучами, образующими лишь небольшие углы с нормальными к поверхностям преломления. Идеальная оптическая система обладает рядом кардинальных точек. Свойства этих точек будут описаны ниже. Знание четырех кардинальных точек вполне определяет работу оптической системы, т. е. мы можем построить изображение любой точки, пользуясь только этими кардинальными точками, совершенно не рассматривая действительного хода лучей в данной оптической системе.

В качестве кардинальных точек оптической системы отметим следующие пары точек:

1. Передний и задний фокусы системы  $F_1$  и  $F_2$  (рис. 307). Если на систему пустить пучок лучей, параллельных оптической оси системы (лучи 1), то они соберутся в заднем фокусе системы  $F_2$ , если параллельный пучок пустить в обратном направлении (лучи 2), то лучи соберутся в переднем фокусе системы  $F_1$ . Плоскости, проходящие через фокусы перпендикулярно оптической оси системы, называются фокальными плоскостями.

2. Главные точки системы  $H_1$  и  $H_2$  и главные плоскости (т. е. плоскости, проходящие через главные точки перпендикулярно оптической оси). Главные плоскости изображают друг друга с линейным увеличением, равным  $+1$ . Найти главные плоскости можно следующим образом. Рассмотрим луч 1, падающий на оптическую систему  $MMN$  параллельно оптической оси

$O_1O_2$ . После преломления его направление распространения будет  $I'$ . Точка пересечения лучей  $I$  и  $I'$  лежит во второй главной плоскости. Рассмотрев луч 2, идущий в обратном направлении, можно получить положение первой главной плоскости. Расстояния  $F_1H_1 = f_1$  и  $F_2H_2 = f_2$  от главных точек до фокусов называются фокусными расстояниями системы. Если данная оптическая система находится в среде с постоянным показателем преломления, то  $|f_2| = |f_1|$ .

3. Узловые точки системы  $N_1$  и  $N_2$ . Если какой-либо луч (или его продолжение) (рис. 307) проходит через первый узел  $N_1$  (луч 3), то после преломления в оптической системе этот

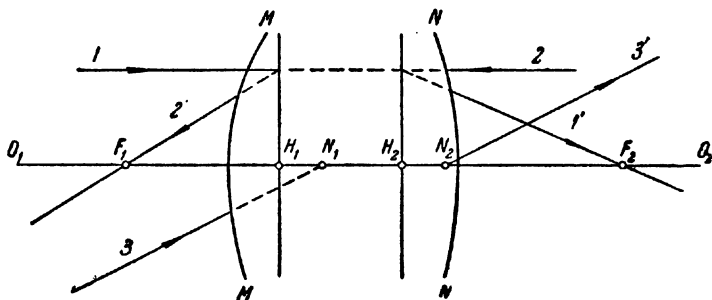


Рис. 307.

луч (или его продолжение) будет выходить из второго узла  $N_2$  в направлении, параллельном направлению падающего луча (луч 3'). Положение узлов относительно фокусов определяется соотношениями  $F_1N_1 = f_2$ ;  $F_2N_2 = f_1$ .

Если система расположена в среде с постоянным показателем преломления, то узловые точки совпадают с главными.

Доказательство существования этих кардинальных точек, а также их свойства приведены в литературе, указанной в конце описания. В тонких линзах положение обеих главных точек и обеих узловых точек совпадает с центром линзы.

В настоящей работе исследуется сложная оптическая система, состоящая из двух тонких линз: положительной (собирающей) и отрицательной (рассеивающей). Расстояние между линзами меньше фокусного расстояния первой положительной линзы. Расположение главных и фокальных точек такой системы представлено на рис. 308.

Луч  $SP$ , параллельный оптической оси системы  $O_1O_2$ , после преломления в собирающей линзе  $L_1$  идет по направлению к точке заднего фокуса этой линзы  $F'_2$ ; отрицательная линза  $L_2$  отклоняет этот луч так, что он пересекает оптическую ось в точке заднего фокуса системы  $F_2$  (фокусное расстояние отрицательной линзы берется таким, чтобы вся система в целом была положительной).

Продолжение луча  $F_2Q$  пересечет направление падающего луча в точке  $P'$ .

Второй главной плоскостью является  $P'H_2$ . Нетрудно видеть, что первая главная плоскость расположена левее второй главной плоскости. Такая оптическая система решает вопрос получения длиннофокусного объектива, дающего картины в большом масштабе, при условии возможно более короткой камеры, т. е. с небольшим расстоянием между последней поверхностью объектива и плоскостью изображения. Действительно, фокусное расстояние системы есть расстояние  $H_2F_2 = f$ . Оно заметно больше расстояния  $O_2F_2$  от последней поверхности объектива до фокуса. По такому принципу устроены все телеобъективы. Конструкции телеобъективов

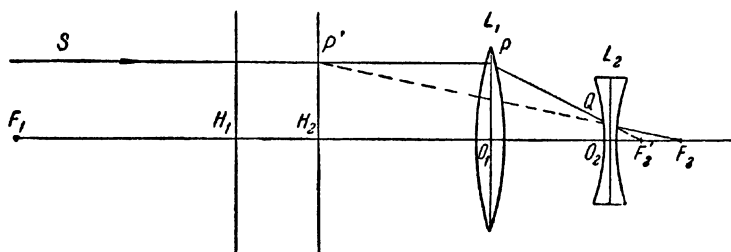


Рис. 308.

сложны, но принцип их действия полностью представляется указанной оптической системой.

Нахождение кардинальных точек оптической системы может быть проведено разными способами. В данной задаче рассматриваются два способа.

Первый способ основан на использовании свойств узловых точек системы. Пусть на оптическую систему падает пучок лучей, параллельных оптической оси системы. Тогда изображение источника света будет в точке заднего фокуса системы  $F_2$  (см. рис. 307). Если теперь поворачивать оптическую систему вокруг оси, перпендикулярной оптической оси системы  $O_1O_2$ , на некоторый угол, оставляя направление падающего пучка без изменения, то изображение источника света на неподвижном экране не будет смещаться лишь в том случае, когда ось вращения будет проходить через второй узел. При любом другом положении оси вращения изображение источника при вращении оптической системы будет смещаться.

Так как направление падающего пучка лучей в пространстве мы оставляем неизменным, то луч, который пройдет через первый узел системы  $N_1$ , после поворота оптической системы сохранит свое направление в пространстве, хотя при повороте оптической системы этот луч будет составлять с оптической осью системы некоторый угол, отличный от нуля. Сопряженный ему луч, выходящий из



второго узла  $N_2$ , будет параллелен падающему, т. е. останется все время параллелен одному и тому же направлению в пространстве независимо от вращения системы.

Для построения изображения источника света мы должны в общем случае рассмотреть два луча, прошедших оптическую систему. Точка их пересечения определит положение изображения источника. В нашем случае, поскольку на систему падает параллельный пучок лучей, изображение источника света лежит в фокальной плоскости и для определения его положения достаточно рассмотреть один луч, точка пересечения которого с фокальной плоскостью и даст положение изображения источника. В качестве такого луча мы рассмотрим луч, выходящий из второго узла, т. е. из точки  $N_2$ . Этот луч независимо от вращения оптической системы все время будет оставаться параллелен направлению распространения лучей, падающих на систему. Следовательно, если при вращении оптической системы точка  $N_2$  не будет смещаться, то и изображение источника света на неподвижном экране также не будет смещаться; если же точка  $N_2$  смещается, то смещается и изображение источника, причем в ту же сторону, что и смещение  $N_2$ .

Точка  $N_2$  остается неподвижной при вращении оптической системы только в том случае, если ось вращения проходит через нее, следовательно, только в этом случае изображение источника света на неподвижном экране не будет смещаться при небольших поворотах оптической системы. Это свойство узловых точек позволяет экспериментально определить их положение.

Второй способ основан на использовании соотношения между фокусными расстояниями системы  $f_1$  и  $f_2$  и расстояниями от предмета и его изображения до соответствующих фокусов. Обозначим расстояние от переднего фокуса до предмета через  $x_1$ , а расстояние от заднего фокуса до изображения через  $x_2$ . Тогда  $x_1 \cdot x_2 = f_1 \cdot f_2$ . Вывод этого соотношения имеется в указанной литературе и здесь не приводится. Это свойство идеальной оптической системы также может быть использовано для экспериментального определения положения кардинальных точек оптической системы. Подробнее об этом будет сказано дальше.

### *Упражнение 1*

#### **Определение положения кардинальных точек оптической системы первым способом**

Исследуемая оптическая система состоит из собирающей и рассеивающей линз, которые вставляются в специальные стойки на пластинке, связанной с кремальерой. Параллельный пучок лучей создается коллиматором, установленным на бесконечность (т. е. установленным так, что щель коллиматора находится в фокусе

коллиматорного объектива). Источником света служит щель коллиматора, освещаемая рассеянным светом, выходящим из осветителя. Параллельный пучок лучей, пройдя оптическую систему, дает изображение щели коллиматора, которое можно получить на экране, перемещающемся на специальном рейтере вдоль оптической скамьи.

Определение положения кардинальных точек исследуемой системы начинают с определения положения заднего фокуса. Для этого устанавливают собирающую и рассеивающую линзы в специальные стойки, так, чтобы собирающая линза была ближайшей к коллиматору. Затем включают источник света (включение производится с помощью выключателя, укрепленного на трансформаторе), освещающий щель коллиматора. Осторожно снимают крышку с коллиматорного объектива. *Трогать руками коллиматорный объектив категорически воспрещается.*

Перемещая экран вдоль скамьи, добиваются получения на нем изображения коллиматорной щели. Изображение получается в заднем фокусе исследуемой оптической системы. Измеряют металлической линейкой расстояние между рассеивающей линзой и изображением щели коллиматора. Измерение проделывают несколько раз, причем каждый раз экран сдвигают и вновь добиваются резкого изображения входной щели. Определив положение заднего фокуса, поворачивают оптическую систему вокруг вертикальной оси на небольшой угол ( $\pm 2^\circ$ ), наблюдая за изображением входной щели на неподвижном экране. Если это изображение смещается, то изменяют положение оси вращения по отношению к оптической системе, что достигается перемещением с помощью кремальеры всей оптической системы. После каждого перемещения оптической системы следует заново установить экран, получив на нем резкое изображение входной щели. Снова поворачивают оптическую систему в ту и другую стороны и наблюдают за поведением изображения щели на неподвижном экране. Находят такое положение оси вращения, при котором изображение щели не смещается. В этом случае ось вращения проходит через второй узел. Так как среда по обе стороны нашей оптической системы одна и та же, то узловая точка совпадает с главной точкой. Измеряют расстояние от собирающей линзы до второй узловой точки (или до второй главной точки).

Определение положения второй узловой точки также следует сделать несколько раз, взяв в качестве окончательного результата среднее значение. Измерив расстояние между двумя линзами, получают все данные для определения фокусного расстояния системы, равного расстоянию от главной точки до фокуса.

Затем система оборачивается, т. е. собирающая и рассеивающая линзы вынимаются из стоек и меняются местами. Находят передний фокус системы аналогично тому, как находился задний фокус системы. Измеряют расстояние от переднего фокуса до собирающей линзы. После всех проделанных измерений положение первой

главной плоскости определяется легко, так как она расположена на расстоянии, равном фокусному расстоянию от переднего фокуса. Определив положение всех кардинальных точек системы, изображают схематически изучаемую оптическую систему аналогично рис. 308, указывая на схеме расстояния от всех кардинальных точек до собирающей линзы.

### Упражнение 2

#### Определение положения кардинальных точек системы вторым способом

Для этого источник света, находящийся перед щелью коллиматора, переносят и устанавливают перед исследуемой оптической системой. Экран устанавливают на противоположном конце оптической скамьи на расстоянии около 2,5 м от источника света. Перемещая оптическую систему вдоль оптической скамьи, добиваются получения изображения источника света на экране. Измеряют расстояние от источника до первой линзы и от изображения до второй линзы оптической системы. Далее используют полученные ранее значения для расстояний переднего и заднего фокусов до первой и второй линз и вычисляют  $x_1$  и  $x_2$ . По формуле (1) определяют  $f$ . Зная положение фокусов  $F_1$  и  $F_2$  и величину фокусного расстояния  $f$ , определяют все кардинальные точки оптической системы. Результаты изображаются схематически аналогично результатам упражнения 1.

### Упражнение 3

#### Определение фокусного расстояния рассеивающей линзы по формуле сложения двух линз

Если  $f'$  — фокусное расстояние первой тонкой линзы,  $f''$  — фокусное расстояние второй тонкой линзы,  $L$  — расстояние между линзами, то фокусное расстояние системы определяется выражением

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{f''} - \frac{L}{f' \cdot f''}. \quad (1)$$

Вывод этого соотношения дается в литературе, указанной ниже. Исследуемая система имеет фокусное расстояние  $f$ , определенное в первых двух упражнениях. Фокусное расстояние собирающей линзы  $f'$  определяется следующим образом. Вновь устанавливают источник света перед щелью коллиматора и получают параллельный пучок света. Убирают рассеивающую линзу. Перемещая экран, находят изображение щели на нем. Фокусное расстояние тонкой линзы  $f'$  равно расстоянию от изображения щели до линзы. Зная  $f$ ,  $f'$  и  $L$ , определяют фокусное расстояние рассеивающей линзы  $f''$ , используя соотношение (1).

**Технические данные об установке.** Задача поставлена на оптической скамье ОСК-3. Источником света служит лампа накаливания. Собирающая и рассеивающая линзы изготовлены в оптических мастерских МГУ.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Г. С. Ландсберг, Оптика, Гостехиздат, 1957.
2. С. Э. Фриш и А. В. Тиморева, Курс физики, т. III, Физматгиз, 1962.

#### СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

3. О. Д. Хвольсон, Курс физики, т. II, Государственное издательство, Берлин, 1923.
4. Г. Г. Слюсарев, Геометрическая оптика, Изд. АН СССР, 1946.
5. П. Друде, Оптика, ГОНТИ, 1935.
6. М. Борн, Оптика, ОНТИ НКТП, Харьков, 1937.

### ЗАДАЧА 101

## ИЗУЧЕНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ ЛИНЗ

В задаче исследуются два недостатка линз, искажающих изображение источника света, — астигматизм и хроматическая аберрация.

### *Упражнение 1*

#### Изучение астигматизма косых пучков света при их преломлении в линзе

Если элементарный, т. е. достаточно тонкий, пучок лучей, входящий из одной точки, падает на линзу под значительным углом к оси линзы, то он в результате прохождения линзы перестанет быть гомоцентрическим. Эта потеря гомоцентричности называется астигматизмом. Изображение точки в этом случае получается не стигматическим (т. е. не точечным), а в виде двух, пространственно разделенных, фокальных линий.

Чтобы пояснить это, рассмотрим волновую поверхность элементарного пучка, т. е. поверхность, нормальную к лучам. Волновая поверхность гомоцентрического пучка в однородной и изотропной среде является сферической поверхностью. Если в результате преломления пучок перестает быть гомоцентрическим, то волновая поверхность такого пучка уже не будет сферической.

Пусть элемент поверхности  $\Sigma$  (рис. 309) является волновой поверхностью элементарного негомощнострического пучка. На каждой поверхности существует два семейства кривых, пересекающихся под прямым углом, так называемые линии кривизны. Линии кривизны определяются как линии, нормальные сечения вдоль которых

имеют наибольшую или наименьшую, для данной точки поверхности, кривизну. Для бесконечно малого элемента поверхности нормали, восстановленные вдоль линии кривизны, пересекаются в соответствующем центре кривизны поверхности. Величина отрезка нормали между поверхностью и центром кривизны равна одному из двух главных радиусов кривизны.

Пусть элемент поверхности  $\Sigma$  ограничен линиями кривизны. Тогда нормали, восстановленные вдоль линии кривизны  $A'_1A'_2$  (например, лучи  $A'_1B'_1$  и  $A'_2B'_2$ ), пересекаются в точке  $F'$ ; нормали, восстановленные вдоль другой линии кривизны  $A'_2A'_1$  (например, лучи  $A'_2B'_2$  и  $A'_1B'_1$ ), пересекаются в другой точке  $S_2$ . Точки  $F'$  и

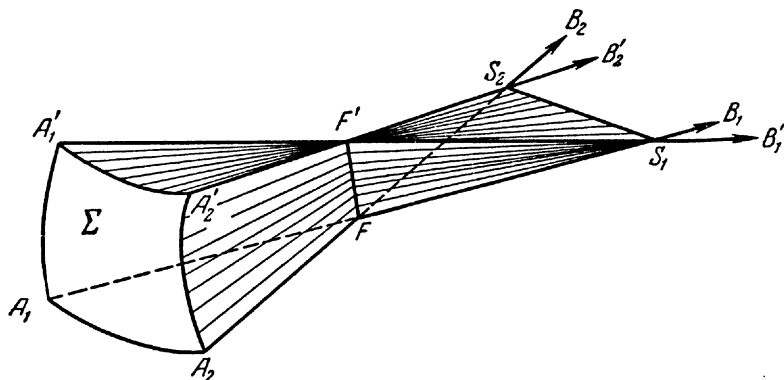


Рис. 309.

$S_2$  являются двумя центрами кривизны, а отрезки  $F'A'_2$  и  $S_2A'_2$  — двумя главными радиусами кривизны поверхности  $\Sigma$ , определенными для точки  $A'_2$ .

Лучи, не проходящие через одну линию кривизны, не пересекаются (например, лучи  $A'_2B'_2$  и  $A'_1B'_1$ ).

Совокупность всех центров кривизны для элемента волновой поверхности  $\Sigma$  образует две фокальные линии  $F'F$  и  $S_2S_1$ .

Если для бесконечно малого элемента волновой поверхности оба главных радиуса кривизны равны, то этот бесконечно малый элемент является сферическим. В этом случае две фокальные линии сливаются в один фокус (гомоцентрический пучок).

Если через некоторый средний луч из падающего элементарного пучка и ось линзы можно провести плоскость, то эта плоскость называется меридиональной плоскостью. Лучи, идущие в меридиональной плоскости, не выходят из нее в результате преломления в линзе. После прохождения линзы эти лучи соберутся в одну точку меридиональной фокальной линии. Вследствие симметрии меридиональная фокальная линия перпендикулярна меридиональной плоскости. Другая фокальная линия лежит в меридиональной

плоскости и называется сагиттальной. Она образуется лучами, идущими в сагиттальных плоскостях, т. е. в плоскостях, перпендикулярных меридиональной.

**Описание установки.** Лучи от источника света падают на точечную диафрагму  $K$  (рис. 310), помещенную в фокальной плоскости линзы  $L_1$  коллиматора. Параллельный пучок лучей, выходящий из коллиматора, преломляется в исследуемой линзе  $L_2$ , укрепленной на столике. Линза  $L_2$  может вращаться вокруг вертикальной оси. Действительное изображение точечной диафрагмы рассматривается в окулярный микрометр  $Ок$  (см. задачу 98). Окулярный микрометр можно перемещать вдоль оптической скамьи, отмечая его положение на масштабной линейке, расположенной вдоль скамьи. Коллиматор

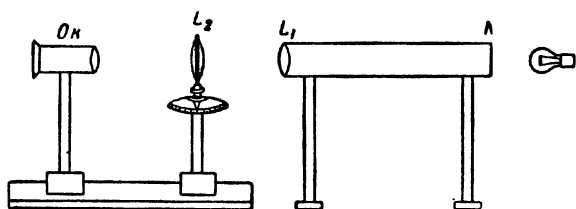


Рис. 310.

снабжен щелевой диафрагмой, с помощью которой можно выделять лучи, идущие в одной плоскости.

**Измерения.** Снимают щелевую диафрагму, и устанавливают линзу  $L_2$  перпендикулярно оси коллиматора. Перемещая окулярный микрометр вдоль оптической скамьи, получают в фокальной плоскости окуляра изображение точечной диафрагмы в виде резкой светящейся точки. Добиваются, чтобы это изображение было в центре поля зрения окуляра. Повернув линзу на некоторый угол ( $\sim 30^\circ$ ) и перемещая окулярный микрометр вдоль оптической скамьи, находят меридиональную (вертикальную) и сагиттальную (горизонтальную) фокусные линии. Надевают на коллиматор щелевую диафрагму и наблюдают изображения точечного источника, получающиеся с помощью лучей, идущих в меридиональной плоскости (горизонтальное положение щели), и лучей, идущих в сагиттальной плоскости (вертикальное положение щели). Эти изображения являются точками соответствующих фокальных линий. Повернув щель диафрагмы под углом  $45^\circ$  к вертикали, убеждаются, что лучи, падающие на линзу в данной плоскости, после прохождения через линзу не идут в одной плоскости, и поэтому нигде не сходятся в точку.

Сняв щелевую диафрагму, приступают к измерению меридиональных и сагиттальных фокусных расстояний (расстояний от центра линзы до плоскостей наблюдения фокальных линий) в зависи-

мости от угла поворота линзы. Результаты оформляют в виде графика, построенного в полярной системе координат. В качестве координатного угла берут угол между осью линзы и осью коллиматора, а по радиусу откладывают меридиональные и сагиттальные фокусные расстояния для данного угла.

### Упражнение 2

#### Исследование хроматической aberrации линзы

Фокусное расстояние тонкой линзы  $f$  связано с показателем преломления  $n$  вещества линзы формулой

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right), \quad (1)$$

где  $r_1$  и  $r_2$  — радиусы ограничивающих линзу сферических поверхностей. В свою очередь  $n$  является функцией длины волны  $\lambda$  преломляемого линзой света. Для прозрачных сред зависимость  $n$  от  $\lambda$  определяется эмпирической формулой

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} + \dots, \quad (2)$$

где  $A$ ,  $B$  и  $C$  — константы, характерные для данного вещества. Графическое изображение зависимости (2) носит название *дисперсионной кривой* для данного вещества.

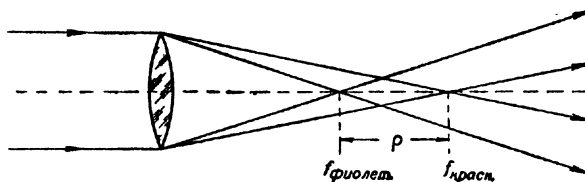


Рис. 311.

Отсюда следует, что  $f$  также является функцией  $\lambda$ . Поэтому тонкая линза дает изображение бесконечно удаленного немонахроматического точечного источника света не в виде точки, а в виде ряда пространственно разделенных точек, каждая из которых представляет собою изображение источника в данном монохроматическом свете (рис. 311). Изображение плоского или пространственного предмета на плоском экране для случая немонахроматического источника света по той же причине представляет собой совокупность ряда по-разному размытых изображений и потому окрашено по краям. Изложенное выше можно обобщить для случая толстых линз и систем.

Разобранный недостаток линз носит название *хроматической aberrации*. Мерой хроматической aberrации может служить разность фокусных расстояний линзы ( $\rho = f_{\lambda_2} - f_{\lambda_1}$ ), соответствующая определенным длинам волн падающего на нее света  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  (см. рис. 311).

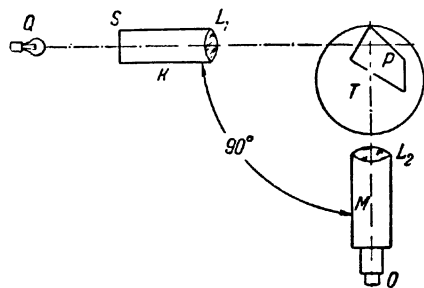


Рис. 312.

Для систем линз хроматическая aberrация может быть практически устранена путем соответствующего подбора сортов стекла, их дисперсионных кривых и фокусных расстояний линз, входящих в систему.

**Описание и установка прибора.** Для измерения хроматической aberrации системы служит прибор, схема которого изображена на рис. 312 (см. также описание спектрометра в задаче 102). Коллиматорная труба  $K$  имеет на одном конце щель  $S$ , а на другом — ахроматический коллиматорный объектив  $L_1$ ; щель и объектив укреплены в разных патрубках, подвижных друг относительно друга. Зрительная труба  $M$  также имеет два патрубка; один из них несет исследуемую линзу  $L_2$ , другой — окуляр  $O$ . На вращающемся столике  $T$  устанавливается особая диспергирующая призма  $P$ , называемая *призмой с постоянным углом отклонения*.

Эту призму можно рассматривать как совокупность двух диспергирующих 30-градусных призм и 45-градусной призмы полного внутреннего отражения (рис. 313). Если изменять угол падения  $i$  параллельного монохроматического пучка света на преломляющую грань призмы  $a$ , вращая призму относительно оси, перпендикулярной к плоскости чертежа, то для каждой

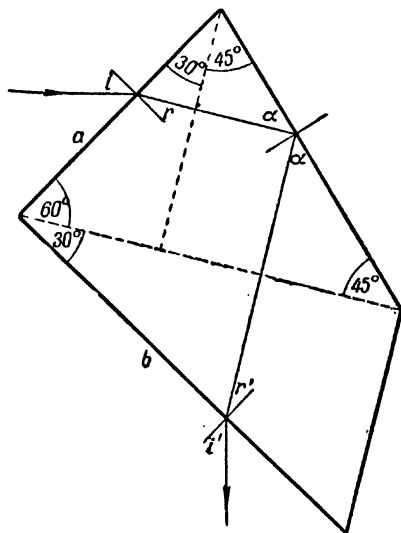


Рис. 313.

длины волны можно найти угол падения, при котором выходящий из грани  $b$  световой пучок будет перпендикулярен к падающему пучку света. При этом, очевидно, для таких пучков угол падения  $i$  на входную грань  $a$  и угол выхода  $i'$  через грань  $b$  должны быть



равны друг другу. Найдем, при каком угле падения будет удовлетворяться это условие.

Обозначим угол преломления на входной грани через  $r$ . Тогда угол  $\alpha$ , который луч образует с отражающей гранью призмы, будет

$$\alpha = 180^\circ - 75^\circ - (90^\circ - r) = 15^\circ + r,$$

а угол падения  $r'$  на выходную грань

$$r' = 180^\circ - 15^\circ - \alpha - 90^\circ = 75^\circ - \alpha,$$

откуда

$$r' = 60^\circ - r.$$

Отсюда если мы хотим, чтобы  $r'$  было равно  $r$ , то должны подобрать угол падения  $i$  так, чтобы  $r$  было равно  $30^\circ$ ; это дает

$$\sin i = n \sin 30^\circ = \frac{1}{2} n,$$

где  $n$  — показатель преломления призмы.

Очевидно, для каждой длины волны можно подобрать угол падения так, чтобы он удовлетворял этому условию. При этом преломленный луч данной длины волны будет как раз перпендикулярен к падающему лучу. Кроме того, при соблюдении этого условия луч внутри тридцатиградусных призм распространяется параллельно их основаниям, т. е. идет под углом наименьшего отклонения.

Пользуясь такой призмой, можно фиксировать в укрепленной неподвижно зрительной трубе преломленный пучок любой длины волны. Это достигается вращением призмы вместе со столиком спектрометра вокруг оси, перпендикулярной к плоскости падающего и преломленного лучей. Применение обычной трехгранной призмы потребовало бы изменения положения также и зрительной трубы.

Свет неоновой лампы  $Q$  (рис. 312) падает на щель  $S$ , помещенную в фокальной плоскости линзы  $L_1$  коллиматора. Полученные с помощью коллиматора  $K$  и призмы  $P$ , установленной на столике  $T$ , монохроматические параллельные пучки света неоновой лампы падают на исследуемую линзу  $L_2$ .

После преломления пучков в линзе  $L_2$  в ее фокальной плоскости получаются изображения щели в том или ином монохроматическом свете в зависимости от угла поворота призмы по отношению к коллиматору. Как уже сказано выше, положение фокуса будет меняться в зависимости от длины волны падающего света. Зная положение фокуса для ряда длин волн, можно снять кривую хроматической аберрации линзы.

Коллиматор спектрометра установлен на бесконечность и не регулируется. Призма будет установлена правильно, если проекции ее входной и выходной граней на коллиматорный объектив и иссле-

дуюмую систему линз симметричны по отношению к последним <sup>1)</sup>. При такой установке призмы получается спектральная картина наибольшей яркости.

В заключение необходимо отметить, что описанный выше прибор аналогичен спектро스코пу и отличается от него лишь устройством призмы. Примененная в приборе призма позволяет при закрепленных коллиматоре и трубе рассматривать, поворачивая столик, весь спектр неоновой лампы.

**Измерения.** Вращая столик с призмой и приводя на крест окуляра зрительной трубы последовательно все яркие линии спектра неоновой лампы (см. таблицу 37), резко фокусируют каждую из них и записывают соответствующее ей положение фокуса. Отсчет фокусных расстояний производится по нониусу, укрепленному на тубусе выдвижного окуляра зрительной трубы.

Результаты измерений представляют в виде графика, в котором по оси абсцисс отложены длины волн, а по оси ординат — соответственно величины хроматической аберрации.

**Технические данные установки.** Для изучения астигматизма косых пучков применяется сферическая двояковыпуклая линза с радиусом кривизны поверхностей порядка 6 см.

Во втором упражнении используется расклеенный объектив оптической трубы, у которого оставлена только собирающая линза из стекла флинт.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Г. С. Ландсберг, Оптика, Гостехиздат, 1957.
2. Курс физики под редакцией Н. Д. Папалекси, т. II, отд. III, гл. XII, Гостехиздат, 1948.
3. С. Э. Фриш и А. В. Тиморева, Курс общей физики, т. III, Физматгиз, 1962.

#### СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

4. А. И. Тудоровский, Теория оптических приборов, Изд. АН СССР, 1937.
5. Г. Г. Слюсарев, Геометрическая оптика, Изд. АН СССР, 1946.

---

#### ЗАДАЧА 102

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ, ДИСПЕРСИИ И РАЗРЕШАЮЩЕЙ СИЛЫ СТЕКЛЯННОЙ ПРИЗМЫ СПЕКТРОМЕТРОМ

В задаче излагается метод определения показателя преломления изотропного твердого прозрачного вещества по измеренному преломляющему углу призмы из данного вещества и по углу наимень-

---

<sup>1)</sup> При проектировании параллельным пучком вдоль осей коллиматора и трубы.

шего отклонения пучка монохроматического света, прошедшего призму. Дается понятие об определении дисперсии стеклянной призмы и определении разрешающей способности призмы, если известна ширина светового пучка, падающего на призму.

**Описание прибора.** Гониометр-спектрометр ГС-30 (рис. 314) служит для измерения двугранных углов оптическим методом с точностью до  $30''$ . Он состоит из следующих основных частей: основания 1, коллиматора 2, корпуса 3 с оптической трубой и отсчетным

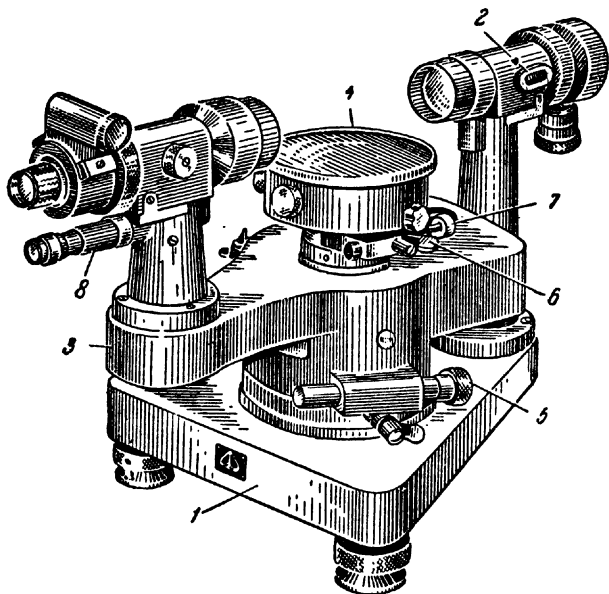


Рис. 314.

микроскопом 8, столика 4 и скрытого под корпусом лимба. На основании укреплены колонка коллиматора и вертикальная ось прибора, вокруг которой могут вращаться лимб, корпус и столик. На конце коллиматора имеется щель, ширину которой можно регулировать с помощью микрометрического винта. Коллиматор служит для создания параллельного пучка света. Для этого щель должна быть установлена в фокальной плоскости системы линз коллиматора с помощью бокового винта. Наклон коллиматора в вертикальной плоскости можно изменять, вращая винт, находящийся под трубой коллиматора, около его фронтальной линзы.

Корпус 3 может вращаться вместе с оптической трубой относительно основания. Закрепление корпуса относительно основания и плавное перемещение его осуществляется от руки или микрометрическим винтом 5, расположенным в нижней части корпуса. Под

микрометрическим винтом расположен перпендикулярно ему зажимной винт корпуса. Фокусировка оптической трубы производится с помощью винта сбоку трубы. Положение оптической трубы в вертикальной плоскости можно изменять, вращая винт, находящийся внизу около объектива трубы.

Стеклянный лимб с делениями установлен на вертикальной оси прибора в ее нижней части. Отсчет по лимбу ведется через перископическую систему (рис. 315) с помощью стечетного микроскопа 8, расположенного на корпусе под оптической трубой (рис. 314).

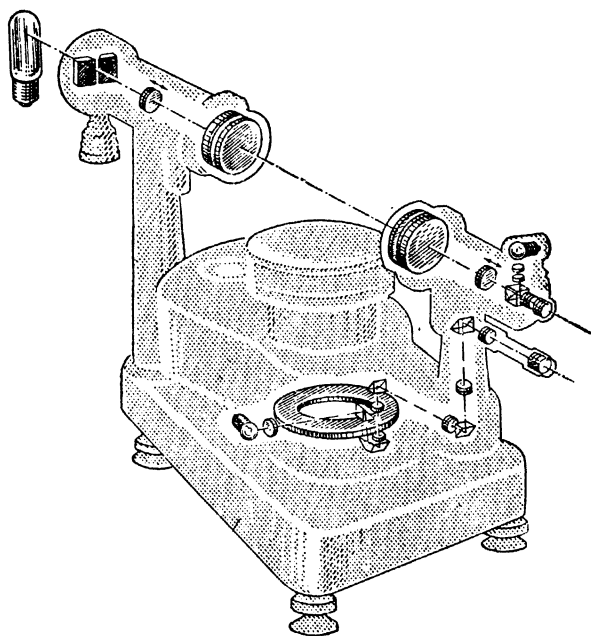


Рис. 315.

Лимб подсвечивается электрической лампочкой, закрепленной на основании прибора. В поле зрения микроскопа (рис. 316) видны деления лимба (крупные цифры 0, 1, 2), цена которых равна одному градусу, и мелкие деления шкалы, расположенной в перископической системе прибора. Вся меньшая шкала, видимая в поле зрения микроскопа, равна одному делению лимба. Она имеет два ряда расположенных друг над другом делений, цена которых равна  $1'$ . Нижний ряд делений сдвинут по горизонтали по отношению к верхнему ряду на 0,5 деления, что дает возможность производить отсчет с точностью до  $30''$ .

Лимб может быть закреплен относительно основания и перемещаться с помощью микрометрических винтов 5 (рис. 314). Столик 4

можно вращать вокруг общей оси прибора, кроме того его можно также поднимать или опускать и закреплять в желаемом положении на оси зажимным винтом 7. Установка столика горизонтально производится двумя винтами сбоку столика. Оптическая труба снабжена автоколлимационным окуляром Гаусса (рис. 317). Свет лампочки 1, пройдя матовую пластинку 2, отражается от плоско-параллельной пластинки 4, проходит через крест на пластинке 3,

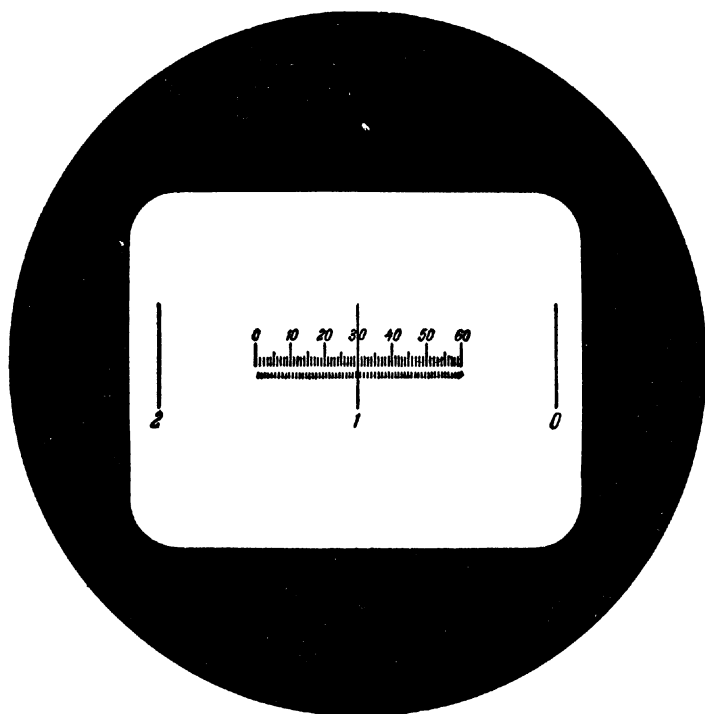


Рис. 316.

находящийся вблизи фокальной плоскости окуляра 5 и, пройдя объектив зрительной трубы, попадает на плоскую зеркальную поверхность объекта, установленного на столике гониометра.

Труба установлена на бесконечность, если в поле зрения окуляра одновременно видны крест и его отражение. Действительно, в этом случае плоскости креста и его изображения совпадают, а это может быть только тогда, когда обе эти плоскости совпадают с фокальной плоскостью объектива трубы. При этом отражающая поверхность объекта должна быть строго перпендикулярна оптической оси трубы.

**Установка прибора.** Гониометр требует очень тщательной установки, которая состоит в отдельности из установки оптической трубы на бесконечность, установки оси трубы перпендикулярно к оси вращения прибора и установки коллиматора. Вращая установочные винты под основанием прибора, устанавливают его горизонтально по уровню на корпусе.

1) **Установка трубы на бесконечность.** Устанавливают на глаз столик и трубу горизонтально. Приблизительную установку оптической трубы на бесконечность производят с помощью фокусировочного винта трубы, совмещая в окошке сбоку на трубе трубки метку «0» на неподвижной шкале с меткой «∞» на подвижной шкале. Включают подсветку окуляра и наводят его на резкую видимость креста.

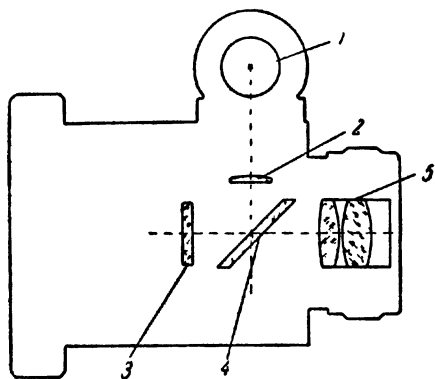


Рис. 317.

Ставят на столик плоскопараллельную пластинку перпендикулярно линии, соединяющей два установочных винта столика. Вращая столик

и изменяя наклон трубы или столика, ловят отражение от передней грани плоскопараллельной пластинки пучка лучей, освещающего крест. Если это отражение расплывчато, то фокусировочным винтом трубы устанавливают его на ясную видимость. В этом случае труба установлена на бесконечность.

2) **Установка оси трубы перпендикулярно к оси вращения прибора.** Вращая столик с пластинкой и наклоняя его или трубу, совмещают крест с его отражением. Затем поворачивают столик на  $180^\circ$  и ловят отражение от второй грани пластинки. Указанного выше совпадения крестов, вообще говоря, не будет. Его восстанавливают, действуя одним из винтов столика и винтом трубы. Первым винтом наклоняют столик настолько, чтобы расстояние между горизонтальной чертой и ее отражением сократилось наполовину, а затем совмещают горизонтальную черту с ее отражением, наклоняя трубы. После этого снова поворачивают столик на  $180^\circ$  и, если кресты немного расходятся, совмещают их точно таким же методом. Труба установлена перпендикулярно к оси вращения столика, если отражение креста от обеих граней плоскопараллельной пластинки совпадает с крестом в окуляре. После этого пластинку снимают со столика.

3) **Установка коллиматора.** Щель должна находиться в фокальной плоскости объектива коллиматора. Для этого

совмещают в окошке сбоку на тубусе коллиматора «0» и « $\infty$ » двух шкал. Затем освещают щель, ловят ее изображение в трубу и, *не трогая фокусировочного винта трубы*, с помощью фокусировочного винта коллиматора добиваются резкого изображения щели.

Для установления оси коллиматора перпендикулярно к оси вращения столика предварительно уменьшают вертикальный размер щели, вдвигая пластинку с треугольным вырезом («ласточкин хвост»), а затем, изменяя наклон коллиматора, добиваются того, чтобы горизонтальная нить креста в окуляре разделяла щель пополам.

4) У с т а н о в к а п р и з м ы. Призма помещается на столике и должна быть установлена так, чтобы ее преломляющее ребро было расположено параллельно оси вращения столика или, что то же, перпендикулярно к оптической оси трубы. Для этого, предварительно установив спектрометр, как указано выше, ставят призму на столик так, чтобы ось вращения одного из установочных винтов столика была перпендикулярна плоскости одной из преломляющих граней призмы. Тогда вращение этого винта не будет наклонять грань призмы относительно оси вращения прибора. Вращая столик, поворачивают призму этой гранью к трубе, и, действуя вторым установочным винтом столика, совмещают отражение креста с самим крестом (не трогая винтов трубы). Затем поворачивают столик второй гранью призмы к трубе и, совмещая отражение от второй грани с крестом, вращают только первый установочный винт столика. Наконец снова повертывают столик с призмой первой гранью к трубе, устраняют возникшее небольшое расхождение и затем проверяют вторую грань.

Источником света с линейчатым спектром служит ртутнокварцевая лампа, в которой используется дуговой разряд в парах ртути.

Описание ртутной лампы. В лампе, наполненной аргоном до давления нескольких мм ртутного столба, имеется некоторое количество ртути, которая

во время работы полностью испаряется и дает нужное для данной лампы давление паров ртути. Аргон введен в лампу для начального зажигания разряда (рис. 318). Потенциал зажигания у аргона в присутствии небольшого количества ртутного пара снижается, и лампа в нормальных условиях легко зажигается при включении ее в цепь переменного тока (лампы типа ПРК-2, ПРК-4, ДРС-50).

В момент зажигания дугового разряда через ртутную лампу идет ток силой в несколько ампер, электроды накаляются и становятся источниками электронов, питающих разряд. Температура ртутной

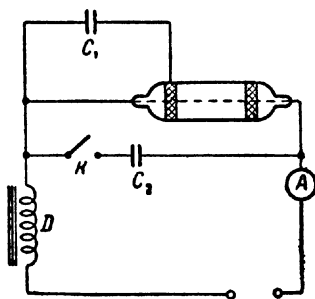


Рис. 318.

лампы повышается, давление паров ртути увеличивается, напряжение на лампе начинает расти, ток падает и свечение, заполняющее сначала все пространство лампы, стягивается в яркий шнур шириной от 2 до 4 мм, идущий по оси трубки. Режим лампы становится устойчивым, когда вся ртуть испарится. Схема включения лампы изображена на рис. 318.

Имеющиеся в схеме конденсаторы облегчают зажигание лампы. Если лампа не загорелась сразу после включения напряжения на клеммы схемы, то нажимают несколько раз ключ  $K$ . Удобнее пользоваться трансформатором Тесла или индукционной катушкой.

Повторное включение горевшей лампы возможно только после того, как она охладится и давление паров ртути понизится настолько, что напряжение зажигания разряда станет ниже напряжения цепи, питающей лампу. Для этого обычно требуется не более 10 минут.

В целях предохранения окружающих от ожогов и от действия на глаза ультрафиолетового излучения лампу помещают в специальный кожух; работающему необходимо надевать защитные очки, если окошко кожуха не снабжено защитным стеклом.

### Упражнение 1

#### Определение преломляющего угла призмы

Преломляющий угол призмы можно определить двумя способами.

**С п о с о б 1.** Освещают крест окуляра и закрепляют трубу неподвижно. Поворачивают столик с призмой до тех пор, пока изображение креста, отраженное от одной из граней призмы, не совпадает в поле зрения окуляра с самим крестом. В этом положении столик закрепляют и производят отсчет по лимбу.

Пусть отсчет будет  $a^\circ$ . Вращая столик, поворачивают призму другой гранью к трубе и производят такую же установку; пусть отсчет этого положения призмы будет  $b^\circ$ .

Если деления на лимбе идут, убывая от  $a$  к  $b$ , то измеряемый угол призмы  $\alpha$  будет равен

$$\alpha = 180^\circ - (a - b). \quad (1)$$

Это видно из рис. 319а, на котором для простоты представления движение обращено, т. е. считается, что столик  $T$  с призмой неподвижен, а труба  $F$  вращается вокруг него.

Если же, переходя от  $a$  к  $b$ , мы перешли через нуль делений лимба (рис. 319б), тогда

$$\alpha = 180^\circ - [a + (360^\circ - b)] = b - (180^\circ + a). \quad (1')$$

Вычисляют преломляющий угол призмы и, повторяя измерения два или три раза, берут среднее значение преломляющего угла  $\alpha$ .



**С п о с о б 2.** Освещают щель коллиматора и поворачивают столик с призмой таким образом, чтобы падающие из коллиматора на одну из ее граней лучи образовали с этой гранью угол приблизительно в  $45^\circ$ . Закрепив столик, вращают оптическую трубу, чтобы получить в ней изображение щели коллиматора, отраженное от призмы; совмещают это изображение с крестом и, закрепив трубу, производят отсчет. Поворачивают столик с призмой гранью в то

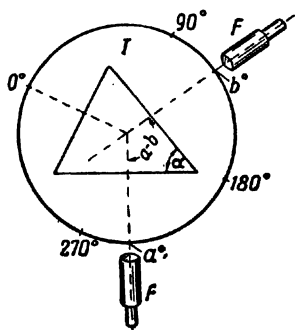


Рис. 319а.

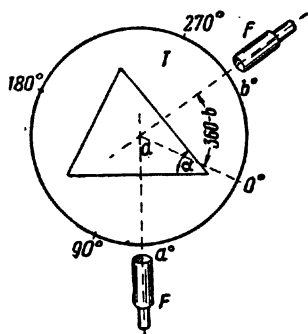


Рис. 319б.

положение, в котором находилась перед тем первая грань, устанавливают крест на изображение щели и снова отсчитывают. Вычисление преломляющего угла производится также по формулам (1) и (1').

Измерив тем и другим способами преломляющий угол призмы несколько раз, берут из всех полученных результатов среднее арифметическое.

Когда преломляющий угол призмы измерен, приступают к определению показателя преломления.

### Упражнение 2

#### Определение показателя преломления, дисперсии и разрешающей способности стеклянной призмы

Это упражнение целесообразно выполнять с призмой из тяжелого стекла (флинта).

1. Помещают ртутную лампу перед щелью коллиматора, зажигают ее и поворачивают столик так, чтобы биссектриса преломляющего угла призмы образовала с осью коллиматора острый угол, близкий к прямому. Пусть при этом основание призмы лежит вправо от наблюдателя.

2. Закрепив столик, вращают трубу вправо (к основанию призмы) до тех пор, пока зеленая линия ртути ( $\lambda = 5460 \text{ \AA}$ ) не появится

в поле зрения трубы. Установив на нее крест, закрепляют трубу и, освободив столик, поворачивают его вместе с призмой в ту или другую сторону и наблюдают, куда движется линия, т. е. увеличивается или уменьшается отклонение. Столик с призмой следует вращать так, чтобы спектральная линия приближалась к направлению неотклоненного луча; при этом может случиться, что линия выйдет из поля зрения трубы; в этом случае, продолжая вращать столик с призмой в том же направлении, открепляют зажимной винт трубы и ведут ее вслед за линией. Пройдя некоторое пространство, линия остановится и затем начнет возвращаться назад; в этом положении призма установлена на угол наименьшего отклонения для зеленой линии ртути. Столик с призмой закрепляют и, вращая трубу, совмещают крест с наблюдаемой линией; после этого, закрепив трубу, пробуют вращать столик с призмой, чтобы убедиться, соответствует ли установка углу наименьшего отклонения. Если окажется, что линия при вращении немного сошла с нитей в сторону уменьшения отклонения, то исправляют установку на наименьшее отклонение и, закрепив столик с призмой, вновь наводят на крест нитей трубы.

3. Закрепив окончательно столик и трубу, производят отсчет и затем снимают призму со столика и поворачивают трубу так, чтобы непосредственно видеть щель коллиматора, наводят на него крест окуляра трубы и снова производят отсчет. Разность этих двух отсчетов и будет определять угол наименьшего отклонения  $\delta_1$  для данной спектральной линии. Если высота призмы позволяет делать отсчеты неотклоненных лучей, не снимая призмы, то призму со столика можно не удалять.

4. Вновь устанавливая призму на столике, поворачивают столик с призмой в симметричное положение — основанием призмы влево и, закрепив его, повторяют предыдущие измерения.

Таким образом, получают два значения угла наименьшего отклонения: вправо  $\delta_1$  и влево  $\delta_2$ ; из них берут среднее.

**Вычисления.** Показатель преломления  $n$  для данной длины волны при преломляющем угле  $\alpha$  призмы и угле  $\delta$  минимального отклонения лучей этой длины волны определяется по формуле

$$n = \frac{\sin \frac{1}{2} (\alpha + \delta)}{\sin \frac{1}{2} \alpha}.$$

Затем определяют углы наименьшего отклонения для фиолетовой, красной и желтой линий ртутного спектра и вычисляют соответствующее значение показателей преломления  $n$ . Строят график, откладывая по оси абсцисс длину волны, а по оси ординат  $(n - 1)$  для всех вычисленных значений показателя преломления. Из графика оп-

ределяют дисперсию материала, из которого сделана призма,  $\frac{dn}{d\lambda}$ .

Зная  $\frac{dn}{d\lambda}$ , оценивают разрешаю-

щую способность призмы  $R = b \frac{dn}{d\lambda}$ ,

где  $b$  — основание призмы, вдоль которого идет свет. Если световой пучок не заполняет всей призмы (рис. 320), то ее разрешающая спо-

собность вычисляется по формуле

$R = (b_2 - b_1) \frac{dn}{d\lambda}$ . При этом ширину

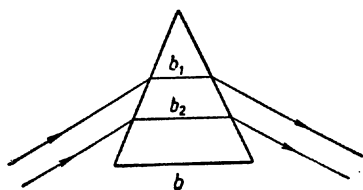


Рис. 320.

пучка можно определить, поставив на его пути лист белой бумаги.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Г. С. Ландсберг, Оптика, гл. XII, Гостехиздат, 1957.
2. Т. Н. Богданова и Е. П. Субботина, Руководство к практическим занятиям по физике, ч. II, «Советская наука», 1950.
3. С. Э. Фриш, Техника спектроскопии, гл. I, Издательство ЛГУ, 1936.
4. Н. А. Капцов, Электрические явления в газах и вакууме, Гостехиздат, 1950.

#### ЗАДАЧА 103

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ ЖИДКИХ И ТВЕРДЫХ ТЕЛ РЕФРАКТОМЕТРОМ ПУЛЬФРИХА

Показатель преломления жидких и твердых тел определяется по предельному углу преломления скользящего луча, падающего на границу раздела двух сред (исследуемое вещество и эталонная стеклянная призма).

Приведенный метод очень часто применяется в физико-химических лабораториях для серийных анализов растворов солей и смесей масел благодаря чрезвычайной простоте и скорости, с которой может быть произведено определение показателей преломления.

Область возможных измерений показателя преломления лежит между

$$n_D = 1,3 \quad \text{и} \quad n_D = 1,9.$$

Измерение показателя преломления можно производить с точностью до  $1 \cdot 10^{-4}$ .

Рефрактометр Пульфриха, применяемый в данной задаче, служит для определения показателя преломления

жидких и твердых прозрачных тел. Метод основан на измерении углов  $\varphi$  световых пучков (рис. 321), прошедших через прямоугольную призму при условии, что на верхнюю грань призмы падает скольльзящий пучок монохроматического света.

Если показатель преломления исследуемого вещества  $n'$  меньше показателя преломления  $n$  призмы, то по закону преломления для случая скользкого луча в точке  $A$  можно написать

$$n' = n \sin \psi, \quad (1)$$

где  $\psi$  — предельный угол преломления; в точке  $B$  для того же луча  $n \sin (90^\circ - \psi) = \sin \varphi$  или

$$n \cos \psi = \sin \varphi, \quad (2)$$

где  $\varphi$  — угол между вышедшим из призмы пучком света и нормалью к вертикальной грани призмы. На основании (1) и (2) получаем

$$n' = \sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi}. \quad (3)$$

Таким образом, зная показатель преломления  $n$  призмы и угол  $\varphi$ , можно, пользуясь соотношением (3), определить показатель преломления исследуемого вещества  $n'$ .

**Описание прибора.** Основной частью прибора является прямоугольная эталонная призма из тяжелого флинта, показатель преломления которого  $n$  известен с большой точностью. Призма 6 вмонтирована в специальную оправу и укреплена на столике 1 прибора (рис. 322). При измерениях на горизонтальную грань призмы помещают исследуемую жидкость или образец исследуемого твердого вещества.

Преломленные световые пучки наблюдают с помощью зрительной трубы 2, которая закреплена на краю вертикального лимба 3, имеющего горизонтальную ось вращения. Лимб снабжен одномоментным нониусом, а приспособление из микрометрического винта и барабана с делениями дает возможность измерять малые углы с точностью до  $0,1'$ . Зрительная труба снабжена автоколлимационным окуля-

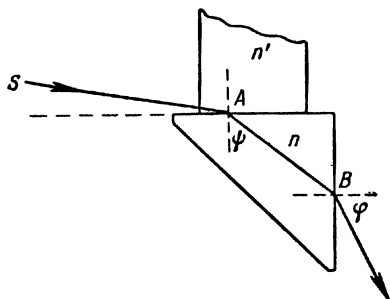


Рис. 321.

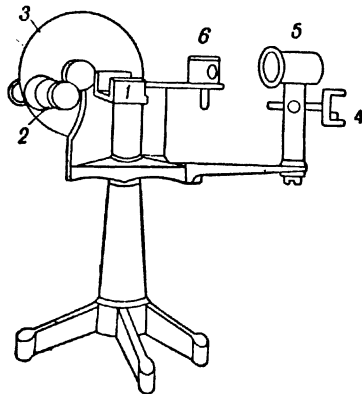


Рис. 322.

ром с косым крестом (см. задачу 102); устройство трубы показано на рис. 323.

В фокальной плоскости объектива трубы помещена стеклянная пластинка с двумя штрихами, образующими крест  $K$ , центр которого совпадает с оптической осью трубы. Между окуляром  $Ок$  и крестом помещена призма полного внутреннего отражения  $P$ , закрывающая правую часть креста. Лучи от источника света  $L$ , отразившись в призме  $P$ , освещают правую часть креста и, пройдя объектив  $Об$ , отбрасывают ее изображение на зеркало  $S'$ , расположенное под углом  $45^\circ$  к оптической оси трубы. Отражаясь от зеркала, лучи попадают на отражающую грань эталонной призмы  $P_1$ .

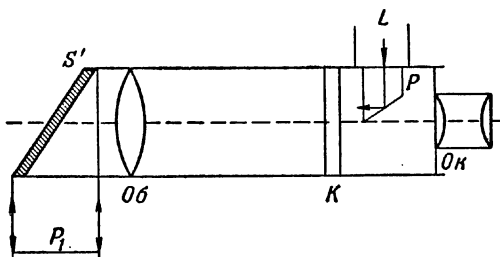


Рис. 323.

Лучи, идущие от призмы  $P_1$  обратно, дают изображение правой половины креста штрихов в левой части поля зрения. При этом, если нормаль к отражающей грани перпендикулярна к оптической оси трубы, изображение косого креста должно быть совмещено с самим крестом.

Источником света при работе с рефрактометром может служить водородная трубка, укрепленная в зажиме 4 или натриевая лампа, т. е. электрическая дуга в парах натрия. В практикуме используется натриевая лампа. Источник света помещается на высоте границы раздела исследуемое вещество — эталонная призма и, следовательно, в исследуемое вещество попадают скользкие лучи, претерпевающие преломление на границе двух сред.

При этом необходимо, чтобы коэффициент преломления исследуемого вещества был меньше коэффициента преломления эталонной призмы, так как в противном случае будет наблюдаться полное внутреннее отражение и лучи не пройдут через эталонную призму.

При исследовании жидких веществ к призме прикрепляются цилиндрические стеклянные сосуды, в которые и наливается жидкость. При определении показателя преломления твердых тел из исследуемого вещества изготавливаются образцы с одной хорошо отполированной гранью. Сторона образца, обращенная к источнику света, должна быть матовой. Для соблюдения оптического контакта между гранью призмы и полированной гранью исследуемого тела

помещают каплю жидкости с показателем преломления, большим, чем показатель преломления исследуемого вещества, но меньшим, чем показатель преломления призмы.

Слой жидкости действует как плоскопараллельная пластинка, и поэтому окончательная формула для определения показателя преломления исследуемого вещества остается той же.

Для упрощения вычислений показателя преломления к прибору прилагаются таблицы, в которых для каждой эталонной призмы по найденному углу  $\varphi$  можно непосредственно определить искомый показатель преломления  $n'$ . Точность определения показателя преломления  $n'$  зависит от точности определения показателя преломления эталонной призмы  $n$  и точности измерения угла  $\varphi$ . Применяемый в задаче рефрактометр позволяет определить показатель преломления  $\bar{c}$  точностью до  $1 \cdot 10^{-4}$ .

### Упражнение 1

#### Определение показателя преломления жидкости

К горизонтальной грани эталонной призмы приклеена канадским бальзамом стеклянная трубка с вертикальными стенками, в которую наливается исследуемая жидкость; в жидкости не должно быть пузырьков, и поверхность призмы должна хорошо смачиваться. Если жидкость плохо смачивает грань призмы, то последнюю следует промыть ацетоном и протереть замшей или чистым льняным полотном.

**Измерения. 1.** Определяют положение нормали к отражающей вертикальной грани призмы. Для этого устанавливают эталонную призму на столике прибора и затем совмещают крест окуляра зрительной трубы с его изображением, отраженным от рассматриваемой грани призмы.

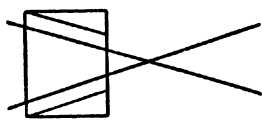


Рис. 324.

При этом сначала совмещение производят грубо поворотом трубы от руки, затем закрепляют трубу и дальнейшее вращение грубы производят микрометрическим винтом. Когда изображение креста и крест совмещены, отсчитывают показания на лимбе и барабане.

**Примечание.** Если совместить изображение и крест не удастся, то добиваются симметричного расположения изображения относительно креста (рис. 324).

2. Устанавливают источник света таким образом, чтобы в жидкость попал скользящий пучок света. Вращают трубу вокруг горизонтальной оси и добиваются, чтобы в нее попали преломленные лучи. При этом в поле зрения трубы видна светлая полоса. Наводят центр крестов на верхнюю границу полосы (это соответствует

скользящему падению лучей на горизонтальную грань эталонной призмы). Фиксируют положение трубы и отсчитывают показания на лимбе и барабане.

Разность отсчетов в первом и втором положениях трубы и дает угол  $\varphi$ . Зная  $\varphi$ , по таблицам определяют показатель преломления  $n'$ .

### Упражнение 2

#### Определение показателя преломления стекла

При выполнении этого упражнения используются стеклянные пластинки с хорошо отполированной одной поверхностью толщиной не менее 1,5 мм. Желательно, чтобы обращенная к источнику света грань пластинки была матовой. Стеклопалочкой на рабочую грань пластинки наносят каплю альфа-монобромнафталина ( $C_{10}H_7Br$ ) и устанавливают ее на горизонтальной поверхности эталонной призмы, при этом пластинка и эталонная призма должны быть хорошо притерты друг к другу.

Порядок измерения тот же, что и в упражнении 1.

### Упражнение 3

#### Измерение дисперсии стеклянной призмы

Исследуемую призму устанавливают на горизонтальной поверхности эталонной призмы так же, как в упражнении 2, нанеся на рабочую грань каплю альфа-монобромнафталина.

Для измерения дисперсии устанавливают перед конденсором 5 (рис. 322) водородную трубку или другой источник света с линейчатым спектром. Справа от прибора (примерно в 30—40 см) устанавливают натриевую лампу и с помощью призмы 6 проектируют пучок света от лампы на основание испытуемой призмы. Вращая лимб, находят в поле зрения трубы линию натрия и укрепляют лимб зажимным винтом. Затем при помощи микрометрического винта наводят крест на верхний край линии натрия и производят отсчет на шкале вертикального круга.

Отсчет производится несколько раз и берется среднее значение угла. Затем призму 6 отводят в сторону, включают водородную трубку и направляют пучок света от нее на основание призмы. Производят те же измерения для линий спектра водорода ( $C$  — красная линия водорода,  $\lambda = 6563 \text{ \AA}$ ;  $F$  — синяя линия,  $\lambda = 4861 \text{ \AA}$ ).

Из нескольких отсчетов для каждого из углов  $\varphi$  берут среднее значение и вносят поправку на положение нуля.

По полученным значениям углом  $\varphi$  из специальной таблицы для данной эталонной призмы, прилагаемой к прибору, выписывают соответствующее углу  $\varphi$  значение показателей преломления  $n_D$

(для линии натрия),  $n_C$  и  $n_F$  (для линий водорода). Зная эти данные, можно вычислить дисперсию  $\frac{dn}{d\lambda}$  испытуемых призм (см. задачу 102).

При наличии специальных таблиц можно производить вычисления дисперсии по показаниям микрометрического винта: в этом случае точность достигает порядка  $\pm 2 \cdot 10^{-5}$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

См. литературу к задаче 102.

А. Г. Бартевев, Оптические контрольно-измерительные приборы, гл. 7, ОНТИ, 1937.

#### ЗАДАЧА 104

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ И СРЕДНЕЙ ДИСПЕРСИИ ЖИДКОСТЕЙ И ТВЕРДЫХ ТЕЛ С ПОМОЩЬЮ РЕФРАКТОМЕТРА АББЕ

В задаче измеряются: 1) показатели преломления эталонных смесей глицерина в воде, строится график зависимости показателя преломления от концентрации раствора, измеряется показатель преломления смеси с неизвестным содержанием глицерина и по графику определяется концентрация глицерина, 2) измеряется показатель преломления стекла, 3) измеряется средняя дисперсия испытуемого стекла или жидкости.

Рефрактометр ИРС-22 применяется в основном для быстрого определения показателей преломления жидкостей, взятых в небольших количествах (2—3 капли), показатели преломления

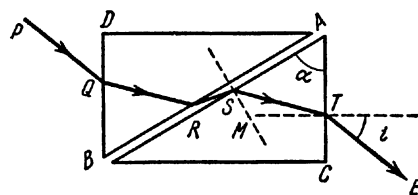


Рис. 325.

которых лежат в пределах 1,3—1,7. Принцип действия прибора основан на явлениях, происходящих при прохождении света через границу раздела двух сред с разными показателями преломления.

Световой пучок, отраженный от зеркала, падает на двойную призму, представляющую собой две прямоугольные призмы, показанные на рис. 325.

Призмы изготовлены из тяжелого стекла (флинт), показатель преломления которого больше 1,700. Грань АВ верхней осветительной призмы матовая и служит для освещения рассеянным светом жидкости, нанесенной тонким слоем в узкий зазор между призмами. Свет, рассеянный матовой гранью верхней призмы, проходит по-



скопараллельный слой исследуемой жидкости, и падает на диагональную грань нижней призмы под различными углами в пределах от 0 до  $90^\circ$ . Луч, угол падения которого равен  $90^\circ$ , называется скользящим лучом, а так как показатель преломления призмы больше, чем показатель преломления жидкости, то скользящий луч  $RS$ , преломляясь на границе жидкость — стекло, пойдет в нижней призме под предельным углом преломления  $MST$ . Преломление светового луча  $RS$  в точке  $S$  подчинено закону

$$n = N \sin r, \quad (1)$$

где  $N$  — показатель преломления стекла, из которого сделаны призмы,  $n$  — показатель преломления исследуемой жидкости,  $r$  — угол преломления  $MST$  в нижней призме. В точке  $T$  по выходе луча из призмы имеем

$$N \sin r' = \sin i, \quad (2)$$

где  $r'$  есть угол падения луча  $ST$  на грань призмы  $AC$ , а  $i$  — предельный угол выхода луча из призмы. Луч  $TE$  представляет собой границу распространения света, прошедшего призму, со стороны наименьших углов  $i$ . Преломляющий угол призмы (см. задачу 102)

$$\alpha = r + r'. \quad (3)$$

Из соотношений (1)—(3) легко получается формула, связывающая искомый показатель преломления  $n$  с предельным углом выхода  $i$

$$n = \sin \alpha \sqrt{N^2 - \sin^2 i} - \cos \alpha \sin i. \quad (4)$$

Шкала показателей преломления, видимая в поле зрения одновременно с границей раздела, градуируется для натриевого света при  $t = 20^\circ \text{C}$ .

В отличие от рефрактометра, описанного в задаче 103, измерения показателей преломления на рефрактометре ИРФ-22 проводятся с любыми и немонохроматическими источниками света.

В этом случае граница раздела, видимая в поле зрения, окрашена вследствие дисперсии. Для устранения окраски в оптическую часть прибора между измерительной призмой и объективом оптической трубы для компенсации дисперсии введен компенсатор, состоящий из двух призм прямого зрения, могущих вращаться в противоположных направлениях. Винтом, расположенным на корпусе прибора справа от наблюдателя, вращают призмы компенсатора до полного устранения окраски границы раздела. Призмы таким образом образуют оптическую систему с переменной дисперсией. Вместе с компенсатором вращается барабан со шкалой, по которой можно при наличии соответствующих таблиц определить дисперсию исследуемого вещества, т. е. разность показателей преломления для линий  $\lambda_c = 6563 \text{ \AA}$  и  $\lambda_f = 4861 \text{ \AA}$  водорода ( $n_f - n_c$ ).

**Описание прибора.** Оптическая схема прибора изображена на рис. 326. Свет, отраженный от зеркала 1, направляется в осветительную призму 2, проходит тонкий слой исследуемой жидкости и измерительную призму 3, затем через защитное стекло 4 и компенсатор 5 попадает в объектив 6, проходит через призму полного внутреннего отражения 7, пластинку с крестом 8 и через окуляр 9 попадает в глаз наблюдателя.

Шкала освещается с помощью зеркала, расположенного с левой стороны прибора, и проектируется системой призм в фокальную плоскость окуляра, так что в поле зрения одновременно видны граница светотени, перекрестье в окуляре и шкала с визиром. По

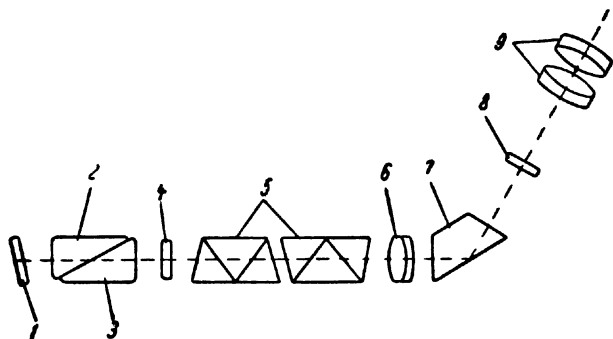


Рис. 326.

шкале отсчитывается непосредственно значение показателя преломления в пределах от 1,3 до 1,7 с точностью до  $1 \cdot 10^{-4}$ . Десятитысячные доли отсчитываются на глаз. Таким образом, точность определения показателя преломления равна  $2 \cdot 10^{-4}$ . Измерительная и осветительная призмы закреплены в оправе двух литых полушаров с окошками (измерительная головка), смонтированных на корпусе прибора. Для нахождения границы раздела и совмещения ее с крестом измерительную головку можно вращать вокруг горизонтальной оси с помощью винта, находящегося с левой стороны корпуса прибора.

Для поддержания постоянной температуры при точных измерениях показателя преломления в оправе призм сделаны камеры, сквозь которые циркулирует вода, подводимая от термостата. Подача и отвод воды осуществляется посредством резиновых шлангов, надеваемых на четыре штуцера камер. Для определения температуры воды в один из штуцеров ввинчивается специальный термометр. В учебных лабораториях, где особой точности не требуется, измерения проводятся при комнатной температуре <sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> В отчете о задаче следует указать температуру помещения до и после измерений.

### Упражнение 1

#### Определение показателя преломления жидкости

Включить лампу и установить ее так, чтобы свет падал на зеркало подсветки шкалы и на грань осветительной призмы. При правильной установке лампы в окуляр должен быть виден ярко освещенный квадрат со шкалой в левой части поля зрения.

Вращая окуляр, фокусируют шкалу и визир. Держась за штифты измерительной головки, отводят вверх и вправо верхнюю часть с осветительной призмой. На полированную грань призмы 3 наносят стеклянной палочкой 2—3 капли исследуемой жидкости, после чего ставят осветительную призму на место. Исследуемая жидкость должна при этом заполнять весь зазор между гранями осветительной и измерительной призм. Это имеет место, если матовая грань — гипотенуза осветительной призмы — кажется равномерно серой, при рассматривании ее через кадетную грань призмы.

Вращая ручку поворота измерительной головки, расположенную с левой стороны прибора, ниже зеркала освещения шкалы, добиваются появления в поле зрения границы светлого и темного полей. Окраска границы раздела устраняется вращением ручки компенсатора.

Совмещают границу раздела с перекрестием штрихов в окуляре и записывают соответствующий этой наводке отсчет на шкале показателей преломления с точностью до четвертого знака, определяемого на глаз.

Повторяют наводку 3—4 раза. Измеряют показатели преломления эталонных смесей растворов глицерина в воде и строят график зависимости показателей преломления смесей от концентрации раствора. Определяют показатель преломления раствора неизвестной концентрации глицерина в воде и по графику определяют содержание в нем глицерина.

После каждого определения показателя преломления отводят осветительную призму в сторону, наносят на полированную грань измерительной призмы несколько капель дистиллированной воды и осторожно протирают призмы мягкой льняной тканью. На описанном рефрактометре можно измерить в отраженном свете показатели преломления окрашенных или мутных сред, но в данной задаче это упражнение не выполняется.

### Упражнение 2

#### Измерение показателя преломления твердых тел

Исследуемый образец должен быть оптически однородным. Грань, соприкасающаяся с поверхностью измерительной призмы, должна быть хорошо отполирована, а сторона, обращенная к источнику света, должна быть матовой.

Перед началом измерения верхняя осветительная призма отводится в сторону, полированные поверхности образца и измерительной призмы промываются бензином или спиртом и осторожно вытираются мягкой тканью.

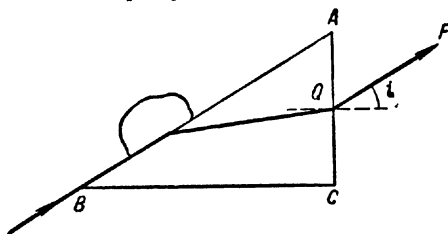


Рис. 327.

Исследуемый образец помещается на измерительную призму (рис. 327) с прослойкой между полированными гранями из  $\alpha$ -монокристалла нафталина, показатель преломления которого (1,658) меньше  $N$ , но

больше показателя преломления исследуемого тела  $n$ . Значение показателя преломления  $n$  отсчитывается непосредственно по шкале.

### Упражнение 3

#### Измерение средней дисперсии и определение коэффициента дисперсии

Для измерения средней дисперсии жидких и твердых тел исследуемый образец или жидкость устанавливают точно так же, как и при измерении показателя преломления. Мерой дисперсии служит поворот одной призмы компенсатора относительно другой, осуществляемый вращением винта компенсатора до полного устранения окрашенности границы раздела. Отсчет производится по барабану, разделенному на 120 частей.

При повороте барабана на  $180^\circ$  (60 делений) дисперсия компенсатора пройдет все значения от нуля до двойного значения дисперсии одной призмы, т. е. граница раздела дважды получится бесцветной.

При измерениях следует производить не менее 5 отсчетов с двух сторон барабана и найти среднее арифметическое  $Z$ . Величину средней дисперсии ( $n_F - n_C$ ) определяют по прилагаемым к прибору таблицам в зависимости от полученного  $Z$  и показателя преломления  $n_D$  исследуемого вещества.

Значение средней дисперсии находят по формуле

$$V = \frac{n_D - 1}{n_F - n_C}.$$

### ЛИТЕРАТУРА

1. Г. С. Ландсберг, Оптика, Гостехиздат, 1957.
2. Т. Н. Богданов и Е. П. Субботина, Руководство к практическим занятиям по физике, ч. I, Изд. «Советская наука», 1949.
3. О. Д. Хвольсон, Курс физики, т. II, Гостехиздат, 1923.
4. А. Г. Бартнев, Оптические контрольно-измерительные приборы, ОНТИ, 1937.

## ЗАДАЧА 105

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЛИНЫ СВЕТОВОЙ ВОЛНЫ ПРИ ПОМОЩИ  
БИЛИНЗЫ И БИПРИЗМЫ

В задаче излагаются два метода получения когерентных источников света и определение длины световой волны в опытах с билинзой Бийе и с бипризмой Френеля.

**Теория.** Для экспериментального обнаружения явления интерференции при сложении двух колебаний необходимо, чтобы они первоначально происходили от одного и того же источника. Два центра излучения, происходящих от одного и того же первоначального источника, испускающих поэтому колебания с постоянной разностью фаз, являются *когерентными*.

Энергия колебаний в интерференционном поле двух близких точечных когерентных источников одинаковой амплитуды пропорциональна

$$4a^2 \cos^2 \left( \pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} + \frac{\varphi}{2} \right),$$

где  $d_1$  и  $d_2$  — соответственные расстояния точек поля от источников,  $\lambda$  — длина волны,  $a$  — амплитуда колебаний и  $\varphi$  — начальная разность фаз. Если начальная разность фаз  $\varphi = 0$ , то условие максимума или минимума интенсивности в данной точке поля удовлетворяется при

$$2 \frac{d_2 - d_1}{\lambda} = 2k \quad (\text{максимум}),$$

$$2 \frac{d_2 - d_1}{\lambda} = 2k + 1 \quad (\text{минимум}),$$

где  $k$  — любое целое число. Пользуясь этим соотношением и зная расстояние между источниками  $l$ , легко получить зависимость между длиной волны  $\lambda$  и расстоянием между интерференционными полосами на экране, помещенном параллельно линии, соединяющей источники.

Действительно, пусть  $S_1$  и  $S_2$  (рис. 328) — два когерентных источника света, расстояние  $l$  между которыми мало по сравнению с расстоянием  $d_0$  до экрана. Если на таком расстоянии поставить экран, то на нем будут наблюдаться интерференционные полосы; в точке  $A$  будет находиться центральная светлая полоса (разность фаз равна нулю). Расстояние  $k$ -й светлой полосы от центральной, равное  $x_k$ , определится из условия

$$x_k = \frac{d_0}{l} k \lambda,$$

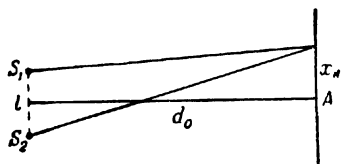


Рис. 328.

если  $x_k$  и  $l$  малы по сравнению с  $d_0$ . Положение темных полос определяется условием

$$x_k = \frac{d_0}{l} (2k + 1) \frac{\lambda}{2}.$$

Легко видеть, что расстояние между двумя соседними светлыми или темными полосами есть

$$\Delta x = x_{k+1} - x_k = \frac{d_0}{l} \lambda (k + 1) - \frac{d_0}{l} \lambda k = \frac{d_0}{l} \lambda,$$

откуда

$$\lambda = \frac{l}{d_0} \Delta x. \quad (1)$$

### Упражнение 1

#### Определение длины световой волны при помощи билинзы

**Б и л и н з а** представляет собой собирательную линзу, разрезанную пополам; центры половин линзы обозначены  $O_1$  и  $O_2$  (рис. 329); обе половины линзы слегка раздвинуты одна относительно другой

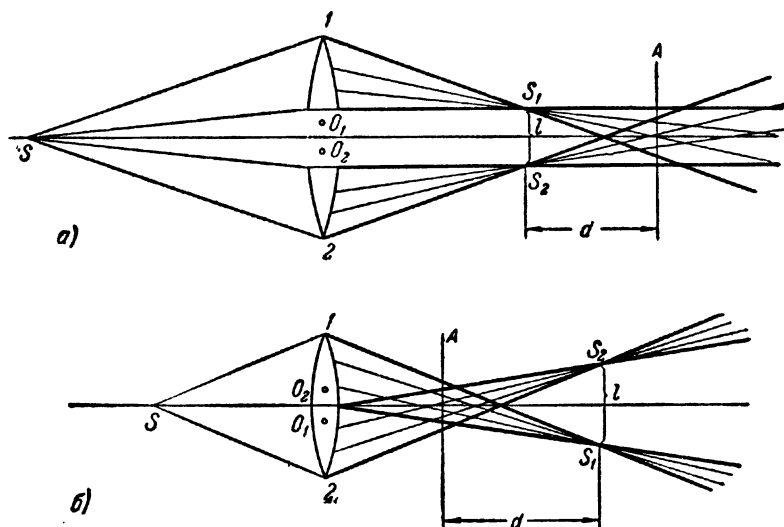


Рис. 329.

и дают два действительных или мнимых изображения щели  $S$ , которые и являются двумя когерентными источниками света. На оправе билинзы имеются два винта для смещения полулинз в плоскости, перпендикулярной оси симметрии системы.

Рассмотрим более подробно ход лучей через билинзу, когда из нее вырезана средняя часть, как это обычно бывает на практике вследствие конечной ширины полосы распила линзы.

а) Получение интерференционной картины при помощи действительных изображений щели  $S$ . При помещении щели на расстоянии, большем фокусного от билинзы, в зависимости от расположения оптических центров полулинз относительно оси симметрии системы наблюдаются два положения интерференционной области. Если половина билинзы и ее оптический центр расположены по одну сторону оси симметрии, то изображение щели, даваемое рассматриваемой полулинзой, будет находиться по эту же сторону оси, а интерференционная картина, даваемая обеими полулинзами, будет находиться за изображениями щели, как это видно на рис. 329, а. Очевидно, это осуществляется в том случае, когда расстояние между полулинзами больше ширины вырезанной части линзы. Если же полулинза и ее оптический центр расположены по разные стороны оси симметрии, то изображение щели, даваемое этой полулинзой, будет с той стороны оси, где находится ее оптический центр, а интерференционная картина будет перед изображениями щели (рис. 329, б). Это будет в случае, когда расстояние между полулинзами меньше величины распила линзы.

б) Получение интерференционной картины при помощи перекрещивания параллельных пучков. При помещении щели  $S$  в фокальной плоскости билинзы также наблюдаются два случая в зависимости от положения оптических центров билинзы относительно оси симметрии. Если полулинзы и соответствующие им оптические центры расположены по одну сторону оси симметрии, т. е. обе половины раздвинуты на расстояние, большее ширины вырезанной части линзы, то два параллельных пучка лучей, выходящих из каждой половины билинзы, не пересекаются и, следовательно, не будут интерферировать (рис. 330, а). Если же половины билинз и соответствующие им оптические центры расположены по обе стороны оси симметрии (расстояние между полулинзами меньше распила линзы), то два параллельных пучка, выходящих из половин билинзы, пересекутся и образуют интерференционную область (рис. 330, б).

Легко показать, что ширина интерференционных полос в этой области не зависит от положения плоскости наблюдения и определяется из выражения  $\Delta x = \frac{\lambda}{2 \operatorname{tg} \varphi}$ , где  $\Delta x$  — ширина полосы,  $\varphi$  — угол, образуемый преломленными лучами с осью симметрии системы.

в) Получение интерференционной картины при помощи мнимых изображений щели. При помещении щели  $S$  на расстоянии, меньшем фокусного

от билинзы, так же как в предыдущем случае, интерференционная картина не наблюдается, если расстояние между полулинзами больше величины распила линзы (рис. 331, а). Если же расстояние между полулинзами меньше величины распила, т. е. полулинзы и соответствующие им оптические центры расположены по обе стороны оси симметрии, то интерференция наблюдается (рис. 331, б).

Несмотря на то, что полосы интерференции здесь весьма широки и отчетливы, точность при определении длины световой волны

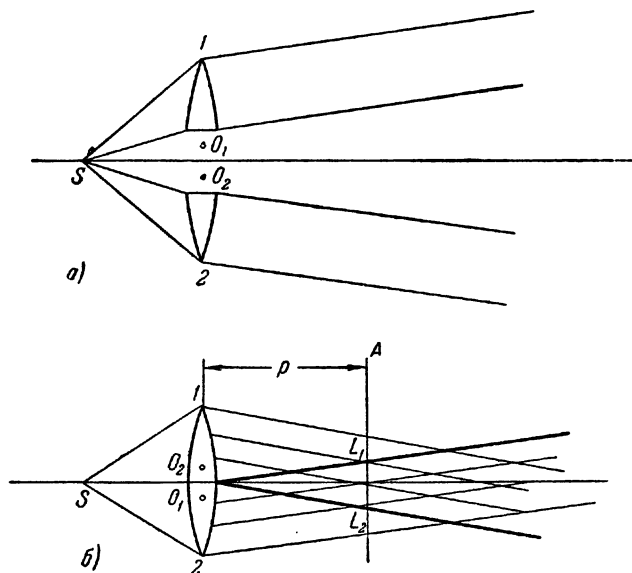


Рис. 330.

невелика вследствие того, что расстояние между двумя мнимыми источниками  $S_1$  и  $S_2$ , а также их расстояние до плоскости наблюдения  $A$  определяются косвенно, через величину фокусного расстояния билинзы и расстояние между оптическими центрами двух половин билинзы.

При выполнении задачи рекомендуется использовать для наблюдения интерференции все описанные варианты, а для вычисления длины световой волны только первые два.

**Измерения.** На оптической скамье в следующей последовательности устанавливают на одной высоте: осветитель, вертикальную щель, билинзу и окулярный микрометр. В качестве источника света с линейчатым спектром в осветителе используется ртутная лампа низкого давления. К окошку осветителя прикреплены планки, в которые вставляются светофильтры, позволяющие выделить те или иные линии спектра ртути. Щель снабжена двумя винтами, по-



зволяющими регулировать ширину щели и ее наклон в вертикальной плоскости. Щель, оправа с билинзой, а также микрометр укрепляются на штырях, зажатых в гнездах ползушек <sup>1)</sup>. Ползушки могут свободно передвигаться вдоль оптической скамьи, снабженной сантиметровыми делениями. Указатели, прикрепленные к ползушкам, позволяют измерить расстояния между щелью, билинзой и окулярным микрометром. Следует отметить, что положение указателя на

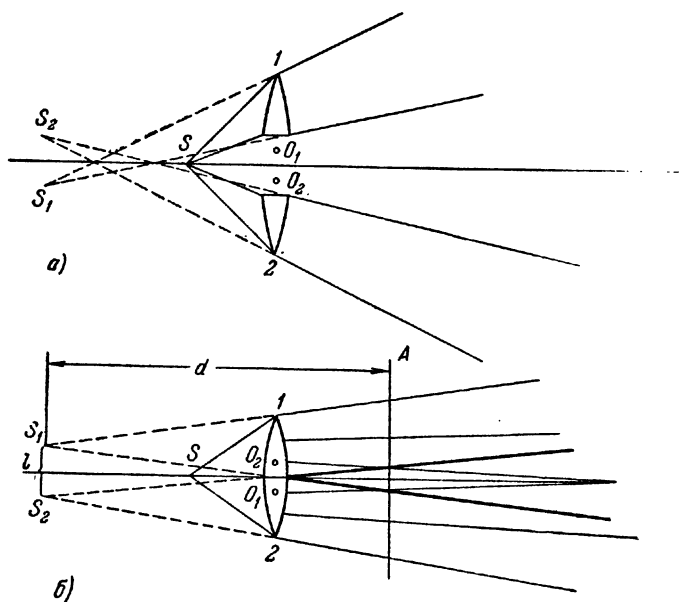


Рис. 331.

ползушке микрометра совпадает с плоскостью рассматриваемого предмета при сфокусированной шкале.

При центрировке системы по высоте широко раскрывают щель и наблюдают положение световых пучков при помощи листа белой бумаги. После юстировки системы светофильтры вставляют в окошко осветителя.

При наблюдении интерференционной картины, изображенной на рис. 329, *а*, билинзу устанавливают от щели на расстоянии, которое рекомендовано непосредственно на установке. (Это расстояние больше двойного фокусного расстояния билинзы.) Раздвигают половины билинзы на 3—4 мм и ищут при помощи листа белой бумаги действительные изображения щели. Затем устанавливают на это

<sup>1)</sup> Билинза и микрометр имеют еще на своих штырях винтовые салазки, обеспечивающие перемещение приборов перпендикулярно оптической скамье, что существенно при юстировке всей системы.

место окулярный микрометр и, наблюдая в окуляр, сужают щель (ширина изображения щели должна быть сравнима или немного больше толщины штрихов микрометра), сдвигают половины билинзы так, чтобы расстояние между изображениями щелей было бы не более 0,5—0,6 мм. Свидетельством того, что положение полулинз установлено в соответствии с рис. 329, а, служит совпадение направления движения изображений щели с движением полулинз. Затем отодвигают микрометр на 5—8 см от места, где наблюдались изображения щели, в сторону, противоположную билинзе, и снова, осторожно сдвигая в горизонтальном и вертикальном направлениях полулинзы и меняя ориентировку щели, добиваются резкой интерференционной картины. При помощи окулярного микрометра определяют величину  $\Delta x$  — расстояние между двумя соседними светлыми или темными интерференционными полосками. Для этого необходимо измерить расстояние между достаточно удаленными друг от друга темными (светлыми) полосами и разделить это расстояние на число светлых (темных) полос. Измерение производят несколько раз и записывают результаты. Отсчитывают положение окулярного микрометра на оптической скамье, передвигают его к изображениям щели, пока они не станут четко видными в окуляр. Измеряют расстояние  $d$  между первым и вторым положением микрометра на оптической скамье. При помощи окулярного микрометра измеряют расстояние между двумя изображениями щели  $l$  и по формуле (1) рассчитывают длину световой волны.

Для наблюдения интерференционной картины, изображенной на рис. 329, б, билинзу устанавливают за щелью на расстоянии, превышающем ее фокусное расстояние. Отсчитывают новое положение изображения щели. При помощи микрометра устанавливают расстояние между изображениями в 0,8—1,0 мм. Свидетельством того, что положение полулинз установлено в соответствии с рис. 329, б, служит противоположное направление движения изображений щели по отношению к движению полулинз. Затем отодвигают окулярный микрометр на 8—10 см от изображений в сторону билинзы, находят интерференционную картину и поворотами винтов на оправе билинзы и щели добиваются резкости изображения. Измерение ширины интерференционных полос, расстояния между наблюдаемой картиной и положением изображений щели, и расстояния между изображениями щели производят так же, как описано выше. Определение длины световой волны производят также по формуле (1).

Для наблюдения интерференционной картины в параллельных пучках (рис. 330, б) необходимо поместить щель  $S$  в фокальной плоскости билинзы и практически вплотную сдвинуть обе половины билинзы. Положение щели находят при помощи зрительной трубы, установленной предварительно на бесконечность (см. описание задачи 98).

Для наблюдения интерференционных полос при помощи мнимых изображений (рис. 331) щель  $S$  устанавливают перед билинзой (нужное расстояние указано на установке), обе половины которой также почти вплотную сдвинуты друг с другом. Наблюдение интерференционной картины производят при помощи окулярного микрометра, который устанавливают на расстоянии 30—40 см от билинзы.

### Упражнение 2

#### Определение длины световой волны при помощи бипризмы

Б и п р и з м а представляет собой две призмы с малыми преломляющими углами (порядка  $30'$ ), сложенные основаниями (рис. 332). Падающий от щели  $S$  пучок света после преломления в бипризме разделится на два перекрывающихся пучка, как бы исходящих

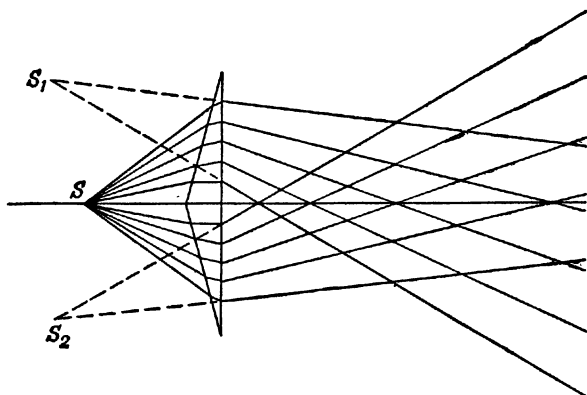


Рис. 332.

из двух мнимых изображений щели  $S_1$  и  $S_2$ . Так как источники  $S_1$  и  $S_2$  когерентны, то в пространстве за бипризмой будет наблюдаться интерференционная картина, локализованная во всей области пересечения пучков.

**Измерения.** Бипризма <sup>1)</sup> помещается на расстоянии 20—30 см от щели так, чтобы ребро тупого угла бипризмы было расположено вертикально (рис. 333). На расстоянии 30—50 см от бипризмы помещают окулярный микрометр. Окно осветителя, середина щели, бипризма и окулярный микрометр должны быть установлены на одной высоте.

Сделав щель достаточно узкой, слегка поворачивают ее или бипризму около горизонтальной оси, добиваясь такого положения,

<sup>1)</sup> Установка с бипризмой показана на рис. 333 в горизонтальной проекции.

чтобы щель была строго параллельна ребру бипризмы. При этой установке интерференционная картина будет наиболее отчетливой. Изменяя ширину щели и передвигая микрометр вдоль оптической скамьи, добиваются того, чтобы интерференционные полосы были ярки при достаточно большом расстоянии между ними ( $\sim 0,08—0,15$  мм).

Определение расстояния между полосами проводится так же, как и в упражнении 1, но вначале следует убедиться в возможности определения расстояния  $S_1S_2 = l$ . Для этой цели применяется метод, основанный на получении увеличенного и уменьшенного дей-

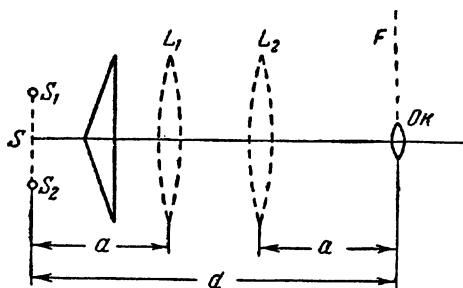


Рис. 333.

ствительных изображений расстояния между мнимыми источниками  $S_1$  и  $S_2$  с помощью вспомогательной собирающей линзы, фокусное расстояние которой меньше четверти расстояния между щелью  $S$  и фокальной плоскостью окулярного микрометра (см. задачу 97, упражнение 1, способ Бесселя). На оптическую скамью между би-

призмой и окулярным микрометром помещают линзу, которая может передвигаться вдоль оптической скамьи. Щель, бипризма и окулярный микрометр должны быть закреплены неподвижно.

Передвигая линзу (рис. 333), добиваются того, чтобы при ее положении  $L_1$  в фокальной плоскости окулярного микрометра было видно увеличенное ( $l_1$ ) изображение отрезка  $S_1S_2$ , а при положении  $L_2$  — уменьшенное ( $l_2$ ); в этом случае оба изображения лежат в той же плоскости, в которой наблюдалась интерференционная картина. С помощью окулярного микрометра измеряют расстояние между изображениями щели  $l_1$  и  $l_2$ .

Затем измеряют расстояние  $d$ <sup>1)</sup> от щели  $S$  до окулярного микрометра  $Ok$ , расстояние  $a$  от щели  $S$  до линзы  $L_1$  равно  $L_2F$  (рис. 333). Тогда истинное расстояние между мнимыми источниками  $l$  легко определяется из простых соотношений

$$\frac{l_1}{l} = \frac{d-a}{a} \quad \text{и} \quad \frac{l_2}{l} = \frac{a}{d-a},$$

<sup>1)</sup> На рис 332 мнимые источники  $S_1$  и  $S_2$  и действительный источник  $S$  не лежат строго в одной плоскости, перпендикулярной к оптической оси, но это смещение при малых преломляющих углах бипризмы весьма мало по сравнению с расстоянием между источником  $S$  и микрометром  $Ok$ , а поэтому можно при определении величины  $l$  измерять прямо  $d$  и, следовательно, пренебрегать смещением  $S_1$  и  $S_2$  относительно  $S$ .

откуда

$$l = \sqrt{l_1 l_2}.$$

Подставляя значение  $l$  в формулу (1), вычисляют длину волны

$$\lambda = \frac{\sqrt{l_1 l_2}}{d} \Delta x.$$

Если известен преломляющий угол бипризмы  $\alpha$ , то расстояние  $l = 2r(n-1)\alpha$ , где  $r$  — расстояние от щели до бипризмы, а  $n$  — показатель преломления стекла бипризмы, откуда нетрудно, пользуясь формулой (1), вычислить длину волны.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Г. С. Ландсберг, Оптика, Гостехиздат, 1957.
2. С. Э Фриш и А. В. Тиморева, Курс физики т. III, Физматгиз, 1962.
3. Р. Вуд, Физическая оптика, ОНТИ, 1936.
4. Захарьевский А. Н., Интерферометры, гл. 1, § 3, 4, Оборонгиз, 1952.

#### ЗАДАЧА 106

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАДИУСА КРИВИЗНЫ ЛИНЗЫ И ДЛИНЫ СВЕТОВОЙ ВОЛНЫ С ПОМОЩЬЮ КОЛЕЦ НЬЮТОНА

Задача посвящена ознакомлению с явлением интерференции в тонких прозрачных изотропных пластинках, в частности, когда интерференционная картина локализована на поверхности тонкого клина (полосы равной толщины). Наблюдение интерференции с помощью колец Ньютона представляет собой наиболее простой метод изучения этого явления и определения длины световой волны.

Этот метод может быть применен также для измерения углов тонких стеклянных клиньев и для определения профилей несферических поверхностей.

Кольца Ньютона наблюдаются в том случае, когда выпуклая поверхность линзы малой кривизны соприкасается с плоской поверхностью хорошо отполированной пластинки, так что остающаяся между ними воздушная прослойка постепенно утолщается от центра к краям. Если на линзу падает пучок монохроматического света, то световые волны, отраженные от верхней и нижней границ этой воздушной прослойки, будут интерферировать между собой. При этом получается следующая картина: в центре — черное пятно, окруженное рядом концентрических светлых и черных колец убывающей ширины. При наблюдении в проходящем свете будет обратная

картина: пятно в центре будет светлым, все светлые кольца заменятся темными и наоборот.

Произведем расчет размеров колец Ньютона в отраженном свете. Так как интерференция происходит между волнами, отраженными от верхней и нижней поверхностей воздушной прослойки, то для вычисления разности фаз надо иметь в виду не только разность хода внутри воздушной прослойки, но также и изменение фазы электрического и магнитного векторов при отражении на границе стекло — воздух и воздух — стекло. Это изменение приводит как для того,

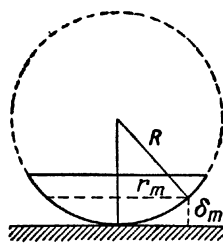


Рис. 334.

так и для другого вектора к дополнительной разности фаз, равной  $\pi$ . При этом для электрического вектора первое отражение происходит без изменения фазы, а второе с изменением фазы на  $\pi$ , для магнитного же вектора — наоборот. В результате как для того, так и для другого вектора приобретает дополнительную разность хода  $\frac{\lambda}{2}$ ; следовательно, полная оптическая разность хода

$$\Delta = 2\delta_m + \frac{\lambda}{2}, \quad (1)$$

где  $\delta_m$  — толщина воздушной прослойки (показатель преломления воздуха  $n_1 = 1$ ) — легко вычисляется из геометрических соображений (рис. 334)

$$\delta_m = \frac{r_m^2}{2R}, \quad (2)$$

где  $r_m$  — радиус  $m$ -го кольца и  $R$  — радиус кривизны линзы.

Условие образования  $m$ -го темного кольца заключается в том, что

$$\Delta = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}. \quad (3)$$

Из формул (1), (2) и (3) получаем

$$r_m = \sqrt{mR\lambda}. \quad (4)$$

Чем больше  $m$ , тем меньше различие между радиусами соседних колец, т. е. тем теснее кольца.

Для радиуса светлого кольца будем иметь

$$r'_m = \sqrt{(2m - 1)R} \frac{\lambda}{2}. \quad (5)$$

Из формул (4) или (5) можно определить  $R$  (или  $\lambda$ ), но так как вследствие упругой деформации стекла невозможно добиться идеаль-

ного соприкосновения сферической линзы и плоской пластинки в одной точке, то более правильный результат получится, если вычислять  $R$  (или  $\lambda$ ) по разности радиусов двух колец  $r_m$  и  $r_n$ ; тогда окончательная формула будет иметь следующий вид:

$$R = \frac{r_m^2 - r_n^2}{(m - n)\lambda}. \quad (6)$$

Для расчетов это выражение удобнее переписать так:

$$R = \frac{(r_m - r_n)(r_m + r_n)}{(m - n)\lambda}. \quad (7)$$

**Описание прибора.** В задаче применяется микроскоп МБИ-4 (рис. 335), с которого снят тубус и установлен винтовой окулярный микрометр АМ-9. Кроме того, объектив заменен более длиннофокусным  $f = 25$  мм и расстояние между окуляром и объективом подобрано так, что вблизи фокальной плоскости окуляра одновременно со шкалой окуляра проектируется увеличенное в три раза изображение колец Ньютона. Таким образом, измеренные расстояния следует уменьшить в три раза или, что то же самое, считать что перемещение креста нитей на одно деление барабана соответствует не 0,01 мм, а 0,0033 мм.

К револьверной головке микроскопа привинчен вертикальный осветитель (иллюминатор ОИ-1), представляющий собой небольшую трубку с боковым окном. Внутри трубки, перед окном, находится стеклянная пластинка  $P$  (рис. 335), которую с помощью винтов, не показанных на рисунке, устанавливают под углом  $45^\circ$  к оси микроскопа.

На столике измерительного микроскопа помещается полированная пластинка из черного стекла, на которой при помощи особых зажимов укреплена исследуемая линза. Свет от источника  $S$  падает на линзу после отражения от пластинки  $P$ .

Источником света служит ртутная лампа, устанавливаемая на некотором расстоянии от прибора на одной высоте с окном осветителя. (Описание ртутной лампы см. в задаче 102.)

Свет, испускаемый ртутной лампой, состоит из немногих отдельных ярких линий (см. табл. 36), из которых наиболее удобными для

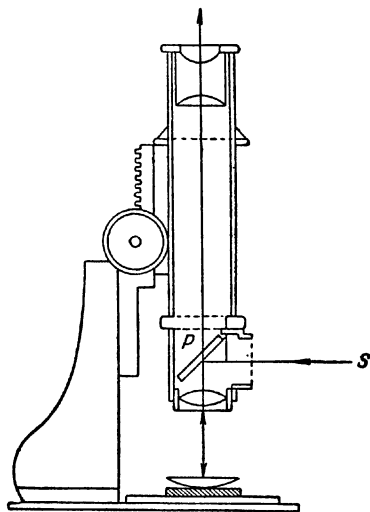


Рис. 335.

наблюдений являются две зеленые, желтая и фиолетовая. Их можно выделить из спектра лампы, помещая на пути лучей соответствующим образом подобранные светофильтры (желтая линия, впрочем, состоит из двух весьма близких друг к другу линий).

### Упражнение 1

#### Определение радиуса кривизны линзы

**Измерения.** 1. Зажигают ртутную лампу, поместив у окна защитного кожуха светофильтр, выделяющий зеленую линию ртути ( $\lambda = 5460 \text{ \AA}$ ).

2. Сняв линзу, фокусируют микроскоп на верхнюю поверхность черного стекла, положив на него кусок миллиметровой бумаги. Поставив затем линзу в прежнее положение, устанавливают черную пластинку так, чтобы точка соприкосновения линзы и пластинки попала точно в центр поля зрения микроскопа. При этом образующиеся на границе воздушного слоя и линзы ньютоновы кольца должны быть отчетливо видны. Если этого не будет то, не снимая линзы, исправляют фокусировку микроскопа. Если в точке соприкосновения вместо темного пятна получится светлое, то это значит, что между поверхностями линзы и стекла имеются пылинки; последние следует удалить при помощи замши.

3. Вращая барабан окулярного микрометра, устанавливают его крест на середину ширины линии какого-нибудь достаточно удаленного от центра темного кольца, например 20-го влево и производят отсчет по шкале и барабану окулярного микрометра. Смещая положение креста микрометра, повторяют измерение положения одного и того же кольца несколько раз и находят его среднее значение. После этого, вращая барабан окулярного микрометра, наводят крест последовательно на 19-е, 18-е, 17-е и т. д. кольца и производят такие же отсчеты. Пройдя центральное пятно, продолжают отсчеты в том же направлении, т. е. вправо от центрального пятна, доходя до того же 20-го кольца.

Проделывают такие же измерения со светлыми кольцами.

Так как ближайшие к центральному пятну несколько колец обычно бывают сильно размыты, что затрудняет установку на них креста, то измерения их можно не производить.

**Вычисления.** Из полученных отсчетов определяют диаметры, а затем и радиусы колец. Комбинируя попарно радиусы колец, по формуле (7) определяют радиус кривизны линзы.

При этом в целях повышения точности результата рекомендуется комбинировать радиус кольца номер  $k$  с радиусом кольца номер  $\frac{k}{2}$ , кольца  $k - 1$  с  $\frac{k}{2} - 1$  и т. д.

Из полученных значений  $R$  берут среднее арифметическое.



## Упражнение 2

## Определение длин волн линий ртути

В окно защитного колпака лампы вставляют светофильтр, выделяющий желтую или фиолетовую линию ртути; повторяют все измерения, указанные в упражнении 1.

Подставляя в формулу (7) значение радиуса кривизны линзы  $R$ , найденное в первом упражнении, определяют длину волны выделенной ртутной линии.

Можно определить длину волны линий ртути графическим методом.

Составив таблицу

№ кольца	Отсчет микрометра (левый)	Отсчет микрометра (правый)	Диаметр $D$	$D^2$
20				
19				
⋮				
⋮				
⋮				

Строят график, откладывая по оси ординат квадраты диаметров, а по оси абсцисс номера колец. График должен быть прямой линией.

Длина волны  $\lambda$  определяется по тангенсу угла наклона прямой к оси абсцисс:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{D_n^2 - D_m^2}{n - m} = 4R\lambda,$$

где  $R$  — радиус кривизны линзы.

Если известна длина волны, то таким же образом находится радиус кривизны линзы.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Г. С. Ландсберг, Оптика, Гостехиздат, 1957.
2. С. Э. Фриш и А. В. Тиморева, Курс общей физики, т. III, Физматгиз, 1962.
3. Р. Вуд, Физическая оптика, ОНТИ, 1936.
4. Курс физики, под ред. Н. Д. Папалекси, т. II, Гостехиздат, 1947.
5. М. Ф. Романова, Интерференция света и ее применение, ОНТИ, 1937.
6. А. Н. Захарьевский, Интерферометры, Оборонгиз, 1952.

## ЗАДАЧА 107

# **ИЗМЕРЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ПРЕЛОМЛЕНИЯ ГАЗОВ С ПОМОЩЬЮ ИНТЕРФЕРОМЕТРА РЕЛЕЯ**

Как известно, показатели преломления непоглощающих видимый свет газов весьма мало отличаются от единицы (показатель преломления воздуха, для желтой линии Na,  $\lambda = 5893 \text{ \AA}$  при нормальных условиях равен 1,000294; показатель преломления гелия 1,000035). Показатели преломления газов, содержащих небольшое количество примесей, имеют значения, отличающиеся от показателя преломления основной компоненты, лишь в пятом — седьмом десятичных знаках.

Между тем измерения показателей преломления газов являются важным и надежным средством установления состава газовых смесей, практически малодоступных другим методам анализа. Аналогичные задачи возникают и при необходимости проводить анализы различных жидких растворов малой концентрации. Но, поскольку, настоящая задача относится к газам, на случаях растворов мы здесь останавливаться не будем.

Оптические измерения требуемой точности приводят к необходимости использовать в этих случаях интерферометрические методы, позволяющие регистрировать разности показателей преломления до седьмой и даже до восьмой цифры после запятой.

**1. Устройство интерферометра.** Метод измерения с помощью интерферометра Релея является развитием классического опыта по

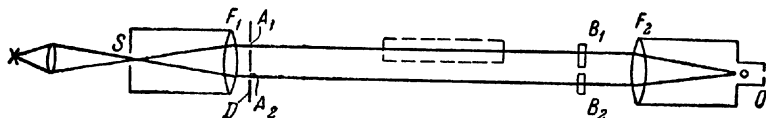


Рис. 336. Горизонтальный разрез интерферометра.

получению интерференционной картины от двух когерентных световых пучков, прошедших через две параллельные щели (см., например, [1], § 39 и 9, или [2], § 11).

Принцип метода в конкретных условиях интерферометра можно пояснить с помощью рис. 336. Свет от источника со сплошным спектром, например от лампочки накаливания, собирается с помощью конденсора на входной щели прибора  $S$  шириной 3—5 мк. Эта щель находится в фокальной плоскости объектива  $F_1$  с фокусным расстоянием около 300 мм, составляющего вместе со щелью  $S$  коллиматор прибора.

Непосредственно за объективом  $F_1$  расположена плоская диафрагма  $D$ , прикрывающая объектив, но имеющая две длинных (25 мм) параллельных щели  $A_1$  и  $A_2$ , расположенных вдоль по двум вертикальным хордам диафрагмы  $D$ . Ширина этих щелей 5 мм, расположены они на расстоянии 25 мм друг от друга.

На расстоянии порядка одного метра от объектива  $F_1$  расположен второй, обычно одинаковый с первым, объектив  $F_2$ , и вблизи его фокальной плоскости сильный окуляр  $O$  — цилиндрическая линза диаметром 2—3 мм, дающая примерно стократное увеличение. Ось цилиндра этой линзы параллельна щелям  $A_1$  и  $A_2$  и так же, как и

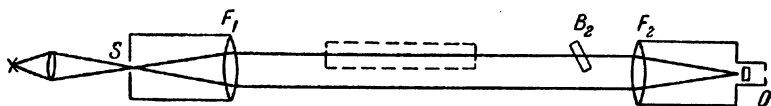


Рис. 337. Вертикальный разрез интерферометра.

они, перпендикулярна плоскости чертежа. Мы пока не поясняем назначение стеклянных пластинок  $B_1$  и  $B_2$ , изображенных в разных проекциях на рис. 336 и 337. Об этих пластинках речь будет идти дальше.

Нетрудно видеть, что вся показанная на рисунке оптическая система представляет собой не что иное, как установку для наблюдения дифракции света в параллельных лучах, падающих из коллиматора на щели  $A_1$  и  $A_2$ . Объектив  $F_2$  и окуляр  $O$  образуют наведенную на бесконечность зрительную трубу, в которую рассматривается дифракционная картина от двух щелей — система параллельных интерференционных полос (рис. 338) <sup>1)</sup>.

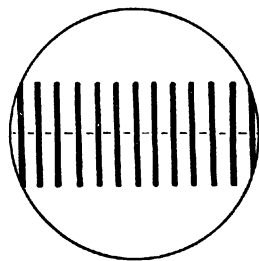


Рис. 338.

Наличие двух световых пучков, выделенных высокими щелями  $A_1$  и  $A_2$  и расположенных на расстоянии 25 мм друг от друга, создает возможности для использования всей оптической системы для измерительных целей. В самом деле, введение каких-либо прозрачных объектов (например, кювет с газом или жидкостью) в один из пучков (подобная кювета показана пунктиром на рис. 336 и 337) приведет к сдвигу наблюдаемой интерференционной картины в направлении, перпендикулярном оптической оси объектива  $F$  (рис. 339) <sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> Во избежание недоразумений отметим, что мы в ходе описания задачи будем называть наблюдаемую оптическую картину иногда интерференционной, а иногда дифракционной, подчеркивая в некоторых случаях ту или иную сторону дела. По существу дела оба термина в данном случае эквивалентны, так как в используемой оптической схеме можно говорить как о дифракции света на каждой щели и последующей интерференции дифрагировавших световых пучков, так и о дифракции света на двух щелях. К подробному обсуждению интерференционной картины, изображенной на рис. 338, мы вернемся ниже.

<sup>2)</sup> Подробнее рис. 339 будет пояснен ниже. Сейчас укажем только, что на рис. 339 по указанной причине сдвинута верхняя интерференционная картина относительно неподвижной нижней картины.

Указанный сдвиг картины является следствием увеличения оптического пути на величину

$$\Delta = L(n_{\text{вещ}} - n_{\text{возд}}), \quad (1)$$

приобретенного тем световым пучком, в который введено прозрачное тело длины  $L$  с показателем преломления  $n_{\text{вещ}}$ . Этот сдвиг интерференционной картины и используется для измерений показателя преломления  $n_{\text{вещ}}$ , введенного в световой пучок тела. Для большей ясности изложения мы здесь и ниже говорим об одном прозрачном теле, введенном в один из световых пучков. Так и показано на рис. 336.

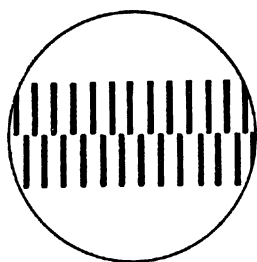


Рис. 339.

Фактически дело обстоит несколько иначе. Если мы работаем с газом или жидкостью, то они должны содержаться в кювете с плоскими стеклами на торцах, через которые проходит световой пучок. Введение уже одних только стекол в один световой пучок создаст огромную разность хода между двумя световыми пучками, используемыми в интерферометре. Поэтому фактически кюветы вводятся всегда в оба световых пучка, но заполняется исследуемым газом лишь одна из них, а другая бывает заполнена воздухом или другим эталонным газом. Тогда наличие торцевых стекол кювет в обоих световых пучках взаимно компенсируется, и сдвиг интерференционной картины будет следствием лишь различия показателей преломления газов, заполняющих кюветы.

Для того чтобы полностью выяснить измерительный прием, основанный на сдвиге интерференционной картины, обратимся к более детальному рассмотрению явлений, происходящих при падении параллельных когерентных лучей на щели  $A_1$  и  $A_2$ .

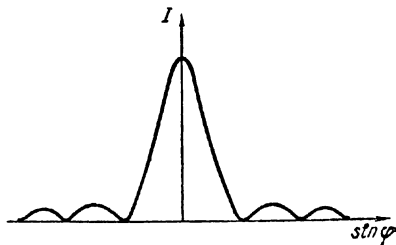


Рис. 340.

Дифракция на каждой из широких щелей  $A_1$  и  $A_2$  в отдельности дает для распределения интенсивности дифрагировавшего света  $I$  по направлениям  $\varphi$  характерную дифракционную картину вида, изображенного на рис. 340. В интерферометре Релея наблюдения дифракции, необходимые для измерений, фактически ограничиваются углами, лежащими в пределах угловой ширины центрального максимума нулевого порядка. При этом используемый угловой интервал  $\Delta\varphi < 1'$ . Наличие в приборе одновременно двух щелей приводит к интерференции световых пучков, дифрагировавших на каждой щели.

Решение задачи об интерференции двух однородных по своей пространственной структуре световых пучков хорошо известно (см., например, [1], § 41; [2] § 11; [6], Введение, § 3 и гл. 2, § 4). Именно в этом случае распределение интенсивности света в интерференционной картине описывается графиком, изображенным на рис. 341. Эта функция осциллирует гораздо чаще, чем функция, изображенная на рис. 340.

Но нам надо учесть, что в нашем случае будут интерферировать между собой уже предварительно дифрагировавшие на каждой щели в отдельности световые пучки. Легко понять, что в этом случае на распределение интенсивности света в результирующей интерференционной картине будет наложено условие, которому подчинено распределение интенсивности в каждом интерферирующем пучке в отдельности. Таким образом, окончательное распределение интенсивности света по направлениям в интерференционной картине от двух щелей будет иметь вид, изображенный на рис. 342 <sup>1)</sup>. На этом рисунке пунктиром показана огибающая дифракционных максимумов; она воспроизводит (в произвольном масштабе) то распределение интенсивности света, дифрагировавшего на отдельной щели, о котором говорилось выше. Рисунок сделан в предположении, что расстояние между щелями в три раза больше ширины каждой щели.

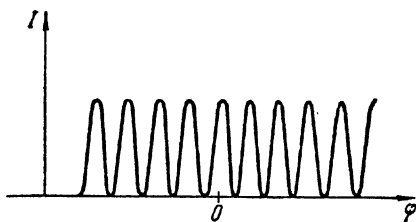


Рис. 341.

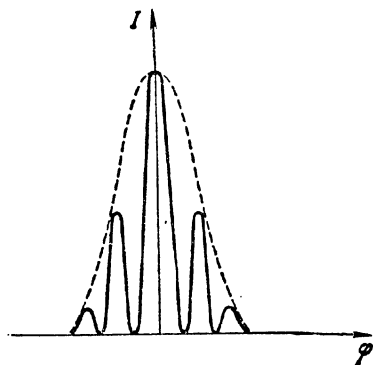


Рис. 342.

Напомним, что распределение интенсивности света по направлениям после прохождения его через дифракционную решетку будет описываться аналогичной функцией, только главные интерференционные максимумы станут более резкими и между ними расположится некоторое число дополнительных максимумов незначительной интенсивности.

В поле зрения наблюдателя интерференционная картина, видимая в окуляр с большим увеличением, будет выглядеть так, как это показано на рис. 338, т. е. будет представлять собой систему парал-

<sup>1)</sup> Качественно случай дифракции света на двух щелях рассмотрен в [1], § 39.

тельных интерференционных полос. Использование немонахроматического света от лампочки накаливания приведет к тому, что упомянутые интерференционные полосы будут окрашенными, кроме полосы, соответствующей нулевой разности хода. При соблюдении точной симметрии хода лучей и всех свойств нашей оптической системы ахроматической будет, очевидно, средняя интерференционная полоса. Наличие такой белой полосы весьма удобно. По перемещениям в поле зрения окуляра этой единственной неокрашенной светлой интерференционной полосы можно однозначно судить о сдвигах всей интерференционной картины в случае введения в один из пучков интерферометра изучаемого объекта.

Для того чтобы сделать полностью наглядной роль интерференции двух световых пучков в формировании наблюдаемой в окуляр картины, устройство имеющихся в практикуме приборов дополнено следующим приспособлением. В передней части прибора помещена подвижная вращающаяся шторка — флажок, при помощи которой можно прикрывать одну из щелей прибора. Эта шторка поворачивается ручкой, выведенной на крышку прибора. Вблизи ручки имеется надпись, поясняющая, при каком положении шторки открыты обе щели и при каком положении открыта только одна щель. Наблюдая в окуляр интерференционную картину при двух положениях шторки, можно убедиться в том, что видимая интерференционная картина действительно создается в результате интерференции двух световых пучков <sup>1)</sup>.

Целесообразность использования цилиндрической линзы в окуляре прибора теперь легко разъясняется. Именно для удобства наблюдений нам нужно сильное увеличение интерференционной картины в направлении, перпендикулярном узким и частым интерференционным полосам, получаемым в фокальной плоскости объектива  $F_2$  от широко расставленных щелей  $A_1$  и  $A_2$ . Нужно увеличение дает цилиндрическая линза.

Для окончательного уяснения работы описанной установки как измерительного прибора нам остается разобрать еще два вопроса: как регистрируется сдвиг интерференционной картины при введении в один из световых пучков исследуемого тела и как от наблюдаемого сдвига картины перейти к значениям показателя преломления исследуемого тела. Сдвиг картины мог бы быть в принципе зафиксирован путем одновременного наблюдения с помощью окуляра любого неподвижного указателя, помещенного в плоскости локализации интерференционной картины (креста нитей, какой-нибудь стрелки и т. д.). Однако практически выгоднее воспользоваться индикатором совсем другого типа. Именно, пользуясь тем,

---

<sup>1)</sup> При работе одного светового пучка можно видеть дифракцию света на отдельной щели. При этом отчетливо видны широкий максимум нулевого порядка и с каждой стороны от него по два дифракционных максимума  $\pm 1$ -го и  $\pm 2$ -го порядков.

что щели  $A_1$  и  $A_2$  высоки, мы имеем в окуляре прибора достаточно высокую интерференционную картину. Поэтому можно по-разному использовать для работы верхнюю и нижнюю части картины. Газовые кюветы фактически вводятся только в верхнюю часть световых пучков. На рис. 337 показано вертикальное сечение прибора. Таким образом нижние части обоих световых пучков остаются всегда свободными и их разность хода неизменной. Следовательно, остается неподвижной и нижняя часть наблюдаемой картины. Она и служит тем неподвижным индикатором, который нужен в приборе. Наоборот, верхняя часть интерференционной картины испытывает те сдвиги, о которых уже говорилось выше. Полная наблюдаемая в окуляре система двух рядов полос показана на рис. 339. Этот рисунок соответствует случаю сдвинутой верхней измерительной системы полос.

Примененный прием создания индикатора в виде системы интерференционных полос целесообразнее использования всякого рода крестов и стрелок в поле зрения окуляра. Дело в том, что используемый вид индикатора нечувствителен к изгибам и перекосам оптической системы прибора в целом, так как оба ряда интерференционных полос (верхний — рабочий и нижний — индикаторный) сдвигаются при этом одинаково, не изменяя взаимного расположения.

Кроме того, как показывает практика, взаимные сдвиги двух систем интерференционных полос или их совмещение можно констатировать глазом точнее, чем сдвиг интерференционной картины относительно совершенно чужеродного ей механического индикатора иной формы и окраски. Практика показывает, что в описываемом случае можно заметить сдвиг интерференционных полос до величины  $1/10$  ширины отдельной полосы.

Самый метод измерений показателя преломления принадлежит к распространенному в физике классу компенсационных измерений. Как видно на рис. 336 и 337 в интерферометре есть еще добавочное приспособление, состоящее из двух плоскопараллельных стеклянных пластинок  $B_1$  и  $B_2$ , о назначении которых не говорилось раньше. Эта пара наклонных пластинок образует так называемый компенсатор прибора. Устроен он следующим образом. Наклонно расположенные стеклянные пластинки пересекают верхние, проходящие через газовые кюветы световые пучки. Одна из пластинок неподвижна, а другая может вращаться вокруг горизонтальной оси, изменяя свой наклон по отношению к проходящему сквозь нее световому пучку. Следовательно, при этом изменяется и эффективная толщина пластинки, пересекаемой световым пучком. Изменяя угол наклона пластинки к световому пучку, можно тем самым изменять оптическую разность хода лучей, прошедших через газовые кюветы и, в частности, сводить ее к нулю, если она предварительно уже создана неполной идентичностью изготовления кювет.

Подвижная пластинка компенсатора поворачивается с помощью рычага, приводимого в движение микрометрическим винтом, уста-

новленным на интерферометре вблизи его окуляра (см. 1 на рис. 343). Головка винта снабжена делениями; она перемещается относительно линейной шкалы с делениями. По изменению отсчетов на головке и шкале, наблюдаемой через лупу 2, можно отмечать изменение наклона подвижной пластины компенсатора <sup>1)</sup>.

Использование компенсатора для измерения показателя преломления заключается в следующем. Пусть обе газовые кюветы наполнены одинаковым газом, а видимые в окуляр интерференционные картины не точно совпадают друг с другом (за счет неидентичности кювет). Тогда с помощью компенсатора можно привести верхнюю

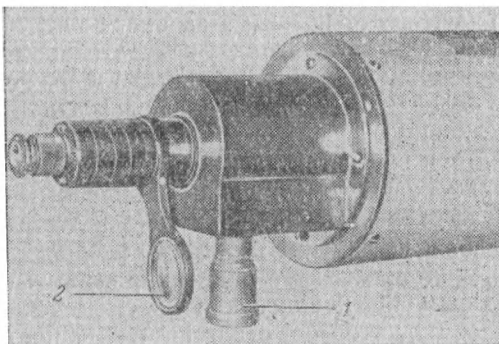


Рис. 343.

интерференционную картину к полному совпадению с нижней (индикаторной) картиной. Такому совпадению будет соответствовать некоторый отсчет на головке и шкале индикатора. Этот отсчет будет в дальнейшем являться рабочим нулевым отсчетом прибора. Далее, необходимо установить соответствие между отсчетами на компенсаторе и той разностью хода  $\Delta$ , которую при каждом своем положении вносит между световыми пучками подвижная пластина компенсатора. Операция установления этого соответствия носит название калибровки компенсатора, а ее результаты изображаются калибровочным графиком. На этом графике наносятся по оси абсцисс отсчеты на головке и шкале компенсатора, а на оси ординат соответствующие им значения  $\Delta$ . Построенный по нанесенным таким образом точкам калибровочный график находится в практикуме при приборе. Ввиду того, что построение калибровочного графика не входит в настоящую

<sup>1)</sup> Обращаем здесь внимание на то, что применение компенсаторов в виде стеклянных пластинок, вводимых в световые пучки интерферометров, довольно распространенный и практичный измерительный прием. Так, с устройством компенсаторов несколько иного типа можно познакомиться в описании интерферометра Жамена (см. описание задачи 108).



задачу, метод получения этого графика приведен в конце описания задачи.

При наличии калибровочного графика измерения на интерферометре сводятся к следующему. Оставляя неизменным состав эталонного газа, наполняющего одну из кювет интерферометра, наполняют другую кювету исследуемым газом. Компенсируя для каждого газа получившийся сдвиг интерференционной картины и сопоставляя отсчеты на компенсаторе с калибровочным графиком, находят величину оптической разности хода световых пучков в обеих кюветах. Зная  $\Delta$ , можно по формуле (1) найти

$$n_{\text{вещ}} = n_{\text{возд}} + \frac{\Delta}{L}. \quad (2)$$

К этому и сводится весь принцип измерений показателя преломления с помощью интерферометра Релея.

Ознакомление с техническими деталями устройства интерферометра, весьма близкими к описанной принципиальной схеме, производится непосредственно в практикуме. Кроме того, в физическом практикуме Московского университета находится наряду с двумя работающими приборами третий, полностью раскрытый интерферометр. Детальный осмотр этого прибора, идентичного по конструкции с работающими, необходим перед началом измерений. Полностью подготовленные к работе экземпляры приборов вскрытию не подлежат.

**Подача газов в кювету интерферометра.** Измерения показателей преломления выполняются для трех газов: углекислоты, азота и смеси азота с углекислотой.

Подготовленные для работы газы хранятся в небольших расположенных на столе газгольдерах (рис. 344). Давление газов в газгольдерах отличается от атмосферного только за счет веса подъемных колпаков газгольдеров. На рис. 344 представлена схема газгольдера: 1 — подъемный колпак газгольдера, наполненный используемым газом, 2 — трубка для наполнения газгольдера газами и для отвода газа из газгольдера, обслуживающего данную установку, 3 — неподвижный цилиндр газгольдера с масляным затвором (карманом).

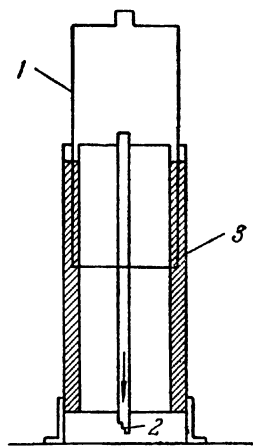


Рис. 344.

Газы из газгольдеров через резиновые трубки и наполненные хлористым кальцием осушители поступают в измерительную кювету интерферометра. Вторая кювета интерферометра всегда соединена с атмосферой. Управление подачей газа в кювету осуществляется поворотами соответствующих кранов и зажимов, надетых на рези-

новые трубки газовых коммуникаций. Схема газовых коммуникаций настолько проста, что мы не приводим ее здесь, предоставляя возможность студентам ознакомиться с ней на месте, под руководством дежурного лаборанта.

Для заполнения кюветы исследуемым газом данный газ продувается через нее из соответствующего газгольдера в течение 2—3 минут, после чего кран газгольдера закрывается. Важным моментом использования газовой системы интерферометра является одновременное заполнение обеих кювет атмосферным воздухом, что совершенно необходимо для получения нулевого рабочего отсчета на компенсаторе. Необходимая операция осуществляется следующим образом. Через рабочую кювету при закрытых кранах газгольдеров с помощью присоединенной к установке резиновой груши продувается атмосферный воздух, вытесняющий из кюветы могущие в ней сохраниться остатки различных газов от предшествующих измерений.

**Измерения и их обработка.** 1. Включают осветительную лампочку интерферометра, питаемую от специального понижающего трансформатора. Лампочка эта закрыта защитным кожухом и расположена перед коллиматорной частью прибора. Никакой регулировке ни ее положение, ни ее накал в ходе работы не подлежат. Проверяют, открыта ли шторка <sup>1)</sup>.

2. Фокусируют окуляром интерференционную картину. Если видна только нижняя индикаторная картина, то приводят головку компенсатора к отсчету, близкому к нулевому положению на шкале. В нормально работающем приборе рабочее нулевое положение компенсатора всегда близко к нулевому отсчету на шкале компенсатора. Если верхняя интерференционная картина тем не менее не видна, т. е. сильно сдвинута относительно нижней, то продувают рабочую кювету атмосферным воздухом с помощью резиновой груши, как это описано выше. Открывая и закрывая шторку в передней части прибора, убеждаются в том, что видимая интерференционная картина действительно обязана своим происхождением интерференции двух световых пучков.

3. При заполненных атмосферным воздухом обеих кюветах вращением головки компенсатора 5—7 раз приводят к совпадению верхнюю и нижнюю интерференционные картины, записывая каждый раз отсчеты на шкале и головке компенсатора. Среднее значение из найденных отсчетов даст рабочий нулевой отсчет для компенсатора, необходимый в ходе дальнейших измерений.

4. Заполняют рабочую кювету интерферометра поочередно исследуемыми газами из газгольдеров. При наличии в кювете поочередно каждого исследуемого газа приводят несколько раз (с по-

---

<sup>1)</sup> Напомним, что, как указано раньше, эта шторка служит для обеспечения возможности выключать из работы один из световых пучков.

мощью компенсатора) к совпадению верхнюю и нижнюю интерференционные картины, записывая каждый раз соответствующий отсчет на головке и шкале компенсатора. Среднее значение из найденных отсчетов, исправленное на значение рабочего нулевого отсчета на компенсаторе, используется в дальнейшем.

5. Отыскивают с помощью калибровочного графика по найденным в п. 4 данным значения величин  $\Delta$  для каждого газа.

6. Ввиду того, что значение коэффициента преломления воздуха  $n_{\text{возд}}$ , как и всякого другого газа, входящее в формулу (2), зависит от давления, а в таблицах физических величин приводится значение  $(n_{\text{возд}})_{760,0}$  для температуры  $t = 0^\circ \text{C}$  и давления  $p = 760 \text{ мм рт. ст.}$ , находят  $n_{\text{возд}}$  для условий опыта, пользуясь следующей формулой:

$$(n_{\text{возд}})_{p,t} = 1 + \frac{(n_{\text{возд}})_{760,0} - 1}{(1 + t/273)} \cdot \frac{p_t}{760}, \quad (3)$$

где  $p$  и  $t$  — значения температуры по шкале Цельсия и давления воздуха во время опыта.

7. Воспользовавшись формулой (2) и значением  $(n_{\text{возд}})_{p,t}$ , найденным по формуле (3), находят показатели преломления исследуемых газов. Для величины  $L$ , входящей в формулу (2), подставляют значение  $L = 25 \text{ см}$ , так как в ходе описанных упражнений используется кювета этой длины.

8. Учитывая, что найденные указанным путем показатели преломления газов относятся к условиям опыта, приводят их значения к нормальным условиям ( $t = 0^\circ \text{C}$  и  $p = 760 \text{ мм рт. ст.}$ ) по формуле (3), применяя ее к исследуемому газу.

9. Оценивают точность применяемого метода измерений и реальную полученную точность измерений показателя преломления каждого газа.

О построении калибровочного графика компенсатора интерферометра. Предварительное построение калибровочного графика выполняется в ходе следующего опыта. Перед первичной входной щелью интерферометра вместо обычной рабочей осветительной системы помещается источник света с линейчатым спектром и светофильтром, выделяющим из этого спектра одну линию с известной длиной волны  $\lambda$ . Если теперь вращением головки компенсатора изменять наклон компенсационной пластинки, то в окуляр прибора будут видны, как обычно, сдвиги верхней интерференционной картины относительно нижней. Сдвигу верхней интерференционной пластины на  $k$  полос относительно нижней будет, очевидно, соответствовать возникновение разности хода между работающими световыми пучками на величину  $k\lambda$ , где  $k$  и  $\lambda$  будут известны. Поэтому для построения калибровочного графика будет достаточно только провести сопоставление отсчетов на протяжении всей шкалы компенсатора со сдвигами интерференционной картины на определенное число полос.

О приведении значения показателя преломления газа к нормальным условиям. Как показывает опыт, показатели преломления газов мало зависят от температуры (при температурах, недостаточных для оптического возбуждения атомов газа термическим путем), но зависят от плотности газа или, что то же самое, от давления, под которым находится газ. К таким же результатам приводит и элементарная теория этого вопроса, как показывает подтвержденная опытом формула Лоренца — Лоренца (см., например, [1]). Зависимость показателя преломления  $n$  газа от давления  $p$  при неизменной температуре может быть записана так:

$$\frac{n-1}{p} = \text{const.}$$

Применим это соотношение к газу, находящемуся под давлением  $p$ , и к тому же газу, находящемуся под давлением 760 мм рт. ст. Оба раза газ находится при температуре  $0^\circ \text{C}$ . Тогда

$$n_{p,0} = 1 + \frac{n_{760,0} - 1}{760,0} \cdot p_0. \quad (4)$$

Если же газ находится под давлением  $p_t$  и при температуре  $t$ , то давление газа может быть приведено к его значению  $p_0$  при  $0^\circ \text{C}$  с помощью соотношения

$$\frac{p_t}{1 + t/273} = p_0. \quad (5)$$

Подставив (5) в (4), имеем

$$n_{p,t} = 1 + \frac{n_{760,0} - 1}{(1 + t/273)} \cdot \frac{p_t}{760},$$

т. е. приходим к использованному нами выше соотношению (3).

**Технические данные установки.** В ходе настоящей работы используются стандартные экземпляры интерферометров марки ИТР-1, выпускаемые нашей промышленностью. Несущественные переделки в этих приборах осуществлены лишь в отношении дополнительной механической защиты их кювет и добавлены шторки, могущие прикрывать одну из щелей прибора. Подробные данные о приборе и описание ряда других (в особенности нужных для химических целей) возможностей его применения можно найти в заводском описании прибора и в ниже указанной специальной литературе. В работе используются газ-гольдеры емкостью  $\sim 50$  л, изготовленные в мастерских физического факультета МГУ.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Г. С. Ландсберг, Оптика, Гостехиздат, 1957.

## СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

2. А. Н. Захарьевский, Интерферометры, Оборонгиз, 1952.
3. А. Вайсбергер, Физические методы органической химии, т. I, ИЛ, 1950.

4. А. И. Бродский, Зав. лаб., 8, 1282, 1932.

5. Н. А. Фигуровский и К. А. Постеплов, Зав. лаб., 5, 983, 1936.

6. М. Ф. Романова, Интерференция света и ее применение, ОНТИ-ГТТИ, 1937

## ЗАДАЧА 108

## ИЗУЧЕНИЕ С ПОМОЩЬЮ ИНТЕРФЕРОМЕТРА ЗАВИСИМОСТИ ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ ГАЗА ОТ ДАВЛЕНИЯ

**Зависимость показателя преломления газов от давления.** Опыт и элементарная теория показывают, что показатель преломления  $n$  вещества зависит от его плотности  $\rho$  при прочих неизменных условиях. Зависимость эта может быть представлена соотношением следующего вида (см., например, [1], § 149):

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \cdot \frac{1}{\rho} = \text{const.} \quad (1)$$

Для газов, находящихся при невысоких давлениях, написанное соотношение может быть упрощено. Именно, поскольку в рассматриваемом случае  $n \approx 1$ , можно написать

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \cdot \frac{1}{\rho} \approx \frac{2(n - 1)}{3\rho} = \text{const}$$

или просто

$$\frac{n - 1}{\rho} = \text{const.} \quad (2)$$

С другой стороны, ввиду того, что при постоянной температуре плотность газа  $\rho$  пропорциональна давлению  $P$ , можно написать

$$\frac{n - 1}{P} = \text{const} \quad \text{или} \quad n - 1 = kP, \quad (3)$$

где  $k$  — некоторый коэффициент пропорциональности. Соответственно приведенным соображениям, выполняемый в настоящей задаче эксперимент имеет целью отыскание зависимости  $n$  от  $P$ . В случае справедливости приведенных выше расчетов искомая зависимость согласно (3) должна быть линейной.

**Устройство прибора.** Применяемый в настоящей задаче интерферометр Жамена представляет собой классический пример двухлучевой интерференционной схемы, характерные черты которой можно проследить и в устройстве ряда других интерферометров (см. описание задачи 107). Центральной частью прибора Жамена являются две толстые строго одинаковые плоскопараллельные пла-

стины  $A$  и  $B$ , посеребренные с одной стороны (заштрихованной на рис. 345). Пластины эти расположены в приборе под малым углом друг к другу. О том, как именно ориентирован в пространстве двугранный угол между пластинами, речь будет идти дальше.

Свет от источника света  $S$  (данные об этом источнике света также будут сообщены ниже) падает расходящимся пучком на пластину  $A$ . Ось пучка образует угол в  $45^\circ$  с нормалью к пластине. Мы предполагаем, что в соответствии с обычным устройством прибора Жамена

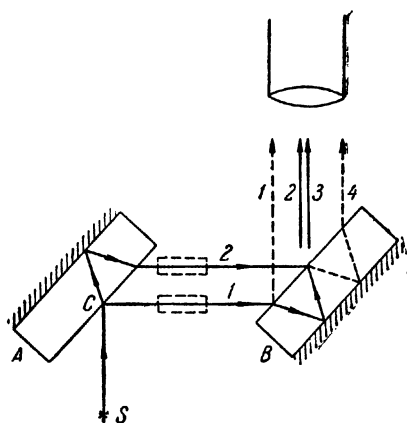


Рис. 345.

пластины  $A$  и  $B$  расположены приблизительно вертикально, а лучи света от источника распространяются в горизонтальной плоскости, которая совпадает с плоскостью чертежа.

В результате отражений света от внешней и внутренней сторон пластины  $A$  по направлению к пластине  $B$  распространяются два параллельных, пространственно раздвинутых когерентных пучка лучей  $1$  и  $2$ . Наличие двух таких световых пучков определяет возможность использования их для интерференционных измерений. На пути пуч-

ков лучей  $1$  и  $2$  пунктиром обозначены контуры исследуемых объектов, которые могут быть введены в эти световые пучки.

Лучи  $1$  и  $2$  падают на вторую пластинку интерферометра  $B$ , от которой распространяются уже четыре когерентных параллельных луча  $1, 2, 3, 4$ . Для нас будут существенны только лучи  $2$  и  $3$ .

Из простых геометрических соображений легко видеть, что разность хода между лучами  $2$  и  $3$  существенно меньше, чем разность хода между любыми другими парами лучей. Более того, при строгой параллельности одинаковых пластин  $A$  и  $B$  между лучами  $2$  и  $3$  вообще не будет никакой разности хода. Разность хода  $h$  между лучами  $2$  и  $3$  определяется углом между пластинами  $A$  и  $B$ . Она может быть сделана сколь угодно малой и поддается регулировке путем изменения угла между пластинами. Разность же хода между другими парами лучей будет определяться толщиной  $h$  пластин  $A$  и  $B$ , их показателем преломления  $n$  и углом преломления света в них  $\gamma$ . Эта разность хода будет порядка величины  $2hn \cos \gamma$  (см., например, [1], § 25). При  $h = 2$  см она будет  $\sim 10^5 \lambda$ , где  $\lambda$  — длина световой волны. Это исключает возможность интерференции (кроме как для пары лучей  $2, 3$ ) при не строго монохроматическом свете. Поэтому главным для работы интерферометра является вопрос об условиях получения и наблюдения интерференции лучей  $2$  и  $3$ . Прежде

всего сразу ясно, что поскольку речь идет об интерференции параллельных лучей, то они могут дать интерференционную картину, локализованную либо в бесконечности, либо в фокальной плоскости объектива, поставленного на их пути <sup>1)</sup>).

Далее легко понять, что в общем случае, при наличии некоторого угла между пластинами  $A$  и  $B$ , разность хода  $x$  между лучами 2 и 3 будет иметь значение

$$x = 2hn \cos r_1 - 2hn \cos r_2, \quad (4)$$

где  $r_1$  и  $r_2$  — углы преломления лучей в пластинах  $A$  и  $B$ . При малой разности значений  $r_1$  и  $r_2$  можно написать

$$x = 2hn \sin r \cdot \Delta r. \quad (5)$$

Перейдем от угла преломления  $r$  к углу падения  $i$ , который связан с  $r$  соотношением

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n. \quad (6)$$

Тогда

$$\Delta r = \frac{\cos i \cdot \Delta i}{n \cdot \cos r}. \quad (7)$$

Теперь можно записать

$$x = 2hn \sin r \cdot \Delta r = \frac{h \sin 2i \cdot \Delta i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}. \quad (8)$$

Обычно  $i \approx 45$  и  $n \approx 1,5$ , тогда  $x = 0,77 h \cdot \Delta i$ .

Заметим, что для лучей, распространяющихся в плоскости, перпендикулярной ребру двугранного угла  $\alpha$  между пластинами, угол  $\Delta i$  будет, очевидно, точно равен углу  $\alpha$ . В этом случае

$$x = \frac{h\alpha \sin 2i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}. \quad (8')$$

Найденное выражение показывает, как и следовало ожидать, что разность хода между параллельными лучами, из состава световых пучков 2 и 3, будет зависеть от направления распространения этих лучей. Следовательно, определенным направлениям распространения, в которых величина  $\Delta x$  будет равна целому или полному числу длин волн, будут соответствовать локализованные в бесконечности интерференционные максимумы и минимумы. Практически обсуждаемая интерференционная картина может наблюдаться в виде полос равного наклона в наведенную на бесконечность зрительную трубу, что и осуществляется в интерферометре Жамена. Далее, в этом случае, как и во всякой интерференционной задаче, важным

<sup>1)</sup> Напомним еще раз, что фактически мы имеем на выходе из прибора не два луча 2 и 3, но два пучка лучей. Все, что мы говорим здесь о лучах 2 и 3, в действительности относится к любой паре параллельных лучей из состава этих световых пучков.

является вопрос о том, с какими порядками интерференции мы имеем дело и в какой мере в интерферометре может быть использован источник белого света. Последний, как известно, может применяться только в тех случаях, когда получается интерференция порядка очень близкого к нулевому. Между тем применение белого света от источника со сплошным спектром как раз весьма существенно в измерительных целях, так как белый свет позволяет иметь в интерференционной картине совершенно отличную от других и единственную ахроматическую (белую) интерференционную полосу нулевого порядка. По этой ахроматической полосе можно однозначно и легко следить за перемещениями и изменениями интерференционной картины в ходе опытов <sup>1)</sup>.

Ввиду того, что в выражениях (8) и (8') величины  $h$  и  $i$  заведомо не равны нулю, возможность получения интерференции нулевого и ближайшего к нему порядков определяется значением  $\Delta i$ . Разность хода лучей 2, 3 может обращаться в нуль только при  $\Delta i = 0$ . При этом нас не должен интересовать случай, когда  $\Delta i = 0$  за счет равенства нулю угла  $\alpha$  между пластинами, т. е. за счет полной параллельности пластин  $A$  и  $B$ . В самом деле, в этом случае разность хода интерферирующих пучков будет равна нулю для лучей всех направлений, входящих в состав этих пучков, и мы вообще не получим никакой интерференционной картины, нужной нам для измерительных целей.

Рассмотрим, как обстоит дело с возможными значениями  $x$  и  $\Delta i$  при падении под углом  $45^\circ$  на пластины  $A$  и  $B$  (образующие угол  $\alpha$  между собой) расходящихся пучков лучей. Разберем два крайних случая:

1. Пусть ребро двугранного угла  $\alpha$  параллельно плоскости падения оси пучка  $SC$  на пластину  $A$  (рис. 345). Практически, поскольку было пояснено выше, что направление  $SC$  горизонтально, указанное условие эквивалентно тому, что пластины  $A$  и  $B$  образуют как бы «скаты крыши» или, наоборот, «стенки горизонтального желоба». Легко видеть, что для тех лучей в нашем пучке, которые будут распространяться между пластинами перпендикулярно к вертикальной биссектрисе двугранного угла  $\alpha$ , величина  $\Delta i$  будет равна нулю. Другими словами, в нашем пучке найдутся лучи, имеющие одинаковые углы падения на обе пластины и для этих лучей  $\Delta i = 0$  и  $x = 0$ . Следовательно, в этом случае мы можем иметь нулевой порядок интерференции и, работая с белым светом, мы получим в фокальной плоскости объектива зрительной трубы ахроматическую горизонтальную интерференционную полосу.

<sup>1)</sup> Разумеется, эти соображения справедливы при измерениях показателя преломления слабо диспергирующих сред. При работе с сильно диспергирующими средами, введенными в интерферирующие лучи, никакой интерференционной ахроматической полосы вообще не будет. О том, как исследуются показатели преломления в этом случае, см. в конце описания задачи.



Параллельно этой полосе расположатся интерференционные полосы следующих порядков. Они будут созданы лучами, входящими в состав наших световых пучков конечной угловой апертуры, но такими лучами, для которых  $\Delta i$  уже не будет равно нулю. Полосы эти будут цветными, так как каждая из них будет соответствовать разности хода  $\Delta x$  для световых волн различной длины  $\lambda$ . Таким путем по обе стороны ахроматической полосы сформируется нужная нам для измерительных целей интерференционная картина. Ее, разумеется, можно будет получить, не только пользуясь белым светом, но и в монохроматическом свете, но она будет менее удобна для измерительных целей.

2. Пусть ребро двугранного угла между пластинами  $A$  и  $B$  перпендикулярно плоскости падения светового пучка  $SC$  (рис. 346). Это значит, что пластины образуют «вертикальный клин». В этом случае очевидно, что в нашем световом пучке  $SC$  (падающем под углом  $45^\circ$  к пластинам  $A$  и  $B$ ) не найдется лучей, перпендикулярных к горизонтальной биссектрисе двугранного угла между пластинами. Это значит, что в используемых световых пучках не будет лучей, имеющих одинаковые углы падения на обе пластины;  $\Delta i$  и  $x$  не будут равны нулю и нулевой интерференционной полосы получить будет нельзя. Следовательно, интерференционной картины в белом свете не будет. Но в монохроматическом свете, который допу-

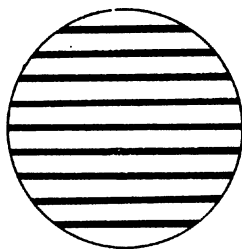


Рис. 346.

скает наблюдение интерференции при большей разности хода, вертикальные полосы равного наклона, соответствующие на этот раз высоким порядкам интерференции, можно наблюдать и в этом случае.

Практически при работе с интерферометром Жамена ребро двугранного угла между его пластинами бывает приблизительно горизонтально и соответственно также почти горизонтальными бывают параллельные ему интерференционные полосы, в центре которых располагается ахроматическая полоса. Вид подобной интерференционной картины представлен на рис. 346.

Заслуживает еще отдельного замечания вопрос о расстоянии между интерференционными полосами. Как легко видеть из выражения (8'), угловое расстояние  $\delta i$  между соседними интерференционными полосами будет определяться приращением величины  $x$  на длину одной световой волны. Следовательно, при  $i \approx 45^\circ$  и  $n = 1,5$  можно записать

$$\frac{ha \cdot \delta i}{2(1,5^2 - 0,5)^{3/2}} = \lambda, \quad \text{откуда} \quad \delta i = \frac{4,6\lambda}{ha}.$$

Из полученного выражения мы видим, что угловое расстояние между интерференционными полосами (а следовательно, и линей-

ное расстояние между ними в фокальной плоскости объектива зрительной трубы) возрастает по мере увеличения длины волны света и по мере уменьшения угла  $\alpha$  между пластинами  $A$  и  $B$ . Первое указывает на зависимость положения интерференционных полос от спектрального состава используемого света. Каждой длине волны  $\lambda$  используемого излучения будет соответствовать своя система интерференционных полос. Другими словами, это означает, что интерферометр Жамена дает дисперсию в направлении, перпендикулярном к расположению полос в интерференционной картине. В некоторых задачах физической оптики, например при изучении явлений дисперсии света в веществе, спектральное разложение, даваемое интерферометром Жамена, широко используется (см., например, [1], § 148, а также описание задачи 107).

Зависимость ширины полос от угла  $\alpha$  между пластинами указывает на то, что при больших значениях этого угла интерференционные полосы могут стать так мелки, что не будут разрешаться зрительной трубой, но будут давать в ней сплошной светлый фон. Это надо иметь в виду при юстировках интерферометра Жамена. Юстировку интерферометра надо всегда начинать при положении пластин, близком к взаимной параллельности.

**Применение интерферометра для измерения показателя преломления.** Наблюдения описанной интерференционной картины могут позволить легко определить показатель преломления вещества, введенного в один из световых пучков  $1$  или  $2$ <sup>1)</sup>.

Пусть в пучок  $1$  введено тело длины  $L$  (например, кювета с газом) с показателем преломления  $n_r$ . Путь луча  $2$  по-прежнему проходит в воздухе с показателем преломления  $n_v$ . Тогда между лучами  $1$  и  $2$  возникнет разность хода  $(n_r - n_v) L = y$ , дополнительная к той, которая определяется выражением (8)<sup>2)</sup>.

Если  $y = m\lambda$ , где  $m$  — целое число, то, очевидно, наблюдавшаяся ранее в трубу интерференционная картина в монохроматическом свете испытает сдвиг на  $m$  полос. Это значит, что на место нулевой полосы станет полоса номер  $m$  и т. д.

Теперь можно написать  $L(n_r - n_v) = m\lambda$ , откуда

$$n_r = n_v + \frac{m\lambda}{L} = n_v + \frac{y}{L}. \quad (9)$$

Если величины  $n_v$ ,  $m\lambda = y$  и  $L$  известны, то из соотношения (9) можно найти неизвестную величину  $n_r$ . Отыскание всех необходи-

<sup>1)</sup> Если известен показатель преломления среды, через которую проходит другой световой пучок.

<sup>2)</sup> Правда, к разности хода  $\Delta y$  добавится еще разность хода, обусловленная присутствием в луче  $1$  кроме исследуемого газа еще и торцевых стекол, замыкающих кювету, содержащую газ. Но это обстоятельство легко исключить, введя в луч  $2$  идентичную кювету, но заполненную воздухом. Так всегда и поступают, и мы не будем упоминать об этих стеклах. Кюветы в обоих лучах обозначены пунктиром на рис. 345.

мых величин, входящих в правую часть выражения (9), возможно на опыте, и неизвестный показатель преломления газа может быть найден по созданному им сдвигу интерференционной картины. Практически, однако, поступают несколько иначе.

Удобнее применять в интерферометре прием компенсационных измерений, широко распространенный в физике. Пусть мы наблюдаем в интерферометре картину, полученную с источником белого света и, следовательно, содержащую центральную ахроматическую полосу, изображение которой мы совместим с нитью в окуляре зрительной трубы. Пусть в обоих лучах интерферометра уже находятся две идентичные газовые кюветы, содержащие одинаковые газы. Если теперь заполнить кювету, находящуюся на пути луча 1, другим газом или изменить в этой кювете давление воздуха, то ахроматическая полоса, вместе со всей интерференционной картиной, сдвинется в поле зрения трубы.

Метод компенсации, или нулевой метод будет заключаться в том, чтобы, увеличивая оптический путь луча 2, заставить интерференционную картину вернуться в прежнее положение и вновь совместить ахроматическую полосу с нитью окуляра трубы. Узнав, насколько нам понадобилось увеличить оптический путь луча 2, мы будем знать величину  $y$ , входящую в формулу (9).

В такой постановке задача сводится к тому, чтобы иметь возможность осуществлять изменения оптического пути луча 2 и измерять его приращения  $y$ . И то и другое достигается в интерферометре Жамена путем применения калиброванного компенсатора разности хода для лучей 1 и 2.

Этот компенсатор реализуется следующим путем. В световые пучки 1 и 2 интерферометра вводятся, помимо измерительных кювет, две плоскопараллельные стеклянные пластинки одинаковой толщины (рис. 347; они не были показаны на рис. 345, чтобы не загромождать принципиальной схемы прибора). Пластины могут вращаться вокруг горизонтальной оси и угол поворота может измеряться. По мере вращения пластин изменяется их эффективная толщина, пересекаемая пучками лучей 1 и 2. Если бы одинаковые пластины были к тому же всегда строго одинаково расположены по отношению к световым пучкам, то они не вносили бы в эти пучки

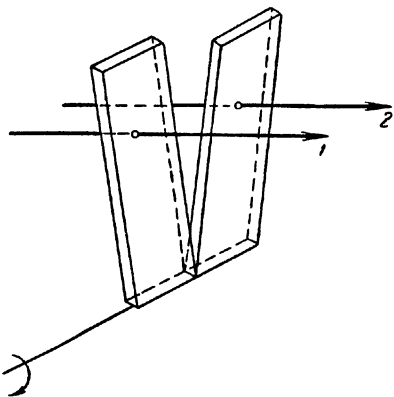


Рис. 347.

никакой разности хода. Но пластины закрепляют на их общей горизонтальной оси так, что они образуют между собой небольшой угол (порядка  $10'$ ). Этот угол между пластинами показан в сильно преувеличенном виде на рис. 347. При наличии такого постоянного угла между пластинами их эффективная толщина для световых пучков  $1$  и  $2$  (рис. 345) будет неодинакова, за исключением только такой ориентации пластин в пространстве, когда биссектриса угла между пластинами перпендикулярна к направлению распространения обоих световых пучков. Поэтому при всякой произвольной ориентации пластин по отношению к падающим на них световым пучкам они будут вносить разность хода в проходящие сквозь них световые лучи. Эта разность хода будет меняться при поворотах пластин вокруг горизонтальной оси. На этом и основан принцип действия компенсатора в интерферометре Жамена. С его помощью можно восстанавливать прежнее расположение интерференционной картины, после ее сдвигов, вызванных изменением от каких-либо причин оптической длины путей лучей  $1$  и  $2$ .

Для восстановления прежнего положения интерференционной картины компенсатор должен внести между лучами  $1$  и  $2$  разность хода противоположного знака по сравнению с той разностью хода, которая была вызвана причиной, сдвинувшей интерференционную картину.

Для измерительных целей необходимо связать угол поворота компенсатора с той разностью хода, которую он вносит в световые лучи при каждой своей ориентации. Установление этой связи носит название калибровки компенсатора. Она осуществляется следующим образом.

Пусть мы наблюдаем интерференционную картину в монохроматическом свете. Тогда, вращая компенсатор и регистрируя углы его поворота, мы можем одновременно считать число интерференционных полос, прошедших через нить в поле зрения окуляра трубы прибора. Сдвиг всей картины на одну интерференционную полосу будет соответствовать изменению разности хода между световыми пучками на величину длины световой волны используемого монохроматического света. Таким путем можно установить зависимость между ориентациями компенсатора и вносимой им разностью хода в световые пучки, т. е. прокалибровать компенсатор. При наличии калиброванного компенсатора можно, пользуясь белым светом, вести нулевым методом измерения показателей преломления веществ, введенных в световые пучки интерферометра. Расчет неизвестных показателей преломления ведется по формуле (9), куда величина  $y$  подставляется соответственно осуществленным в ходе измерений углам поворота компенсатора.

Газовые кюветы, вставленные в интерферирующие световые пучки  $1$  и  $2$ , представляют собой металлические трубы, замкнутые по концам одинаковыми плоскопараллельными стек-

лами. На боковой поверхности трубок имеются металлические штуцеры, на которые надеваются резиновые трубки, соединяющие кюветы с соответствующими газовыми резервуарами и манометром. В нашем случае одна из кювет всегда соединена с атмосферным воздухом, а другая присоединена к замкнутому воздушному резервуару переменного объема. К этому же резервуару присоединен пружинный манометр, шкала которого градуирована в миллиметрах ртутного столба. Изменяя объем этого резервуара, мы можем изменять давление газа (воздуха) в присоединенной к нему замкнутой измерительной кювете и измерять при этом давление газа. Манометр показывает избыточное давление в газовой системе по сравнению с атмосферным.

Практически газовый резервуар переменного объема осуществлен в виде большого сиффона (гофрированной томпаковой трубы), замкнутого с одной стороны сплошной крышкой, с другой стороны — крышкой, имеющей штуцер для соединения сиффона с помощью резиновых трубок с измерительной кюветой и манометром (рис. 348). Сиффон помещен в полый металлический цилиндр. Сжатие сиффона осуществляется посредством подвижного винтового нажима, упирающегося в глухую крышку сиффона.

Как явствует из описания работы интерферометра, при компенсационных измерениях показателей преломления необходим источник белого света. С другой стороны, для калибровки компенсатора прибора необходимо применение монохроматического света. Соответственно этим двум требованиям установка интерферометра снабжена двумя легко взаимозаменяемыми источниками. Режим работы обоих источников фиксирован и регулировке в ходе работы не подлежит. Из спектра ртутной лампы с помощью специального светофильтра может быть выделена зеленая линия с длиной волны  $\lambda = 5460 \text{ \AA}$ . Светофильтр помещается на подвижном устройстве и может вводиться в световой пучок по мере надобности.

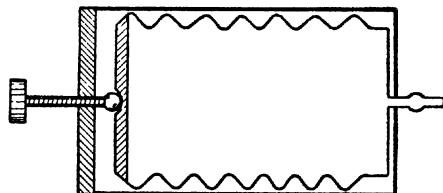


Рис. 348.

### Упражнение 1

#### Ознакомление с работой интерферометра и калибровка его компенсатора

Вся система интерферометра полностью отъюстирована и подготовлена для измерений. Она заключена в защитный футляр с прозрачными стенками и крышкой и легко обозрима. Никакой регулировке в ходе работы (за исключением поворотов компенсатора при измерениях) система интерферометра не подлежит.

Перед началом работы пластины компенсатора надо поставить вертикально. Поворот компенсатора осуществляется в приборах новых конструкций путем вращения ручки шарнирного механизма, соединенного с осью компенсатора. В приборах более старой конструкции ось вращения компенсатора бывает непосредственно выведена за пределы футляра интерферометра.

Регулировкой винтового нажима на сильфон надо привести показания газового манометра к нулю. После выполнения этих операций можно, пользуясь указаниями лаборанта, включить оба источника света, обслуживающих интерферометр. Затем надо установить в рабочее положение ртутную лампу и ввести светофильтр в первичный световой пучок. При этих условиях в зрительную трубу интерферометра должна быть видна интерференционная картина. Зрительная труба прибора обладает необходимыми степенями свободы (повороты, наклоны) для лучшего ее наведения на интерференционную картину. Кроме того, труба обладает регулируемой фокусировкой окуляра, устанавливаемой по глазам наблюдателя. Отсчетная нить (или крест) в окуляре трубы также имеет независимую фокусировку.

Резко сфокусировав интерференционную картину и нить в окуляре трубы, выводят светофильтр из первичного светового пучка и наблюдают интерференционную картину с полным линейчатым спектром ртутной лампы. В этом случае отчетливо видно различное положение интерференционных полос для различных спектральных линий ртутной дуги.

Затем передвигают на место ртутной лампы лампу накаливания. В этом случае в зрительную трубу должна быть видна характерная интерференционная картина с ахроматической полосой в центре, наблюдаемая от источников света со сплошным спектром. Если изображение ахроматической полосы в трубе оказывается не совпадающим с нитью в окуляре, то их приводят к совпадению изменением наклона трубы и небольшими поворотами компенсатора. Записывают рабочий нулевой отсчет  $\varphi_0$  по шкале компенсатора, соответствующий совпадению ахроматической полосы с нитью окуляра.

Этот отсчет будет рабочим нулевым положением компенсатора. Затем возвращаются к работе с ртутной лампой и светофильтром. Небольшим изменением наклона трубы, не трогая компенсатора, наводят нить окуляра на центр ближайшей к ней интерференционной полосы и затем начинают калибровку компенсатора интерферометра. Для этого поворачивают по этапам компенсатор на углы, соответствующие каждому раз сдвигу интерференционной картины (относительно нити в окуляре неподвижной трубы) на две полосы, и записывают отсчеты  $\varphi$  на шкале компенсатора, соответствующие каждому такому сдвигу полос. Таким образом, калибруется компенсатор в пределах

всей шкалы. Результаты калибровки представляются в виде графика, на оси абсцисс которого откладываются деления  $\varphi \leftarrow \varphi_0$ , а на оси ординат — разности хода  $y = m\lambda$ , выраженные в миллимикронах. Полученный график используется для обработки дальнейших измерений.

### Упражнение 2

#### Изучение зависимости показателя преломления воздуха от давления

Вместо ртутной лампы в интерферометре снова используют лампу накаливания и устанавливают компенсатор на ранее найденный рабочий нулевой отсчет  $\varphi_0$ . Наводят трубу на интерференционную картину так, чтобы нить в окуляре трубы совпала с ахроматической интерференционной полосой. Затем начинают через каждые 10 мм рт. ст. изменять давление воздуха в измерительной кювете интерферометра. После каждого повышения давления, не трогая трубы, приводят при помощи компенсатора ахроматическую полосу интерференционной картины к совпадению с нитью в окуляре трубы, записывают соответствующие отсчеты  $\varphi$  по шкале компенсатора и показания манометра.

Подобные измерения производят в пределах всего допустимого в приборе диапазона изменения давления, или, если он велик, то в пределах допустимых поворотов компенсатора. Производят аналогичные измерения, понижая постепенно, по этапам, давление газа в кювете до атмосферного и возвращая компенсатор к исходному положению.

Воспользовавшись результатами измерений, исправленными на величину рабочего нулевого отсчета на компенсаторе  $\varphi_0$  и применяя калибровочный график компенсатора, находят для каждого значения давления воздуха величину разности хода  $y$ , входящую в расчетную формулу (9). Подставляя в формулу (9) эти величины и значение коэффициента преломления воздуха при условиях опыта, находят значения  $n_r$  для всех использованных значений давления воздуха<sup>1)</sup>. Необходимая для расчета по формуле (9) длина кюветы  $L$  указывается непосредственно на установке. По найденным значениям  $n_r$  строят график зависимости показателя преломления воздуха от давления. Удобно строить график зависимости  $(n_r - 1) \cdot 10^4$  от избыточного давления  $P$ , выраженного в миллиметрах ртутного столба. По окончании измерений, используя график зависимости  $n'$  от  $P$ , находят среднюю погрешность измерений показателя преломления. Учитывая, что сдвиг интерференционных полос может быть легко замечен с точностью до одной десятой доли ширины полосы, оценивают точность прибора в определении значений показателя преломления.

<sup>1)</sup> О приведении значения показателя преломления газа к условиям, отличным от нормальных, см. описание задачи 107.

В заключение заметим, что используемый прием измерений показателя преломления по сдвигам ахроматической интерференционной полосы пригоден только для сред с малой дисперсией в видимой части спектра. При необходимости применять интерферометр для измерений показателя преломления диспергирующих сред (например, стекол) измерения производятся в монохроматическом свете, и процесс измерений сводится тогда непосредственно к той операции, которая выполняется в настоящей задаче при калибровке компенсатора.

**Технические данные установки.** В задаче используется стандартный интерферометр ИЗК 453, выпускаемый нашей промышленностью. Однако прибор снабжен новым осветителем, допускающим быструю смену ртутной лампы на лампу накаливания. Кроме того, прибор заключен в футляр, так как в противном случае вся система зеркал быстро запотеет и, главное, тепловые потоки в воздухе вызывают дрожание интерференционной картины. Наконец, прибор дополнен газовыми кюветами с плоскопараллельными стеклами высокого качества (полированными с точностью до 0,1 интерференционной полосы) и всей остальной описанной выше газовой системой. Зрительная труба прибора установлена на более удобном штативе.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Г. С. Ландсберг, Оптика, Гостехиздат, 1957.

#### СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

2. М. Ф. Романова, Интерференция света и ее применения, ОНТИ, ГТТИ, 1937.
3. А. Н. Захарьевский, Интерферометры, Оборонгиз, 1952.

---

#### ЗАДАЧА 109

### ИЗУЧЕНИЕ ОСНОВНЫХ ЯВЛЕНИЙ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ СВЕТА С ПОМОЩЬЮ ИНТЕРФЕРОМЕТРА МАЙКЕЛЬСОНА

Интерферометр Майкельсона представляет собой классический пример двухлучевого оптического интерференционного прибора. Широкая известность этого интерферометра связана с его использованием в опытах, имевших целью обнаружить влияние орбитального движения Земли на скорость распространения света.

В настоящей задаче прибор применяется для качественного и количественного изучения некоторых основных интерференционных явлений: так называемых полос равной толщины, полос (колец) равного наклона, для измерения длин световых волн и показателей преломления различных оптических материалов. Принципиальная схема интерферометра изображена на рис. 349.



Пучок света от источника света  $I$  падает на полупрозрачную посеребренную светоразделительную пластинку  $P_1$ , где он расщепляется на два луча  $1$  и  $2$ . Луч  $1$ , продолжая и после прохождения через пластинку  $P_1$ , распространяться в прежнем направлении, падает на зеркало  $Z_1$ . После отражения от этого зеркала и вторичного отражения от светоразделительной пластинки  $P_1$  он распространяется по направлению наблюдения  $H$ <sup>1)</sup>. Луч  $2$  после выхода из светоразделительной пластинки достигает зеркала  $Z_2$ , отражается

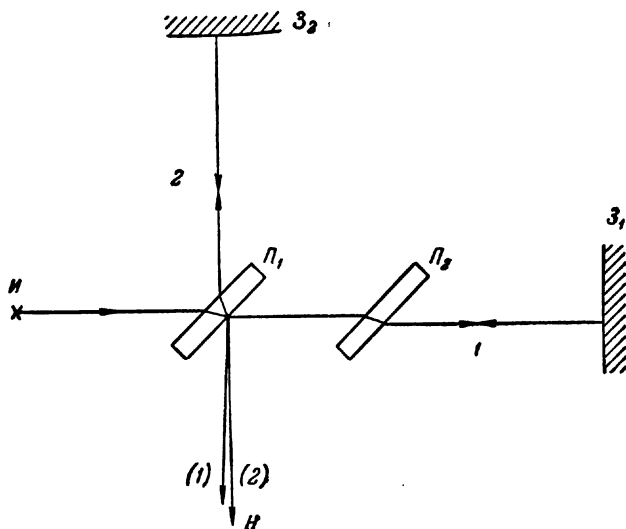


Рис. 349.

от него назад и через светоразделительную пластинку  $P_1$  идет также по направлению наблюдения  $H$ .

Легко видеть, что световые волны в лучах  $1$  и  $2$ , распространяющиеся по направлению наблюдения  $H$ , будут иметь между собой разность фаз, при условии, что оптические длины плеч интерферометра не равны друг другу.

Плечами интерферометра принято называть расстояния от светоразделительной пластинки до зеркал прибора.

Широкое пространственное разделение плеч интерферометра Майкельсона делает его особенно удобным для создания разности фаз между лучами за счет введения в плечи прибора сред с различными показателями преломления.

Наличие двух когерентных лучей  $1$  и  $2$  определяет возможность получения интерференционной картины в приборе Майкельсона.

<sup>1)</sup> Роль дополнительной пластинки  $P_2$  (рис. 349) будет разъяснена ниже.

Эту картину можно сфотографировать (или наблюдать глазом), если поместить объектив аппарата (глаз) на пути лучей, распростирающихся по направлению  $H$ .

Заметим, что светоразделительная пластинка  $P_1$ , имеющая конечную толщину, сама вносит некоторую разность хода для световых волн в лучах 1 и 2. Луч 1, прежде чем пойти по направлению наблюдения, пересекает светоразделительную пластинку один раз, а луч 2 — три раза. Для компенсации этой разности хода на пути луча 1 вставлена компенсационная пластинка  $P_2$ , через которую этот луч пройдет два раза (рис. 349).

Существенной особенностью конструкции рассматриваемого интерферометра является возможность поступательно перемещать зеркало  $Z_2$ , тем самым изменяя длину плеча, соответствующего этому зеркалу.

Перемещения зеркала  $Z_2$  изменяют разность хода интерферирующих лучей. С измерениями перемещений зеркала связаны все возможности применения интерферометра как оптического измерительного прибора. Этот интерферометр дает возможность производить прямые измерения длин световых волн по сдвигу подвижного зеркала. Поэтому механизм перемещения этого зеркала представляет собой главную механическую деталь всей конструкции прибора. Этот механизм должен обеспечивать такое перемещение зеркала, при котором отражающая поверхность зеркала остается все время параллельной самой себе.

Другое зеркало прибора  $Z_1$  не может совершать поступательных перемещений, но зато имеются возможности изменить его наклон по отношению к зеркалу  $Z_2$ . В частности, зеркало  $Z_1$  может быть ориентировано и строго перпендикулярно зеркалу  $Z_2$ . Зеркало  $Z_1$  мы будем условно называть неподвижным зеркалом.

Легко видеть, что описанные две возможности управления зеркалами прибора обеспечивают условия для получения в интерферометре всех нужных случаев интерференции.

В самом деле, перемещения зеркала  $Z_2$  (при условии что это зеркало строго перпендикулярно зеркалу  $Z_1$ ) изменяют разность хода лучей 1 и 2, не изменяя их направлений. Это значит, что между зеркалами  $Z_1$  и  $Z_2$  фактически реализуется плоскопараллельный воздушный слой, толщина которого задается разностью длин плеч интерферометра. Этот слой удобно себе представить, построив изображение зеркала  $Z_1$  в светоразделительной пластинке  $P$  так, как это показано пунктиром ( $Z_1$ ) на рис. 350. С помощью такого слоя можно получать локализованные в бесконечности интерференционные картины так называемых полос равного наклона. Очевидно, что в этом случае на зеркала должен падать расходящийся пучок лучей, обеспечивающий широкий набор различных пространственных направлений интерферирующих лучей. Наблюдения

интерференционной картины осуществляются в этом случае с помощью зрительной трубы (на рисунке не показана), наведенной на бесконечность.

Заметим, что поступательные перемещения зеркала  $Z_2$  позволяют использовать это зеркало и как компенсатор. Действительно, если в плечо зеркала  $Z_1$  введен материал с показателем преломления, отличным от показателя преломления воздуха, то удлинением плеча зеркала  $Z_2$  можно скомпенсировать возникшую разность хода интерферирующих лучей. В интерферометрах других конструкций (Жамена, Рождественского, Релея) компенсация возникшей разности хода осуществляется стеклянными пластинками.

Наконец, прямая связь разности хода световых пучков с геометрическими размерами прибора позволяет применить его и для решения обратной задачи: сравнения перемещений зеркала с длиной световой волны. Не входя здесь в подробности такой постановки вопроса, напомним, что эти соображения положены в основу создания стандартного метра, размер которого выражен через длину волны красной линии кадмия <sup>1)</sup>.

В другом случае наклон зеркала  $Z_1$  по отношению к зеркалу  $Z_2$  создает между отражающими поверхностями этих зеркал двугранный угол. Другими словами, между зеркалами образуется воздушный клин, толщина которого определяется наклоном зеркал и разностью длин плеч интерферометра в данных условиях (упоминаемый клин легко себе представить с помощью рис. 351) <sup>2)</sup>. Клин позволяет реализовать условия, необходимые для наблюдения интерференционной картины полос равной толщины — в нашем случае полос, параллельных ребру клина. Эта картина локализуется на поверхности клина, т. е. на «поверхности зеркал» или вблизи них, в зависи-

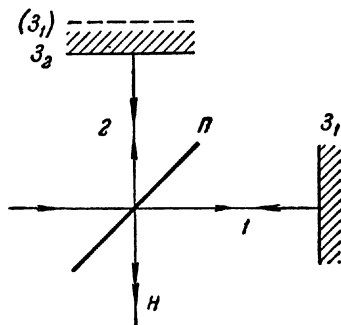


Рис. 350.

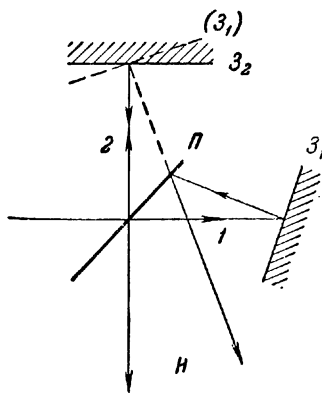


Рис. 351.

<sup>1)</sup> В новой Международной системе единиц (SI) эту линию в спектре Cd заменяют линией  $\lambda' = 6057,8021 \text{ \AA}$  спектра  $^{86}\text{Kr}$ .

<sup>2)</sup> Ребро воздушного клина, образуемого плоскостями зеркала  $Z_2$  и изображением в пластинке  $\Pi$  зеркала ( $Z_1$ ), может и не совпадать с центром зеркала  $Z_2$  и даже вообще находиться за пределами поверхности зеркала  $Z_2$ . Но для

мости от толщины клина<sup>1)</sup>. Для наблюдения полос равной толщины необходимо освещение его поверхностей пучком света, близким к параллельному. Наблюдение этой интерференционной картины осуществляется либо глазом, аккомодированным на поверхность клина, либо через оптическую систему, дающую слегка увеличенное изображение интерференционных полос.

Локальные (местные) искажения прямолинейной формы интерференционных полос от клина, очевидно, бывают связаны с дефектами поверхностей зеркал. Параллельные прямолинейные полосы могут быть получены только при достаточно плоских (до 1—20 длины световой волны) отражающих поверхностях зеркал.

В заключение сделанного общего обзора особенностей интерферометра Майкельсона сделаем еще краткое замечание относительно требований к источнику света, используемого в подобном приборе. В этом отношении рассматриваемый интерферометр не отличается от других интерференционных приборов. Как и в других случаях, интерференцию при большой разности хода можно наблюдать только с помощью источника монохроматического света, или, по крайней мере, с помощью источника света, имеющего линейчатый спектр с редкими и тонкими спектральными линиями. Источник белого света допускает лишь наблюдение нескольких интерференционных полос низкого порядка. Источник белого света, используемый со светофильтром, допускает наблюдение несколько большего числа интерференционных полос.

Во всех перечисленных случаях наблюдение полос равной толщины осуществить практически гораздо легче, чем полос равного наклона, требующих строгой перпендикулярности зеркал прибора.

Наладка этого прибора (как и всех других интерферометров) начинается всегда с источником линейчатого спектра. Только убедившись в том, что достигнута хорошая видимость полос интерфе-

---

того чтобы наблюдать интерференцию в белом свете, когда необходима малая разность хода между интерферирующими лучами, ребро воздушного клина должно непременно находиться в пределах поверхности зеркала  $Z_2$ .

<sup>1)</sup> При указании локализации полос равной толщины в интерферометре Майкельсона иногда пишут, без всяких оговорок, что они расположены на поверхности зеркал. Такую формулировку нельзя понимать буквально уже потому, что на каждое зеркало падает по одному пучку света и этим пучкам до их воссоединения после вторичного прохождения через светоразделительную пластинку нет возможности встретиться и проинтерферировать. Смысл упоминаемой формулировки заключается лишь в том, что уже после вторичного прохождения через светоразделительную пластинку лучи 1 и 2 идут так, как будто бы они испытали отражение от поверхностей воздушного клина, изображенного линиями  $Z_2$  и  $(Z_1)$  в верхней части рис. 351. Поэтому фокусировка интерференционной картины с помощью фотоаппарата или глаза действительно эквивалентна фокусировке поверхностей зеркал, которые сами, конечно, просто равномерно освещены разделенными световыми пучками.

ренции *самых низших порядков*, имеет смысл искать интерференционную картину в белом свете. Такой переход не труден только в том случае, если он может совершаться последовательно, путем постепенного увеличения ширины спектрального интервала, выделяемого из сплошного спектра специальным монохроматором, устанавливаемым на входе прибора. Интерференционная картина должна доводиться до самых низких порядков (при максимальной контрастности) для каждого нового значения расширяемого рабочего интервала длин волн. Тогда можно планомерно найти нулевой порядок интерференции и, переключившись на весь сплошной спектр, увидеть соответствующую ему интерференционную картину. Бессистемные поиски картины в белом свете бывают всегда совершенно бесплодны. Последнее замечание имеет силу для всех видов интерферометров.

Точно также и переход от наблюдения полос равной толщины к наблюдению полос равного наклона (колец) можно также совершить только путем планомерных действий.

Сразу заметим, что как подготовка к наблюдению полос равного наклона, так и сами наблюдения колец, выполняемые неизбежно при значительной разности хода, осуществляются *только в свете ртутной лампы*.

Получив четкую картину прямолинейных полос равной толщины, надо изменением наклона зеркала  $Z_1$  предельно расширять эти полосы, что будет соответствовать уменьшению угла клина и приближению зеркал к перпендикулярности (см. рис. 350). Только в том случае, когда все поле зрения заполнится одноцветной широкой интерференционной полосой, имеет смысл переходить к поискам полос равного наклона. Для этого надо заменить осветительную входную щель прибора матовым стеклом и перейти на наблюдения в зрительную трубу (о том, как это делается в данном приборе, сказано ниже).

Видимые в телескоп кольца могут быть расположены часто или редко, в зависимости от того, насколько толст воздушный плоскопараллельный слой, образованный зеркалами (см. рис. 350).

Очевидно, что для изменения диаметров колец надо поступательно перемещать зеркало  $Z_2$ . При уменьшении толщины воздушного слоя диаметр каждого кольца будет уменьшаться. При увеличении толщины этого слоя — кольца будут расширяться. Изменение диаметров колец, без их деформации, возможно только при строго поступательных перемещениях подвижного зеркала. В противном случае кольца будут деформироваться в систему параллельных полос. Тогда после каждого существенного перемещения зеркала  $Z_2$  надо корректировать форму интерференционных колец легким изменением наклона зеркала <sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Во избежание недоразумений заметим, что в других интерферометрах полосы равного наклона могут быть получены и от клиновидного слоя (см., например, описание задачи 108).

**Конструкция прибора.** Используемый в практикуме интерферометр представляет собой современный учебно-демонстрационный прибор. Элементы его конструкции столь близко соответствуют принципиальной схеме прибора, что нет надобности описывать его подробно, тем более, что прибор легко обозрим через окна в его корпусе. Остановимся только на некоторых его деталях и на механизмах управления прибором.

Интерферометр работает в практикуме с двумя источниками света: ртутной лампой и лампой накаливания. Обе лампы смонтированы на ползушке, могущей скользить вдоль отрезка оптической скамьи, установленной вблизи прибора. Ртутная лампа включается через специальное пусковое устройство. Это же устройство имеет понижающий трансформатор для питания лампочки накаливания. Перед лампами расположен на отдельной стойке первый конденсор прибора.

Перед входом света в систему прибора имеется подъемная стойка, на которой установлена поворотная призма. С помощью этой призмы можно, в случае необходимости, повернуть световой пучок на  $90^\circ$  и направить его в небольшой монохроматор, установленный на станине прибора.

Если световой пучок не направляется призмой в монохроматор, то он поступает в конденсаторную систему, снабженную вращающейся обоймой со светофильтрами. Смена фильтров осуществляется поворотом от руки края обоймы, через небольшое окошечко в кожухе конденсорной системы. Каждый светофильтр снабжен номером (белая цифра на обойме), поясненным на специальной табличке, расположенной около прибора. Участок обоймы, не имеющий белой цифры номера фильтра, соответствует полному выключению фильтров и пропусканию через конденсорную систему всего светового потока от используемой в данный момент лампы.

На выходе конденсорной системы имеется устройство, позволяющее установить перед входом в прибор либо раздвижную щель (для получения полос равной толщины), либо матовое стекло для получения полос равного наклона (колец). Матовое стекло обеспечивает набор различных углов падения света на зеркала в первичном световом пучке. Замена щели на матовое стекло осуществляется поворотом от руки всей головки со щелью, как целого, на  $90^\circ$ .

Передвижение салазок, на которых установлено подвижное зеркало, может осуществляться двумя винтами. Один винт с крупным шагом (его видно через крышку прибора) осуществляет грубое перемещение зеркала, необходимое при существенных изменениях соотношения длин плеч интерферометра. Для измерительных целей эта винтовая подача практически не используется, и ручка вращения этого винта наружу прибора не выведена.

Другая, тонкая подача салазок осуществляется в небольшом измерительном диапазоне винтом с малым

шагом. Ручка вращения этого винта выведена наружу с левой стороны станины прибора.

Измерения перемещения зеркала осуществляются с помощью особого индикатора часового типа, расположенного непосредственно на салазках зеркала. Этот индикатор дает точность отсчета 0,002 мм. Он виден через окно, расположенное в правой хвостовой части прибора. Отсчет по индикатору, соответствующий возможности наблюдать интерференцию в белом свете, указан вблизи индикатора.

Ориентация зеркала  $Z_1$  интерферометра (по отношению к подвижному зеркалу  $Z_2$ ) регулируется двумя микрометрами, выступающими наружу через стенку кожуха этого зеркала. Отсчеты на этих микрометрах, соответствующие удобному наблюдению полос равной толщины, указаны на приборе.

Между центральной частью прибора, содержащей светоразделительную и компенсационную пластинки, и неподвижным зеркалом имеется столик. На этот столик помещаются подлежащие исследованию прозрачные объекты, вводимые в 1-й луч интерферометра. В нашем приборе на этом столике находится стеклянный диск в металлической оправе. Этот диск поворотом за ручку, выведенную за пределы защитного прозрачного кожуха, вокруг горизонтальной оси может либо вводиться в световой пучок, падающий на неподвижное зеркало, либо выводиться из него. Второй стеклянный диск установлен на поперечной ползушке в другом плече интерферометра. Назначение обоих стеклянных дисков разъясняется в описании упражнения 5.

В передней части прибора расположена наблюдательная система интерферометра. Путем перемещения простой системы зеркал можно вести наблюдение интерференционных картин либо через телескоп (полосы равного наклона), либо через слабый окуляр (полосы равной толщины). На крышке прибора расположены надписи, указывающие, как пользоваться той или иной оптической системой. Переключение световых пучков из одной системы в другую осуществляется вращением одного зеркала, поворотная ручка которого выведена над крышкой прибора. (Некоторые неудачные детали переключения зеркал в наблюдательной части прибора в практике были устранены. Соответственно две излишних ручки на крышке прибора не используются.)

### *Упражнение 1*

#### **Подготовка установки к измерениям, наблюдения полос равной толщины**

Это упражнение имеет целью практически познакомить студентов с работой прибора и интерференционной картиной полос равной толщины.

Для подготовки прибора к первым наблюдениям необходимо выполнить следующее:

1. Установить, соответственно рекомендованным отсчетам, оба зеркала интерферометра.

2. Переключить на центральный окуляр (для наблюдения полос равной толщины) световой пучок в наблюдательной части прибора.

3. Вывести из плеч интерферометра оба стеклянных диска, используемых в упражнении 5. Один диск выводится вращением его вокруг горизонтальной оси, другой — путем перемещения его на ползушке.

4. Установить открытую щель на выходе монохроматора.

5. Выключить призму монохроматора и опустить столик с поворотной призмой перед входом света в прибор.

6. Установить светофильтр № 4 (зеленый).

7. Передвинуть в рабочее положение ртутную лампу, проверив, что световой блик от лампы попадает на вход прибора.

После выполнения этих указаний можно наблюдать интерференционную картину, фокусируя ее окуляром по глазам.

8. Плавным вращением ручки перемещать зеркало  $Z_1$  и наблюдать смещение интерференционных полос в поле зрения окуляра.

9. Производя небольшие перемещения микрометров, управляющих наклонами неподвижного зеркала  $Z_1$ , наблюдать изменение ширины и ориентации интерференционных полос.

10. Провести те же наблюдения с различными светофильтрами. и, выключив полностью светофильтры, в белом свете ртутной лампы (обойма со светофильтрами устанавливается в положение без номера).

11. Поднять столик с поворотной призмой и направить свет в монохроматор, открыть входную щель монохроматора, включить монохроматор ручкой, установленной на осветительной системе. Вращая барабан монохроматора, просмотреть интерференционную картину в спектре ртутной лампы, разложенном монохроматором.

12. Получив интерференционную картину в свете зеленой линии спектра ртути, плавно вращая ручку винтовой подачи подвижного зеркала, наблюдать сдвиг интерференционных полос и потребриваться в отсчете числа полос, проходящих через поле зрения окуляра.

13. Опустить подъемный столик с поворотной призмой, выключить монохроматор. Восстановить положение зеркал по рекомендованным для данной установки отсчетам. Передвинуть осветитель так, чтобы свет от лампочки накаливания попадал в осветитель.

14. Ведя непрерывные наблюдения в окуляр, *плавно и очень медленно* передвигая подвижное зеркало, найти интерференционную картину в белом свете. Записать точный отсчет на индикаторе, соответствующий совпадению изображения ахроматической интерференционной полосы с нитью в окуляре.



### Упражнение 2

#### Измерение длин световых волн по сдвигу интерференционных полос равной толщины

1. Не изменяя положения зеркал, после наблюдения интерференции в белом свете вернуться к интерференционной картине для зеленой линии спектра ртути, видимой через монохроматор. Сделать полосы вертикальными, изменяя наклон зеркала  $Z_1$ .

2. Промерить по индикатору не менее пяти раз параллельное перемещение зеркала  $Z_2$ , соответствующее прохождению через поле зрения окуляра ста интерференционных полос. Найти длину волны зеленой линии ртути  $\lambda$ , пользуясь соотношением  $\lambda = \frac{2\delta}{N}$ , где  $\delta$  — перемещение зеркала  $Z_2$ , соответствующее сдвигу картины на  $N$  полос.

3. Произвести те же измерения и расчеты для сине-фиолетовой линии ртутного спектра, выделив ее монохроматором.

### Упражнение 3

#### Измерение разности длин волн двух близких линий ртутного спектра

Интерференционная картина, полученная от двух спектральных линий, близких по длине волны, отличается следующей особенностью. Интерференционные полосы в такой картине, по мере изменения разности хода между интерферирующими лучами, становятся то более, то менее четкими.

Эта картина периодических пространственных «биений» есть результат суперпозиции двух интерференционных картин, с несколько различными пространственными периодами. Ее удобно использовать для измерения по так называемому *методу совпадений* разности длин волн, создающих интерференционную картину перемежающейся четкости.

1. Получить с помощью монохроматора интерференционную картину в желтом свете ртутной лампы.

2. Измерить несколько раз по индикатору перемещения  $L$  зеркала  $Z_2$ , соответствующие появлению в поле зрения окуляра 11 областей «смазывания» интерференционной картины. По найденному перемещению зеркала найти  $\delta = \frac{L}{10}$ .

3. Найти разность  $\Delta\lambda$  длин волн двух желтых линий спектра ртути, пользуясь соотношением  $\Delta\lambda = \frac{\lambda_{\text{ср}}^2}{2\delta}$ , где  $\lambda_{\text{ср}} = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2} = 5780 \text{ \AA}$ . Приведенное соотношение для расчета  $\Delta\lambda$  при условии  $\lambda_2 - \lambda_1 \ll \lambda$  легко получить из следующих соображений. Пусть

при разности длин плеч интерферометра  $d_1$  мы наблюдаем интерференционный максимум порядка  $k_1$  для спектральной линии с длиной волны  $\lambda_1$ . Тогда, очевидно,

$$2d_1 = k_1 \lambda_1, \quad (1)$$

С другой стороны, если эта же разность хода  $2d_1$  соответствует интерференционному минимуму для спектральной линии с длиной волны  $\lambda_2$ , то

$$2d_1 = k_1 \lambda_2 + \frac{\lambda_2}{2}. \quad (2)$$

Одновременное выполнение соотношений (1) и (2) будет условием получения первого «смазывания» интерференционной картины. Следующее (по ходу перемещения зеркала  $Z_2$ ) «смазывание» интерференционной картины будет наблюдаться при такой разности длин плеч интерферометра  $d_2$ , когда

$$2d_2 = k_2 \lambda_1 \quad (3)$$

и

$$2d_2 = k_2 \lambda_2 + \frac{3}{2} \lambda_2. \quad (4)$$

Совместное решение уравнений (1) — (4) дает

$$\lambda_2 - \lambda_1 = \Delta\lambda = \frac{\lambda_1 \cdot \lambda_2}{2(d_2 - d_1)} = \frac{\lambda_1 \cdot \lambda_2}{2\delta} \approx \frac{\lambda_{\text{ср}}^2}{2\delta},$$

где  $\lambda_{\text{ср}} = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2}$  и  $\delta$  — перемещение подвижного зеркала, необходимое для перехода от наблюдений одного случая «смазывания» интерференционной картины к смежному случаю. Аналогично (1) — (4) и, конечно, с тем же окончательным результатом для  $\Delta\lambda$  можно написать условие для наблюдения периодически появляющихся (при изменениях разности хода лучей в интерферометре) контрастных участков интерференционной картины, когда светлые (и, соответственно, темные) полосы, полученные для длин волн  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ , совпадают друг с другом. Легко видеть, что описанный способ отыскания  $\Delta\lambda$  не требует предварительных точных измерений величины  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  в отдельности.

#### Упражнение 4

##### Измерение интерференционным методом ширины полосы пропускания светофильтра

1. Вернуться к интерференционной картине в белом свете, выключив монохроматор, и перейти вновь к лампе накаливания.

2. Вводить по очереди разные светофильтры (из числа интерференционных фильтров, смонтированных в прибор) и для каждого

светофильтра просчитать полное число  $N$  (по обе стороны от нулевой полосы) видимых полос (порядков интерференции).

3. Пользуясь соотношением  $\Delta\lambda = \frac{2\lambda}{N}$ , найти спектральную ширину  $\Delta\lambda$  полосы пропускания каждого светофильтра. Здесь  $\lambda$  — длина волны центра полосы пропускания данного светофильтра. Она указана на приборе. Написанное выражение для  $\Delta\lambda$  легко получить, исходя из условия, что исчезновение интерференционной картины будет иметь место, когда интерференционная полоса порядка  $(m+1)$  для длины волны  $\lambda$  (начало исследуемого непрерывного спектрального интервала) накладывается на интерференционную полосу порядка  $m$  для длины волны  $\lambda + \Delta\lambda$  (конец исследуемого спектрального интервала). В силу непрерывности набора используемых длин волн в пределах интервала  $\Delta\lambda$  наблюдение интерференции порядка выше  $m$  станет невозможным.

Таким образом, при исчезновении интерференционной картины  $(m+1)\lambda = m(\lambda + \Delta\lambda)$ . Отсюда находим значение  $\Delta\lambda = \frac{\lambda}{m}$ . Множитель 2 в приведенном выше выражении для  $\Delta\lambda$  введен потому, что рекомендованное для измерений значение  $N = 2m$ , так как подсчитывается число полос  $N$ , видимое по обе стороны от нулевой полосы.

### Упражнение 5

#### Измерения показателя преломления интерференционным методом

Целью настоящего упражнения является измерение показателя преломления стекла  $n_c$ .

Пусть в одно из двух равных плеч интерферометра дополнительно вводится стеклянная пластинка толщиной  $d$ . Очевидно, что тогда наблюдаемая в белом свете интерференционная картина исчезнет, так как между интерферирующими лучами возникнет разность хода  $2d(n_c - n_a) \approx 2d(n_c - 1)$ , где  $n_a$  — показатель преломления воздуха.

Для того чтобы восстановить интерференционную картину в поле зрения трубы (вновь привести к нити окуляра ахроматическую центральную интерференционную полосу), необходимо увеличить длину другого плеча интерферометра на величину  $\delta = \frac{2d(n_c - 1)}{2} = d(n_c - 1)$ . Другими словами, надо скомпенсировать в другом плече интерферометра разность хода интерферирующих лучей, возникшую в результате постановки стеклянной пластинки. Если этим путем интерференционная картина восстановлена (подвижное зеркало удалено на отрезок  $\delta$ ) и величина  $\delta$

измерена по показаниям индикатора интерферометра, то из последней формулы, зная  $d$ , можно найти:  $n_c = 1 + \frac{\delta}{d}$ .

Описанные операции и осуществляются в настоящем упражнении. Однако практическое выполнение изложенного метода нуждается в некотором искусственном приеме. Дело в следующем. Подвижное зеркало интерферометра имеет и з м е р я е м ы е перемещения только в пределах трех миллиметров. Учитывая, что  $n_c \approx 1,5$ , мы легко найдем, что сдвигом подвижного зеркала можно скомпенсировать разность хода, вносимую стеклянной пластинкой с толщиной  $d$ , только в том случае, если  $d$  не больше 1,5 мм. Таким образом, для измерения показателя преломления стекла надо из него изготовить плоскопараллельную пластинку толщиной не более 1,5 мм. Но дело в том, что изготовить плоскопараллельную пластинку такой толщины и диаметром в 50 мм с качеством поверхностей, пригодных для интерферометрических измерений, не представляется возможным из-за деформаций, возникающих в гонком слое стекла. С более же толстой стеклянной пластинкой нам не позволит работать наш интерферометр.

Поэтому практически поступают так: из стекла одного и того же сорта изготавливаются две толстые плоскопараллельные пластинки, но с разностью толщин около 1 мм. Затем, в процессе измерений, в одно плечо интерферометра вводится одна пластинка толщиной  $d_2$ , а в другое — вторая пластинка, толщиной  $d_1$ . Ясно, что такой прием эквивалентен введению в одно из плеч интерферометра пластинки толщиной  $d = d_2 - d_1$ . Тогда мы имеем в интерферометре эффективный слой стекла около 1 мм первоклассного качества и в отношении плоскопараллельности, и в отношении полировки его поверхностей. Сдвиг интерференционной картины, вызванный этим слоем стекла, уже может быть скомпенсирован удлинением второго плеча интерферометра за счет удаления подвижного зеркала. Именно так и делается в настоящем упражнении. Этим объясняется наличие в приборе двух подвижных стеклянных дисков (на столике и на ползушке) в обоих плечах интерферометра. Толщина диска, находящегося на столике,  $d_2 = 6,2$  мм; толщина диска на ползушке  $d_1 = 5$  мм. Следовательно,  $d = 1,2$  мм. Соответствующее величине  $1,2(n_c - 1)$  значение  $\delta$  определяется в ходе опыта по сдвигу подвижного зеркала, необходимому для восстановления интерференционной картины, после введения обоих стеклянных дисков в световые пучки.

Необходимо отметить, что при описанных интерференционных измерениях показателя преломления, выполняемых в белом свете, возникает еще следующее обстоятельство. Все сорта стекла обладают дисперсией и поэтому показатель преломления стекла, определяющий разность хода двух лучей, в один из которых введена

стеклянная пластинка, будет зависеть от длины световых волн. Поэтому, передвигая подвижное зеркало, невозможно полностью восстановить ту интерференционную картину, которая наблюдалась в белом свете, до введения в плечи интерферометра стеклянных пластинок. Вместо прежней картины в поле зрения прибора, после надлежащего компенсационного сдвига подвижного зеркала, будет видна целая серия близко расположенных друг к другу интерференционных картин разного цвета, соответствующих разным длинам волн, входящих в состав видимого спектра. Центральную полосу нулевого порядка каждой такой приблизительно монохроматической интерференционной картины, можно поочередно приводить к совпадению с нитью окуляра, соответствующим перемещением подвижного зеркала. Если при этом измерять по индикатору необходимые перемещения подвижного зеркала, то можно находить значения показателя преломления для разных длин волн. Иначе говоря, интерферометр открывает возможность изучить дисперсию исследуемого стекла. Необходимо только указать, каким образом определяются те длины волн, для которых производятся измерения показателя преломления.

Подобное определение длин волн, совсем грубо, можно сделать, по цвету различных систем поочередно наблюдаемых интерференционных полос. Соответствие между цветом интерференционных полос и длиной волны можно установить, пользуясь каким-либо хорошим цветным изображением сплошного спектра, на котором нанесена шкала длин волн. Более точно то же самое можно сделать, выделяя из сплошного спектра отдельные его участки с помощью имеющихся в интерферометрической установке калиброванных светофильтров или с помощью монохроматора, на барабане вращающейся призмы которого имеется шкала длин волн выпускаемого из щели монохроматора излучения. Используя монохроматор и ртутную лампу, можно измерять значения показателей преломления стекла для спектральных линий ртути, расположенных в видимой части спектра. Однако это сделать нелегко, так как в случае интерференционных картин, получаемых от источника с линейчатым спектром, отыскание нулевой полосы является делом трудным. Для выполнения настоящего упражнения надо произвести следующие операции:

1. Вращением вокруг горизонтальной оси ввести в световой пучок стеклянный диск, расположенный на столике в плече неподвижного зеркала интерферометра, ведя при этом в окуляр наблюдения за интерференционной картиной. Очевидно, что нулевой порядок интерференции и вся интерференционная картина будут при этом исчезать по мере вдвигания пластинки в поле зрения.

2. С помощью ползушки ввести в световой пучок подвижного зеркала второй стеклянный диск.

3. Отодвигая подвижное зеркало, компенсировать разность хода между световыми пучками, создавшуюся в результате неодинаковой толщины стеклянных дисков. Компенсационный сдвиг подвижного зеркала должен составить около 1 мм. Поэтому при приближении отсчета по индикатору к значению, измененному на 1 мм по сравнению с отсчетом на нулевую полосу в отсутствии стеклянных дисков, надо внимательно следить в окуляр за появлением интерференционной картины. Очевидно, что теперь, по причине спектрального разложения этой интерференционной картины, в результате дисперсии в стеклянных дисках, она уже не может быть столь яркой, как в прежних условиях.

4. Вводя поочередно светофильтры в первичный световой пучок, приводят к нити окуляра сдвигами зеркала  $Z_2$  центры интерференционных картин для разных длин волн и регистрируют соответствующие им сдвиги зеркала.

Закончив измерения, находят по приведенной выше формуле значения показателя преломления стекла для нескольких значений длины световой волны.

5. Пользуясь отсчетами на индикаторе, в процессе наводки интерференционной картины на нить окуляра трубы, необходимо определить точность интерферометра в отношении измерений показателя преломления. Используя полные записи измерений показателей преломления, необходимо определить среднюю точность всего метода измерений показателя преломления.

### *Упражнение 6*

#### **Наблюдение интерференционных полос равного наклона (колец) и измерение по ним длины световой волны**

1. Вывести стеклянные диски из плеч интерферометра и восстановить интерференционную картину в белом свете лампы накаливания.

2. Перейти к наблюдениям интерференционной картины нулевого порядка в белом свете ртутной лампы.

3. Медленно и плавно изменяя наклон неподвижного зеркала, расширить интерференционные полосы настолько, чтобы все поле зрения было бы окрашено цветом какой-либо одной интерференционной полосы. Это будет означать, что воздушный клин между зеркалами превратился практически в плоскопараллельный воздушный слой.

4. Заменить входную щель прибора матовым стеклом. Это можно сделать, поворачивая головку со щелью как целое вокруг горизонтальной оси.

5. Переключить световой пучок в наблюдательной системе на телескоп для наблюдения полос равного наклона (колец).

6. Ведя непрерывные наблюдения в телескоп, перемещать подвижное зеркало, двигая его к положению, соответствующему рекомендованному для наблюдения колец отсчету.

7. Пронаблюдать систему интерференционных колец с различными светофильтрами. Зарисовать систему видимых в телескоп интерференционных колец, указав закономерность чередования в ней цветов. Воспользовавшись значениями отсчетов на индикаторе, соответствующих нулевой разности хода лучей в интерферометре и той разности хода, при которой наблюдается система колец, указать номера порядков интерференции для всех зарисованных колец.

8. Измерить несколько раз по индикатору смещения  $\delta$  подвижного зеркала  $Z_2$ , соответствующие исчезновению или возникновению в центре интерференционной картины 100 колец.

Найти длины волн соответствующих спектральных линий, пользуясь соотношением

$$\lambda = \frac{2\delta}{100}.$$

**Технические данные установки.** В работе используется учебно-демонстрационный интерферометр Майкельсона марки ИЗК-452, выпускаемый нашей промышленностью. Однако в приборе произведены многочисленные переделки, необходимые для использования его в перечисленных выше упражнениях (сделан новый осветитель со сменными лампами накаливания и ртутной лампой, установлена поворотная призма, позволяющая включать в работу и выключать монохроматор, усилены пружины, управляющие обратным ходом каретки подвижного зеркала, заменен индикатор перемещений зеркала, изменена наблюдательная система прибора, установлена ползушка для введения стеклянного диска в плечо подвижного зеркала, металлические крышки футляра интерферометра, недопускавшие обзора его внутреннего устройства, заменены прозрачными и т. д. и т. д.). В работе используется ртутная лампа ПРК-2.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Г. С. Л а н д с б е р г, Оптика, изд. 4-е, Гостехиздат, 1957.

#### СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

2. А. А. М а й к е л ь с о н, Исследование по оптике, Госиздат, 1928.

3. А. А. М а й к е л ь с о н, Световые волны и их применение, ОНТИ, 1934.

4. М. Ф. Р о м а н о в а, Интерференция света и ее применение, ОНТИ, 1937.

5. А. Н. З а х а р ь е в с к и й, Интерферометры, Оборонгиз, 1952.

#### З А Д А Ч А 110

### ИЗУЧЕНИЕ ДИФРАКЦИОННОЙ РЕШЕТКИ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЛИНЫ СВЕТОВОЙ ВОЛНЫ

В задаче определяется постоянная дифракционной решетки и длина световой волны по непосредственному измерению угла дифракции на гониометр-спектрометре ГС-30. Кроме того, опреде-

ляется угловая дисперсия решетки и дается понятие о ее разрешающей способности.

**Введение.** Дифракционной решеткой называют систему большого числа близких параллельных щелей. Простейшая дифракционная решетка представляет собой стеклянную пластинку, на которой с помощью делительной машины нанесен ряд параллельных штрихов. Места, прочерченные делительной машиной, рассеивают свет, так что в направлении наблюдения попадает лишь его ничтожная часть. Штрихи являются, таким образом, практически

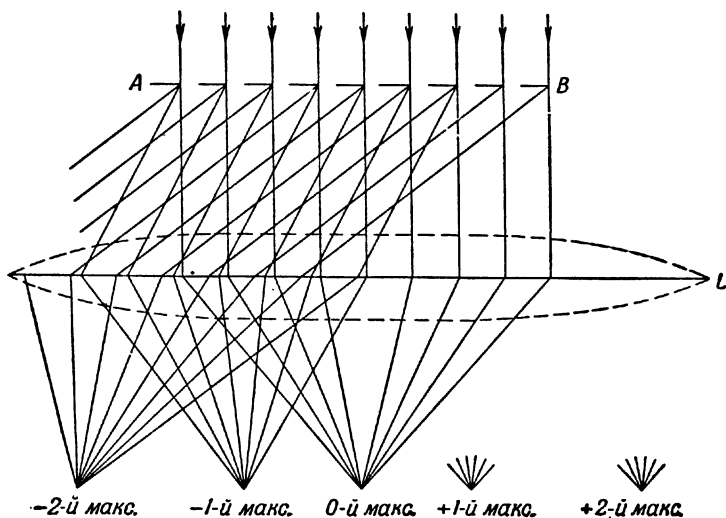


Рис. 352.

непрозрачными промежутками между неповрежденными частями пластинки — щ е л я м и.

Кроме стеклянных дифракционных решеток в учебной практике применяются так называемые реплики, полученные путем изготовления желатиновых отпечатков, копий с металлических отражательных решеток. Желатиновые отпечатки помещаются во избежание повреждений между двумя стеклянными плоскопараллельными пластинками. В последнее время для учебных занятий применяются решетки, легко изготавливаемые из засвеченных и обработанных фотопластинок, на которых резцом делительной машины осторожно снимается слой фотоэмульсии.

В простейшем случае нормального падения света на прозрачную дифракционную решетку с шириною прозрачных штрихов  $a$  и непрозрачных  $b$  направления на главные дифракционные максимумы определяется равенством

$$k\lambda = (a + b) \sin \varphi = d \sin \varphi,$$



откуда

$$\sin \varphi = \frac{k\lambda}{d}, \quad (1)$$

где  $\varphi$  — угол дифракции,  $\lambda$  — длина световой волны,  $k$  — порядок спектра ( $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ),  $d = (a + b)$  — так называемая *постоянная решетки*. При  $k = 0$  условие максимума удовлетворяется для всех длин волн, т. е. при  $\varphi = 0$  наблюдается центральная светлая полоса. Два знака  $\pm$  для всех остальных значений  $k$  соответствуют двум системам спектров, расположенных симметрично справа и слева от центральной светлой полосы (рис. 352).

Предельное число спектров, которое можно получить при помощи решетки, дается соотношением

$$k \leq \frac{d}{\lambda}. \quad (2)$$

Основными характеристиками дифракционной решетки являются ее *разрешающая способность и дисперсия*.

Разрешающую способность решетки можно рассчитывать, пользуясь условием Релея, по которому две монохроматические спектральные линии еще разрешаются (видны отдельно) в том случае, когда главный максимум одной линии попадает на место ближайшего к главному максимуму минимума второй (рис. 353). Из этого условия следует, что разрешающая способность решетки

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN, \quad (3)$$

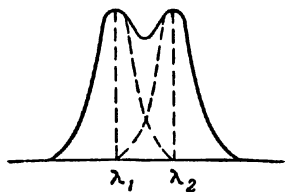


Рис. 353.

где  $N$  — число штрихов решетки. В решетке большая разрешающая способность достигается за счет больших значений  $N$ , так как порядок  $k$  невелик.

Дисперсия определяется угловым расстоянием между двумя спектральными линиями, отнесенным к разности их длин волн,

$$D = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda}, \quad (4)$$

где  $\delta\lambda$  выражено в ангстремах ( $\text{\AA}$ ). Дисперсия может также определяться линейным расстоянием  $\delta s$  между спектральными линиями, выраженным в миллиметрах, если измерение ведется при помощи трубы, снабженной окулярным микрометром. Измеренное расстояние должно быть отнесено к  $\delta\lambda$ . Так как  $\delta s = F \cdot \delta\varphi$ , где  $F$  — фокусное расстояние объектива трубы, то линейная дисперсия

$$\frac{\delta s}{\delta\lambda} = DF.$$

Угловую дисперсию для решетки получаем, дифференцируя формулу (1)

$$D = \frac{k}{d \cos \varphi}. \quad (5)$$

Для небольших углов отклонения дисперсия решетки постоянна;  $d\varphi$  пропорционально  $d\lambda$ . Поэтому дифракционные спектры иногда называются «нормальными» в отличие от спектров, получаемых с помощью стеклянных призм, у которых угловая дисперсия в красной части спектра меньше, чем в фиолетовой.

**Описание прибора.** Описание гониометра-спектрометра ГС-30, способа его установки и описание ртутной лампы даны в задаче 102.

**Установка прибора.** Когда установка спектрометра закончена, следует установить дифракционную решетку. Для этого сначала вращением зрительной трубы наводят крест в ее окуляре на щель, освещенную ртутной лампой, и закрепляют трубу в этом положении; затем ставят на столик решетку так, чтобы штрихи ее были вертикальны, т. е. параллельны оси вращения прибора, а ее плоскость — перпендикулярна к оси коллиматора. Наклоняя и вращая столик, получают в поле зрения изображение окулярного креста, отраженное от плоскости решетки или от стеклянных пластинок, в которых зажата реплика. Совмещают изображение вертикального штриха в окуляре с крестом, а горизонтального штриха — с его изображением, как и в случае установки с плоско-параллельной пластинкой. Наклонять следует только столик, а не трубу, так как установка спектрометра уже закончена.

Поворачивая столик с решеткой на  $180^\circ$ , проверяют установку решетки. Она считается установленной, если в обоих положениях совмещаются изображения вертикального штриха и щели с центром креста.

В одном из этих двух положений столик с решеткой закрепляют и отсчитывают по лимбу направление на первичный световой пучок. При данной установке решетки это будет также направлением на максимум нулевого порядка.

### Упражнение 1

#### Определение постоянной решетки и ее угловой дисперсии

**Измерения.** Вращают трубу, например, влево, до тех пор, пока в ней не покажется зеленая линия ртути ( $\lambda = 5461 \text{ \AA}$ ) первого спектра. Наводят на нее трубу и производят отсчет. Продолжая вращать трубу в эту же сторону, находят ту же линию в спектре второго порядка, наводят на нее трубу и производят отсчет. Чем выше порядок спектра, тем обычно меньше становится его яркость.

Те же установки и отсчеты проделывают по правую сторону от нулевого максимума, вращая трубу в обратную сторону.

Подставляя в формулу (1) найденные из наблюдений величины  $\varphi$  для соответствующих значений  $k$ , вычисляют постоянную данной решетки.

Точно так же определяют углы  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  для двух желтых линий ртути и, взяв длины волн этих линий из таблицы 36 (в конце книги), вычисляют угловую дисперсию решетки по формуле (4).

## Упражнение 2

### Определение неизвестных длин волн спектральных линий и разрешающей способности решетки

**Измерения.** Установив решетку с известной постоянной на столике спектрометра и поместив перед щелью ртутную лампу, устанавливают крест в трубе спектрометра на неотклоненный луч и производят отсчет.

Вращают трубу в какую-нибудь сторону, пока в ней не покажутся нужные линии спектра первого порядка. Устанавливают на них по очереди крест и производят отсчеты. Продолжая вращать трубу, находят линии спектра второго порядка и т. д. Те же измерения проделывают по другую сторону от неотклоненного луча.

Подставив в формулу (1) значение постоянной решетки и найденные из наблюдений величины  $\varphi$  для соответствующих  $k$ , определяют длины волн исследуемых линий.

Для того чтобы оценить разрешающую способность решетки, надо иметь источник света, спектр которого богат тесно расположенными линиями, и заметить, какая пара линий в этом спектре представляется уже как одна линия при работе с данной решеткой, независимо от геометрического увеличения зрительной трубы. Разность длин волн этих двух линий даст величину  $\Delta\lambda$ . Очевидно, что в спектрах разных порядков будут казаться слившимися разные пары линий, и величина  $\Delta\lambda$  будет меньше для спектров высоких порядков в соответствии с общими соображениями о разрешающей способности дифракционной решетки.

Можно оценить разрешающую способность и иначе. Именно, зная постоянную решетки и измерив линейкой длину решетки, можно найти число штрихов в ней  $N$ . (Разумеется, такая оценка числа  $N$  предполагает, что освещены и работают все штрихи решетки.) Порядок дифракционного спектра  $k$ , входящий в выражение для разрешающей способности, надо взять из опыта, определив, какой наивысший из дифракционных спектров имеет еще достаточную для наблюдения интенсивность (в редких случаях у учебных решеток  $k$  оказывается больше, 3 или 4).

**Технические данные установки.** Задача поставлена на гониометре ГС-30; дифракционные решетки могут иметь от 50 до 200 штрихов на мм.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Г. С. Ландсберг, Оптика, Гостехиздат, 1957.
2. Курс физики под ред. Папалекси Н. Д., т II, Гостехиздат, 1947.
3. С. Э. Фриш и А. В. Тиморева, Курс физики, т. III, Физматгиз, 1962.
4. С. Э. Фриш, Техника спектроскопии, Изд. ЛГУ, 1936.

### ЗАДАЧА III

## ИЗУЧЕНИЕ ЯВЛЕНИЙ ДИФРАКЦИИ В ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ЛУЧАХ НА ОТДЕЛЬНОЙ ЩЕЛИ И НА ПРОСТЕЙШИХ ДИФРАКЦИОННЫХ РЕШЕТКАХ

Настоящая задача посвящена ознакомлению с основными явлениями дифракции света в параллельных лучах на отдельной щели и на системах, составленных из постепенно возрастающего числа параллельных щелей.

**Описание приборов.** Принципиальная схема установки изображена на рис. 354. Свет от источника 1, предпочтительно с линейчатым спектром (ртутная лампа, газоразрядная трубка и т. д.),

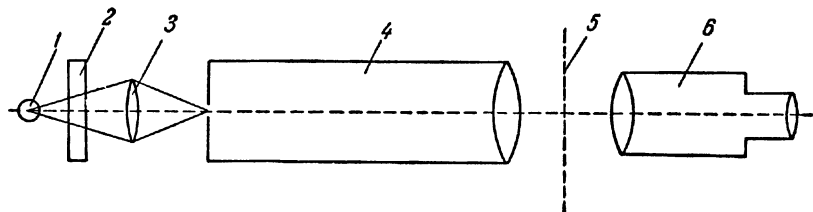


Рис. 354.

проходит через светофильтр 2, конденсор 3 и падает на входную щель коллиматора 4. Выходящий из коллиматора параллельный пучок лучей попадает на непрозрачное препятствие 5, содержащее необходимое число просветов (одна или несколько щелей), на которых и происходят изучаемые в настоящей задаче дифракционные явления.

Далее располагается установленная на бесконечность зрительная труба 6, при помощи которой производятся все наблюдения изучаемых дифракционных явлений. Дифракционная картина получается в фокальной плоскости объектива трубы, а ее окуляр играет роль лупы, в которую картина рассматривается глазом.

В нашем случае этот окуляр выполняет вместе с тем роль измерительного прибора, так как он снабжен винтовым микрометром, позволяющим делать необходимые промеры на дифракционной картине.

Практически описанная оптическая система реализована в нашем случае следующим образом. Все нужные для работы приборы располагаются на длинной оптической скамье, установленной на специальной подставке. Ртутная лампа заключена в специальный осветитель, перед которым расположен конденсор. Перед окном осветителя, на его стенке, с наружной стороны имеется передвижная рамка, в которую могут быть помещены светофильтр и ослабитель света, если в них встречается надобность. Перед осветителем располагается коллиматор.

Установке коллиматора на бесконечность соответствует отсчет 50,0 по его шкале, находящейся на трубе коллиматора справа от щели (смотря по ходу светового луча). Ширина щели коллиматора имеет постоянную величину 0,05 мм. Установка коллиматора на бесконечность выполнена и выдвижной патрубком коллиматора закреплен. Положение коллиматора на оптической скамье фиксировано. Поскольку из коллиматора выходит параллельный пучок лучей, расстояние между коллиматором и остальными частями применяемой оптической системы принципиально не играет роли. Однако ввиду наличия в комнате посторонних источников света удобно ставить зрительную трубу на расстоянии 30 см от коллиматора, когда его корпус защищает объектив трубы от постороннего света. Посередине между трубой и коллиматором помещается ползушка со столиком для исследуемых объектов (щели, решетки <sup>1)</sup>).

Оптическая система трубы включает, помимо объектива, окуляр с винтовым микрометром, который студенты получают у лаборанта на время работы. В поле зрения этого окуляра имеются нанесенные на стекло и зачерненные штрихи (два вертикальных штриха и крест), которые могут перемещаться при помощи микрометрического винта, головка которого представляет собой барабан с делениями. Цена одного деления барабана 0,01 мм. Отсчет целых оборотов барабана микрометра производится по горизонтальной шкале, видимой в окулярном микрометре. Окулярный микрометр вставляется в патрубок окулярной части трубы и зажимается в нем винтовым зажимом (способ правильной фокусировки окулярного микрометра приведен дальше, при описании подготовки всей установки к измерениям).

<sup>1)</sup> Конец оптической скамьи может (по конструкции всей установки) вращаться вокруг вертикальной оси. Однако в условиях настоящей задачи такое вращение не нужно, а поэтому этот конец скамьи закреплен в положении, когда он перпендикулярен основной оптической скамье. На этот отрезок скамьи ставится и на нем закрепляется ползушка со столиками, снимаемыми в ходе опыта с рабочего участка скамьи.

Фокусировка зрительной трубы осуществляется обычным путем при помощи кремальеры. Отметим, что окулярная часть трубы включает автоколлимационное устройство с осветителем (см. описание задачи 102), но оно в настоящей задаче не используется. Как легко видеть, непосредственно на установке, механическое устройство держателя трубы дает все степени свободы, необходимые для ее удобного использования.

Исследуемые объекты, т. е. щели, дифракционные решетки сделаны следующим образом: фотопластинка подвергнута интенсивному и длительному освещению, после чего она проявлена и зафиксирована обычным способом. В результате такой обработки на поверхности стекла получается совершенно непрозрачный слой фотоэмульсии. Путем удаления отдельных участков этого слоя при помощи острого стального резца получены в непрозрачном слое либо отдельные прорезы (щели), либо система параллельных прорезей (решетки). Для этого стальной резец закрепляется в делительную машину, на супорте которой находилась подготовленная фотопластинка. Необходимо отметить, что обращение с подобными решетками требует осторожности и брать решетку допустимо только за края пластинки, окантованные черной бумагой. При работе пластинка стороной, покрытой желатиной и фотоэмульсией, устанавливается обязательно к объективу трубы.

Необходимые для работы решетки хранятся отдельно от установки и выдаются студентам, выполняющим задачу, только на время производства измерений.

Прорезанные на фотопластинках отдельные щели или решетки вставляются в специальный держатель (стойку), установленную на столике. Штырь такого столика установлен в ползушке. Таких столиков со штырем в ползушке имеется на установке два. На одном из столиков установлена стойка для вставления в нее щелей и решеток.

На краю другого столика установлена раздвижная щель. Щечки этой щели раздвигаются или сближаются вращением винта с барабанчиком. Винт в верхней части щели служит для регулировки параллельности щечек щели. Раздвижная щель используется для первых качественных наблюдений дифракции на щели.

Количественные наблюдения производятся на щелях постоянной ширины, прорезанных вышеуказанным способом в зачерненной эмульсии фотопластинки. Ширина щелей, изготовленных на делительной машине, известна нам точнее, чем ширина раздвижной щели, и поэтому прорезанные щели служат для количественных наблюдений.

Столик под стойкой, в которую вставляются щели постоянной ширины, имеет еще специальное приспособление: приставной вращающийся экран с микрометрической подачей. Устройство этого экрана легко понять непосредственно на установке, если здесь по-

яснить его назначение. Дело в том, что важное качественное и количественное изменение дифракционной картины дает переход от случая одной щели к случаю двух щелей. Поставленная в стойку система двух щелей, благодаря наличию передвижного экранчика, позволяет легко наблюдать переход от одной щели к двум щелям и, конечно, также и обратный случай. Экранчик может прикрывать одну из щелей, не создавая помех для прохождения света через другую щель. Вращение нижнего опорного сектора у экранчика предусмотрено для того, чтобы подводить край экранчика к самой стеклянной поверхности пластинки и тем самым исключать паразитную подсветку через прикрытую экранчиком щель.

Пусковое устройство обслуживает помещенную в осветительную лампу. Вся система питается от сети переменного тока напряжением 220 в, снимаемого с помещенного на стене лабораторного распределительного щитка. В щель лампы введен амперметр. Практические указания по включению лампы приведены непосредственно на установке.

**Подготовка установок к измерениям.** 1. Подготовка к измерениям начинается с фокусировки окулярного микрометра. Для этого окулярный микрометр (еще не надетый на трубу) приближается к глазу и направляется на какой-нибудь удаленный светлый освещенный предмет (белый абажур лампы, потолок) или в ясную погоду на небо. Плавным вращением рифленого кольца окуляра надо добиться ясной видимости креста в поле зрения микрометра. Очевидно, что никаких иных предметов в поле зрения окуляра при этом видно не будет. После того, как четкое изображение креста получено, микрометр дальнейшей перефокусировки в процессе работы не подлежит и может быть вставлен и закреплен винтовым зажимом в окулярной части зрительной трубы.

2. Осветитель устанавливается на расстоянии 5—25 см от входной щели коллиматора, после чего зажимной винт ползушки осветителя немедленно затягивается на оптической скамье. Вообще следует помнить, что зажимные винты ползушек всех расположенных на оптической скамье приборов должны быть всегда затянуты, за исключением моментов передвижения приборов вдоль скамьи, когда они поддерживаются рукой.

С разрешения преподавателя или дежурного лаборанта после проверки ими исправности электропроводки производится включение на щитке того рубильника, к клеммам которого присоединена вся установка.

3. После установления нормального режима горения лампы подготавливается к работе оптическая труба, установленная на расстоянии 30 см от коллиматора <sup>1)</sup>. При работе во вполне темном

<sup>1)</sup> Нормальному режиму лампы соответствует сила тока около 1а. Лампа разгорается через 3—5 минут после ее включения.

помещении упомянутое расстояние может, конечно, иметь любое значение. Для работы труба при помощи описанных ранее винтов направляется вдоль оптической оси коллиматора. На пути светового пучка устанавливается зеленый светофильтр. Поместив глаз вблизи окуляра, плавно изменяют направление трубы до тех пор, пока в ней не появится пятно зеленого света. Только после этого вращением головки кремальеры трубы следует фокусировать изображение входной щели коллиматора, не изменяя произведенной ранее фокусировки креста в окуляре.

После того как получено резкое изображение щели коллиматора <sup>1)</sup>, плавным вращением установочных винтов трубы приводят изображение щели в центр поля зрения трубы. Никаких световых пятен, бликов, кроме изображения щели, при этом в поле зрения трубы быть не должно. Если все эти условия выполнены, установку можно считать подготовленной к измерениям.

**Измерения и их обработка.** Для измерений на середине расстояния между трубой и коллиматором помещаются поочередно обе ползушки; либо со столиком и раздвижной щелью, либо с держателем щелей постоянной ширины и экранчиком. При этом в трубе можно наблюдать различные дифракционные картины.

Изучению и измерению подлежит пространственное распределение максимумов и минимумов наблюдаемых дифракционных картин. Все измерения производятся при наведении креста окулярного микрометра на соответствующие участки дифракционной картины при помощи вращения барабана окулярного микрометра при неизменном, разумеется, положении всех прочих регулировочных подач трубы. Отсчеты, соответствующие каждой наводке креста, прочитываются на шкале и барабане микрометра и записываются.

Известно, что для явлений дифракции в параллельных лучах (так называемая френгофова дифракция) характерным являются направления, в которых распространяются дифрагировавшие световые пучки. Для того чтобы перейти от линейных измерений микрометром картин, получившихся в фокальной плоскости трубы, к углам, определяющим направления дифрагировавших световых волн, надо взять отношение перемещений креста микрометра при последовательном визировании на два направления (первоначаль-

---

<sup>1)</sup> Ширина щели (около 0,05 мм) и используемый осветитель обеспечивают яркое изображение щели, заметить которое не представляет никаких трудностей даже при полном дневном освещении комнаты. Отсутствие изображения может быть вызвано исключительно неправильной ориентацией трубы. Отыскание изображения щели коллиматора производится, разумеется, в отсутствие дифракционных объектов между трубой и коллиматором. Искомой установке трубы на бесконечность соответствует приблизительно отсчет 11,3 по нониусу на окулярном тубусе трубы.



ного и дифрагировавшего лучей) к фокусному расстоянию объектива зрительной трубы  $F = 42 \text{ см}$  <sup>1)</sup>.

График дифракционной картины можно и приближенно построить непосредственно по отсчетам микрометра.

Далее, очевидно, что микрометр позволяет определять только положение максимумов или других характерных элементов дифракционной картины, но не интенсивность света в этих участках. Однако для той части результатов наблюдений, которая будет представлена в виде графиков, важно давать хотя бы совсем приближенную, относительную оценку участков дифракционной картины.

### Упражнение 1

#### Дифракция на одной щели

Приступая к наблюдению дифракционных картин, надо иметь в виду следующие обстоятельства. Во-первых, при наблюдении дифракции на объекте с малым числом щелей резко уменьшается световой поток, попадающий в объектив. Поэтому надо тщательно центрировать поперечными перемещениями конденсора изображение разряда в лампе на входной щели коллиматора, добиваясь оптимальной для глаза яркости картины (не следует забывать затягивать зажим осветителя на скамье в каждом его новом положении).

Может оказаться, что при наблюдении дифракционной картины «от одной узкой щели, или от небольшого числа узких щелей крест микрометра будет плохо заметен на фоне дифракционной картины. В таком случае надо временно выдвинуть в сторону рамку со светофильтром и, пользуясь дифракционной картиной в белом свете, поставить крест микрометра на одну из светлых полосок картины, что уже не представит затруднения. После этого, поставив на место светофильтр, нетрудно найти крест микрометра на прежнем месте. В дальнейшем для измерений следует крест медленно передвигать, улавливая его появление на соседней и последующих светлых полосках дифракционной картины. При этом надо наперед знать, в какую сторону будет смещаться крест при вращении барабана микрометра в ту или иную сторону. Все трудные — вследствие малой интенсивности — наблюдения дифракционной картины надо вести в затемненной комнате, адаптируя глаз не менее 1—3 минут для каждой картины.

<sup>1)</sup> При измерениях ширины максимумов в картине со многими максимумами лучше визировать на середину минимумов между близкими максимумами, если это допускает интенсивность картин. При измерениях углов дифракций нет необходимости отсчитывать их всегда от направления на максимум нулевого порядка. Точнее, измерять двойные углы между симметрично расположенными частями дифракционной картины и потом делить результаты на два, получая, таким образом, значения углов дифракции, которые входят в расчетную формулу.

Во-вторых, надо иметь в виду, что резкость контуров дифракционных максимумов никогда, по самому существу дела, не может быть такой же, как у изображения щели коллиматора при ее прямом наблюдении в трубу. Поэтому, наблюдая дифракционные картины в параллельных лучах, бессмысленно пытаться их «получше сфокусировать», если труба была предварительно установлена на бесконечность при помощи наблюдения щели коллиматора.

В-третьих, надо помнить также, что перефокусировка по каким-либо причинам креста нитей в окуляре расфокусирует всю трубу и после такой операции необходимо, сняв объект со скамьи, вновь сфокусировать щель коллиматора при помощи кремальеры, точно так, как это было сделано перед началом измерений.

Порядок дальнейших операций следующий:

1. Поместить на скамью столик с раздвижной щелью и провести несколько раз качественные наблюдения над дифракционной картиной, изменяя ширину раздвижной щели. Следует начинать с широкой щели, когда видна многолинейчатая дифракционная картина, и, уменьшая ширину щели, заканчивать, когда в поле зрения окуляра виден только один широкий и слабый дифракционный максимум нулевого порядка.

2. Сняв со скамьи столик с раздвижной щелью, поставить на скамью столик со стойкой для прорезных щелей. В эту стойку помещаются щели разной ширины <sup>1)</sup>.

Промерить микрометром положение нескольких максимумов и минимумов дифракционной картины, ширину центрального максимума и построить график этой картины. Дифрагирующий объект располагается приблизительно посередине между объективами трубы и коллиматора. Измерения проводятся с зеленым светофильтром.

3. Найти угловую ширину  $\Delta\alpha$  центрального дифракционного максимума.

4. Пользуясь условием, что угловая ширина  $\Delta\alpha$  центрального дифракционного максимума связана с шириной щели  $b$  и длиной световой волны  $\lambda$  соотношением  $\Delta\alpha = \frac{2\lambda}{b}$ , найти длину используемой световой волны  $\lambda$ . Это будет приближенное значение  $\lambda$  (более точное значение определяется в упражнении 3).

### Упражнение 2

#### Дифракция на двух и более щелях

Объектом исследования служит укрепленная на стойке фотопластинка с прорезанными на ее эмульсии двумя щелями.

<sup>1)</sup> Перечень используемых в работе щелей приложен непосредственно к установке.

1. Качественно наблюдать изменение дифракционной картины при закрывании одной из щелей экранчиком.

2. Промерить положение и ширину главных дифракционных максимумов. Результаты представить в виде таблицы и графика <sup>1)</sup>.

3. Найти угловую ширину главных дифракционных максимумов.

4. Воспользовавшись значением длины волны  $\lambda$ , найденным из измерений с отдельной щелью и условием, что направления на главные максимумы дифракционной картины удовлетворяют соотношению  $d \sin \varphi = n\lambda$ , найти значение постоянной решетки  $d$  ( $d = a + b$ ), где  $b$  — ширина каждой щели и  $a$  — ширина непрозрачного промежутка между щелями,  $n$  — порядок дифракционного максимума. Полагая  $\sin \varphi \approx \varphi \approx \frac{\Delta x}{f}$ , найти  $\varphi$  — угол дифракции, т. е. угол между направлением на данный дифракционный максимум и на максимум нулевого порядка <sup>2)</sup>.

Вставляют по очереди в стойку пластинки с разным числом прорезанных щелей и производят измерения положения и по возможности ширины главных максимумов дифракционной картины. Результаты представить в виде таблицы и графика. Находят угловую ширину главных максимумов и значения постоянных  $d$  для всех исследуемых решеток.

### Упражнение 3

#### Дифракционные решетки

1. Промерить положение главных дифракционных максимумов нескольких порядков, используя решетки с известной постоянной. Найти точное значение длины волны зеленой линии ртутного спектра, определенное ранее из картин дифракции на отдельной щели.

2. Выдвинуть светофильтр из светового пучка и, промеряя одну дифракционную картину с наилучшим разрешением спектральных линий, найти длину волны желтой и фиолетовой линий спектра ртути.

3. Ведя наблюдения без светофильтра, убедиться в том, что разрешающая способность дифракционной решетки определяется числом штрихов решетки и порядком дифракционного спектра. При этом надо так варьировать освещенность входной щели коллиматора, чтобы яркость дифракционной картины осталась постоянной.

<sup>1)</sup> При работе с несколькими щелями и различными дифракционными решетками могут возникнуть затруднения с идентификацией центрального дифракционного максимума (максимума нулевого порядка) среди прочих близлежащих дифракционных максимумов. В таких случаях надо на время выдвинуть светофильтр из светового пучка. Тогда максимум нулевого порядка может быть идентифицирован по отсутствию окраски как полоска спектрально неразложенного белого света. О способе визирования и измерения углов дифракции см. примечание к стр. 667.

<sup>2)</sup> Практически точнее измерять двойные углы  $2\varphi$  (примечание к стр. 667).

**Технические данные установки.** В установке используется ртутная лампа ДРС-50, могут быть также применены лампы марок ПРК-4 и ПРК-2, выпускаемые нашими заводами. Коллиматорным объективом служит Индустар И-13 с фокусным расстоянием 30 см. В качестве окуляра к зрительной трубе с фокусным расстоянием 42 см использован винтовой окулярный микрометр марки АМ-9. Установка может быть собрана на оптической скамье марки ОСК-1.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Г. С. Дандсберг, Оптика, Гостехиздат, 1957.
2. Г. С. Горелик, Колебания и волны, Физматгиз, 1959.

### ЗАДАЧА 112

#### ИЗУЧЕНИЕ ЯВЛЕНИЙ ДИФРАКЦИИ СВЕТА НА КРУГЛЫХ И ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ОТВЕРСТИЯХ И ДИСКАХ

Известны два существенно различных случая дифракционных явлений.

В первом случае расстояние от точечного источника света до дифракционного отверстия (или препятствия) и расстояние от последнего до точки наблюдения дифракционной картины оба очень велики или бесконечны. В этом случае имеет место дифракция плоских световых волн, так называемая дифракция Фраунгофера. Обычно освещение дифракционного отверстия осуществляется при помощи светового пучка, идущего из коллиматора, а наблюдение дифракционной картины ведется в зрительную трубу. Коллиматор и зрительная труба установлены на бесконечность. Распределение интенсивности света в дифракционной картине определяется направлением распространения дифрагированных плоских световых волн и зависит от длины световой волны и формы и размеров отверстия.

Во втором случае оба упомянутых выше расстояния (или хотя бы одно из них) конечны. В этом случае имеет место дифракция сферических (или плоских и сферических) световых волн, так называемая дифракция Френеля. Наблюдение дифракционной картины производится при помощи лупы или микроскопа. Распределение интенсивности света в дифракционной картине определяется не только длиной световой волны и диаметром отверстия, но и расстоянием от источника света до отверстия и от отверстия до точки наблюдения. Непрерывно изменяя расстояние от отверстия до точки наблюдения, можно изучить распределение интенсивности света во всем пространстве за отверстием, получающееся в результате дифракции Френеля.

Существенные различия этих случаев дифракционных явлений приводят естественно к тому, что настоящая задача делится на две в значительной степени самостоятельные части, каждая из которых служит для изучения одного из основных случаев дифракционных явлений.

#### ЧАСТЬ ПЕРВАЯ

### ИЗУЧЕНИЕ ЯВЛЕНИЙ ДИФРАКЦИИ ПЛОСКИХ СВЕТОВЫХ ВОЛН НА КРУГЛЫХ И ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ОТВЕРСТИЯХ И ДИСКАХ (ДИФРАКЦИЯ ФРАУНГОФЕРА)

**Описание приборов.** Оптическая часть установки. Оптическая схема, служащая для наблюдения явлений дифракции плоских световых волн, изображена на рис. 355.

Свет от источника линейчатого спектра  $S$  проходит через конденсор  $L$  и светофильтр  $P$  и падает на круглое входное отверстие коллиматора  $1$ , играющее роль точечного источника света, расположенного в фокусе объектива коллиматора.

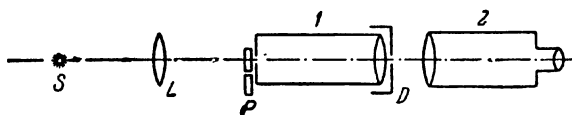


Рис. 355.

Плоские световые волны, выходящие из объектива коллиматора, падают на экран  $D$  с круглым или прямоугольным отверстием, на котором и происходят изучаемые дифракционные явления. Далее располагается установленная на бесконечность зрительная труба  $2$ , при помощи которой производятся наблюдения дифракционных картин.

Практически описанная оптическая схема реализуется в первой части задачи следующим образом. Все приборы расположены на оптической скамье в порядке, соответствующем оптической схеме (рис. 355): ртутная лампа, конденсор, светофильтр, коллиматор, дифракционный объект и зрительная труба.

Ртутная лампа сверхвысокого давления (СВДШ-250) заключена в специальный кожух с окнами для прохождения света. В эти окна вставлены стекла, предохраняющие находящихся в лаборатории от действия ультрафиолетового излучения лампы. Конденсором служит линза с фокусным расстоянием  $F = 75$  мм.

Для получения возможно более параллельного светового пучка круглое входное отверстие коллиматора имеет очень небольшой диаметр (0,05 мм). Это отверстие сделано в тонкой алюминиевой фольге, которая укреплена вместе с защищающим ее от механических повреждений стеклом в специальной оправе. Коллиматор

установлен на бесконечность. На оправе входного отверстия коллиматора имеется специальное приспособление, позволяющее легко вдвигать в световой пучок светофильтры для выделения отдельных спектральных линий ртути (зеленой линии  $\lambda = 5460 \text{ \AA}$ , и желтой линии  $\lambda = 5780 \text{ \AA}$ ). На оправу объектива коллиматора могут поочередно надеваться круглые крышки, на которых размещены дифракционные объекты.

Зрительная труба с окулярным микрометром установлена на бесконечность. Установке на бесконечность соответствует нулевой отсчет по продольной шкале выдвижного патрубку. Плавное перемещение этого патрубка с окулярным микрометром производится при помощи кремальеры. Зрительная труба укреплена на специальном штативе, позволяющем определенным образом ориентировать ее в пространстве.

Окулярный микрометр служит как для наблюдения, так и для промеров дифракционных картин. Для этого окуляр имеет микрометрический винт, головка которого представляет барабан с делениями. Цена одного деления барабана  $0,01 \text{ мм}$ . Отсчет целых оборотов барабана производится по продольной неподвижной шкале, видимой из-под края барабана.

Исследуемые дифракционные объекты сделаны следующим образом. Круглые отверстия фиксированного диаметра непосредственно просверлены в упомянутых выше круглых крышках, надеваемых на объектив коллиматора. В качестве круглого отверстия с плавно изменяющимся диаметром используется ирисовая диафрагма, укрепленная на такой же крышке. Величина диаметра диафрагмы определяется по шкале, нанесенной на крышке под рычажком диафрагмы. Прямоугольное отверстие выполнено в виде рамки, внутренние края которой образованы обыкновенными лезвиями от безопасной бритвы.

Для получения дифракционной картины достаточно больших угловых размеров необходимо использовать очень небольшое дифракционное отверстие. Однако такое отверстие пропускает мало света и получающаяся от него дифракционная картина имеет недостаточную для визуального наблюдения интенсивность, даже при использовании в качестве источника света такой яркой лампы, как СВДШ-250. Эту трудность можно обойти следующим образом. Из теории известно, что в случае дифракции плоских световых волн перемещение отверстия в плоскости экрана не должно сказываться на форме и угловых размерах дифракционной картины. Поэтому если в экране сделать много беспорядочно расположенных одинаковых отверстий, то дифракционная картина от них будет такая же, как и от одного отверстия, а ее интенсивность будет равна сумме интенсивностей, даваемых каждым отверстием в отдельности. Беспорядочное расположение отверстий (дисков) позволяет избежать интерференционных эффектов, обязанных не форме и разме-

рам отдельного отверстия, но порядку в их расположении на экране.

На основании изложенных соображений изготовлены крышки с большим числом беспорядочно расположенных одинаковых малых круглых отверстий, позволяющих наблюдать дифракционные картины достаточной интенсивности.

Для наблюдения дифракции на дисках использован тот же принцип. В круглом окошке в одной из крышек между двумя стеклами зажата фотопленка, на которой фотографическим путем нанесены в полном беспорядке непрозрачные кружки одинакового диаметра.

В комплект дифракционных объектов входят:

- 1) ирисовая диафрагма,
- 2) одиночное отверстие диаметром 0,90 мм,
- 3) множество отверстий диаметром 0,90 мм,
- 4) множество отверстий диаметром 0,50 мм,
- 5) прямоугольное отверстие  $0,59 \times 0,92$  мм,
- 6) стекло с множеством нанесенных на него непрозрачных кружков диаметром 0,52 мм.

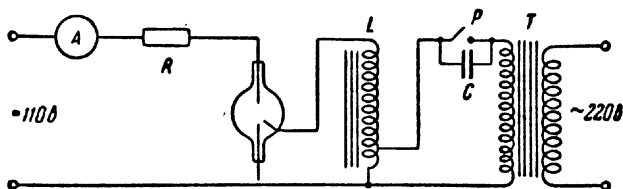


Рис. 356.

Электрическая часть установки обслуживает ртутную лампу СВДШ-250, обеспечивая ее питание, поджиг и контроль режима работы. Схема электрической части изображена на рис. 356.

К лампе СВДШ-250 подводится постоянное напряжение 110 в. После поджига лампы протекающий через нее ток измеряется амперметром (0—10 а). Ток в лампе ограничивается сопротивлением  $R$  — реостатом с закрепленным в определенном положении движком.

Для первоначального поджига газового разряда в этой лампе имеется специальный электрод в форме острия. К этому острию подводят импульсы высокого напряжения для создания искрового разряда, который и вызывает возникновение дуги. Импульсы высокого напряжения создаются в особой пусковой части электрической схемы. Она состоит из индукционной катушки  $L$  с железным сердечником, емкости  $C$ , прерывателя и понижающего трансформатора  $T$  220/12 в, первичная обмотка которого включается в сеть (220 в). При замкнутом прерывателе через небольшую часть витков катушки протекает переменный ток, поступающий со вторичной

обмотки понижающего трансформатора. При размыкании цепи прерывателем  $P$  в индукционной катушке индуцируется импульс высокого напряжения порядка 10—15 кВ. Прерыватель выполнен в виде звонковой кнопки.

**Подготовка установки к измерениям.** Подготовка установки к измерениям проводится следующим образом:

1. Прежде всего следует провести фокусировку окулярного микрометра. Для этого его нужно снять с зрительной трубы, приблизить к глазу и направить на удаленный светящийся предмет (окно, плафон лампы, потолок). Плавным вращением рифленого кольца окуляра нужно добиться того, чтобы крест и шкала с делениями были четко видны. После этого окуляр надевается до упора на патрубок зрительной трубы и закрепляется зажимным винтом.

2. Далее под руководством преподавателя или лаборанта осуществляется пуск ртутной лампы сверхвысокого давления СВДШ-250. Подготовка к пуску заключается в следующем. В розетку «= 110 в» включается вилка шнура питания лампы. В розетку «~ 220 в» включается вилка шнура первичной обмотки понижающего трансформатора пускового устройства. После этого лаборант проверяет готовность электрической части установки и включает на распределительном щитке рубильники «~ 220 в» и «= 110 в».

Для пуска лампы следует несколько раз нажать и отпустить кнопку пускового устройства. В момент зажигания ток лампы должен иметь значение порядка 10 А. Далее следует процесс разогревания лампы, продолжающийся примерно 5 мин. В течение этого времени необходимо внимательно следить за показаниями амперметра. По мере разогревания лампы сила тока постепенно падает до значения 3,5—4 А, являющегося нормальным для рабочего режима лампы.

После того как лампа станет гореть устойчиво, можно прекратить непрерывное наблюдение за показаниями амперметра, однако в течение всей работы периодический контроль режима лампы необходим. В случае резкого изменения режима работы лампы необходимо сразу выключить лампу, вынув вилку из розетки «= 110 в», и позвать лаборанта для устранения неполадок. *Снятие кожуха с лампы или удаление защитного стекла из его окна студентам категорически воспрещается.*

3. Установить зрительную трубу на бесконечность. Для этого необходимо при помощи кремальеры установить нуль на шкале выдвижного патрубка против обреза неподвижной части зрительной трубы. Поставив один из светофильтров перед входным отверстием коллиматора, посмотреть в окуляр зрительной трубы. В нем должно быть видно резкое светящееся изображение входного отверстия коллиматора, который



уже установлен на бесконечность и не подлежит регулировке. На этом заканчивается подготовка первой части установки к измерениям.

**Измерения и их обработка.** На объектив коллиматора поочередно надеваются крышки с дифракционными объектами. При этом в зрительную трубу можно наблюдать различные дифракционные картины.

Изучению и измерению подлежит пространственное распределение максимумов и минимумов наблюдаемых дифракционных картин. Все измерения производятся путем наведения креста окулярного микрометра на соответствующие участки дифракционной картины при помощи вращения барабана микрометра. Отсчеты, соответствующие каждой наводке креста прочитываются на неподвижной шкале и барабане окулярного микрометра и записываются.

Все наблюдаемые в этом упражнении дифракционные картины обладают центральной симметрией, и пространственное распределение в них максимумов и минимумов однозначно определяется измерением их положений относительно центра картины. Поэтому удобно производить отсчеты по горизонтальной линии, пересекающей центр картины.

Известно, что для явлений дифракции плоских световых волн характерным параметром являются направления, по которым распространяются дифрагированные световые пучки. Для перехода от линейных измерений микрометром в фокальной плоскости объектива зрительной трубы к углам дифракции надо взять отношение перемещений креста микрометра  $\Delta x$  при последовательном визировании на два направления (первоначального и дифрагировавшего световых пучков) к фокусному расстоянию объектива зрительной трубы. Так следует поступать, когда при обработке результатов измерений потребуются абсолютные значения углов дифракции, входящие в расчетные формулы.

Визирование креста микрометра в центр дифракционной картины часто бывает затруднительным из-за сравнительно больших размеров центрального максимума и может привести к снижению точности измерения. С большей точностью могут быть определены диаметры светлых и темных колец в случае круглого отверстия и расстояния между симметричными максимумами и минимумами в случае прямоугольного отверстия. Указанная выше величина  $\Delta x$  находится в этом случае как половина диаметра дифракционного кольца или полного расстояния между симметричными максимумами.

Все наблюдения дифракционных картин следует вести в затемненной комнате, адаптируя глаз не менее 1—3 минут для каждой картины. Упражнения рекомендуется проводить в следующем порядке.

### Упражнение 1

#### Дифракция на круглом отверстии

В этом упражнении производятся первые качественные наблюдения дифракции света на круглом отверстии.

1. Надеть на объектив коллиматора крышку с ирисовой диафрагмой, предварительно определив, при каком положении рычажка она открыта и при каком имеет минимальный диаметр. Наблюдать, как изменяется изображение входного отверстия коллиматора при постепенном уменьшении диаметра отверстия диафрагмы. Определить величину диаметра диафрагмы, при котором изображение входного отверстия теряет четкость и, постепенно размываясь, переходит в дифракционную картину.

2. Надеть на объектив коллиматора крышку с одиночным отверстием диаметром 0,90 мм и зарисовать наблюдаемую от него дифракционную картину.

### Упражнение 2

#### Дифракция на множестве круглых отверстий

1. Надеть на объектив коллиматора поочередно сначала крышку с отверстиями диаметром 0,90 мм, а затем крышку с отверстиями диаметром 0,50 мм. Произвести измерения положений максимумов и минимумов для обоих значений диаметров отверстий. Для каждого значения диаметра провести два измерения с разными светофильтрами.

Пользуясь расчетными формулами для направлений максимумов и минимумов, определить длины световых волн, выделяемых использованными светофильтрами из спектра ртутной лампы.

Приведем расчетные формулы для дифракции плоских световых волн на круглом отверстии:

$$\text{для минимумов } \frac{R}{\lambda} \sin \varphi_n = 0,61; 1,12; 1,62; 2,12,$$

$$\text{для максимумов } \frac{R}{\lambda} \sin \varphi'_n = 0; 0,81; 1,33; 1,85$$

Здесь  $R$  — радиус отверстия,  $\lambda$  — длина световой волны;  $\varphi$  — угол дифракции, т. е. угол между направлением первичного светового пучка и направлением, соответствующим максимуму или минимуму интенсивности дифрагировавшего света.

## Упражнение 3

## Дифракция на дисках

Надеть на объектив коллиматора крышку, в окне которой между стеклами зажата фотопленка с отпечатками непрозрачных дисков малого диаметра.

Наблюдать качественно дифракционную картину. Сравнить ее с дифракционной картиной, наблюдаемой от круглых отверстий. Объяснить особенности дифракционной картины с точки зрения принципа Бабиня (см., например, [2]).

## Упражнение 4

## Дифракция на прямоугольном отверстии

Надеть на объектив коллиматора крышку с прямоугольным отверстием. Наблюдать дифракционную картину и установить связь между ориентировкой картины в поле зрения окуляра и ориентировкой сторон прямоугольного отверстия на объективе коллиматора. Обратит внимание на наличие в углах дифракционной картины слабых вторичных максимумов, объяснить их происхождение.

Поворачивая крышку коллиматора, произвести измерения дифракционной картины по двум направлениям, перпендикулярным сторонам отверстия. Для каждого направления произвести два измерения с разными светофильтрами. Используя расчетные формулы, определить длины световых волн, выделяемых светофильтрами из спектра ртутной лампы.

Приводим расчетные формулы для дифракции плоских световых волн на прямоугольном отверстии:

Для минимумов  $\sin \psi_n = n \frac{\lambda}{A}$ ,  $\sin \varphi_m = m \frac{\lambda}{B}$ , где  $A$  и  $B$  — размеры сторон прямоугольного отверстия, а  $n$  и  $m$  — целые числа.

Для максимумов  $\sin \psi'_n = C_n \frac{\lambda}{A}$ ,  $\sin \varphi'_m = C_m \frac{\lambda}{B}$ , где  $C_0 = 0$ ,  $C_1 = 1,43$ ,  $C_2 = 2,45$ ,  $C_3 = 3,47$ ,  $C_4 = 4,48...$

## ЧАСТЬ ВТОРАЯ

ИЗУЧЕНИЕ ЯВЛЕНИЯ ДИФРАКЦИИ СФЕРИЧЕСКИХ ВОЛН  
НА КРУГЛОМ ОТВЕРСТИИ (ДИФРАКЦИЯ ФРЕНЕЛЯ)

**Описание приборов.** Оптическая схема для наблюдения явления дифракции сферических световых волн на круглом отверстии изображена на рис. 357.

Свет от источника линейчатого спектра  $S$  проходит через конденсор  $L$  и светофильтр  $P$  и падает на круглое отверстие малого

диаметра  $S'$ , играющее роль точечного источника света. В дальнейшем мы будем называть это отверстие входным. Распространяющиеся от него сферические волны падают на круглое отверстие  $D$ , на котором и происходит изучаемое явление дифракции света. Далее располагается окуляр, при помощи которого производятся наблюдения дифракционных картин на разных расстояниях за отверстием.

Практически описанная схема реализуется следующим образом. Приборы расположены на оптической скамье в порядке, соответствующем оптической схеме (рис. 357): ртутная лампа, конденсор,

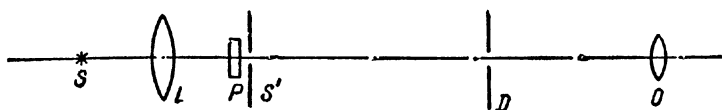


Рис. 357.

светофильтр, труба с установленным на ней входным и дифракционным отверстиями и окуляр.

В этой части задачи используется та же ртутная лампа сверхвысокого давления, которая используется в первой части задачи. Конденсором служит линза с фокусным расстоянием 75 мм. Входное отверстие, имеющее диаметр 0,05 мм, сделано в тонкой алюминиевой фольге, установленной вместе с защищающим ее от механических повреждений стеклом в специальной оправе на трубе. На противоположном конце этой же трубы укреплен металлический диск с просверленным в его центре круглым дифракционным отверстием, диаметр отверстия 0,60 мм.

На оправе входного отверстия имеется приспособление, позволяющее легко вдвигать в световой пучок светофильтр для выделения зеленой линии ртути,  $\lambda = 5460 \text{ \AA}$ .

Положение на скамье лампы, конденсора и трубы с входным и дифракционным отверстиями фиксированы и не подлежат изменению. Окуляр установлен на поперечных салазках с винтовой подачей. Его можно передвигать вдоль оптической скамьи и его рейтер имеет специальный вырез с отметкой для отсчета положения окуляра по масштабной линейке, укрепленной на оптической скамье.

**Подготовка установки к измерениям 1.** Под руководством преподавателя или лаборанта произвести включение и зажигание ртутной лампы сверхвысокого давления. Порядок проведения этой операции изложен выше при описании первой части задачи (см. стр. 674).

2. Вывести в световой пучок светофильтр.

3. Придвинуть окуляр к дифракционному отверстию и при помощи поперечных салазок установить его в такое положение,

при котором дифракционная картина будет видна в центре поля зрения окуляра.

На этом заканчивается подготовка к измерениям второй части задачи.

**Измерения и их обработка.** Освещенность центра дифракционной картины в случае дифракции сферических световых волн зависит от числа полностью открытых зон Френеля  $n$ , которое определяется по формуле (см. [1])

$$n = \frac{D^2}{4\lambda} \frac{a+b}{ab},$$

где  $D$  — диаметр отверстия,  $a$  и  $b$  — расстояния центра отверстия соответственно от источника света (входного отверстия) и от точки наблюдения,  $\lambda$  — длина световой волны.

Возможны два варианта изучения рассматриваемого явления. В первом варианте изучается зависимость освещенности центра дифракционной картины от диаметра отверстия при неизменных расстояниях  $a$  и  $b$ . Во втором варианте изучается зависимость освещенности центра дифракционной картины от величины одного из расстояний,  $a$  или  $b$ , при неизменных величинах другого расстояния и диаметра дифракционного отверстия.

В настоящей задаче применен второй вариант, т. е. изучается зависимость освещенности центра картины от расстояния точки наблюдения от отверстия  $b$  при фиксированных и известных величинах диаметра отверстия ( $D = 0,6$  мм) и его расстояния от источника света (входного отверстия)  $a = 300$  мм.

Для ряда значений расстояний  $b$  экспериментально (описываемым ниже способом) определяется число открытых зон Френеля  $n$ .

Полученный таким образом ряд пар соответственных значений  $b_n$  и  $n$  используется для вычисления из приведенной выше формулы длины световой волны  $\lambda$ .

Измерения производятся в следующем порядке. Сначала окуляр приближают к дифракционному отверстию и добиваются такого положения, при котором края отверстия четко видны в окуляре. Очевидно, что при этом точка наблюдения совпадает с плоскостью отверстия. Соответствующее положение окуляра отсчитывают по масштабной линейке, укрепленной на оптической скамье, и полученный отсчет записывают. Этот отсчет в дальнейшем мы будем называть нулевым, так как при этом расстояние между отверстием и точкой наблюдения  $b = 0$ . Затем, постепенно отодвигая окуляр от дифракционного отверстия, наблюдают сначала качественно изменения освещенности центра дифракционной картины.

Известно, что максимальная освещенность центра картины получается, когда открыто нечетное число зон Френеля, а минимальная освещенность наблюдается, когда открыто четное число зон Френеля. По мере удаления точки наблюдения от дифракционного отверстия

число открытых зон Френеля уменьшается. В описанной выше установке величины диаметра отверстия и его расстояния от источника света (от входного отверстия), а затем интервал возможных перемещений окуляра подобраны таким образом, чтобы при максимальном удалении окуляра от отверстия была открыта примерно одна зона Френеля.

Учитывая это обстоятельство, легко можно определить число открытых зон Френеля для каждого положения окуляра, при котором наблюдается экстремум освещенности центра картины. Для этого из наиболее удаленного от отверстия положения окуляра, при котором открыта одна зона Френеля и в центре картины наблюдается свет, окуляр нужно постепенно приближать к отверстию.

Первое появление темноты в центре картины будет означать, что полностью открыто две зоны Френеля; соответствующее положение рейтера окуляра отсчитывается и записывается. При дальнейшем приближении окуляра к отверстию снова появится свет в центре картины. Это будет означать, что открыты три зоны Френеля и т. д. Таким образом, берут отсчеты всех последовательных положений рейтера окуляра, при которых наблюдается экстремальная освещенность центра картины, записывая одновременно число  $n$  полностью открытых в этих положениях зон Френеля.

Расстояния каждого из найденных положений точки наблюдения от дифракционного отверстия  $b_n$  находят, беря разности соответствующих им отсчетов положений рейтера окуляра и нулевого отсчета. Из полученных для каждого положения точки наблюдения значений  $b_n$  и  $n$  по расчетной формуле вычисляют длину световой волны.

**Технические данные установки.** В работе используются объектив коллиматора И-13 ( $F = 300$  мм), зрительная труба ОТ-1 ( $F = 270$  мм); конденсорные линзы 3—4-кратные лупы; лампа СВДШ-250; в пусковом устройстве используется автомобильная bobина.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Г. С. Ландсберг, Оптика, Гостехиздат, 1957.
2. А. Зоммерфельд, Оптика, ИЛ, 1953.
3. Р. В. Поль, Введение в оптику, Гостехиздат, 1947.

#### ЗАДАЧА 113

#### ЗОННАЯ ПЛАСТИНКА

Целью настоящей задачи является изучение дифракции Френеля и ее применение для объяснения принципа действия зонных пластинок. В данной задаче применяется отражательная зонная пластинка — вогнутое сферическое зеркало, с поверхности которого снят кольцами по определенному закону зеркальный слой.

Рассмотрим сначала плоскую зонную пластинку, работающую в проходящем свете. Между источником света (точка  $A$  на рис. 358) и точкой наблюдения  $B$  поместим зонную пластинку  $\Sigma$  так, чтобы разность оптических путей между лучами, проходящими через соседние прозрачные кольца, составляла  $\pm \lambda$ . Тогда, как известно, в точке  $B$  мы увидим изображение источника. В этом случае распо-

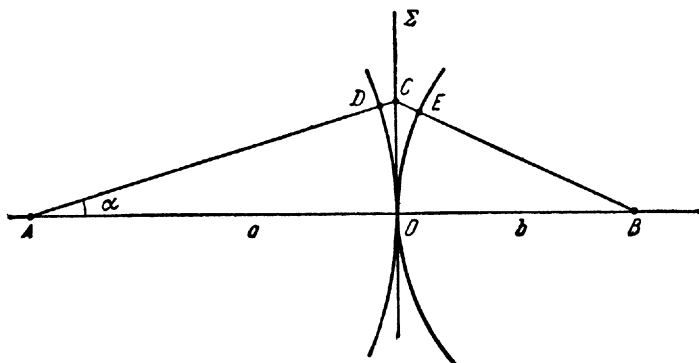


Рис. 358.

ложение прозрачных колец пластинки и их размеры будут совпадать с расположением и шириной зон Френеля, радиусы которых связаны с расстояниями источника и его изображения от центра пластинки приближенным соотношением:

$$r_n = \sqrt{\frac{ab}{a+b} n\lambda}. \quad (1)$$

Обычно этим соотношением руководствуются при изготовлении зонных пластинок, работающих в проходящем свете. Однако изготовить их весьма трудно, так как даже в пластинках небольших размеров диаметром около 10 мм число зон достигает нескольких тысяч, если расстояния  $a$  и  $b$  невелики и составляют несколько десятков сантиметров.

Для получения зонной пластинки больших размеров с широкими кольцами С. М. Райский предложил использовать вогнутое сферическое зеркало, с поверхности которого снят кольцами отражающий слой. Рассчитаем, каковы должны быть размеры оставшихся зеркальных колец, чтобы они совпадали с зонами Френеля. Для этого необходимо, чтобы разность хода двух лучей, отраженных от двух соседних колец, составляла  $\pm \lambda$ . Обратимся к рис. 359.

Пусть  $\Sigma$  — поверхность сферического зеркала радиусом  $R$  с центром кривизны в точке  $O$ . В точках  $A$  и  $B$  находятся соответственно источник света и его изображение. Расстояния от источника до зеркала обозначим  $a$ , от изображения до зеркала —  $b$ . Найдем

разность оптических путей двух лучей, один из которых отражается от некоторой произвольной точки зеркала  $C$ , а второй — от центра зеркала  $O'$ .

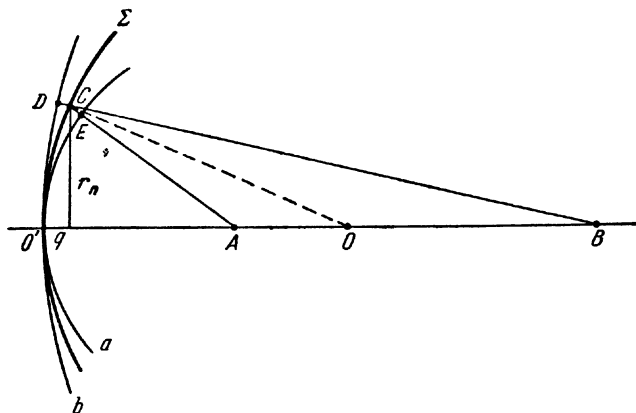


Рис. 359.

Из рис. 359 видно, что эта разность равна

$$\Delta = S - S_0 = ACB - AO'B = EC - CD,$$

причем

$$EC = \sqrt{r_n^2 + (a - q)^2} - a, \quad (2)$$

$$CD = b - \sqrt{r_n^2 + (b - q)^2}. \quad (3)$$

Здесь  $r_n$  — расстояние точки  $C$  до оси зеркала, а  $q = R - \sqrt{R^2 - r_n^2}$ . Подставляя значения  $q$  в (2) и (3) и пренебрегая членами, содержащими  $r_n$  в степени выше второй, приближенно получим

$$\Delta = S - S_0 = CE - CD = \frac{r_n^2}{2} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{2}{R} \right). \quad (4)$$

Чтобы изготовить вогнутую отражательную зонную пластинку, дающую изображение точки  $A$  в точке  $B$ , следует оставить на поверхности зеркала лишь такие кольцевые зоны, отражающие свет, для которых разность хода  $\Delta$  принимает значения 0 (для центрального отражающего диска),  $\pm \lambda$  (для первого отражающего кольца),  $\pm 2\lambda$  (для второго отражающего кольца)...  $\pm m\lambda$  (для  $m$ -го отражающего кольца).

Если эти условия соблюдены с точностью до  $\pm \lambda/4$ , то отражающие кольца на поверхности зеркала по своим размерам и расположению совпадут с зонами Френеля при данном положении точек  $A$  и  $B$ . Пусть снят зеркальный слой со всех четных зон Френеля. Тогда, если центральному отражающему диску приписан индекс



$m = 0$ , ширина каждого  $m$ -го зеркального кольца будет равна ширине  $n$ -й зоны Френеля при  $n = 2m + 1$ , а внутренний радиус кольца соизпадёт с внешним радиусом  $n$ -й зоны, т. е.  $r_m = r_n$  при  $m = \frac{n}{2}$ .

Итак, для получения изображения в точке  $B$  необходимо, чтобы  $\Delta = \pm m\lambda$ , а величина  $r_n$  равна радиусу  $n$ -й зоны Френеля или внутреннему радиусу  $m$ -го отражающего кольца. Тогда соотношение (4) примет следующий вид:

$$\pm \frac{2m\lambda}{r_m^2} = \pm \frac{n\lambda}{r_n^2} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{2}{R}. \quad (5)$$

Проанализируем полученное выражение: при  $R' = \infty$  (плоское зеркало) формула (5) переходит в выражение (1), выведенное для зонной пластинки, работающей в проходящем свете.

При  $m = 0$  выражение (5) переходит в обычную формулу для вогнутого сферического зеркала, а размеры первой зоны становятся произвольными. Полученное при этом изображение называют геометрическим или дифракционным изображением нулевого порядка, так как в точку изображения все лучи приходят без сдвига фаз.

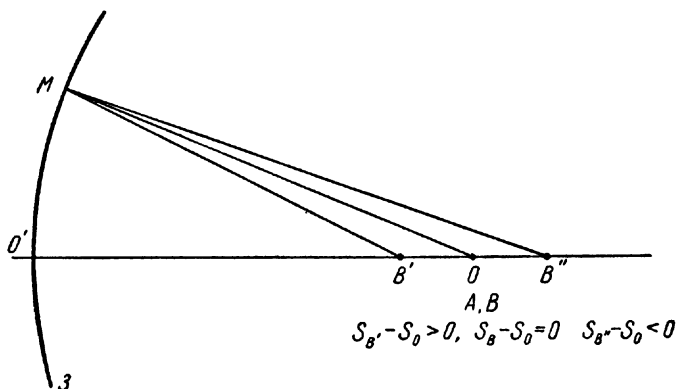


Рис. 360.

Далее, если  $m \neq 0$ , то присутствие в формуле (5) двух знаков означает, что имеется два изображения источника. Если оптический путь от источника к изображению для нецентрального луча больше, чем для центрального, т. е.  $S - S_0 > 0$ , то точка  $B$  будет находиться ближе к поверхности зеркала, чем геометрическое (нулевое) изображение, если же  $S - S_0 < 0$ , то точка  $B$  будет находиться по другую сторону геометрического изображения, дальше от поверхности зеркала. Особенно наглядно это иллюстрирует рис. 360, на котором источник света помещен в центре кривизны зеркала.

Эти два изображения  $B'$  и  $B''$  называют дифракционными изображениями первого порядка, так как в этом случае, подчеркнем еще раз, разность хода между лучами, отраженными от двух соседних отражающих колец, равна  $\pm \lambda$ .

Зонные пластинки дают также по два дифракционных изображения 3-го, 5-го, 7-го и т. д. порядков, расположенных по обе стороны от геометрического (нулевого) изображения.

Дифракционные изображения 3-го порядка создаются в тех точках оптической оси, для которых при данном положении источника на поверхности каждого отражающего кольца укладывается по три зоны Френеля. Однако изображения 3-го порядка образованы лучами, приходящими лишь из одной нескомпенсированной зоны на поверхности каждого зеркального кольца (волны, приходящие от двух смежных зон, смещены по фазе на  $\pi/2$  и, интерферируя в точках изображений, дают амплитуду, равную нулю). Следовательно, лучи, участвующие в создании изображений  $\pm 3$ -го порядка, приходят из соседних отражающих колец зеркала с разностью хода  $\pm 3\lambda$ , а интенсивность изображений приблизительно в 9 раз меньше интенсивности  $\pm 1$ -го порядка.

Дифракционные изображения  $\pm 5$ -го порядка создаются в тех точках на оптической оси, для которых при данном положении источника на поверхности каждого отражающего кольца укладывается по пять зон Френеля. Лучи, участвующие в образовании изображений  $\pm 5$ -го порядка, приходят из соседних отражающих колец также только от одной нескомпенсированной зоны и поэтому их разность хода  $\pm 5\lambda$ , а интенсивность изображений приблизительно в 25 раз меньше интенсивности  $\pm 1$ -го порядка.

Аналогичные рассуждения можно продолжить и далее для более высоких нечетных порядков. Очевидно, дифракционные изображения четных порядков вообще не могут наблюдаться, так как для них в каждом отражающем кольце укладывается по 2, 4 и т. д. зон Френеля, действие которых взаимно компенсируется.

Положение изображений высших порядков можно найти, если заменить в формуле (5) величину  $\pm \lambda$  величинами  $\pm 3\lambda$  (для  $\pm 3$ -го порядка),  $\pm 5\lambda$  (для 5-го порядка) и т. д. Обобщенный вид выражения (5) будет

$$\pm \frac{(2k-1)\pi\lambda}{r_n^2} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{2}{R}, \quad (6)$$

где  $k$  — целые числа, указывающие порядок дифракционных изображений.

Из этого выражения следует, что по мере увеличения порядка дифракционные изображения  $B'$  и  $B''$  и т. д. будут приближаться к поверхности зеркала, если  $S - S_0 > 0$  и удаляться от него, если  $S - S_0 < 0$ .

Каждое изображение, даваемое зонной пластинкой, окружено значительным фоном, образованным лучами, формирующими другие изображения (рис. 361, на котором изображена описанная ниже рабочая схема установки).

Зонная пластинка, работающая в проходящем свете, также дает дифракционные изображения высших порядков. Однако, если для

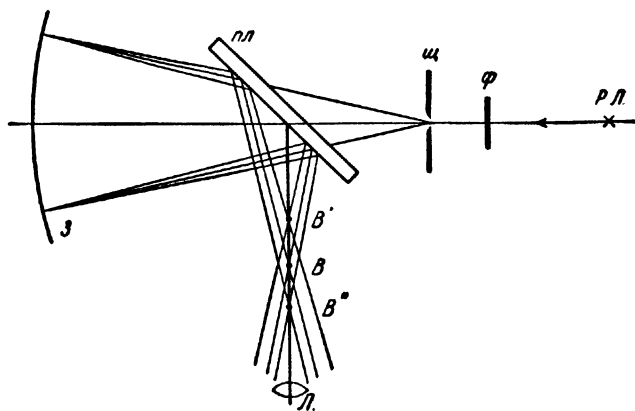


Рис. 361.

отражающей пластинки разность хода определялась разностью отрезков  $CE - CD$ , то для пластинки, работающей на просвет, разность хода определяется суммой соответствующих отрезков  $CE + CD$  (ср. рис. 358 и 359) и поэтому не может принимать отрицательных значений. Вследствие этого дифракционные изображения высших порядков всегда располагаются ближе к зонной пластинке, чем изображение первого порядка.

Наконец, к приведенным выше результатам можно прийти и другим путем, если рассматривать отражающую пластинку как оптическую систему, состоящую из собирающего зеркала и зонной диафрагмы, которая близко расположена к зеркалу и работает в проходящем свете. Главное фокусное расстояние системы  $F_s$  связано с главными фокусными расстояниями элементов, составляющих систему, известным соотношением

$$\frac{1}{F_s} = \frac{1}{F_z} + \frac{1}{F_{пл}}, \quad (7)$$

где  $F_z = \frac{R}{2}$ , а  $F_{пл}$  легко найти из выражения (1), полагая  $a = \infty$  и приравняв  $b$  фокусному расстоянию пластинки  $F_{пл} = \frac{r_n^2}{n\lambda}$ .

Фокусные расстояния 3-го, 5-го и т. д. порядков, очевидно, равны соответственно  $F_{пл}/3$ ,  $F_{пл}/5$  и т. д.

Далее, можно обычным способом связать положение источника и его изображения с фокусным расстоянием системы, состоящей из вогнутого зеркала и любой зонной пластинки

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F_c}. \quad (8)$$

Отсюда получим для зонной пластинки, работающей в отраженном свете, выражение (5)

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{2}{R} = \frac{n\lambda}{r_n^2},$$

а для пластинки, работающей в проходящем свете

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{n\lambda}{r_n^2}.$$

Таким образом, зонные пластинки действуют, как обычные оптические системы, обладающие значительным хроматизмом, причем в отличие от линзовых систем более длинным волнам соответствуют меньшие фокусные расстояния.

Убедимся теперь в том, что в случае одинакового положения источника света и его изображения относительно зонной пластинки размеры отражающих колец зеркальной пластинки должны быть значительно больше, чем размеры колец у пластинки, работающей в проходящем свете.

Сопоставление пластинок удобнее всего выполнить для дифракционного изображения первого порядка и притом когда источник света помещен в центр кривизны зеркала  $a = R$ .

Тогда для пластинки, нанесенной на поверхность вогнутого зеркала, имеем:

$$\frac{r_n^2}{n\lambda} = \frac{ab}{a-b}$$

и соответственно для плоской пластинки

$$\frac{r_n'^2}{n\lambda} = \frac{ab}{a+b}.$$

Из этих выражений получаем

$$\frac{r_n^2}{r_n'^2} = \frac{a+b}{a-b},$$

т. е. радиусы колец (или зон Френеля) для зеркальной пластинки значительно превышают соответствующие зоны для плоской пластинки. Пусть, например,  $a = 100$  см,  $b = 98$  см,  $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$  см и диаметр пластинок  $D = 10$  см. Тогда на поверхность плоской пластинки нужно нанести 10000 зон при ширине последнего кольца

2,5 мк, а на поверхность зеркала всего 100 зон при ширине последнего кольца 250 мк. Таким образом, нарезка зон на поверхности сферического зеркала представляет сравнительно нетрудную механическую задачу.

**Описание установки.** Установка для изучения действия отражательной зонной пластинки (рис. 361) состоит из сферического зеркала, с зеркальной поверхности которого снят кольцами отражающий слой; оптической скамьи с перпендикулярным отрезком; ртутной лампы *РЛ*; щели *Ш*, на которой укреплены светофильтры; плоскопараллельной стеклянной пластинки *ПЛ* и лупы для наблюдения *Л*. Все эти части установки при помощи специальных оправ и штырей, вставленных в рейтеры, помещаются на оптическую скамью, вдоль которой они могут свободно перемещаться. Кроме того, ртутная лампа, щель и плоскопараллельная пластинка укреплены на салазках, позволяющих смещать их в направлении, перпендикулярном к оптической скамье. На рис. 361 приведена оптическая схема установки.

Следует отметить, что установка зеркала и ртутной лампы по высоте произведена заранее и изменению во время работы не подлежит. Зеркало при помощи винта, помещенного на оправе, можно поворачивать на небольшие углы вокруг горизонтальной оси. Повороты зеркала вокруг вертикальной оси осуществляются от руки при помощи специальной червячной передачи. Плоскопараллельная пластинка также может поворачиваться вокруг вертикальной оси.

### *Упражнение 1*

#### **Определение радиуса кривизны зеркала**

Для определения радиуса кривизны зеркала сдвигают в сторону светофильтры и убирают с оптической скамьи плоскопараллельную пластинку, затем зажигают ртутную лампу.

Для удобства наблюдения за лучом света, отраженным от зеркала, максимально разводят щечки щели и, слегка поворачивая зеркало вокруг вертикальной оси, находят направление отраженного пучка и положение изображения щели на листе белой бумаги. Далее передвигают щель вдоль оптической скамьи до тех пор, пока изображение щели не окажется в плоскости самой щели. В этом случае расстояние между щелью и поверхностью зеркала будет равно двойному фокусному расстоянию зеркала или радиусу его кривизны. Это расстояние измеряют по масштабной линейке, прикрепленной к оптической скамье. Затем смещают щель на 10—15 см и несколько поворачивают зеркало. Снова находят положение щели, при котором ее изображение совпадает с плоскостью самой щели. Опыт повторяют не менее трех раз. Из полученных данных

для  $R$  находят среднее. (Напомним, что положение поверхности зеркала и щели могут не соответствовать положению указателей на их рейтерах. В этом случае вводится поправка, указанная лаборантом.)

## Упражнение 2

### Определение радиусов колец зонной пластинки

Устанавливают перед щелью зеленый светофильтр, пропускающий линию спектра ртути 5460 Å. Щель устанавливают на двойном фокусном расстоянии от поверхности зеркала. Перемещением салазок, на которых установлена щель, добиваются совмещения изображения щели с самой щелью. Это улучшает качество изображения и облегчает последующие вычисления.

Затем щель и зеркало закрепляют. Между ними помещают, для удобства наблюдения, плоскопараллельную пластинку высокого качества, которая поворачивает часть отраженного от зеркала пучка в направлении отростка оптической скамьи. Пластинка имеет отступления от плоскопараллельности не более чем  $\lambda/4$  и поэтому она не создает существенной разности хода для интерферирующих лучей и не вносит заметных искажений в дифракционную картину, даваемую зонным зеркалом. На отростке скамьи помещается лупа, укрепленная на рейтере, который также может свободно перемещаться вдоль отростка. Слегка поворачивая плоскопараллельную пластинку вокруг вертикальной оси и передвигая рейтер, на котором она укреплена, добиваются, наблюдая в лупу, чтобы дифракционные изображения всех порядков попали в поле зрения лупы. Так как отражение происходит на двух поверхностях пластинки — передней и задней, то каждое изображение в поле зрения лупы будет раздвоено. Выполнив юстировку, приступают к измерениям. Для этого, передвигая рейтер лупы вдоль скамьи, находят в поле зрения лупы четкое изображение нулевого максимума. По масштабу, прикрепленному к скамье, отсчитывают, с точностью до миллиметра, положение рейтера. Затем передвигают рейтер с лупой вперед, находят и записывают положение изображений  $+1$ -го,  $+3$ -го и  $+5$ -го порядков. Прodelывают те же измерения, передвигая рейтер с лупой в другую сторону от геометрического изображения. Все упражнение повторяют не менее трех раз. Вычисляют среднее значение расстояний между дифракционными и геометрическим (нулевым) изображениями  $\delta_k$ . Для вычисления радиуса центрального диска  $r_1$  (1-й зоны Френеля) воспользуемся формулой (6). Для случая, когда источник расположен в центре кривизны зеркала,  $a = R$ ,  $b = R \pm \delta_k$  и формула (6) принимает вид

$$\pm \frac{(2k-1)\lambda}{r_1^2} = \frac{1}{R \pm \delta_k} - \frac{1}{R}.$$

Так как выполненные измерения дают 6 независимых опытных значений  $\delta_k$ , то следует вычислить для каждого  $\delta_k$  соответствующие  $r_1$  и оценить погрешность результата.

### Упражнение 3

#### Определение длины волны синей линии спектра ртути

Убирают зеленый светофильтр и заменяют его синим. Сохраняя взаимные расположения щели, зеркала и плоскопараллельной пластинки, при которых выполнялось упражнение 2, повторяют измерения расстояний между дифракционными изображениями 0-го и  $\pm 1$ -го порядков, 0-го и  $\pm 3$ -го порядков, затем по формуле (9) вычисляют длину волны синей линии ртути. Из четырех значений  $\lambda$  находят среднее и оценивают погрешность результата.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Г. С. Ландсберг, Оптика, Гостехиздат, 1957.
2. С. М. Райский, УФН, т. XVII, вып. 4, 515—536, 1952.
3. Р. В. Поль, Введение в оптику, Гостехиздат, 1947.

### ЗАДАЧА 114

#### ИЗУЧЕНИЕ РОЛИ ДИФРАКЦИОННЫХ ЯВЛЕНИЙ В ФОРМИРОВАНИИ ОПТИЧЕСКОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ

Как известно, в огромном большинстве случаев методы лучевой (геометрической) оптики достаточны для исследования вопросов получения оптического изображения при помощи различных оптических систем.

Но, когда дело касается изучения деталей действия оптических систем, приходится учитывать волновые свойства света. Эти свойства проявляются тем сильнее, чем ближе линейные размеры изучаемых объектов к длине световой волны. Именно поэтому учет дифракционных явлений имеет особое значение в микроскопии.

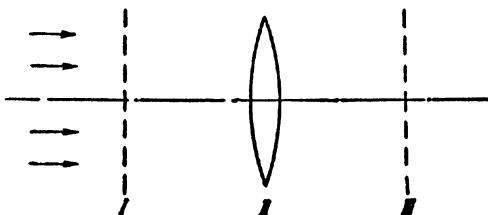


Рис. 362.

Цель настоящей задачи заключается в том, чтобы при помощи ряда простых опытов получить качественные и количественные иллюстрации дифракционной теории оптического изображения неосвещаемого объекта.

Схема опыта представлена на рис. 362. Параллельный пучок света проходит сквозь объект исследования  $I$ , действительное изображение

ражение которого *III* создается объективом *II*. Для простоты дальнейших рассуждений мы считаем, что роль объекта выполняет черно-белая дифракционная решетка, сечение которой плоскостью чертежа представлено пунктиром *I* на рис. 362. Мы предполагаем, что у объектива полностью исправлены все виды аберраций. Не представляло бы трудности, пользуясь законами геометрической

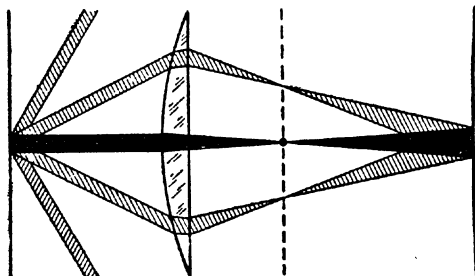


Рис. 363.

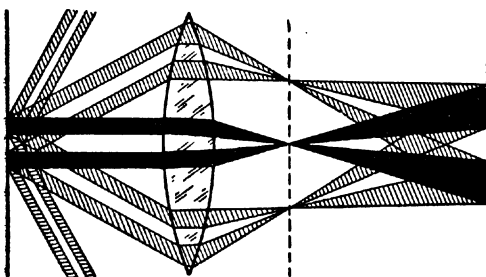


Рис. 364.

оптики, построить изображение решетки *III*, даваемое объективом *II*. При таком построении изображения, даваемого совершенным объективом, диаметр объектива не должен учитываться. От диаметра объектива будет зависеть лишь освещенность изображения, но не его качество. Между тем опыт показывает, что не только качество, но и общий характер изображения, даваемого объективом микроскопа, может зависеть от диаметра его отверстия. В общем случае можно сказать, что чем больше апертура объектива, тем полнее даваемое им изображение воспроизводит детали изучаемого объекта.

Исходя из волновых свойств света, мы должны

считаться с тем, что на нашем объекте будет происходить дифракция света. Дифрагировавшие на отдельной щели нашей решетки световые пучки представлены на рис. 363. Дифрагировавшие на двух щелях световые пучки представлены на рис. 364. Эти световые пучки собираются потом в фокальной плоскости объектива, где они дают систему так называемых дифракционных спектров или дифракционных максимумов. На рис. 363 и 364 показаны (для наглядности) только по два дифрагировавших пучка и соответственно только по два дифракционных максимума  $\pm 1$ -го порядка.

Далее, за фокальной плоскостью объектива, эти световые пучки вновь расходятся, перекрывая друг друга и интерферируя между собой. Поэтому действительное изображение объекта, даваемое объективом микроскопа, является результатом интерференции когерентного излучения световых пучков, расходящихся из каждого дифракционного максимума, а сами дифракционные максимумы,



расположенные в фокальной плоскости объектива, можно рассматривать как некоторую систему когерентных источников излучения. Эти соображения Аббе являются весьма плодотворными для выяснения условий, при которых объектив микроскопа может давать изображения, наиболее полно воспроизводящие структуру исследуемого объекта.

Опыт показывает, что соответствие между структурой объекта и структурой его изображения зависит от того, сколько дифрагировавших на объекте световых пучков, и какие именно пучки перехватываются входной линзой объектива. Этому утверждению эквивалентна и такая формулировка. Соответствие между структурами объекта и его изображения зависит от того, какое число когерентных световых источников, получающихся в фокальной плоскости объектива, и какие именно из этих источников участвуют в дальнейшей интерференции, формирующей оптическое изображение.

Практически вторая формулировка будет для нас удобнее, потому что при экспериментах, имеющих целью иллюстрировать концепцию Аббе, гораздо легче управлять числом участвующих в интерференции вспомогательных когерентных источников света (дифракционных максимумов), чем предварительно перехватывать до объектива на выбор отдельные дифрагировавшие световые пучки. На самом же деле при нормальной работе микроскопа происходит обратное: конечные размеры объектива лимитируют число перехваченных им дифракционных пучков, идущих от рассматриваемого объекта. Это обстоятельство особенно сильно проявляется при рассмотрении малых объектов. Дифрагировавшие от них световые пучки отклоняются на большие углы друг от друга и от направления первичного освещения объекта и в результате этого не всегда попадают в объектив микроскопа.

Пусть поставленная в фокальной плоскости объектива щель пропускает только один, например центральный, дифракционный максимум. В таком случае никакой интерференции за щелью не будет и соответственно никакого изображения решетки не получится. Плоскость изображения будет равномерно освещена. Можно сказать, что мы получим в этом случае изображение такого объекта, который дает в фокальной плоскости объектива только один центральный дифракционный максимум. Таким объектом является большое равномерно освещенное отверстие. Если же мы пропустим через щель какие-нибудь два соседних дифракционных максимума, то в плоскости изображения будет интерференционная картина, соответствующая известному случаю синусоидального распределения интенсивности в интерференционном поле от двух когерентных источников света <sup>1)</sup>. Эта интерференционная картина будет пред-

---

<sup>1)</sup> Практически надо иметь в виду, что наш глаз вследствие присущих ему недостатков в оценке распределения интенсивности света воспримет синусои-

ставлять собой то оптическое изображение нашей дифракционной решетки, которое можно получить, используя свет только двух дифракционных максимумов. Если мы будем расширять щель, пропуская через нее большее число дифракционных максимумов, то мы будем получать все более четкие изображения нашего объекта.

Поучительным будет результат наблюдения изображения при выделении с помощью диафрагмы различных комбинаций дифракционных максимумов. Так, если мы выделим два не смежных дифракционных максимума, например максимумы  $(+1, -1)$  или  $(0, -2)$ , или  $(-1, -3)$ , то мы обнаружим уменьшение вдвое расстояния между интерференционными полосами (изображениями штрихов решетки), видимыми в плоскости изображения <sup>1)</sup>. Этот результат легко понять, исходя из того известного положения, что расстояние между интерференционными полосами обратно пропорционально расстоянию между когерентными источниками света,

вызвавшими интерференцию. Поскольку в нашем случае это расстояние удвоилось, расстояние между полосами (изображениями штрихов решетки) сокращается в два раза.

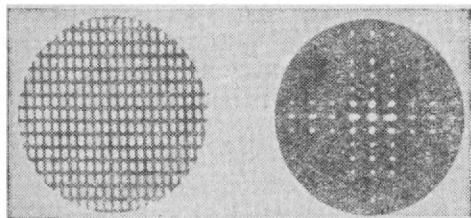


Рис. 365.

Рис. 366.

перед объективом, играет черно-белая сетка (двумерная дифракционная решетка), показанная на рис. 365. Этой сетке в фокальной плоскости объектива будет соответствовать дифракционная картина, представленная фотографией (рис. 366). На репродукции видны только по три ряда вертикальных и горизонтальных наиболее интенсивных дифракционных максимумов. Если часть их будет перехвачена какой-нибудь диафрагмой, расположенной в фокальной плоскости объектива, то изображение сетки перестанет воспроизводить детали ее устройства. На последующих рисунках 367 показаны фотографии сетки, полученные при различном диафрагмировании ее дифракционных спектров. Слева сверху над каждой фотографией приведена схема из девяти крестиков и точек. Эти девять значков символически изображают девять центральных дифракционных спектров, видимых в числе прочих на рис. 366. Крестики соответствуют пропущенным сквозь диафрагму дифракционным мак-

дальное пространственное распределение интенсивности как систему темных и светлых полос, освещенность которых изменяется скачком от нуля до единицы. Истинное распределение интенсивности в интерференционной картине можно найти путем ее микрофотометрирования с помощью фотоэлектрического микрофотометра.

<sup>1)</sup> Считая эквивалентными в этом рассуждении любые пары дифракционных максимумов, мы пренебрегаем возможным неравенством их интенсивностей и некоторым неравенством расстояний между ними. В упражнениях настоящей задачи такие пренебрежения допустимы.

симумам (спектрам), точки — непропущенным. Расположенный справа от каждой таблички снимок есть результат фотографирования нашей сетки в условиях, соответствующих пропусканию сквозь диафрагму только тех спектров, которые помечены крестиками на соответствующей данному снимку табличке.

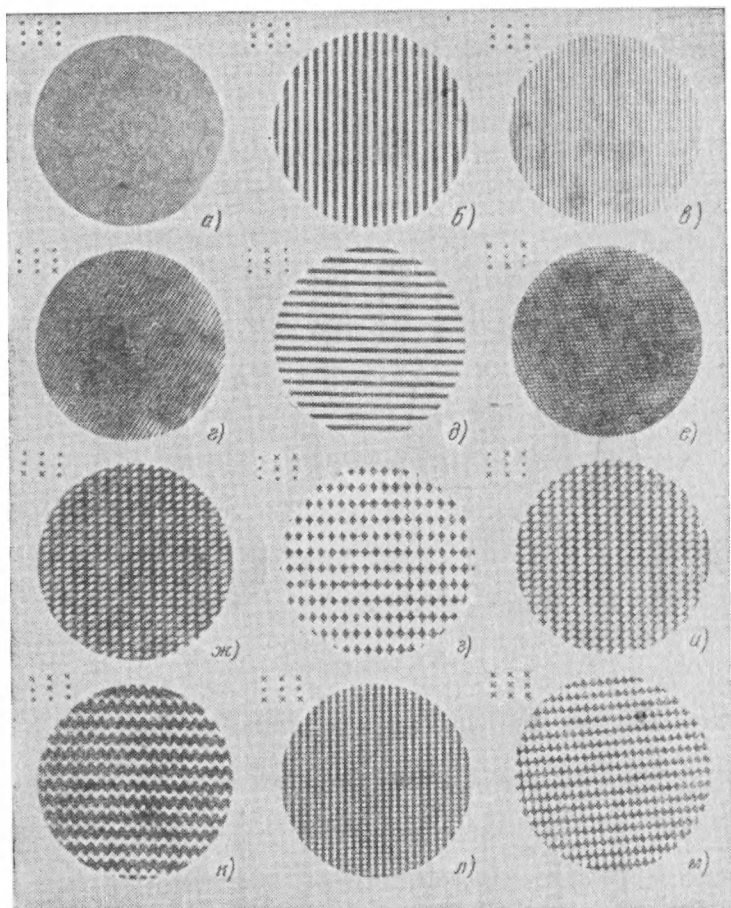


Рис. 367.

Рис. 367, а соответствует снимку сетки, сделанному через диафрагму, пропустившую один дифракционный максимум. Никакого изображения сетки при этом, очевидно, не получается. Далее мы видим (рис. 367, б), что пропуск сквозь диафрагму двух дифракционных максимумов, лежащих в горизонтальной плоскости, приводит к тому, что в плоскости изображения представлены только вертикальные штрихи сетки. Наоборот, пропуск сквозь диафрагму вертикальных спектров (рис. 367, в) приводит к появлению в плоскости изображения одних только горизонтальных линий объекта — сетки. Весьма характерен

рис. 367, а, на котором мы видим, что избирательное пропускание сквозь диафрагму только лишь  $\pm 1$  порядков, приводит к изменению в два раза видимого через объектив периода вертикальных штрихов решетки. Прочие рис. 367 иллюстрируют характерные случаи так называемых «ложных» структур, наблюдаемых при избирательном диафрагмировании нескольких дифракционных максимумов.



Рис. 368.

На основании приведенных примеров легко прийти к выводу, что три отверстия в диафрагме, расположенные так, чтобы пропускать три дифракционных максимума порядков, например, 0,  $+1$  по горизонтали и  $+1$  по вертикали или максимумы соответственно 0,  $+1$  и  $-1$  и т. д., позволят наблюдать правильную периодичность структур объекта.

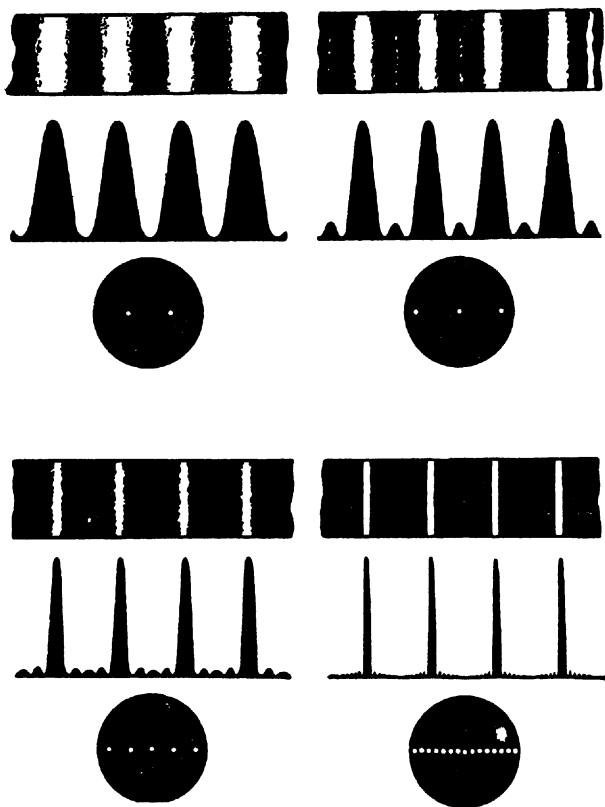


Рис. 369.

Рассмотренные примеры участия различных дифракционных максимумов в формировании оптического изображения иллюстрировали вопрос о соответствии между геометрической структурой изображения и структурой объекта. Сделаем теперь замечание о значении числа используемых максимумов для

контрастности наблюдаемого изображения. Опыт показывает, что требование контрастности изображения будет тем лучше удовлетворено, чем большее число дифракционных максимумов (вспомогательных когерентных источников света) будет участвовать в интерференции, формирующей оптическое изображение. Физический смысл этого результата можно понять из следующих соображений. Один дифракционный максимум нулевого порядка создает в плоскости изображения однородный освещенный фон. Каждая пара дифракционных максимумов с одинаковыми индексами ( $\pm 1$ ,  $\pm 2$ ,  $\pm 3$ , ...) даст в своей интерференционной картине синусоидальное распределение освещенности, причем пространственный период этого распределения будет уменьшаться по мере роста расстояния между работающими дифракционными максимумами. Таким образом, оптическое изображение есть результат суперпозиции когерентных интерференционных картин указанного типа на когерентном с ними однородном фоне нулевого максимума. По мере роста числа накладываются картин контуры объекта будут вырисовываться все более четко <sup>1)</sup>. Сказанное пояснить при помощи следующих рисунков.

На рис. 368 представлен объект наблюдения: решетка с узкими щелями и широкими непрозрачными промежутками между ними. На рис. 369 показаны для четырех различных случаев: фокальная плоскость объектива микроскопа с видимым на ней числом используемых дифракционных максимумов, график распределения интенсивности в интерференционной картине, получаемой в плоскости изображения; фотография изображения, полученного с помощью используемых дифракционных максимумов. Приведенные рисунки показывают, как возрастает соответствие между контурами объекта и его изображения по мере роста числа используемых дифракционных максимумов.

**Описание оптической установки.** Используемая в работе оптическая система собрана на оптической скамье. Ее схема изображена на рис. 370. Источником света 1 служит восьмивольтовая

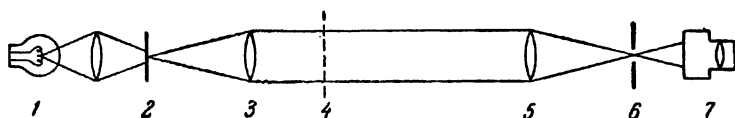


Рис. 370.

лампочка, питаемая от понижающего трансформатора, включенного через автотрансформатор ЛАТР. Эта лампочка помещается в стандартном осветителе от микроскопа, содержащем конденсатор и ирисовую диафрагму, и устанавливается на штыре рейтера оптической скамьи. За этим осветителем помещаются, в случае надобности, светофильтры. Они на нашем рисунке не показаны.

Световой пучок из осветителя падает либо на диафрагму с малым круглым отверстием 2, либо на щель постоянной ширины. Обе они устанавливаются поочередно на специальном столике, штырь которого входит в рейтер оптической скамьи. Установка диафрагмы или щели определяется тем, какие объекты исследования исполь-

<sup>1)</sup> Это будет происходить аналогично формированию резкой дифракционной картины при увеличении общего числа щелей дифракционной решетки.

зуются в соответствующих упражнениях задачи. При наблюдениях двухмерной структуры целесообразнее пользоваться диафрагмой с круглым отверстием, а при работе с одномерной структурой (решеткой) удобнее работать со щелью. Работа начинается с круглым отверстием.

За диафрагмой с круглым отверстием или щелью располагается коллиматорный объектив 3, дающий параллельный пучок света для освещения исследуемого объекта. Диафрагма с круглым отверстием (или щель) должна всегда располагаться в фокальной плоскости этого объектива. Надо обратить внимание на то, что держатель этого объектива, так же как и держатели других приборов на скамье, имеет винтовую микрометрическую подачу в направлении, перпендикулярном скамье. Такие подачи используются при центрировке всех деталей на скамье.

За объективом, на столике, в специальном держателе помещается исследуемый объект 4: сетка либо решетка наштампованная на зачерненной фотопластинке. Работа начинается с сеткой.

Далее за объектом на оптической скамье помещается объектив 5 с фокусным расстоянием 27 см, идентичный коллимагорному. Этот объектив, который мы в дальнейшем будем называть *наблюдательным* объективом, имитирует в нашей установке объектив микроскопа. С его помощью получается оптическое изображение, служащее предметом исследований в настоящей задаче.

За объективом, на специальном столике с двумя горизонтальными и одной вертикальной микрометрической подачей, помещаются в специальных держателях диафрагмы — маски 6, предназначенные для пропускания в нужных случаях только некоторых комбинаций дифракционных спектров. На специальной стойке на столике установлена лупа, облегчающая наблюдение дифракционной картины и отверстий в масках при их совмещениях в последующих упражнениях. При работе с двумерной решеткой масками служат латунные пластинки, в которых просверлены круглые отверстия в сочетаниях, соответствующих приведенным на рис. 367 и некоторых других. Описанные винтовые подачи столика позволяют юстировать расположение просверленных отверстий по дифракционной картине, фокусируемой на поверхность пластинки. В случае работы с объектом в виде простой одномерной дифракционной решетки в фокальной плоскости объектива получается система дифракционных спектров в виде полосок. Для них роль диафрагмы-маски выполняет стеклянная зачерненная пластинка, в которой оставлены прозрачными две полоски, пропускающие только дифракционные спектры  $\pm 2$ -го порядка. При работе с простой дифракционной решеткой (а в некоторых случаях и с двумерной решеткой) роль диафрагмы может выполнять и раздвижная щель, позволяющая вырезать из дифракционной картины спектры разных порядков. Такая щель, подставка которой снабжена также всеми необходи-

мыми винтовыми подачами, помещается на отдельном рейтере, устанавливаемом вместо столика с масками на скамью. Щель может регулироваться по ширине и, кроме того, особый винт позволяет регулировать параллельность щечек щели. Наконец, щель может вращаться вокруг горизонтальной оси (вокруг оптической оси всей установки). Это вращение позволяет ориентировать прорез щели различным образом по отношению к дифракционной картине, даваемой объектом и наблюдательным объективом.

За масками (или за щелью) помещается на рейтере и поперечных салазках штатив, несущий окулярный тубус 7 (рис. 370) некоторой зрительной трубы без объектива. На этот тубус надевается и зажимается винтом окулярный винтовой микрометр, служащий для наблюдения и промеров исследуемого оптического изображения и размеров объекта. Окулярный тубус трубы имеет крепление, снабженное рядом винтовых подач (наклон, вращение и т. д.), обеспечивающих возможность правильной постановки окуляра при работе.

**Подготовка установки к измерениям.** Перед началом измерений необходимо рационально расположить на оптической скамье все детали установки. Приблизительное расположение рейтеров всех деталей указано на установке. Раздвижная щель и маски не ставятся на оптическую скамью при первоначальной юстировке системы. Ниже указано, когда их надо поместить на скамью.

Центры всех размещенных на скамье приборов должны находиться на одной высоте. Обычно это условие соблюдено, так как кольца, фиксирующие высоту штыврей, уже установлены в нужных положениях. В случае децентрировки системы по высоте надо сдвинуть все приборы вплотную и, поместив глаз на уровне центра одного из них, отрегулировать высоту всех остальных приборов по первому прибору. Центрировку приборов в горизонтальной плоскости надо производить с помощью поперечных винтовых салазок, имеющих под каждым прибором. Эта центрировка производится всегда по ходу работы, при включенной лампе.

Положение патрона лампы в осветителе допускает некоторые вариации. Рекомендуется располагать патрон так, чтобы гладкая цилиндрическая часть его выступала приблизительно на 6 мм из-под края неподвижной части осветителя. При этих условиях входная диафрагма установки будет покрыта ярким, но сильно размытым изображением спирали лампы прямоугольной формы площадью порядка 1 см<sup>2</sup>. Вращением патрона лампы надо ориентировать изображение спирали так, чтобы ее витки были горизонтальны. Это удастся проверить, несмотря на размытость изображения спирали, на диафрагме с круглым отверстием.

Объектив коллиматора должен быть установлен так, чтобы из него выходил пучок параллельных лучей. Об этом можно судить, помещая за объективом листок белой бумаги. Если на листке

бумаги виден равномерно освещенный светлый круг, диаметр которого не зависит от расстояния от бумаги до объектива, то последний установлен правильно. Если работа производится со щелью, вместо диафрагмы, то по мере удаления бумаги от объектива круг будет растягиваться по высоте. Если светлый круг, получаемый на бумаге от лучей, выходящих из коллиматора, искажен по форме или имеет цветные пятна, то установка этой части оптической системы произведена неправильно.

Когда описанные требования выполнены, то на столик для установки объекта надо поставить сетку. Располагать ее надо таким образом, чтобы ее плоскость проходила через центр столика и была перпендикулярна к световому пучку, распространяющемуся из коллиматора.

Дальнейшая юстировка системы производится следующим образом. Помещая листок белой бумаги за наблюдательным объективом, проверяют, насколько равномерно объектив заполнен светом. Регулируют с этой целью положение объектива поперечными салазками. Затем перемещают лист бумаги в фокальную плоскость объектива и убеждаются в том, что в этой плоскости расположена система дифракционных спектров. Передвигая лист бумаги дальше, к окуляру, убеждаются в том, что постепенно размывающиеся спектры, образующие общий, сливающийся световой блик, попадают в тубус наблюдательного окуляра. Если световой блик не входит в тубус окуляра, то регулируют положение штатива окуляра и наклоны самого окуляра до тех пор, пока это условие не будет выполнено.

Объект должен быть виден как система черных прямоугольников с узкими просветами между ними на равномерно освещенном неокрашенном фоне. Точная фокусировка объекта (сетки) по глазу наблюдателя осуществляется плавным движением кремальеры окулярного тубуса <sup>1)</sup>.

Если окажется, что поле зрения или изображение объекта окрашены, то это свидетельствует о неправильной юстировке всей системы или самого окуляра. Надо иметь в виду, что сильный пятнадцатикратный окуляр весьма чувствителен ко всяким перекосам в его установке. Их необходимо устранить, пользуясь винтовыми подачами у держателя окулярного тубуса.

Необходимо также до начала измерений рассмотреть картину дифракционных спектров, которые при юстировке установки были видимы невооруженным глазом или через расположенную на сто-

---

<sup>1)</sup> Фокусировка креста нитей в окуляре осуществляется совершенно независимо от фокусировки объекта наблюдения вращением рифленого кольца на краю оправы самого окуляра. Фокусировку креста нитей можно производить и предварительно до установки окуляра на его тубус. Для этого надо направить снятый с тубуса окуляр на освещенную бумагу, абажур лампы и т. п. и, вращая упомянутое кольцо, добиться резкой видимости креста нитей.



лике лупу лишь в виде мелких светлых точек, на бумаге, помещенной в фокальной плоскости наблюдательного объектива. Для рассмотрения спектров в деталях выдвигают вперед рейтер, несущий окулярный тубус так, чтобы плоскость креста нитей окуляра совпала с плоскостью локализации дифракционных спектров. Затем небольшими перемещениями рейтера вдоль оптической скамьи или кремальеры окулярного тубуса добиваются отчетливой видимости спектров. При этом должно быть видно симметричное расположение спектров, изображенное на рис. 366. Фокусировку спектров надо осуществлять, добиваясь максимальной резкости центрального бесцветного пятна дифракционной картины, т. е. ее спектра нулевого порядка — изображения входной круглой диафрагмы оптической системы. Неизбежные механические дефекты на краях отверстия являются хорошими объектами для резкой фокусировки спектра нулевого порядка.

Рекомендуется рассмотреть ту же дифракционную картину и со светофильтрами.

По окончании этих наблюдений возвращают рейтер окуляра вновь к концу оптической скамьи, на прежнее место, и опять отчетливо фокусируют изображение сетки.

**Наблюдения, измерения и их обработка.** 1. Пользуясь винтовым окулярным микрометром, измеряют период горизонтальных ячеек сетки. Для этого ориентируют окуляр на тубусе трубы так, чтобы при вращении барабана микрометра крест нитей перемещался перпендикулярно вертикальным штрихам сетки. Для измерения периода сетки перемещают крест нитей на длину десяти периодов сетки и потом делят разность отсчетов на микрометре на десять. Такие измерения продельвают несколько раз на разных участках изображения сетки.

2. Устанавливают на скамью рейтер со столиком для постановки на него масок и ставят держатель с первой маской — одним круглым отверстием. Пользуясь винтовыми подачами столика и ведя наблюдения дифракционной картины через лупу, установленную на столике, добиваются совпадения этого отверстия с центральным дифракционным пятном картины. Наблюдают в окуляр в белом свете и со светофильтрами получаемую при этих условиях (в соответствии с теорией Аббе) равномерную освещенность плоскости изображения. Переходят к следующим маскам в порядке их номеров и зарисовывают и промеряют окулярным микрометром наблюдаемые через них изображения. Каждое зарисованное изображение снабжается табличкой (согласно обозначениям, принятым на рис. 367) тех дифракционных спектров, которые использовались при получении данного изображения. Положение каждой маски требует отдельной юстировки по отношению к дифракционной картине. Сравнивают измеренные через маски значения видимых периодов решетки с их значениями, вычисленными по значениям расстояний между пропу-

шенными сквозь маски дифракционными максимумами. Расстояние между двумя соседними максимумами принимается за единицу.

3. Заменяют столик с масками рейтером с раздвижной щелью и передвижениями щели фокусируют на ее щечки дифракционную картину. Затем, варьируя ширину щели, ее расположение и ориентацию по отношению к дифракционной картине, зарисовывают наблюдаемые в окуляр изображения сетки. Одним из наиболее убедительных опытов, поясняющих роль тех или иных использованных дифракционных спектров, являются наблюдения объекта при чередующихся горизонтальных и вертикальных ориентациях щели.

4. Убирают со скамьи щель и светсфилтр, заменяют входную круглую диафрагму всей системы щелью, а сетку одномерной дифракционной решеткой. Юстируют положение всех деталей на оптической скамье, так же как это делалось перед началом опытов с сеткой.

5. С помощью окулярного микрометра измеряют период дифракционной решетки, так же как это делалось в случае сетки.

6. Помещают в установку красный светсфилтр и ставят на скамью столик для масок и маску с двумя прорезами, предназначенную для диафрагмирования трех центральных спектров от дифракционной решетки. Юстируют положение маски и измеряют период дифракционной решетки окулярным микрометром в этих условиях. Сравнивают полученный результат с прежними измерениями, выполненными без маски.

7. Заменяют столик с масками раздвижной щелью и, сфокусировав на ее щечках при помощи микрометрических подач дифракционную картину, ведут наблюдения решетки при разных ширинах и положениях щели по отношению к дифракционной картине. Результаты наблюдений зарисовывают. Следует обратить внимание на изменение четкости изображения дифракционной решетки, видимое через окуляр по мере изменений ширины щели и по мере использования наблюдательным объективом возрастающего числа дифракционных максимумов, пропускаемых щелью. Наблюдения следует начать с пропускания через щель одного максимума нулевого порядка.

8. Заключительное упражнение проводится для количественного доказательства дифракционной природы всех наблюдавшихся явлений. Это доказательство можно осуществить, вычислив длину световой волны из измерений дифракционной картины.

Для этой цели убирают со скамьи столик для масок и придвигают измерительный окуляр к наблюдательному объективу так, чтобы дифракционные спектры могли быть отчетливо сфокусированы окуляром. Для ослабления чрезмерной яркости картины можно поместить перед входной щелью системы матовое стекло или листок папиросной бумаги.

Измеряют расстояние  $\Delta l$  между симметрично расположенными красными, желтыми, зелеными и синими полосами спектров нескольких порядков. Зная фокусное расстояние объектива ( $f = 27 \text{ см}$ ), находят углы дифракции  $\varphi = \frac{\Delta l}{2f}$ . Используя ранее найденное значение постоянной решетки  $d$ , вычисляют средние значения длин волн  $\lambda$  красной, желтой и т. д. частей видимого спектра, пользуясь формулой  $\lambda = \frac{d \sin \varphi}{n}$ , где  $n$  — порядок дифракционного спектра.

**Технические данные установки.** В основу установки положена спектроскопическая скамья марки ОСК-1, выпускаемая нашей промышленностью. Используется осветитель от микроскопа марки ОИ-7, зрительная труба марки ОТ-1. Поставленный на отдельном рейтере объектив этой трубы служит наблюдательным объективом системы. Укороченный окулярный тубус этой трубы снабжен винтовым окулярным микрометром АМ-9. В качестве коллиматорного объектива может быть использован ахромат с фокусным расстоянием  $27 \text{ см}$ .

### ЛИТЕРАТУРА

1. Г. С. Ландсберг, Оптика, Гостехиздат, 1957.
2. К. Михель, Основы теории микроскопа, Гостехиздат, 1955.

### ЗАДАЧА 115

### ДИФРАКЦИЯ СВЕТА НА УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ВОЛНАХ

Целью настоящей задачи является изучение явления дифракции света на ультразвуковой дифракционной решетке, измерение скорости звука в жидкости оптическим методом и непосредственное наблюдение ультразвуковых волн в жидкости.

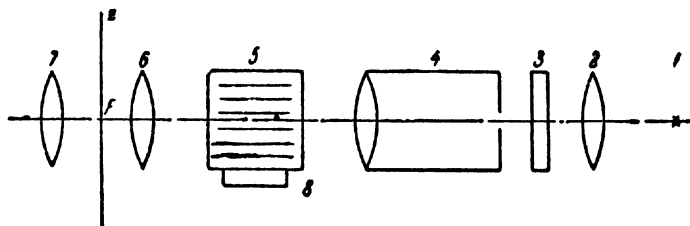


Рис. 371.

Схема опыта, позволяющего наблюдать изучаемое явление, представлена на рис. 371 (вид установки сбоку). Свет от источника 1 (например, от ртутной лампы), пройдя через конденсор 2 и светофильтр 3, освещает входную горизонтальную щель коллиматора 4, формирующего пучок параллельных лучей. Этот пучок лучей проходит через плоскопараллельную стеклянную кювету

с жидкостью 5, объектив 6 и попадает в отсчетный микроскоп 7, сфокусированный на фокальную плоскость объектива 6<sup>1)</sup>. Очевидно, что при этих условиях в микроскоп будет видно изображение горизонтальной щели коллиматора. Но если через дно кюветы 5 в жидкость снизу входят ультразвуковые волны, распространяющиеся вверх вдоль оси  $z$  (перпендикулярно световому пучку, идущему из коллиматора), то картина в фокальной плоскости объектива 6 станет сложнее.

В этом случае в жидкости в направлении оси  $z$  будет распространяться волна давления

$$P = P_0 + \delta P \cos \frac{2\pi}{T} \left( t - \frac{z}{v} \right),$$

где  $P_0$  — среднее давление в жидкости,  $\delta P$  — амплитуда давления в ультразвуковой волне,  $T$  — период ультразвука,  $v$  — скорость его распространения,  $t$  — время. Некоторое мгновенное расположение фронтов звуковых волн в жидкости, заполняющей кювету, например расположение максимумов давления в волне, представлено на рис. 371 системой горизонтальных линий, перпендикулярных к оси  $z$  на расстояниях  $\Lambda$  друг от друга, где  $\Lambda$  — длина звуковой волны. Очевидно, что волне давления будет соответствовать распространяющаяся в том же направлении волна плотности жидкости. Но ввиду того, что показатель преломления  $\mu$  зависит от плотности вещества, распространение ультразвуковой волны в жидкости приведет к распространению в ней синусоидальной неоднородности показателя преломления

$$\mu = \mu_0 + \delta\mu \cos \frac{2\pi}{T} \left( t - \frac{z}{v} \right),$$

где  $\delta\mu$  — амплитуда изменений показателя преломления в ультразвуковой волне.

Таким образом, при наличии в жидкости ультразвука световой пучок будет проходить через среду с периодически изменяющимся вдоль оси  $z$  (а также и во времени) показателем преломления  $\mu$ . Пространственный период изменения показателя преломления вдоль оси  $z$  будет  $\Lambda$ . По отношению к световым волнам, распространяющимся из коллиматора, ультразвуковые волны будут играть роль дифракционной решетки с периодом  $\Lambda_{зв}$ , если  $\Lambda_{зв}$  достаточно мало. Соответственно этому в фокальной плоскости объектива будет видно не только единственное изображение входной щели коллиматора, но целая дифракционная картина.

<sup>1)</sup> Поскольку в настоящей задаче наблюдается дифракция света в параллельных лучах, расстояние между объективом и кюветой может быть произвольным. Однако в целях удобства выполнения второго упражнения задачи объектив 6 расположен приблизительно на двойном фокусном расстоянии от плоскости выходного окна кюветы.

Ультразвуковая дифракционная решетка, порождающая эту картину, обладает рядом принципиально важных особенностей, на которых следует специально остановиться. Как известно, дифракционные решетки могут быть амплитудными, фазовыми и одновременно амплитудно-фазовыми. Амплитудные решетки, например типа чередующихся прозрачных и непрозрачных параллельных полосок, пространственно модулируют амплитуду на фронте падающих на решетку световых волн. Фазовые решетки представляют собой структуры с периодически изменяющимися в пространстве длинами оптического пути для падающих на решетку световых волн. В результате прохождения света через такие решетки возникает пространственное периодическое изменение фазы световой волны в направлении, перпендикулярном ее распространению<sup>1)</sup>.

Амплитуда волны при этом не будет изменяться вдоль по фронту волны. На рис. 372, а представлена простейшая амплитудная решетка, а на рис. 372, б изображена простейшая синусоидальная фазовая решетка, осуществленная в виде тонкого плоскопараллельного слоя прозрачного вещества с синусоидальным распределением показателя преломления в этом веществе вдоль оси  $z$ . При прохождении плоской световой волны через первую решетку амплитуда на фронте падающих на решетку волн будет периодически скачкообразно изменяться от 0 до некоторого  $A_{\max}$ .

В результате прохождения света через вторую решетку ранее плоский волновой фронт станет синусоидальным (рис. 372, б). Звуковые волны, распространяющиеся перпендикулярно световому пучку, соответствуют как раз случаю второй решетки, т. е. случаю фазовой дифракционной решетки, если длина волны звука  $\lambda_{\text{зв}}$  достаточно мала<sup>2)</sup>.

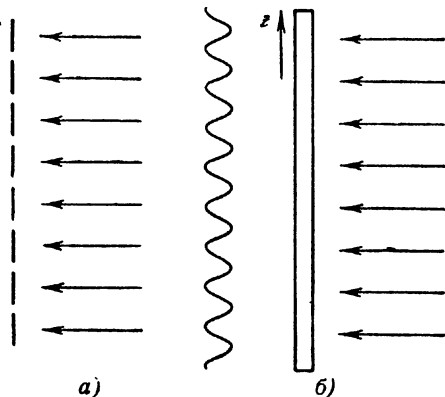


Рис. 372

Кинематически условие дифракции, определяющее направления на дифракционные максимумы после выхода света из фазовой решетки (если считать ее достаточно тонкой в направлении распространения света), может быть записано так:

$$\lambda_{\text{зв}} \sin \varphi = n \lambda_{\text{опт}} \quad (1)$$

где  $\varphi$  — угол дифракции,  $n = 1, 2, 3, 4, \dots$  — порядок дифракционного максимума и  $\lambda_{\text{опт}}$  — длина световой волны.

Вопроса о распределении интенсивности в картине дифракции света на ультразвуке мы здесь не затрагиваем, так как он является более сложным. Необходимо отметить, что представление ультразвуковой решетки как плоской

<sup>1)</sup> Следует иметь в виду, что фазовые решетки могут быть и отражательными. Таковы, например, отражательные дифракционные решетки направленного действия.

<sup>2)</sup> Здесь необходимо отметить, что трактовка ультразвуковой решетки исключительно как фазовой решетки является приближенной. Вопрос о характере ультразвуковой решетки уточняется ниже, там где обсуждается возможность непосредственного ее наблюдения.

фазовой решетки является также существенным упрощением задачи. В некоторых случаях (очень короткие ультразвуковые волны или большая толщина пересекаемого света ультразвукового столба) эффекты, связанные с объемной природой ультразвуковой решетки, становятся весьма существенными (см. литературу к задаче).

При малых углах дифракции координаты дифракционных максимумов в фокальной плоскости объектива описываются соотношением

$$\Delta z_n = nF \frac{\lambda_{\text{опт}}}{\Delta z_{\text{в}}}, \quad (2)$$

получаемые из (1) при малых  $\varphi$ , где  $\Delta z_n$  — координата  $n$ -го дифракционного максимума, отсчитанная от центрального спектра нулевого порядка в направлении, перпендикулярном к оси первичного светового пучка.

В последнем соотношении  $F$  обозначает фокусное расстояние объектива  $b$ . При рассмотрении общей картины дифракции света на ультразвуковой решетке мы не учитывали того обстоятельства, что эта фазовая решетка не является статической, какой может быть фазовая решетка, сделанная из какого-либо прозрачного вещества. Поставим вопрос о том, не отразится ли на оптической дифракционной картине то, что наша фазовая решетка реализуется акустической волной. Легко видеть, что это обстоятельство не внесет изменений в угловое распределение дифракционных максимумов и формула (1) останется в силе. В самом деле, параллельное перемещение всякой дифракционной решетки не изменяет получаемой с ее помощью дифракционной картины. В нашем случае время прохождения света сквозь решетку мало по сравнению с периодом акустического колебания и поэтому дифракционное условие определяется мгновенным распределением показателя преломления в акустической волне. Пространственный же период решетки, несмотря на ее движение, остается всегда неизменным и равным  $\Delta z_{\text{в}}$ . Поэтому угловое дифракционное условие (1) для направлений на максимумы света остается неизменным, несмотря на движение фазовой решетки.

Также обстоит дело и при дифракции света на стоячих акустических волнах, которые могут быть получены наложением друг на друга бегущей и отраженной звуковых волн <sup>1)</sup>. Для дифракции на каждой из этих двух волн в отдельности справедливо все сказанное выше о дифракции на бегущей волне. Что же касается результирующего пространственного периода фазовой решетки, образованной стоячими волнами, то он равен, конечно, опять  $\Delta z_{\text{в}}$ , так как пространственный период мгновенного распределения давления в стоячей волне всегда остается равным длине исходной бегущей волны. Таким образом, условие (1) остается в силе и для стоячей волны, но конечно с теми же ограничениями, которые были указаны при его первоначальном написании.

Но из сказанного о применимости одинакового дифракционного условия для статических и для акустических фазовых решеток не следует делать вывода о полной тождественности действия на дифрагирующий свет тех и других решеток. Между теми и другими решетками есть и принципиальная разница. При дифракции света на статической решетке спектральный состав дифрагировавшего света остается неизменным. Между тем ультразвуковая решетка модулирует по частоте падающий на нее свет (см. [2]). Это значит, что световые пучки, образующие дифракционные максимумы различных порядков, будут некогерентны между собой. Качественно причину изменения частоты света, дифраги-

<sup>1)</sup> При той схеме опыта, которая изображена на рис. 371, встречная к первоначальной отраженная волна возникает на верхней границе жидкости и воздуха. Подробности об этом см. ниже.

ровавшего на ультразвуковой решетке, всего проще понять исходя из того, что дифракцию света на акустических волнах можно рассматривать как его отражение от движущихся фронтов этих волн. В таком случае изменение частоты дифрагировавшего света есть прямой результат эффекта Допплера. Полная и стройная теория всей совокупности явлений, происходящих при дифракции света на ультразвуковых волнах, была дана С. М. Рытовым (см. [4]).

Для настоящей задачи важнейшим результатом проведенного рассмотрения явления дифракции света на ультразвуковых волнах являются соотношения (1) или (2), открывающие возможность находить длины ультразвуковых волн  $\Lambda$  по измерениям  $\varphi$  или  $\Delta z$ . В свою очередь найденные значения длин ультразвуковых волн могут быть использованы для расчета скорости звука  $v = \Lambda \cdot \nu$  в той среде, в которой происходила дифракция света на акустических волнах. Задаваемая генератором частота ультразвука  $\nu$  может быть измерена совершенно независимо от  $\Lambda$ . По дифракции света на ультразвуке отыскивается скорость звука в жидкости в первом упражнении настоящей задачи.

**Описание ультразвуковой установки.** Оптическая часть установки вполне соответствует принципиальной схеме, изображенной на рис. 371. Поэтому мы останавливаемся здесь на объяснении лишь некоторых деталей ее устройства, сосредоточивая внимание в основном на ее акустической части, о которой еще ничего не было сказано. Оптическая установка смонтирована целиком на оптической скамье. Свет ртутной лампы, питаемой через специальный пускатель с дросселем от сети переменного тока напряжением 220 в, проходит через сменные светофильтры, установленные в револьверном держателе перед горизонтальной входной щелью коллиматора. Система достаточно светосильна для того, чтобы работать и без конденсора 2 (рис. 371). Расположение всех упомянутых приборов, так же как и почти всех остальных частей оптической системы, размещенной на скамье, фиксировано и регулировке не подлежит. Фиксирована также и оптимальная для измерений ширина горизонтальной входной щели коллиматора. Коллиматор системы установлен на бесконечность. Горизонтальность его оси обеспечивается регулировочным винтом, установленным под корпусом коллиматора. Поперечная центровка объектива  $b$  обеспечивается поперечными винтовыми салазками. Имеющийся в комплекте установки специальный нож, облегчающий непосредственные наблюдения акустических волн, описан ниже во втором упражнении задачи, где он применяется. За объективом расположен на скользящей вдоль оптической скамьи подставке окулярный микрометр <sup>1)</sup>. Окулярный микрометр расположен так, что его винт и головка вертикальны, и, следовательно, крест нитей перемещается также в вертикальном

<sup>1)</sup> О работе окулярного винтового микрометра см. описание задачи 111.

направлении. Держатель микрометра имеет тонкую винтовую регулировку продольных перемещений с помощью винтовых салазок, установленных на держателе. Другие поперечные винтовые салазки, установленные также под микрометром, служат для его центрировки в направлении, перпендикулярном к оптической скамье.

Обратимся теперь к рассмотрению сосуда с жидкостью. Заметим прежде всего, что сосуд жестко установлен на особом столике, снабженном снизу двумя регулировочными винтами (третий, имеющийся под столиком винт с более короткой головкой, расположенный ниже упомянутых двух винтов, фиксирует столик на штыре держателя и ни при каких условиях не регулируется). Регулировочные винты дают возможность наклонять плоскость столика вокруг двух взаимно перпендикулярных горизонтальных осей и таким образом устанавливать столик горизонтально. Конструкция столика тождественна с конструкцией столиков, имеющих на спектрометрах-гониометрах задачи 102.

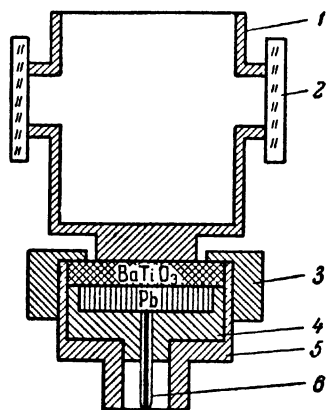


Рис. 373. Схема сосуда ультразвуковой установки:

1 — корпус кюветы, 2 — окно в корпусе кюветы, 3 — накидная гайка для зажима титаната бария, 4 — изоляционная подкладка, 5 — корпус держателя титаната бария, 6 — провод, подводящий напряжение от генератора к титанату бария. Болты, притягивающие дно кюветы к поверхности титана бария, не показаны.

Под сосуд с жидкостью идет коаксиальный высокочастотный кабель, подводящий напряжение к пьезоэлементу, возбуждающему ультразвук в сосуде с жидкостью. Этим пьезоэлементом является в нашем случае керамическая поляризованная пластинка из титаната бария ( $\text{BaTiO}_3$ ), колеблющаяся под действием переменного электрического напряжения, подводимого к ней по коаксиальному кабелю. Пластинка посеребрена с обеих сторон. Одной стороной

она плотно прижата к тщательно полированному и смазанному маслом дну сосуда с жидкостью, а другой — к свинцовому диску, служащему одним из электродов, подающих напряжение на пластинку титаната бария (рис. 373). Другим электродом служит тонкая кольцевая шайба, охватывающая периферию верхней поверхности титаната (на рис. не показана).

Вся система пьезоэлемента требует весьма тщательной сборки и юстировки, которые могут быть выполнены только специалистами.

Возбуждаемые переменным электрическим полем колебания титаната бария передаются дну сосуда с жидкостью и, далее, через дно сосуда и самой жидкости.



В результате через жидкость могут распространяться снизу вверх ультразвуковые волны, поверхности равных фаз которых горизонтальны. Эта система волн и образует фазовую дифракционную решетку, через которую распространяется параллельный пучок света, идущий из коллиматора. Расположение получающейся дифракционной решетки в вертикальном направлении делает теперь понятным, почему щель коллиматора установлена горизонтально.

Теперь уместно рассмотреть условия, при которых в столбе жидкости может образоваться не только система бегущих акустических волн, но и система волн стоячих. Для образования стоячих волн необходима интерференция двух встречных систем когерентных волн одинаковой амплитуды. Поэтому стоячие волны получаются практически всегда путем использования интерференции волн падающих и волн отраженных. Очевидно, что в этом случае необходимо, чтобы плоскость источника, излучающего нормально к своей поверхности плоские волны, была бы параллельна некоторой отражающей эти волны поверхности. В нашем случае излучающей поверхностью является дно сосуда, а отражающей — поверхность жидкости в сосуде. Поверхность жидкости всегда горизонтальна. Значит, для получения стоячих акустических волн надо расположить горизонтально и дно сосуда. Поэтому сосуд установлен на столике с регулируемым наклоном.

Рассмотрим действие всей оптической системы.

Как уже указывалось, в отсутствие ультразвуковых колебаний объектив, расположенный за сосудом с жидкостью, дает в своей фокальной плоскости действительное изображение входной щели коллиматора. Это изображение можно, разумеется, видеть на любом экране, например на белой бумаге, располагаемой в фокусе объектива. Можно также рассматривать это изображение в увеличенном виде, фокусируя на него окулярный микрометр. Если в результате прохождения через жидкость ультразвука в ней образовалась дифракционная решетка, то на этой решетке имеет место дифракция света, и в фокальной плоскости объектива получится ряд горизонтальных дифракционных максимумов (освещенных полосок)<sup>1)</sup>. Центральная из этих полосок будет так называемым дифракционным максимумом нулевого порядка. Полоски, расположенные выше и ниже него, будут соответственно дифракционными максимумами  $\pm 1$ -го,  $\pm 2$ -го и т. д. порядков.

Если щель коллиматора освещена белым светом (т. е. если в револьверной диафрагме перед щелью введено отверстие без светофильтра), то дифракционный максимум нулевого порядка будет белым, а максимумы последующих порядков — окрашенными по

---

<sup>1)</sup> Увидеть на каком-либо экране отдельно эти тесно расположенные полоски без окулярного микрометра при применяемых в настоящей задаче частотах ультразвука невозможно.

краям, совершенно так же, как и при работе со всякой дифракционной решеткой. Введение того или иного светофильтра монохроматизирует картину. Всю эту дифракционную картину можно в нашей установке видеть и промерять в увеличенном виде окулярным микрометром. Линейные отрезки  $\Delta z_{\pm n}$  между симметричными дифракционными максимумами порядков  $\pm n$ , деленные на фокусное расстояние объектива  $F$ , дают, очевидно, удвоенные углы ( $2\varphi$ ) дифракции света на ультразвуковой решетке. Поэтому

$$\sin \varphi \approx \varphi \approx \frac{\Delta z_{\pm n}}{2F}. \quad (3)$$

Электрическая система, обслуживающая установку, состоит из генератора стандартных сигналов ГСС-6 (см. описание задачи 88),

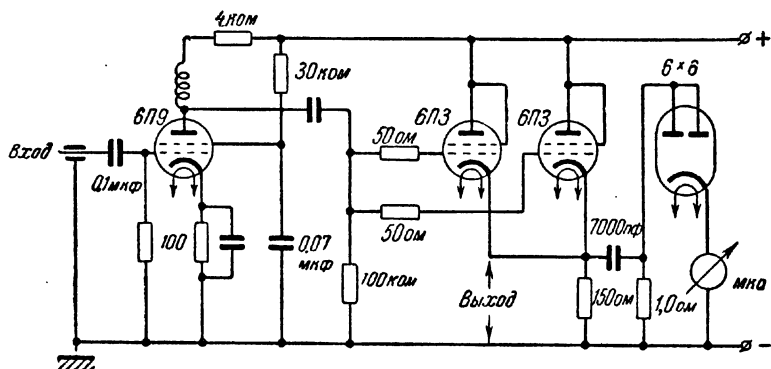


Рис. 374.

задающего напряжения небольшой амплитуды (1,5 в), но строго определенных частот, и стоящего на его выходе аperiodического, достаточно широкополосного усилителя. Схема этого усилителя и его параметры приведены на рис. 374.

Задача усилителя заключается в том, чтобы во всем используемом в настоящей работе диапазоне частот без какой-либо настройки увеличивать снимаемое с ГСС-6 напряжение от 1,5 в до 15—20 в, т. е. до значения, необходимого для возбуждения достаточно интенсивных колебаний пластины титаната бария, служащего пьезоэлементом системы. Коаксиальный кабель, подведенный к дну сосуда с жидкостью, подводит напряжение с усилителя к титанату бария.

В схеме усилителя надо обратить внимание на три отдельные его части, имеющие разные назначения. Непосредственное усиление сигнала с ГСС-6 дает входная лампа усилителя 6П9. За этой лампой стоит так называемый катодный повторитель, собранный на двух соединенных в параллель лампах 6П3. Катодный повторитель представляет собой усилитель с отрицательной обратной связью, дающий выходное напряжение в фазе с входным (отсюда название катодный повторитель). Катодный повторитель имеет коэффициент

усиления по напряжению меньше единицы, но зато он освобождает генератор от нагрузок, включенных далее в схему (титанат бария).

Наконец, третьей частью усилителя является простой катодный вольтметр, составленный из служащего детектором диода 6Х6, конденсатора, сопротивления и микроамперметра, позволяющего измерять ток через диод, а в конечном счете и напряжение выхода с катодного повторителя.

Для точного измерения того же выходного напряжения с усилителя (при его регулировках) на передней панели усилителя резервировано еще гнездо для фишки прецизионного катодного вольтметра ВКС. В ходе выполнения задачи усилитель, разумеется, не регулируется.

Вся система ГСС и усилителя позволяет подавать на пластинку титаната бария напряжение разных частот, переходя от одной частоты к другой изменением настройки только ГСС и имея возможность всегда отсчитывать по ГСС значение используемой частоты.

Таким образом, можно возбуждать колебания пластинки титаната бария на разных ее собственных частотах (возбуждать разные гармоники основной частоты пластинки титаната бария). О возбуждении этих гармоник можно судить (при действующей оптической системе) по появлению дифракционных картин.

Так как две найденные таким образом смежные частоты излучающих колебаний пластинки титаната бария будут  $(2k + 1)$ -й и  $(2k + 3)$ -й гармониками пластинки, то разность этих двух смежных частот дает удвоенную основную (наинизшую) частоту собственных колебаний (основной тон) титаната  $v_0$ <sup>1)</sup>.

Зная, что основное колебание пьезоэлемента возникает, когда толщина пластинки  $D$  равна половине длины волны возникающих упругих колебаний в титанате бария  $\Lambda_t$ , не представляет труда найти скорость упругих волн (звука) и в пластинке титаната бария

$$v_t = 2Dv_0. \quad (4)$$

Таким образом, используя явление дифракции света на ультразвуковых волнах в жидкости, на этот раз уже только как индикатор наличия интенсивных колебаний в пьезоэлементе, можно найти скорость звука в материале пьезоэлемента.

**Подготовка установки к измерениям.** Проверяют состояние установки. Неподвижные при измерениях детали оптической системы и скользящий рейтер держателя микрометра должны быть расположены у соответствующих отметок. Рейтер с держателем ножа со скамьи снят.

Уровень дистиллированной воды в сосуде должен стоять выше верхнего края окон. Диафрагмы объектива коллиматора и наблюдательного объектива — на отсчете 22. Перед щелью коллиматора установлен зеленый светофильтр (при наблюдении сбоку стекло светофильтра выглядит желтым).

<sup>1)</sup> Интенсивные пьезоэлектрические колебания пластинки происходят только на нечетных гармониках ее основного тона, когда на поверхностях пластинки заряды разных знаков.

Специальные указания о подготовке к работе и об использовании генератора стандартных сигналов и усилителя приводятся непосредственно в практикуме.

После проверки и подготовки установки просят лаборанта включить рубильник 220/127 в на щитке, от которого подается питание ртутной лампы и напряжение во все розетки. Затем включают тумблер на пускателе ртутной лампы и ее выключатель на столе. Если лампа сразу не загорается, то при включенном тумблере нажимают несколько раз кнопку пускателя.

Предоставив ртутной лампе разогреваться, включают тумблер на панели ГСС; при этом загорается красная контрольная лампочка этого генератора. Вскоре измеритель выхода ГСС — стрелка прибора с надписью  $\mu V$  — отклоняется почти на всю шкалу прибора. Это соответствует напряжению выходного сигнала 1,5 в. Затем включают тумблер на панели выпрямителя, питающего усилитель. После прогрева выпрямителя включенный на контроль выхода с усилителя микроамперметр (на панели усилителя) покажет ток не менее 60—70  $\mu A$ .

После включения высокочастотной аппаратуры переводят ручку «установка несущей» ГСС в крайнее левое положение, сводя таким образом к нулю напряжение выходного сигнала с ГСС и напряжение усиленного сигнала с усилителя.

Но вся система этих приборов остается включенной.

После этих операций, когда ртутная лампа разгорится, пользуясь продольными винтовыми салазками, тщательно фокусируют микрометром изображение щели коллиматора через зеленый светофильтр <sup>1)</sup>. Просматривают изображение щели без светофильтров и со светофильтрами. Если изображение щели коллиматора сразу не видно в микрометр и нет явных признаков того, что вся оптическая система разъюстирована по высоте (в последнем случае обращаются к помощи преподавателя), то надо поместить белую бумагу перед тубусом микрометра и проверить, попадает ли на него свет от изображения щели, даваемого основным объективом системы. Если он не попадает, то регулируют наклон коллиматора до тех пор, пока световой блик не расположится впереди тубуса микрометра, на уровне его горизонтального диаметра. При этом условии щель будет видна в микрометр. Четкое изображение щели получается при существенном диафрагмировании объектива коллиматора. Затем плавным вращением вправо ручки с надписью «установка несущей» на панели ГСС устанавливают на выходе генератора напряжение около 1,5 в, которое измеряется по прибору с надписью  $\mu V$  на панели ГСС. Напомним, что если усилитель работает нормально, то на его измерителе выхода должен быть отсчет не менее 60  $\mu A$ .

<sup>1)</sup> Напомним, что крест нитей в окуляре микрометра фокусируется отдельно от фокусировки всего микрометра. Крест нитей фокусируется вращением оправы окулярной линзы микрометра (см. описание задачи 111).

Теперь, не прекращая тщательных наблюдений через окулярный микрометр за изображением щели коллиматора (полученным с зеленым светсфилтром), начинают очень медленно вращать ручку тонкой регулировки частоты генератора ГСС. Таким образом, плавно изменяя частоту генератора в обе стороны вокруг первоначально установленного значения  $1600 \text{ кгц}$  (5-й диапазон), обнаруживают появление оптической дифракционной картины.

Сначала параллельно первоначальному изображению щели коллиматора появляются слабые дифракционные максимумы  $\pm 1$ -го порядка.

Затем, по мере приближения частоты ГСС к одной из собственных частот пластинки титаната бария, интенсивность этих максимумов увеличивается и, наконец, становятся заметными и менее интенсивные дифракционные максимумы  $\pm 2$ -го и даже  $\pm 3$ -го порядков. Отметим, что по причинам, в которые мы здесь не можем вдаваться, вблизи каждой резонансной частоты пластинки титаната бария — частоты, определяемой соотношениями, изложенными перед формулой (4), существует еще вторая резонансная частота, для которой амплитуда колебаний невелика.

Наши наблюдения должны во всех случаях относиться к интенсивным дифракционным картинам.

После настройки ГСС на максимум интенсивности дифракционной картины можно считать подготовку установки к измерениям законченной.

### Упражнение 1

#### Наблюдения дифракции света на ультразвуковых волнах и измерение скорости звука дифракционным методом

При максимальной яркости и четкости дифракционной картины измеряют несколько раз винтовым окулярным микрометром линейные расстояния  $\Delta z_{\pm n}$  между дифракционными максимумами  $\pm 1$ -го,  $\pm 2$ -го,  $\pm 3$ -го порядков. Прodelывают это с зеленым или синим светофильтрами для линий ртути с длинами волн  $5460 \text{ \AA}$  и  $4358 \text{ \AA}$ . Записывают частоту генератора ГСС, при которой были выполнены измерения. Прodelывают те же измерения для частот около  $2240 \text{ кгц}$  (5-й диапазон) и около  $1000 \text{ кгц}$  (4-й диапазон). При каждой перестройке частоты ГСС доводят до возможного максимума его выходное напряжение. (Надо иметь в виду, что контрольный выходной прибор усилителя будет давать неодинаковые выходные напряжения на разных частотах, несмотря на одинаковые выходные напряжения с ГСС. Это связано с несовершенством частотной характеристики усилителя.) Из формулы (2) находим

$$\Lambda_{\text{зв}} = \frac{2nF\lambda_{\text{опт}}}{\Delta z_{\pm n}}. \quad (5)$$

Пользуясь этой формулой и измеренными значениями  $\Delta z_{\pm n}$  (фокусное расстояние объектива  $F = 30$  см, цена деления окулярного микрометра  $0,01$  мм), находят  $\Lambda_{zv}$  для всех частот, использованных при наблюдениях дифракции, после чего вычисляют значение скорости звука в воде

$$v_{zv} = \Lambda_{zv} \nu. \quad (6)$$

Затем, пользуясь известным соотношением  $v_{zv} = \sqrt{\frac{1}{\beta_s \rho}}$ , где  $\beta_s$  — адиабатическая сжимаемость воды, а  $\rho$  — ее плотность, находят значение  $\beta_s$  для воды.

Пользуясь формулой (4) и значениями разностей смежных резонансных частот пластинки титаната бария, соответствующих наблюдавшимся дифракционным картинам, находят скорость ультразвука в титанате бария. Толщина используемой пластинки титаната бария равна  $6,5$  мм. Пользуясь формулой

$$v_t = \sqrt{\frac{E(1-\sigma)}{\rho(1+\sigma)(1-2\sigma)}},$$

где  $v_t$  — скорость распространения продольных волн в твердом теле,  $E$  — модуль упругости вещества тела, а  $\rho$  — его плотность (для титаната бария  $\rho = 5,23$  г/см<sup>3</sup>) и  $\sigma$  — коэффициент Пуассона, равный в данном случае  $0,3$ , вычисляют модуль упругости титаната бария.

### Упражнение 2

#### Непосредственные наблюдения ультразвуковых волн в жидкости и измерения их длины

Относительно непосредственного наблюдения ультразвуковых волн, как пространственных неоднородностей, возникающих в оптически прозрачном веществе при распространении в нем упругих волн, надо сделать несколько замечаний. Надо выяснить, каким образом становится видимой фазовая дифракционная решетка, которую мы рассматривали выше, и какое значение для наблюдения ультразвуковых волн имеет ее движение.

Фазовая дифракционная решетка невидима, если в плоскости изображения интерферируют все дифрагировавшие на решетке световые пучки. Для того чтобы она стала видимой, необходимо изменить фазу или и фазу и амплитуду некоторых дифрагировавших на решетке световых пучков. При наблюдениях макрообъектов применяются с той же целью теневые методы. Ультразвуковая решетка может быть видима без этих вспомогательных приемов потому, что она не есть чисто фазовая решетка, но является также в известной степени и амплитудной решеткой. Последнее обстоятельство может быть разъяснено следующим образом. Плоские световые волны, вступающие в жидкость, в которой распространяется ультразвук, попадают в среду с непрерывно изменяющимся показателем преломления, синусоидально отклоняющимся в пространстве от своего значения в невозмущенной среде. Как известно, в среде с непрерывно изменяющимся показателем преломления свет распространяется криволинейно. В нашем случае пространственная периодическая неоднородность среды приводит к тому, что вступающие в ультразвуковой столб световые пучки начинают сгущаться в пучностях показателя преломления и разреджаться в областях мини-

мальных значений показателя преломления. Далее, по мере продвижения света внутри ультразвукового столба, световые пучки будут вновь периодически сгущаться и разрезаться. Мгновенная картина распространения света в небольшом по высоте отрезке ультразвукового столба, высота которого равна удвоенной длине ультразвуковой волны, представлена на рис. 375. В этом отрезке ультразвукового столба прочерчены криволинейные траектории световых лучей, пересекающих возмущенную звуком среду. На этом рисунке отчетливо видно,

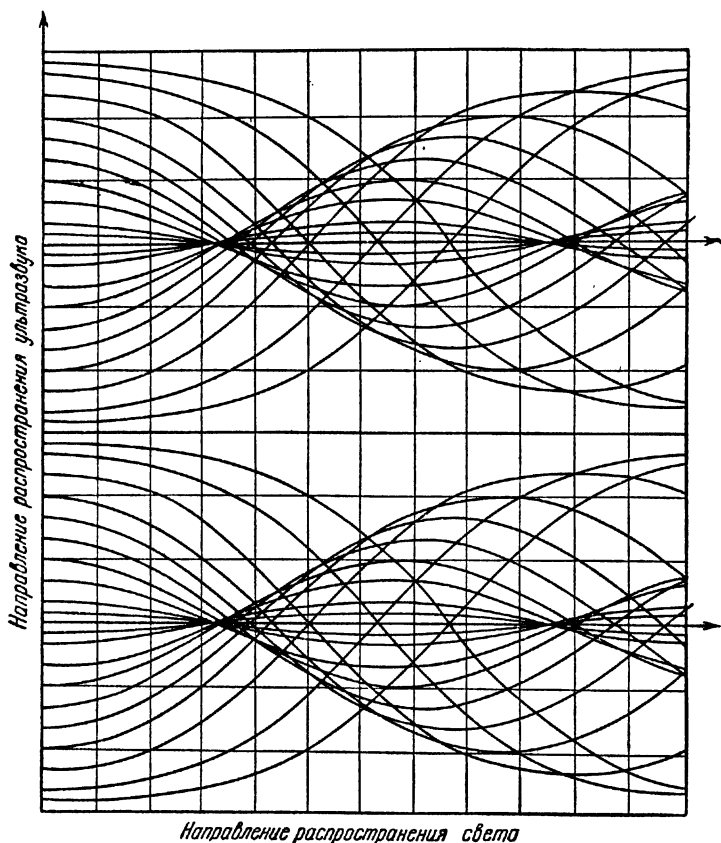


Рис. 375.

что пространственная однородность светового пучка, имевшаяся до вступления его в жидкость, нарушена с пространственной периодичностью  $\Lambda_{зв}$ . Это значит, что ультразвуковые волны образуют не только фазовую, но и амплитудную решетку. Последнее обстоятельство и определяет возможность непосредственной видимости ультразвуковой решетки во вполне прозрачной среде, даже при использовании всех дифрагировавших световых пучков. Для того чтобы видеть ультразвуковую решетку в наиболее простых условиях, наблюдаемая в ней плоскость выбирается вблизи выходного окна кюветы.

Необходимо, однако, подчеркнуть, что описанный способ наблюдения обеспечивает правильную передачу пространственной периодичности ультразвуковой

решетки, не давая распределения плотности вещества в ультразвуковой волне. Однако наблюдаемая пространственная периодичность ультразвуковой решетки воспроизводится с возможным изменением ее линейных размеров, за счет геометрического увеличения, даваемого объективом  $b$  нашей установки (рис. 371). Если объектив расположен точно на двойном фокусном расстоянии от выходного окна кюветы, то указанное увеличение равно единице. В нашем случае это увеличение несколько больше единицы и его значение указано непосредственно в надписи на установке.

Наблюдение изображения ультразвуковых волн, даваемого объективом, производится через тот же окуляр, который служил для промеров дифракционной картины, но рейтер окуляра устанавливается для этого на двойном фокусном расстоянии от объектива.

Если ультразвуковые колебания не очень интенсивны и проходящий сквозь них свет слабо пространственно модулирован по амплитуде, то для улучшения видимости акустических волн полезно применить теневой метод наблюдения. Сущность этого метода можно понять, исходя из дифракционной теории оптического изображения (см. [1] и описание задачи 114). Оптическое изображение объекта, вызвавшего дифракцию света, является результатом интерференции световых пучков, исходящих из дифракционных максимумов, образованных в фокальной плоскости объектива. В случае неглубокой пространственной амплитудной модуляции света структурой объекта в дифракционной картине большую интенсивность имеет максимум нулевого порядка. Этот максимум создает в плоскости изображения однородный светлый фон. Для улучшения видимости прозрачных структур полезно этот фон исключить, что можно сделать, прикрыв в фокальной плоскости объектива непрозрачным экранчиком дифракционный максимум нулевого порядка. Именно этот прием наблюдения, носящий название метода темного поля, используется в нашем случае для облегчения непосредственных измерений длины ультразвуковых волн в жидкости.

Для прикрывания максимума нулевого порядка можно использовать в качестве экранчика тонкую проволоку. Однако это технически неудобно и для этой цели проще воспользоваться специальным ножом.

За объектом, на скользящем вдоль оптической скамьи рейтере, располагается в особом держателе горизонтальный нож (лезвие бритвы). Держатель ножа имеет тонкую винтовую регулировку вертикального положения: подъем и опускание ножа осуществляется вращением гайки с накаткой. Кроме того, крепление ножа допускает регулировку наклона режущего края ножа в вертикальной плоскости, перпендикулярной к оптической оси системы. Эта регулировка наклона лезвия ножа осуществляется винтом, накатанная головка которого помещается под опорой держателя ножа. Если нож расположен в фокальной плоскости объектива и если край его лезвия параллелен дифракционным максимумам, то, перемещая нож по вертикали, например снизу вверх, можно прикрыть максимум нулевого порядка. При этом окажутся прикрытыми также и все дифракционные максимумы отрицательных порядков ( $-4$ ,  $-3$ ,  $-2$ ,  $-1$ ), но это не мешает наблюдениям. Останутся открытыми все дифракционные максимумы положительных порядков, а они достаточны для формирования оптического изображения с пространственной периодичностью, равной пространственной периодичности структуры, вызвавшей дифракцию. Отсутствие дифракционных максимумов отрицательных порядков скажется только на интенсивности оптической картины. Но в нашем случае установка достаточно светосильна и можно одновременно с максимумом нулевого порядка прикрывать и все дифракционные максимумы отрицательных порядков. О том, как практически пользоваться ножом, сказано дальше при описании техники измерений. Картина ультразвуковых волн, видимость которой улучшена описанным приемом, промеряется винтовым окулярным микрометром.

Прежде чем переходить к описанию техники этих измерений, сделаем несколько замечаний относительно того, как проявляется при наблюдениях то обстоятельство, что наблюдаемая структура реализована изменяющейся во



времени ультразвуковой решеткой. Здесь, так же как и при обсуждении вопроса о дифракции света, нам надо отдельно рассмотреть случаи бегущих и стоячих акустических волн.

Наблюдения бегущих звуковых волн глазом, как прибором, обладающим инерцией зрительного восприятия, невозможно. И при длительном фотографировании и при визуальном наблюдении бегущие акустические волны дадут слившийся равномерно освещенный фон. Фотографирование бегущих волн возможно только при кратковременном их освещении вспышкой электрического разряда.

Фотографирование с длительной экспозицией и визуальные наблюдения бегущих волн возможны также при их стробоскопическом освещении с частотой, равной или кратной частоте ультразвука. При значительном напряжении на выходе ультразвукового генератора возможно стробоскопическое освещение бегущих волн газоразрядной трубкой, питаемой тем же генератором. Картина волн будет четкой только в том случае, если трубка будет освещать волны лишь в течение малой доли каждого периода колебаний напряжения генератора.

Иначе обстоит дело в случае стоячих волн. Узловые точки этих волн расположены на расстояниях  $\Lambda/2$  друг от друга и неподвижны в пространстве. Между узлами смещений расположены элементы среды, периодически во времени образующие пучности смещений в ультразвуковых волнах. Поэтому при длительном фотографировании или при инерциальном визуальном наблюдении возможна регистрация усредненной во времени пространственной картины стоячих волн. Пространственный период этой картины, зарегистрированный при непрерывном освещении стоячих волн, будет, очевидно, равен  $\Lambda/2$ . Для дифракционных же оптических явлений на ультразвуковых волнах существенно иное распределение показателя преломления в среде, а оно имеет и в бегущей и в стоячей волне один и тот же пространственный период  $\Lambda$ .

Для наблюдения и промеров ультразвуковых волн необходимо возбуждать в жидкости волны максимальной интенсивности. В данной установке нужные наблюдения всего лучше удаются при частоте 1600 кГц (5-й диапазон). Поэтому перед наблюдением ультразвукового поля надо вернуться к настройке ГСС на эту частоту и добиться, пользуясь верньером тонкой настройки частоты, максимальной интенсивности ультразвука в жидкости, о чем надо судить по числу видимых порядков дифракционных максимумов. Необходимо отчетливо видеть  $\pm 4$  порядка при работе с зеленым светофильтром.

Когда это условие достигнуто, можно приступить к наблюдениям ультразвуковых волн в жидкости. Сохраняя неизменной настройку ГСС, перемещают держатель окулярного микрометра в положение, соответствующее рекомендованным специально для этого случая отсчетам. Затем помещают на оптическую скамью держатель ножа в положение, также соответствующее рекомендованному. При этом плоскость лезвия ножа совпадает с фокальной плоскостью наблюдательного объектива. Диафрагма объектива коллиматора должна быть полностью открыта.

Пользуясь белым светом ртутной лампы, находят максимум нулевого порядка (тонкая яркая горизонтальная полоска) на лезвии ножа. Регулируя высоту и наклон ножа, приводят режущую кромку лезвия ножа в совпадение с этой светлой полоской. Затем, немного поднимая нож, перекрывают кромкой лезвия дифракционный максимум нулевого порядка.

После того как перекрытие максимума нулевого порядка выполнено, в окулярный микрометр должна быть видна картина стоячих ультразвуковых волн в жидкости. Ее можно наблюдать либо в белом свете, либо с зеленым светофильтром. Стоячие ультразвуковые волны при освещении белым светом видны как параллельные светлые и сероватые горизонтальные полоски. Для улучшения их видимости можно, не прекращая наблюдений за волнами, немного порегулировать наклон и высоту кромки ножа. Кроме того, можно также,

не прекращая наблюдений за волнами, порегулировать верньером тонкой настройки частоту ГСС.

Впрочем, как правило, регулировка частоты, достигнутая при предварительном наблюдении интенсивной дифракционной картины, бывает наилучшей.

Не следует ожидать, что ультразвуковые волны могут быть видны так же четко, как, например, проволоочная сетка. Ультразвуковые волны дают в жидкости лишь области большего или меньшего сжатия жидкости, которое распределено в объеме по синусоидальному закону. Таким образом, контрастность наблюдаемой картины далека от контрастности абсорбционных структур. Поэтому не имеет смысла пытаться фокусировать картину путем перемещения окулярного микрометра вдоль оптической скамьи, если он уже поставлен на рекомендованный отсчет и нож прикрыл максимум нулевого порядка.

Существенно обратить внимание на то, как опускание ножа, приводящее к открыванию дифракционного максимума нулевого порядка, влечет за собой исчезновение картины ультразвукового поля. На этом частном примере наглядно видна возможность улучшения видимости рефракционных структур, открывающаяся при воздействии на даваемую ими дифракционную картину.

После того как выполнены описанные качественные наблюдения дифракционной картины, производят несколько раз при помощи окулярного микрометра промер отрезка, равного десяти ультразвуковым полуволнам. Расстояние между каждой парой соседних видимых темных (или светлых) полосок в звуковом поле равно половине длины звуковой волны.

По найденным значениям длин акустических волн и по значениям использованных частот колебаний вычисляют скорость распространения звука в жидкости (воде)

**Технические данные установки.** В качестве источника света используется ртутная лампа ПРК-2, но могут использоваться также лампы ПРК-4 и ДРС-50, выпускаемые нашими заводами. Коллиматорным и наблюдательным объективами служат объективы типа Индустар И-13 с фокусным расстоянием 30 см. В качестве окулярного микрометра используется винтовой микрометр марки АМ-9. Генератор стандартных сигналов ГСС-6 дополнен апериодическим усилителем, схема и параметры которого приведены выше. При использовании некалиброванных по частоте генераторов необходим волномер. Установка может быть собрана на оптической скамье марки ОСК-1. Детали установки изготовлены на физическом факультете университета.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Г. С. Ландсберг, Оптика, § 57, Гостехиздат, 1957.

#### СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

2. Л. Бергман, Ультразвук, ИЛ, 1956.
3. Специальный физический практикум, под редакцией Г. В. Сдивака, т. 1, Гостехиздат, 1945.
4. С. М. Рытов, Дифракция света на ультразвуковых волнах, Изв. АН СССР, серия физич., № 2, 223, 1937.

#### ЗАДАЧА 116

### ИЗУЧЕНИЕ ОСНОВНЫХ ЯВЛЕНИЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ СВЕТА В ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ СВЕТОВЫХ ПУЧКАХ

В задаче излагаются методы получения плоскополяризованного света, определяется направление колебаний плоскополяризованного света, пропущенного николем и естественным кристаллом исландского шпата, изучаются различные случаи

интерференции поляризованного света, определяется толщина кристаллических пластинок и величина двупреломления кристаллической пластинки. Все указанные явления изучаются на простейшем приборе, на котором весьма наглядно с помощью отражения от черной стеклянной пластинки (диэлектрика) получается поляризованный пучок света.

**Основные понятия явлений поляризации.** Плоскополяризованный свет характеризуется тем, что в нем колебания электрического вектора совершаются в одном, определенном направлении. Плоскость, содержащую это направление и направление светового пучка, называют *плоскостью колебаний*. В естественном свете плоскость световых колебаний хаотически меняет свое направление в пространстве. Плоскость, перпендикулярная к той, в которой совершаются световые колебания, носит название *плоскости поляризации* данной волны. Таким образом, плоскость световых колебаний и плоскость поляризации взаимно перпендикулярны.

Получать поляризованный свет можно следующими способами:

1. С помощью отражения от неметаллического зеркала (стекло, вода и пр.). При этом вообще получается свет только частично поляризованный; но при некотором угле падения световой волны на зеркало поляризация делается полной. Это происходит в том случае, когда тангенс угла падения равен показателю преломления вещества, из которого сделано зеркало. Этот угол называется *углом полной поляризации* (или просто — *углом поляризации*) и для стекла равен  $\sim 57^\circ$ . При полной поляризации плоскости колебаний отраженной волны перпендикулярна к ее плоскости падения.

2. С помощью преломления в стеклянной пластинке. Здесь поляризация всегда неполная. В то время как отраженная волна при угле полной поляризации целиком поляризована, в пучке преломленном поляризованного света будет лишь столько, сколько его имеется в пучке отраженном. Например в случае стекла, из пучка, падающего на поверхность стекла под углом поляризации, отражается только  $\frac{1}{7}$  часть, а  $\frac{6}{7}$  проходят через стекло, но в этом последнем пучке поляризованного света будет тоже только  $\frac{1}{7}$ , остальные  $\frac{5}{7}$  остаются естественным светом.

Чтобы достичь большей степени поляризации и в преломленном световом пучке, его пропускают под углом поляризации (под углом  $57^\circ$ ) через стопу тонких стеклянных пластинок, наложенных одна на другую (стопа Столетова).

3. Третий способ получения поляризованного света — с помощью преломления естественного света в кристаллах; при этом наблюдается двойное преломление, т. е. разделение световой волны в кристалле на две, идущие с разными скоростями.

4. С помощью поляризационных призм и поляроидов. В кристаллах оптически одноосных (исландский шпат, кварц и др.) волна, распространяющаяся в направлении оси симметрии высшего порядка, не претерпевает раздвоения, и свет не поляризуется. Направление, обладающее таким свойством, носит название *оптической оси*. Свет же, входящий в кристалл по всякому иному направлению, распадается на две полностью поляризованные волны с взаимно перпендикулярными плоскостями колебаний. Одна из этих волн, носящая название *обыкновенной*, распространяется во всех направлениях с одинаковой скоростью и, следовательно, характеризуется постоянным значением показателя преломления, обозначаемого  $n_o$ . Направление световых колебаний в этой волне перпендикулярно к главному сечению кристалла, т. е. к плоскости, проходящей через направление распространения света и направление оптической оси.

Вторая световая волна, называемая *необыкновенной*, распространяется в кристалле с различными скоростями в зависимости от направления распространения и, следовательно, характеризуется различными показателями преломления. Значение показателя преломления необыкновенной волны, максимально отличающееся от значения для обыкновенной волны, обозначается через  $n_e$ .

Обе световые волны, обыкновенная и необыкновенная, полностью поляризованы. При этом световые колебания необыкновенной волны совершаются в плоскости главного сечения кристалла, а колебания обыкновенной волны к ним перпендикулярны. Таким образом, общая поверхность световых волн в одноосном кристалле представляет собой сложную поверхность, состоящую из шара и эллипсоида, вписанного (положительный кристалл) или описанного (отрицательный кристалл) вокруг шара; при этом шару соответствует обыкновенная волна, а эллипсоиду — необыкновенная. Линия, соединяющая точки касания эллипсоида и шара, будет направлением, в котором скорости обыкновенной и необыкновенной волн равны и, следовательно, не будет происходить явления дву-преломления. Это и будет направлением оптической оси.

В оптически двuosных кристаллах поверхность световой волны имеет значительно более сложную форму и представляет собой двухполостную поверхность. Световая волна, попавшая в такой кристалл, распадается на две волны, световые колебания в которых совершаются в двух взаимно-перпендикулярных направлениях. Скорость распространения световых волн в различных направлениях различна, имеются лишь два направления, в которых скорости обеих волн равны. Эти два направления и будут оптическими осями кристалла. Угол между оптическими осями зависит от величины трех главных показателей преломления кристалла и может быть для разных веществ весьма различным. В том случае, когда острый угол между оптическими осями делится по-

полам направлением, в котором распространяются световые волны с максимальной и средней скоростью, кристалл считается оптически положительным. Если же в указанном направлении распространяются световые волны с минимальной и средней скоростями, кристалл считается оптически отрицательным. Плоскость, проходящая через оптические оси, называется *главным сечением* кристалла.

Отличить естественный свет от поляризованного и определить направления световых колебаний в нем можно при помощи анализаторов; те же приборы служат и для получения поляризованного света. Анализатором служит прибор, носящий название *призмы Николя* или просто *николя*. Он состоит из длинного кристалла  $abcd$  (рис. 376) исландского шпата, разрезанного наклонно по плоскости  $gf$  на две части, склеенные затем канадским бальзамом. Если естественная световая волна  $S$  падает на одну из коротких граней николя под углом не более  $33^\circ$ , то она всегда разделяется в кристалле на обыкновенную  $S_o$  и необыкновенную  $S_e$  волны, причем необыкновенная волна проходит через весь кристалл, тогда как обыкновенная, достигая канадского бальзама, претерпевает полное внутреннее отражение (показатель преломления канадского бальзама меньше показателя преломления исландского шпата для обыкновенной волны, но больше показателя преломления для необыкновенной волны). Таким образом, *николь пропускает только необыкновенную волну*, колебания которой совершаются в плоскости главного сечения.

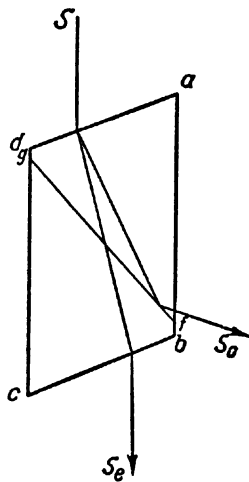


Рис. 376.

В натуральном ромбоэдре исландского шпата приходится иметь дело с обеими волнами сразу; оба световых пучка имеют одинаковую яркость, если они произошли из естественного света; но если на кристалл падает свет, уже поляризованный, яркости обоих будут различны. Если пучок естественного света падает на грань кристалла нормально, то обыкновенная волна проходит через него без отклонения, а необыкновенная отклоняется в сторону и по выходе из кристалла идет параллельно обыкновенной волне. Поэтому, если вращать ромбоэдр вокруг направления пучка падающего света, вышедший из кристалла пучок обыкновенного света будет оставаться неподвижным, а пучок необыкновенного света будет вращаться вокруг него, что дает возможность отличать их друг от друга. Если на анализатор падает свет, плоскость световых колебаний в котором составляет угол  $\alpha$  с главной плоскостью анализатора,

то интенсивность пропущенного анализатором света будет

$$I = I_0 \cos^2 \alpha,$$

где  $I_0$  есть интенсивность падающего светового пучка. Если обе плоскости взаимно-перпендикулярны, то будет полное затемнение поля.

**Описание прибора.** На горизонтальном основании укреплены две вертикальные стойки, короткая и длинная, между которыми зажимается пластинка из черного стекла  $P$  (рис. 377), вращающаяся вокруг горизонтальной оси. Пластинка представляет собой поляризатор, так как рассеянный свет от осветителя, падающий на нее сбоку, после отражения становится линейно поляризованным. Поляризованный свет, полученный при отражении, направляется вертикально вверх к столику  $T$ . Столик снабжен кругом, разделенным на градусы и вращающимся в своей плоскости, причем углы поворота отсчитываются при помощи неподвижного указателя. В круглый вырез столика помещается или стеклянная пластинка с начерченным на ней крестом, или металлическая диафрагма с круглым отверстием; таких диафрагм имеется две с отверстиями различных диаметров. На столик кладут кристаллические пластинки, подлежащие изучению.

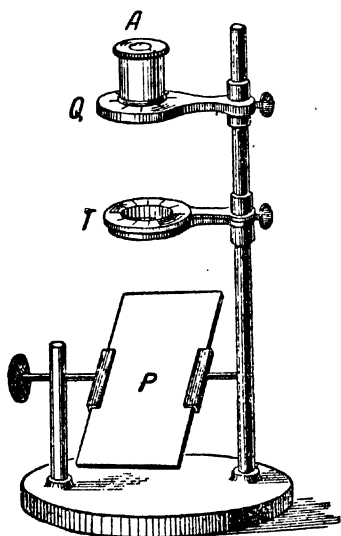


Рис. 377.

В качестве анализатора  $A$  в данном приборе употребляется николь, помещающийся на верхней платформе  $Q$ . Деления на  $Q$  служат для определения положения анализатора относительно поляризатора  $P$  (т. е. относительного положения плоскости главного сечения анализатора и плоскости колебания света, отраженного от зеркала), для чего на анализаторе сделана сбоку метка — черная черта. Иногда анализатор заменяется ромбоздром из исландского шпата (на рисунке не показано) для одновременного наблюдения обыкновенного и необыкновенного световых пучков.

При приборе имеется линза для более отчетливого рассматривания предметов, находящихся на столике  $T$ ; ее кладут на анализатор.

**Установка прибора.** Прежде всего следят за тем, чтобы центры кругов  $T$  и  $Q$  приблизительно находились на одной вертикали.

Прибор помещают на подставке несколько выше источника рассеянного света (например, матовой лампы); зеркало  $P$  накло-

няют так, чтобы свет падал на него под углом поляризации и непосредственно отражался вертикально вверх. Для более легкого нахождения этого угла некоторые приборы снабжаются лимбом, а зеркало — указателем, скользящим по этому лимбу.

Свет, прошедший через анализатор, будет полностью поляризован, если можно найти такое положение анализатора, при котором светлый кружок в диафрагме, положенной на  $T$ , полностью исчезает. При этом плоскость световых колебаний будет перпендикулярна к плоскости падения естественного света на  $P$ .

### Упражнение 1

#### Изучение явлений простой поляризации

1. Находят направление плоскости световых колебаний, пропускаемых анализатором, и направление плоскости его главного сечения по отношению к диагоналям. Для этого следят, как изменится освещение поля при вращении анализатора  $A$  на  $360^\circ$ ; отмечают те положения его относительно плоскости колебаний падающего света, при которых наблюдаются наибольшее и наименьшее освещение поля, и объясняют наблюдаемые изменения.

2. Вместо анализатора  $A$  помещают на платформу  $Q$  ромбоздр из исландского шпата. При малой диафрагме на столике  $T$  через ромбоздр видны два ее изображения в виде двух отдельных кружков, а при диафрагме с широким отверстием оба изображения отчасти налегают друг на друга. Эти изображения относятся к пучкам обыкновенного и необыкновенного света.

Определяют направление плоскости колебаний обыкновенного и необыкновенного света и положение главного сечения в ромбоздре по изменениям интенсивности обоих изображений диафрагмы. Объясняют, почему при широкой диафрагме общая часть изображений при вращении остается одинаковой яркости.

### Упражнение 2

#### Изучение интерференции поляризованного света

Если между поляризатором  $P$  и анализатором  $A$  помещена двупреломляющая пластинка, вырезанная не перпендикулярно к оптической оси, то белый свет, прошедший из поляризатора через пластинку и анализатор, не будет вполне погашен ни при каком относительном положении указанных трех объектов, но выйдет окрашенным. Исключение будет только в том случае, когда главные направления в пластинке совпадают с главными направлениями перекрещенных поляризатора и анализатора. Получающаяся окраска — не монохроматическая, а сложная (смешанная) и более или менее разбавленная примесью белого цвета.

Окраска зависит также и от угла падения света на пластинку. Когда свет проходит параллельным пучком и сама пластинка плоскопараллельна, то все поле одинаково окрашено. Если пластинка не плоскопараллельная, то окраска будет различная, соответственно изменению толщины пластинки; так, сферически вогнутая или выпуклая пластинка даст цветные кольца, клинообразная — прямые полосы.

Описанное явление в общих чертах объясняется так: каждая монохроматическая волна  $п о л я р и з о в а н н о г о$  пучка света, вступая в двупреломляющую пластинку, вообще говоря, разделяется на две волны, поляризованные под прямым углом друг к другу, колебания в которых параллельны главным направлениям  $H_1$  и  $H_2$  (рис. 378). Эти волны при небольшом угле падения и при малой толщине пластинки идут в ней почти по одному направлению и выходят из нее, почти совпадая. Пройдя пластинку с различными скоростями, они приобретают некоторую разность хода и, следовательно, соответствующую разность фаз. Вследствие взаимной перпендикулярности колебаний они не могут интерферировать; при этом

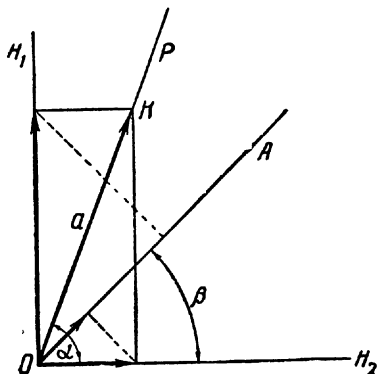


Рис. 378.

получается свет, поляризованный эллиптически. Анализатор  $A$  из каждой волны пропускает лишь компоненты, поляризованные в одной плоскости. Эти волны интерferируют в зависимости от разности хода, полученной ими в кристаллической пластинке, упомянутой в начале описания этого упражнения.

Эта разность хода различна для волн различного направления и различной длины. Таким образом, в окончательно выходящем световом пучке монохроматические составные части присутствуют не в такой пропорции, как первоначально, и пучок кажется окрашенным.

Пусть монохроматический свет падает на пластинку нормально. На рис. 378 плоскость чертежа перпендикулярна к падающему пучку света  $O$ ,  $PO$  — плоскость световых колебаний в поляризаторе,  $AO$  — в анализаторе,  $OH_1$  и  $OH_2$  — в кристаллической пластинке,  $OK = a$  — амплитуда колебаний света, вышедшего из поляризатора. Анализатор пропустит лишь слагающие с колебаниями, направленными по  $OA$ ; амплитуды их будут  $a \cos \alpha \cos \beta$  и  $a \sin \alpha \sin \beta$ . Две волны, окончательно выходящие из анализатора, получили в пластинке разность хода  $R$  и разность фаз  $\delta$ . Волны эти, слагаясь, дают волну, амплитуда колебаний которой находится из



уравнения

$$A^2 = a^2 \cos^2 \alpha \cos^2 \beta + a^2 \sin^2 \alpha \sin^2 \beta + 2a^2 \cos \alpha \cos \beta \sin \alpha \sin \beta \cos \delta.$$

Заменяя  $\cos \delta = 1 - 2 \sin^2 \frac{\delta}{2}$ , получим для интенсивности прошедшего света

$$\begin{aligned} I &= I_0 \left[ (\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta)^2 - 4 \cos \alpha \cos \beta \sin \alpha \sin \beta \sin^2 \frac{\delta}{2} \right] = \\ &= I_0 \left[ \cos^2 (\alpha - \beta) - \sin 2\alpha \sin 2\beta \sin^2 \frac{\delta}{2} \right]. \end{aligned}$$

При скрещенных николях  $\alpha = \beta + 90^\circ$ ,

$$I = I_0 \sin^2 2\alpha \sin^2 \frac{\delta}{2}.$$

При параллельных николях  $\alpha = \beta$

$$I = I_0 \left( 1 - \sin^2 2\alpha \sin^2 \frac{\delta}{2} \right).$$

Выразим разность фаз  $\delta$  через показатели преломления волн. Пусть  $d$  — толщина пластинки, а  $v_1$  и  $v_2$  — скорости двух поляризованных волн, распространяющихся в пластинке в одном и том же направлении. Зависимость разности хода  $R$  от  $d$ ,  $v_1$  и  $v_2$  легко может быть выведена. Пусть время прохождения волны со скоростью  $v_1$  через кристаллическую пластинку равно  $t_1$ , а то же время для волны со скоростью  $v_2$  равно  $t_2$ . Тогда расстояние, пройденное первой волной в воздухе в момент, когда вторая волна выходит из кристалла в воздух, равно  $(t_2 - t_1)v$ , где  $v$  — скорость света в воздухе. Это выражение и есть разность хода  $R$ . Таким образом,

$$R = v(t_2 - t_1).$$

Заменяя  $t_2$  и  $t_1$  выражениями  $\frac{d}{v_2}$  и  $\frac{d}{v_1}$ , получаем  $R = d \left( \frac{v}{v_2} - \frac{v}{v_1} \right)$ , а так как  $\frac{v}{v_2} = n_2$  и  $\frac{v}{v_1} = n_1$ , где  $n$  — показатель преломления, а индексы 1 и 2 соответствуют большей и меньшей скорости распространения волны в кристалле, то  $R = d(n_2 - n_1)$ , следовательно разность фаз

$$\delta = \frac{2\pi R}{\lambda} = \frac{2\pi d}{\lambda} (n_2 - n_1).$$

Итак, в случае  $P$ , перпендикулярного к  $A$ ,

$$I = I_0 \sin^2 2\alpha \sin^2 \frac{\pi d}{\lambda} (n_2 - n_1). \quad (1)$$

Отсюда вытекает, что  $I = 0$  в двух случаях: либо при  $\alpha = 0$ , либо при  $\frac{\pi}{\lambda} d(n_2 - n_1) = m\pi$ , где  $m$  — целое число или нуль.

Первое условие,  $\alpha = 0$ , означает, что направления колебания света в николях совпадают с направлениями колебаний света в пластинке, т. е. что в пластинке разложения света на две компоненты не происходит. Второе условие может быть осуществлено в следующих двух случаях: или при  $n_2 - n_1 = 0$ , т. е. если пластинка вырезана перпендикулярно к оптической оси, или при  $d(n_2 - n_1) = m\lambda$ , откуда видно, что пластинка будет казаться темной только в случае применения монохроматического света; в белом же свете будут уничтожаться только те световые колебания, которые укладываются целым числом волн в данной разности хода, и, следовательно, пластинка всегда будет казаться окрашенной в определенный цвет в зависимости от величины  $d(n_2 - n_1)$ .

Интенсивность света будет максимальной при  $\alpha = 45^\circ$ , т. е. в том случае, когда пластинка помещена так, что ее главные направления делят углы между главными направлениями анализатора и поляризатора пополам.

Вторым условием максимума для монохроматического света будет

$$\frac{\pi}{\lambda} d(n_2 - n_1) = (2m + 1) \frac{\pi}{2},$$

т. е.

$$d(n_2 - n_1) = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}.$$

Если  $P$  параллельно  $A$ , то

$$I = I_0 \left[ 1 - \sin^2 2\alpha \sin^2 \frac{\pi}{\lambda} d(n_2 - n_1) \right]. \quad (2)$$

В этом случае условия интерференции будут обратны условиям, выведенным для  $P$ , перпендикулярного к  $A$ .

При наблюдении в белом свете интерференционные окраски при параллельных  $P$  и  $A$  будут дополнительными к окраскам, наблюдаемым в скрещенных  $P$  и  $A$ . В этом легко убедиться, заменяя анализатор ромбоздром  $D$  и наблюдая через широкую диафрагму. Оба изображения будут отчасти накладываться друг на друга, и общая их часть будет оставаться все время белой.

Разность между длинами двух ближайших погашенных волн (а следовательно, и дающих свет) может быть вычислена из условия

$$(m - 1)\lambda = m(\lambda - \delta\lambda),$$

откуда

$$\delta\lambda = \frac{\lambda}{m},$$

т. е. чем больше  $m$  (чем больше разность хода), тем ближе в спектре будут расположены усиливающиеся волны. При достаточно большой разности хода свет очень многих длин волн во всех областях спектра даст максимум интенсивности, и прошедший свет будет казаться белым. Поэтому явление интерференции поляризованного света наблюдается только при малой разности хода, т. е. в тонких пластинках.

Установив  $A$  перпендикулярно к  $P$ , помещают на столик кварцевую пластинку. Требуется: найти и отметить направление колебаний света по отношению к ее сторонам  $a$  и  $b$ ; проследить, как будут изменяться окраска пластинки и интенсивность освещения в белых лучах при вращении ее на  $360^\circ$ .

Поставив  $A$  параллельно  $P$ , проделывают то же самое и при помощи ромбоэдра убеждаются, что это изображение окрашено в дополнительный цвет по отношению к цвету, наблюдавшемуся в предыдущем случае.

Приведя пластинку в диагональное положение по отношению к  $A$  и  $P$  при  $A$  перпендикулярном к  $P$ , определяют все изменения в цвете и интенсивности освещения пластинки при вращении анализатора на  $360^\circ$  и объясняют наблюдаемые явления.

Если при скрещенных  $P$  и  $A$  поместить под анализатором пластинку из кварца, дающую чувствительный оттенок<sup>1)</sup>, а слюдяную пластинку в четверть волны<sup>2)</sup> положить на столик прибора, то интерференционная окраска, наблюдаемая в приборе, будет изменяться в зависимости от взаимного расположения кварцевой и слюдяной пластинок. При совпадении направлений колебаний света с большей скоростью распространения в кварцевой и слюдяной пластинках результирующая разность хода  $R$  будет равна сумме разностей ходов в обеих пластинках,  $R_k$  и  $R_{сд}$ , т. е.

$$R = R_k + R_{сд} = 560 \text{ мкм} + 147 \text{ мкм}$$

и окраска будет зеленовато-голубой. При перпендикулярности этих направлений разности хода будут вычитаться одна из другой, т. е.

$$R = R_k - R_{сд} = 560 \text{ мкм} - 147 \text{ мкм}$$

и окраска будет оранжево-желтой. В том случае, когда направления колебаний света в слюдяной пластинке совпадают с главными

<sup>1)</sup> Чувствительным оттенком называется оттенок лиловато-красного цвета, к изменениям которого особенно чувствителен человеческий глаз. Чтобы при скрещенных николях получить такой оттенок, следует взять пластинку из кварца, дающую разность хода около 560 мкм. При этом свет этой длины волны (желто-зеленый), согласно уравнению (1), будет целиком погашен, и пластинка будет казаться окрашенной в чувствительный оттенок.

<sup>2)</sup> Под пластинкой в четверть волны подразумевают обычно пластинку, дающую разность хода в четверть длины волны желтой линии натрия.

направлениями поляризатора и анализатора, даваемая ею разность хода будет равна нулю, и результирующая разность хода

$$R = R_k = 560 \text{ мкм},$$

т. е. будет сохраняться окраска чувствительного оттенка.

Поместив между скрещенными поляризатором и анализатором кварцевую пластинку чувствительного оттенка и какую-либо другую из имеющихся в наборе, следят за изменением окраски и интенсивности света при вращении пластинок, сначала исследуемой, а затем кварцевой. Требуется объяснить наблюдаемые явления.

### Упражнение 3

#### Определение толщины кристаллической пластинки и величины двупреломления

1. Определение толщины кристаллической пластинки с помощью кварцевого клина. Этот клин (рис. 379) вырезается таким образом, чтобы острое ребро его (вершина) было параллельно одному из главных направлений кристалла. Если клин поместить в приборе между скрещенными поляризатором и анализатором ( $P \perp A$ ) в диагональном положении так, чтобы длинная его сторона делила угол между  $P$  и  $A$  пополам, то в монохроматическом свете на всем протяжении клина наблюдаются светлые и темные полосы, параллельные острому ребру клина, равноотстоящие друг от друга. Темные полосы наблюдаются при разности хода

$$R = d(n_2 - n_1) = 2m \frac{\lambda}{2} = m\lambda,$$

а светлые — при

$$R = d(n_2 - n_1) = (2m + 1) \frac{\lambda}{2},$$

где  $d$  есть толщина клина, а  $m$  обозначает порядок полосы, т. е. целое число. Отсюда следует, что расстояние полос друг от друга возрастает пропорционально  $\lambda$ ; следовательно, для фиолетовых лучей полосы будут более сближены, чем для красных. Поэтому в белом свете на клине должны наблюдаться цветные полосы, окраска которых изменяется с толщиной клина почти в той же последовательности, как в кольцах Ньютона. При вращении клина вокруг падающего пучка света наблюдаются четыре положения, когда светлые полосы исчезают и все поле кажется темным. Это будет в том случае, когда главные направления  $H_1$  и  $H_2$  клина совпадают с плоскостями поляризации  $P$  или  $A$ .

При  $A \parallel P$  в этих четырех положениях клин будет казаться белым; в диагональных его положениях в монохроматическом свете будут наблюдаться светлые полосы там, где при скрещенных николях наблюдались темные полосы, и наоборот; в белом свете будут наблюдаться также цветные полосы, но дополнительные до белого по отношению к полосам при скрещенных николях.

По мере возрастания толщины клина окраска его в белом свете будет меняться, причем некоторые цвета будут периодически повторяться, например красный, фиолетовый, зеленый; поэтому эти спектры интерференции, так же как и спектры дифракции, разделяют на спектры 1-го, 2-го, 3-го и т. д. порядков и говорят, например, о красном цвете 1-го порядка, 2-го порядка и т. д. Различные цвета первых трех порядков очень яркие, и им соответствуют вполне определенные толщины клина; после 3-го порядка цвета начинают бледнеть и наиболее резко выступают только зеленый и красный; при большой толщине клина и эти цвета пропадают, и клин делается бесцветным, как это имеет место и для колец Ньютона. Это объясняется наложением в каждой точке друг на друга различных цветов, дающих при сложении белый свет.

В таблице 42 (в конце книги) дается последовательность цветов в спектрах первых трех порядков кварцевого клина как для  $P \perp A$ , так и для  $P \parallel A$ ; там же дана соответственная толщина клина в миллиметрах. Пользуясь этой таблицей, можно определить толщину данной кварцевой пластинки. Для этого следует наложить пластинку на клин так, чтобы в них совпадали разнородные главные направления ( $H_1$  клина с  $H_2$  пластинки); тогда в том месте, где толщина их одинакова, получится при  $P \perp A$  черная полоса, а по обе стороны ее будут идти спектры 1-го, 2-го и т. д. порядков; сдвинув несколько пластинку в сторону параллельно острому ребру клина, увидим на клине, какому цвету и какому порядку соответствует окраска пластинки, и тогда толщина ее определится по таблице. Кроме того, можно таким же образом определить порядок окраски любой кристаллической пластинки и эквивалентную ей толщину кварцевого клина.

Все описанные здесь явления следует наблюдать на кварцевом клине как в монохроматическом свете (применяя светофильтры), так и в белом для  $P \perp A$  и  $P \parallel A$  при диагональном положении клина.

Далее следует для пластинок из кварца разной толщины определить цвет и порядок окраски, а также толщину пластинок, пользуясь таблицей 42. То же самое следует сделать для слюдяных пластинок в  $\lambda/4$ ,  $\lambda/2$  и т. д.; определить характер их окраски, порядок спектра и эквивалентную толщину кварцевой пластинки, пользуясь опять клином и таблицей.

2. Определение величины двупреломления кристаллической пластинки извест-

н о й т о л щ и н ы. Величина двупреломления пластинки, выражаемая разностью между показателями преломления волн, идущих нормально к пластинке, получается из соотношения

$$R = d(n_2 - n_1),$$

где  $R$  — разность хода, даваемая пластинкой,  $d$  — ее толщина, а  $(n_2 - n_1)$  — величина двупреломления. Характерной оптической константой для кристалла является величина наибольшего двупреломления  $(n_g - n_1)$ , где  $n_g$  есть наибольший показатель преломления, а  $n_1$  наименьший. Эта константа определяется на пластинке, вырезанной параллельно плоскости оптических осей в двуосном кристалле или параллельно оптической оси в одноосном.

Кристаллическая пластинка помещается между скрещенными поляризатором и анализатором так, чтобы направления колебаний светового пучка, идущего нормально к ней, образовали угол в  $45^\circ$  с главными направлениями поляризатора и анализатора. В этом случае пластинка будет наиболее ярко освещена.

Величина двупреломления определяется при помощи цветной номограммы двупреломления (см. таблицу 46 в конце книги). Она построена так, что по горизонтальной оси отложены величины разности хода в миллимикронах, а по вертикальной — толщины пластинки в миллиметрах. Сама таблица раскрашена, и каждой разности хода соответствует определенная интерференционная окраска. Так как зависимость между разностью хода, толщиной пластинки и величиной двупреломления линейная, то геометрическое место точек, характеризующих одинаковую величину двупреломления, есть прямая линия. Для различных величин  $(n_g - n_1)$  она имеет разный наклон к горизонтальной оси. На верхнем и правом обрезам таблицы нанесены величины двупреломления, соответствующие каждой наклонной прямой.

Определение величины  $(n_g - n_p)$  производится следующим образом:

1) находят полосу, соответствующую по окраске цвету кристаллической пластинки, помещенной между скрещенными анализатором и поляризатором;

2) находят точку пересечения этой полосы с линией, соответствующей толщине пластинки;

3) по наклонной прямой, идущей из точки пересечения этих двух линий, на верхнем и правом обрезам таблицы находят величину двупреломления.

По величине разности хода и известному двупреломлению можно также решить обратную задачу, т. е. найти толщину пластинки.

Берут пластинку кристалла с известным двупреломлением, например гипсовую; ее двупреломление

$$n_g - n_p = 1,531 - 1,521 = 0,010$$

для  $\lambda_{Na}$ . По таблице определяют ее разность хода и графически находят толщину: по линии — геометрическому месту точек с одинаковым двупреломлением — доходят до пересечения с полосой, имеющей ту же интерференционную окраску, что и пластинка. Из точки пересечения проводят горизонтальную линию и на левом краю таблицы отсчитывают толщину пластинки.

Полученный результат следует проверить делением величины разности хода, выраженной в миллимикронах, на заданную величину двупреломления для данного сечения кристалла.

**Технические данные установки.** Для выполнения задачи необходимо иметь ромбоздр из исландского шпата, набор кварцевых, гипсовых или слюдяных пластинок толщиной от 0,02 до 0,2 мм, вырезанных соответствующим образом, кварцевую пластинку чувствительного оттенка, кварцевый клин 1-го, 2-го и 3-го порядков, набор слюдяных пластинок  $\lambda/4$ ,  $\lambda/2$ , и  $\lambda$ , цветную номограмму двупреломления.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Г. С. Ландсберг, Оптика, Гостехиздат, 1957.
2. Курс физики под ред. Н. Д. Папалекси, т. II, Гостехиздат, 1947.
3. Р. Вуд, Физическая оптика, ОНТИ, 1936.
4. С. Э. Фриш и А. В. Тиморева, Курс общей физики, т. III, Физматгиз, 1962.

## ЗАДАЧА 117

### ПОЛУЧЕНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ ПОЛЯРИЗОВАННОГО СВЕТА

Задача заключается в ознакомлении с методами получения света с заданным состоянием поляризации и в ознакомлении со способами исследования состояния поляризации светового пучка.

**Описание установки.** На рис. 380 приведена схема установки. Свет от лампы накаливания 1 (автомобильная двенадцативольтовая лампочка, включаемая через понижающий трансформатор 220/12 в) проходит через два конденсатора 2, 3 и падает на входную щель монохроматора М.

Расположение конденсаторов, приемы их установки и схема монохроматора даны в описании задачи 132, в которой используется идентичный прибор.

Местоположение на скамье краев ползушек всех приборов задается отметками на боковых сторонах станин оптических скамей.

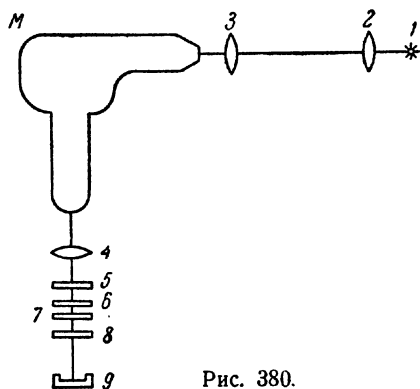


Рис. 380.

Монохроматический пучок света, выходящий через заднюю щель монохроматора, падает на объектив 4 ( $f = 110$  мм), расположенный на определенном расстоянии от щели.

Этот конденсор дает слабо сходящийся пучок света, направленный на защищенный тубусом и закрытый крышечкой селеновый или кремниевый фотоэлемент с запирающим слоем 9, установленный и фиксированный на конце оптической скамьи. Такой фотоэлемент, как известно, может служить самостоятельным источником электродвижущей силы, и потому он непосредственно включается на гальванометр, установленный в отсчетном устройстве ПС-101.

Между стоящим на выходе монохроматора объективом и фотоэлементом устанавливаются все поляризационные приспособления. Они помещаются на горизонтальной планке с четырьмя гнездами, укрепленной на вертикальном штыре на отдельном рейтере. Система держателя поляризационных приспособлений фиксирована.

Поляризационные приспособления состоят из двух поляроидов 5 и 8 и двух кристаллических (слюдяных) пластинок 6 и 7, установленных во вращающихся оправках с градусными шкалами (цена деления шкалы  $5^\circ$ ). Поляроиды так ориентированы в оправках, что они пропускают максимум света, когда на оправках обоих поляроидов отсчет равен  $0^\circ$ .

Оправы всех поляризационных приспособлений имеют разрезные штыри, которые вставляются в гнезда вышеупомянутой горизонтальной планки и затягиваются зажимными винтами. Штыри поляроидов вставляются в крайние гнезда планки.

Кристаллические пластинки, так же как и поляроиды, заклеены между двумя стеклами. Одна из кристаллических пластинок — слюдяная пластинка в  $1/4$  волны для определенного значения длины волны  $\lambda_0$ . Это значение  $\lambda_0$  выбрано соответственно условиям близости к максимуму спектральной чувствительности фотоэлемента и к максимуму энергии в спектре используемого источника света.

Значение  $\lambda_0$  указано непосредственно в надписи на установке. Вторая кристаллическая пластинка — слюдяная пластинка неизвестной (по условиям задачи) толщины.

Назначение кристаллических пластинок поясняется в дальнейшем. Оправы их совершенно идентичны с оправками поляроидов. Все поляризационные приспособления хранятся отдельно от установки и выдаются студентам только на время выполнения задачи.

После приведенного описания общей схемы установки и ее отдельных частей остановимся на тех функциях, которые выполняет каждая из основных частей установки.

1. Монохроматор позволяет выделять из сплошного спектра источника определенный спектральный интервал, ограниченный значениями длин волн  $\lambda$  и  $\lambda + \Delta\lambda$ . Вращением призмы монохроматора (посредством поворотов барабана с делениями) можно изме-



нять значение  $\lambda$ , т. е. выделять спектральный интервал из разных участков сплошного спектра  $\lambda$ .

Необходимость использования света, близкого к монохроматическому в условиях настоящей задачи, вытекает из того, что создание определенной разности фаз между двумя колебаниями возможно только по отношению к колебаниям одной частоты. Получение же света с определенным состоянием поляризации требует, как известно, именно определенной разности фаз между складывающимися компонентами колебаний (о значениях амплитуд складывающихся колебаний для получения поляризованного света см. ниже пункт 3). Так, пластинка в  $\lambda/4$ , очевидно, является таковой только для определенного значения длины световой волны, которое и должно быть выделено монохроматором из сплошного спектра лампы накаливания.

Кроме того, использование монохроматора допускает возможность поочередно применять в работе световые пучки с разными значениями длин волн, что представляет интерес в некоторых описанных ниже упражнениях. Градуировочный график шкалы монохроматора помещен вблизи прибора.

2. Ближайший к выходной щели монохроматора поляроид позволяет получать линейно поляризованный свет.

Ориентация поляроида относительно проходящего через него пучка естественного света в общем случае, конечно, значения не имеет. В нашем случае другие поляризационные приспособления будут в дальнейшем так ориентированы, что на вращающейся оправе этого поляроида удобно всегда иметь неизменный отсчет  $0^\circ$ .

Тогда световой вектор волны, прошедшей через поляроид, направленный параллельно нулевому штриху на неподвижной части его оправы.

3. Пластинка в  $\lambda/4$  нужна прежде всего для получения света, поляризованного по кругу. Она же применяется для получения в некоторых случаях света, эллиптически поляризованного.

Наконец, она будет применяться и для анализа полученного с помощью другой пластинки эллиптически поляризованного света.

Ориентация пластинки в  $\lambda/4$  имеет решающее значение для выполняемых ею функций. Поэтому она помещена во вращающуюся оправу. Ориентация пластинки по отношению к плоскости колебаний падающего на нее линейно поляризованного света определяет амплитуды образующихся в ней двух волн. Пластинка дает волны равных амплитуд, нужные для получения света, поляризованного по кругу, только при определенных отсчетах на ее оправе. Поэтому, поворачивая оправу пластинки в другие положения, можно получить при помощи той же пластинки и эллиптически поляризованный свет.

Наконец, наличие в нашей установке монохроматора позволяет использовать ту же пластинку для получения эллиптически поля-

ризованного света еще и другим способом. Именно, пропуская через ту же пластинку свет из монохроматора не той длины волны, на которую пластинка рассчитана, мы получим эллиптическое колебание, на этот раз за счет отличного от  $\pi/2$  сдвига фаз между двумя перпендикулярными колебаниями, хотя эти колебания и будут иметь равные амплитуды.

В качестве двупреломляющих пластинок в поляризационных устройствах часто применяются пластинки из слюды вследствие легкости их изготовления и дешевизны. Слюда легко расщепляется по плоскостям спайности; тонкие пластинки из нее обладают значительной прочностью и не требуют оптической полировки. Слюда — двухосный кристалл, расщепляющийся по плоскостям, практически нормальным к биссектрисе острого угла между оптическими осями. Плоскость, проходящая через обе оптические оси, пересекает плоскость спайности в направлении, обычно обозначаемом  $\gamma$ . Перпендикулярное ему направление обозначается  $\beta$ . Двухосность кристалла в нашем случае роли не играет. При распространении света вдоль биссектрисы угла между осями двухосного кристалла все происходит так, как при распространении света в направлении, перпендикулярном к оптической оси одноосного кристалла.

Вступающая вдоль нормали к пластинке световая волна продолжает распространяться в пластинке по прежнему направлению. Однако линейно поляризованная волна распадается на две волны с колебаниями, лежащими в двух взаимно перпендикулярных плоскостях. Эти две волны распространяются по одному направлению, но с разными скоростями. Так, в интересующей нас спектральной области показатель преломления для колебаний в направлении  $\beta$  будет  $n_\beta = 1,5908$ , а показатель преломления для колебаний в направлении  $\gamma$  будет  $n_\gamma = 1,5950$ ;  $n_\gamma - n_\beta = 42 \cdot 10^{-4}$ .

Одно из упражнений настоящей задачи состоит в отыскании  $\gamma$ - и  $\beta$ -направлений в пластинке  $\lambda/4$ .

4. Заклеенная между стеклами и помещенная также во вращающейся оправе слюдяная пластинка неизвестной (по условиям задачи) толщины является прибором, формирующим свет с неизвестным состоянием поляризации.

5. Второй поляризатор, стоящий на выходе поляризационного устройства, служит так называемым анализатором света. Повороты этого поляризатора позволяют выпускать из поляризационной системы слагающие светового вектора по тем или иным пространственным направлениям, например, по выбранным осям координат. Очевидно, что величина этих слагающих зависит от состояния поляризации падающего на анализатор света, и их измерение необходимо для суждения о том, в каком состоянии поляризации был свет, падающий на анализатор.

6. Фотоэлемент, э. д. с. которого пропорциональна интенсивности падающего на него света, служит для измерения интенсив-

ности пропущенного анализатором света, т. е. для измерений средних по времени квадратов только что упомянутых слагающих исследуемого светового вектора по тем направлениям, колебания вдоль которых пропускает анализатор.

Кроме описанных основных приборов, в комплект каждой установки входит ручной фонарь, питаемый от понижающего трансформатора, включаемого на первичное напряжение 127 в. Ручной фонарь применяется для освещения шкал на оправах поляризационных приспособлений. Надо следить за тем, чтобы яркий свет от этого фонаря не попал на фотоэлемент.

На пояснении роли конденсоров в оптической системе мы не останавливаемся. Заметим только, что диафрагма на ближайшем к выходной щели конденсоре используется в качестве регулятора светового потока через установку.

**Подготовка установки к измерениям.** Проверяют, закрыта ли крышечка на предохранительном тубусе фотоэлемента.

Устанавливают на барабане монохроматора указанный для данного прибора отсчет, соответствующий длине волны  $\lambda_0$ .

Сравнивают расположение осветителя и конденсоров перед входной щелью монохроматора с указаниями, данными в описании задачи 132. Расстояния между осветителем, конденсорами и входной щелью приблизительно соответствуют цифрам, данным в описании задачи 132.

Осветитель и конденсоры неподвижно закреплены на оптической скамье. Также фиксирована их высота. Для небольшого корригирования осветительной системы допустимо лишь осторожное пользование поперечными микрометрическими подачами конденсора и двумя винтовыми подачами кожуха осветителя.

Винт на заднем торце осветителя регулирует в узких пределах высоту расположения лампочки. Горизонтальная винтовая подача на кожухе осветителя регулирует поперечное перемещение лампочки на оси системы.

В каких случаях возможно применить эти регулировки осветителя, сказано ниже. Безусловно недопустимо знакомиться с действием этих регуляторов, произвольно вращая их головки и не контролируя одновременно работу монохроматора описанным ниже способом.

Ирисовая диафрагма на ближайшем к входной щели конденсоре при подготовке установки к измерениям должна быть полностью открыта.

Включают лампочку осветителя через понижающий трансформатор. Вилка трансформатора вставляется для включения в розетку с напряжением 220 в.

Если теперь окажется, что яркое световое пятно, имеющее в своем центре изображение спирали лампы, несколько сдвинуто в сторону от входной щели монохроматора, то приводят его на центр щели

с помощью винтовой подачи ближайшего к входной щели конденсора. Как правило, прибегать к пользованию винтовой поперечной подачей дальнего от щели конденсора и тем более к пользованию винтовыми подачами осветителя не приходится.

Ширина входной и выходной щелей монохроматора установлена в 1 мм и никакой регулировке в процессе работы не подлежит.

После того как яркое световое пятно приведено на центр входной щели монохроматора, дальнейший контроль за ходом светового пучка в монохроматоре осуществляется через выходную щель прибора.

На белой бумаге, помещенной непосредственно за выходной щелью, должна быть видна яркая однородно освещенная цветная полоска (прямоугольник)<sup>1)</sup>; на крышечке тубуса фотоэлемента должно быть овальное световое пятно.

Если эти условия удовлетворены, то установку можно считать подготовленной к измерениям.

Если они не удовлетворены, то осветительная система нуждается в более фундаментальной проверке.

Приближают глаз к выходной щели прибора: грань призмы монохроматора должна быть залита ослепительно ярким светом. Если это условие не удовлетворено (при ярком световом пятне на входной щели прибора), то это означает, что осветитель и конденсор перед входной щелью расцентрированы и входящий в щель пучок попадает не на объектив коллиматора, а на стенки его тубуса. В таком случае надо добиться правильного освещения грани призмы, действуя микрометрическими винтовыми подачами конденсоров и лампочки. После этого вновь проверяют световое пятно на белой бумаге за выходной щелью монохроматора и световое пятно на крышечке тубуса фотоэлемента.

Устанавливают в крайние гнезда планки поляроиды, устанавливают на шкалах обоих поляроидов отсчет 0°. После этого снимают крышечку с защитного тубуса фотоэлемента, включают освещение шкалы отсчетного устройства и наблюдают его показания. Если вся система установлена правильно, то гальванометр должен дать отклонение 500—600 делений шкалы в зависимости от величины отверстия в диафрагме конденсора. При этих условиях можно считать установку подготовленной к измерениям. Если показания гальванометра в отсчетном устройстве сильно занижены, то это свидетельствует о неправильной центровке осветительной системы, и последняя должна быть вновь выверена.

*Всякая регулировка нуля на отсчетном устройстве воспрещена.* Со всеми недоразумениями по этим вопросам нужно обращаться к дежурному лаборанту.

---

<sup>1)</sup> Разумеется, затвор за входной щелью монохроматора должен быть открыт, о чем можно судить по надписи на его рычажке.

На миллиметровой бумаге надо подготовить несколько сеток полярных координат с радиусами-векторами, проведенными через каждые  $5-10^\circ$ . Длина радиуса-вектора 50 мм.

### *Упражнение 1*

#### **Исследование линейно поляризованного света**

Поляроиды установлены в крайние гнезда планки. На оправках поляроидов установлен стечет  $0^\circ$ . Гальванометр дает отклонение 500—600 делений шкалы.

Последовательно поворачивая поляроид-анализатор каждый раз на два деления шкалы, измеряют силу фототока для каждой ориентации поляроида. Проводят эти измерения для одного полного оборота поляроида вокруг оси светового пучка. На заготовленной координатной сетке в полярных координатах строят график измеренных интенсивностей света.

При дальнейшей обработке строят на той же координатной сетке график функции  $\cos^2 \alpha$ , где  $\alpha$  — угол между ориентациями обоих поляроидов, и сравнивают его с вышеуказанным экспериментальным графиком.

### *Упражнение 2*

#### **Исследование пластинки $\lambda/4$ . Получение света, поляризованного по кругу**

Скрещивают поляроид-анализатор с поляризатором. Устанавливают пластинку  $\lambda/4$ .

Последовательно поворачивают пластинку, каждый раз на два деления шкалы, измеряя силу фототока для каждой ориентации пластинки. Проводят эти измерения для одного полного оборота пластинки.

На заготовленной координатной сетке в полярных координатах строят график измеренных интенсивностей света.

Находят на этом графике приблизительные значения четырех углов ориентации пластин, при которых интенсивность прошедшего через систему света близка к нулю <sup>1)</sup>.

Проводят многократные измерения, через  $5-10^\circ$ , вблизи каждой из четырех ориентаций пластинки, при которых интенсивность света близка к  $0^\circ$ . Усредняя эти измерения, находят точные значения искоемых четырех ориентаций пластинки.

Проводят на полярной диаграмме два диаметра через угловые отсчеты, соответствующие нулевой интенсивности света. Помечают

<sup>1)</sup> При совершенных поляризационных приспособлениях интенсивность света должна упасть до нуля.

концы одного диаметра буквами  $\beta$ , а концы другого диаметра буквами  $\gamma$ . В нашем случае отметки  $\beta$  надо приписать тому диаметру, один из концов которого проходит через наименьший угловой отсчет на оправе пластинки (рис. 381)<sup>1)</sup>. Теперь пластинка  $\lambda/4$  ориентирована.

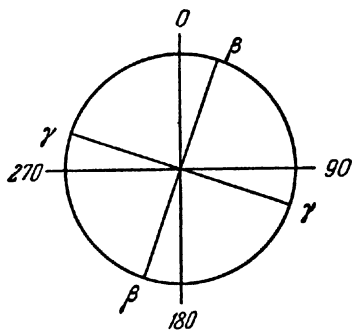


Рис. 381.

Поворачивая оправу пластинки, устанавливают на ней отсчет, соответствующий биссектрисе угла между  $\beta$ - и  $\gamma$ -направлениями. Теперь проходящий через пластинку свет должен быть поляризован по кругу.

Поворачивая анализатор (так же, как и прежде, степенями через 5—10°), измеряют интенсивность света (по величине фототока) на протяжении одного полного оборота анализатора. Строят в полярных координатах график распределения интенсивности по углам.

### Упражнение 3

#### Получение и исследование эллиптически поляризованного света при помощи пластинки $\lambda/4$

Убедившись в том, что в результате второго упражнения свет поляризован по кругу, используют пластинку  $\lambda/4$  для получения света, поляризованного эллиптически.

1. Изменяют найденную для получения круговой поляризации ориентацию пластинки  $\lambda/4$  на  $+30^\circ$  и на  $-30^\circ$ . Для каждой ориентации пластинки производят (так же, как и в предыдущих случаях) анализ поляризованного света и немедленное построение графика распределения интенсивности.

Напомним, что максимумы и минимумы кривой распределения интенсивностей всегда промеряются многократно, так как именно они используются для перехода от кривой распределения интенсивностей к кривой, описывающей форму светового колебания.

Дальнейшая обработка результатов заключается в отыскании формы эллиптического светового колебания. Очевидно, что оси эллипса направлены по максимальной и минимальной хордам полученного графика. Отношение полуосей эллипса можно найти, извлекая квадратный корень из отношения длин этих хорд (фотоэлементом измеряют интенсивность света, пропорциональную квадрату амплитуды векторов  $E$ ).

<sup>1)</sup> Это было установлено предварительным исследованием пластинки до ее заклейки между стеклами.

Сравнивают отношение полуосей эллипса, найденное на опыте, со значением отношения, которое теоретически должно иметь место при повороте пластинки на  $\pm 30^\circ$ .

Зная отношение полуосей эллипса  $a$  и  $b$  и их ориентацию, строят эллипс, пользуясь уравнением

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

2. Возвращают пластинку  $\lambda/4$  в положение, соответствующее получению света, поляризованного по кругу. Изменяют длину волны света, выпускаемого монохроматором <sup>1)</sup>.

Проводят для обоих случаев тот же анализ поляризованного света, как и в случае 1 настоящего упражнения и строят соответствующий график распределения интенсивности, а затем — эллипс, определяющий форму светового колебания.

Рассчитывают эллипс, исходя из сделанного изменения используемой длины волны, и строят рассчитанный эллипс. Сравнивают результат расчета с результатами опыта.

#### Упражнение 4

##### Получение эллиптически поляризованного света при помощи слюдяной пластинки неизвестной толщины и его анализ

Восстанавливают на барабане монохроматора отсчет, соответствующий длине волны  $\lambda_0$ .

Снимают с установки пластинку  $\lambda/4$  и помещают в переднее из двух средних гнезд держателя штырь оправы со слюдяной пластинкой неизвестной толщины. Нужный для работы отсчет на оправе этой пластинки указан непосредственно на каждой установке для используемого на ней поляризационного набора.

Проводят обычный анализ получающегося с этой пластинкой поляризованного света и строят соответствующий график распределения интенсивности в полярных координатах.

Находят величину и ориентацию осей эллипса светового колебания и строят этот эллипс.

Устанавливают в держателе пластинку  $\lambda/4$  последовательно с исследуемой пластинкой. Ориентируют пластинку  $\lambda/4$  так, чтобы превратить эллиптически поляризованный свет в линейно поляризованный. Для этого устанавливают  $\beta$ -направление пластинки  $\lambda/4$  параллельно длинной оси эллипса и  $\gamma$ -направление параллельно его короткой оси.

Анализируют свет, прошедший через обе слюдяные пластинки. Строят полярную диаграмму распределения интенсивности полученного линейно поляризованного света. Эта диаграмма будет иметь

<sup>1)</sup> Нужное значение длины волны  $\lambda$  указывается непосредственно на установке

характерную форму «восьмерки» и поможет выяснить вопрос направления вращения конца светового вектора по эллипсу.

Световой вектор может обходить эллипс по часовой стрелке или против часовой стрелки. Другими словами, свет может быть правополяризованным или левополяризованным при одной и той же форме и размерах эллипса поляризации.

Очевидно, что различие в направлении вращения конца светового вектора по эллипсу определяется фазами двух складывающихся колебаний, направленных по большой и малой полуосям эллипса.

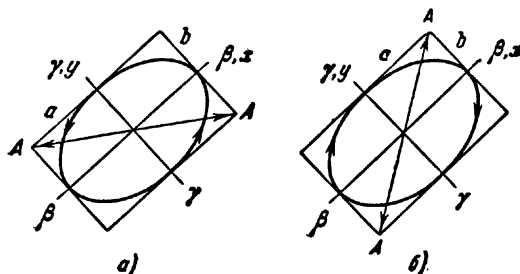


Рис. 382.

Колебания эти обязательно отличаются по фазе на  $\frac{\pi}{2}$ , но эта разность фаз может быть разного знака ( $\pm \frac{\pi}{2}$ ).

Расположим правовинтовую систему осей декартовых координат по осям построенного эллипса (см. выше), направив ось абсцисс по большой оси эллипса, а ось  $z$  вдоль по направлению распространения света навстречу наблюдателю (рис. 382, а и б).

Таким образом, мы направим оси  $x$  и  $y$  системы координат по  $\beta$ - и  $\gamma$ -направлениям слюдяной пластинки, что и отмечено на рисунке пометкой осей координат двойными индексами  $\beta, x$  и  $\gamma, y$ .

Пользуясь такой системой координат и смотря навстречу световому пучку, можно сказать, что левое вращение светового вектора (рис. 382, а) будет иметь место, если до вступления в пластинку  $\lambda/4$  колебания компонент вектора  $E$  по двум осям  $x$  и  $y$  (после его выхода из неизвестной пластинки) могут быть записаны в следующей форме:

$$E_x = E_{x_0} \cos \omega t, \quad (1)$$

$$E_y = E_{y_0} \sin \omega t = E_{y_0} \cos \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right). \quad (2)$$

Обратное — правое вращение (рис. 382, б) — будет иметь место, если компоненты вектора  $E$  по осям  $x$  и  $y$  имеют вид

$$E_x = E_{x_0} \cos \omega t, \\ E_y = -E_{y_0} \sin \omega t = E_{y_0} \cos \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right).$$



После прохождения света через пластинку  $\lambda/4$  между компонентами  $E_x$  и  $E_y$  появится дополнительный сдвиг фаз, равный  $\pm \frac{\pi}{2}$ , обусловленный разностью скоростей распространения в слюде света с компонентами электрического вектора вдоль  $\beta$ - и  $\gamma$ -направлений.

В первом случае эти компоненты по выходе из пластинки имеют вид

$$E_x = E_{x_0} \cos(\omega t - k_\beta d) = E_{x_0} \cos\left(\omega t - \frac{\omega}{v_\beta} d\right), \quad (3)$$

где  $k_\beta = \frac{2\pi}{\lambda_\beta}$  и  $v_\beta$  есть скорость распространения в пластинке волны с электрическим вектором, направленным вдоль оси  $\beta$ , и  $d$  — толщина пластинки  $\lambda/4$ . Соответственно,

$$\begin{aligned} E_y &= E_{y_0} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2} - k_\gamma d\right) = E_{y_0} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2} - \frac{\omega}{v_\gamma} d\right) = \\ &= E_{y_0} \cos\left(\omega t - \frac{\omega}{v_\beta} d - \frac{\omega}{v_\gamma} d + \frac{\omega}{v_\beta} d - \frac{\pi}{2}\right) = \\ &= E_{y_0} \cos\left[\omega t - \frac{\omega}{v_\beta} d + \frac{\omega d}{v_\beta v_\gamma} (v_\gamma - v_\beta) - \frac{\pi}{2}\right] = \\ &= E_{y_0} \cos\left(\omega t - \frac{\omega}{v_\beta} d - \pi\right) = -E_{y_0} \cos\left(\omega t - \frac{\omega}{v_\beta} d\right), \end{aligned} \quad (4)$$

так как для слюды  $v_\beta > v_\gamma$  и, согласно определению пластинки  $\lambda/4$ , в этом случае  $\omega d \left(\frac{1}{v_\beta} - \frac{1}{v_\gamma}\right) = \frac{\omega d}{v_\beta v_\gamma} (v_\gamma - v_\beta) = -\frac{\pi}{2}$ . Формулы (3) и (4) показывают, что в результате прохождения через пластинку  $\lambda/4$  поляризованный по левому кругу свет превратился в линейно поляризованный, суммарное колебание в котором происходит во втором и четвертом квадрантах нашей системы координат  $x$ ,  $\beta$  и  $y$ ,  $\gamma$ .

Во втором случае (правое вращение вектора  $E$ ) компоненты электрического вектора по выходе из пластинки  $\lambda/4$  запишутся в виде

$$E_x = E_{x_0} \cos(\omega t - k_\beta d), \quad (5)$$

$$\begin{aligned} E_y &= E_{y_0} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2} - k_\gamma d\right) = \\ &= E_{y_0} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2} - k_\beta d - k_\gamma d + k_\beta d\right) = \\ &= E_{y_0} \cos\left[\omega t - k_\beta d + \frac{\pi}{2} + (k_\beta - k_\gamma) d\right] = \\ &= E_{y_0} \cos(\omega t - k_\beta d), \end{aligned} \quad (6)$$

так как

$$(k_{\beta} - k_{\gamma})d = -\frac{\pi}{2}.$$

Формулы (5) и (6) показывают, что в результате прохождения через пластинку  $\lambda/4$  поляризованный по правому кругу свет превращается в линейно поляризованный, суммарное колебание в котором происходит в первом и третьем квадрантах нашей системы координат.

На указанном различии в ориентации направлений колебаний линейно поляризованного света (квадранты II—IV или I—III), получающегося из света эллиптически поляризованного, основан способ определения направления вращения вектора  $E$ .

Проведем на том же рисунке 382, *а* прямую AA, направленную параллельно длинной хорде ранее построенной нами «восьмерки» (см. выше).

Если окажется, что прямая AA прошла через квадранты II—IV (рис. 382, *а*), то это будет значить, что анализируемый свет был левополяризованным. Если прямая AA пройдет через квадранты I—III (рис. 382, *б*), то — правополяризованным.

Таким же образом можно определять и направления вращения светового вектора в поляризованном по кругу свете.

В этом случае вследствие равенства амплитуд  $\beta$ - и  $\gamma$ -колебаний получим на выходе их пластинки  $\lambda/4$  линейно поляризованный свет с направлениями колебаний, лежащими вдоль той или иной биссектрисы наших координатных углов, в зависимости от направления вращения вектора в анализируемом световом пучке.

**Технические данные установки.** В работе используется монохроматор марки УМ-2 с соответствующей осветительной и конденсорной системами. В качестве источника света используется автомобильная лампа мощностью 50 *вт*. Фотоэлемент включен в отсчетное устройство марки ПС-101, с зеркальным гальванометром. Оправы для поляроидных пленок и кристаллооптических препаратов, а также сами препараты изготовлены на физическом факультете университета.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Г. С. Ландсберг, Оптика, Гостехиздат, 1957.
2. Р. В. Поль, Введение в оптику, Гостехиздат, 1947.

#### ЗАДАЧА 118

### ИЗМЕРЕНИЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ПРЕЛОМЛЕНИЯ КРИСТАЛЛОВ ПРИ ПОМОЩИ КРИСТАЛЛ-РЕФРАКТОМЕТРА

Целью настоящей работы является измерение показателей преломления оптически анизотропных кристаллов и изотропных твердых тел.

Оптическая анизотропия среды заключается, как известно, в зависимости скорости света и показа-

теля преломления вещества от направления распространения в нем света. Как показывает рассмотрение этих явлений, оптическая анизотропия среды приводит к поляризации распространяющегося в ней света.

Содержанием настоящей работы является измерение показателей преломления исландского шпата (кальцита  $\text{CaCO}_3$ ), кварца ( $\text{SiO}_2$ ) и, для сравнения с кристаллами, измерение показателей преломления некоторых изотропных тел (силикатных стекол).

Примененный в настоящей задаче метод измерений показателей преломления основан на использовании предельного угла преломления света на границе двух сред.

Сущность этого экспериментального приема, довольно широко распространенного в рефрактометрии (см. также задачу 103), легко понять из рассмотрения распространения света в изображенной на рисунке оптической системе (рис. 383).

Пусть пучок света падает на границу соприкосновения двух тел: стеклянной полусферы и расположенного на ней кристалла. Полусфера сделана из стекла с показателем преломления  $n_2$ , превышающим показатель преломления  $n_1$  исследуемого кристалла. Между поверхностью кристалла и полусферы имеется тонкий контактный слой жидкости, показатель преломления которой  $n$  удовлетворяет неравенству  $n_1 < n < n_2$ .

Рассмотрим вопрос о том, под какими углами могут войти в полусферу световые пучки, проникающие в нее сверху через кристалл или другое изучаемое тело.

Проведем вертикальный диаметр полусферы, являющийся, одновременно, и нормалью  $ON$  к поверхности соприкосновения сферы и исследуемого тела (образца).

Из элементарных соображений, основанных на законе преломления света и приведенного выше неравенства, можно утверждать следующее. При избранном способе освещения сферы сверху внутри нее смогут распространяться световые пучки лишь в определенном угловом диапазоне направлений между нормалью и некоторым крайним направлением  $OA$  (рис. 383). Световые пучки, направления распространения которых лежали бы в угловом диапазоне  $BOA$ , в полусфере распространяться не могут<sup>1)</sup>.

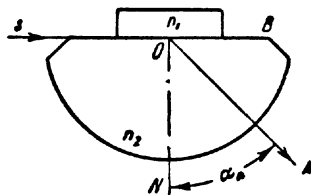


Рис. 383.

<sup>1)</sup> Ясно, что здесь идет речь о возможных (и невозможных) направлениях распространения света, а вовсе не о возможности (или невозможности) просто заставить свет пройти через ту или иную точку внутри полусферы. «Осветить» можно, разумеется, любую точку внутри полусферы, но при принятом способе освещения нельзя заставить свет пройти через эту точку в любом направлении.

Легко видеть, что предельный угол  $\alpha_n$  с нормалью к полусфере  $ON$  будет образовывать после преломления световой пучок  $OA$ , ранее скользящий по горизонтальной поверхности полусферы и прилегающего к ней образца.

Можно связать направление распространения этого светового пучка в сфере с показателями преломления образца и сферы (пока-

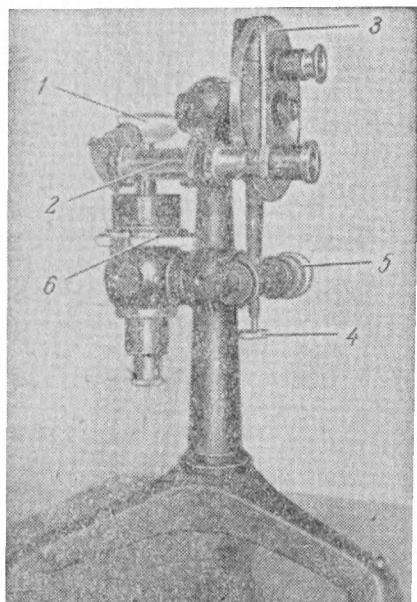


Рис. 384. Общий вид прибора (защитный кожух снят с полусферы):

1 — стеклянная полусфера, 2 — коленчатая оптическая труба, 3 — вертикальный лимб, 4 — зажимной винт, 5 — микрометрический винт, 6 — горизонтальный лимб.

ного выше метода измерений весьма близко к приведенной выше принципиальной схеме опыта.

Центральной частью прибора (рис. 384) действительно является полусфера 1, изготовленная из тяжелого оптического стекла (флинт,  $n_2 = 1,73957$  для  $\lambda = 5893 \text{ \AA}$ ).

На ее горизонтальную плоскость помещаются на контактной жидкости исследуемые образцы. Свет от используемого источника идет широким пучком на матовую боковую поверхность образца, обеспечивающую падение на границу раздела образца и сферы световых пучков всех направлений, в том числе и самого важного для измерений скользящего светового пучка.

затель преломления промежуточного плоскопараллельного слоя контактной жидкости в этот расчет не войдет, потому что этот слой, как и всякая плоскопараллельная пластинка, не изменяет направления хода лучей).

Из закона преломления можно написать  $\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{n_2}{n_1}$ , где  $\beta$  — угол падения, в данном случае равный  $\frac{\pi}{2}$ . Отсюда искомая величина  $n_1 = n_2 \sin \alpha_n$ , т. е., зная из опыта значения  $n_2$  и  $\alpha_n$ , мы можем вычислить величину  $n_1$  исследуемого образца. Фактически, при изготовлении полусферы из стекла с известным показателем преломления на опыте требуется измерять лишь значения предельных углов  $\alpha_n$ .

Эти соображения и положены в основу устройства применяемого в настоящей задаче кристалл-рефрактометра.

Описание прибора. Практическое осуществление изложен-

Источником света служит натриевая лампа, установленная в цилиндрическом кожухе, укрепленном на штативе, стоящем рядом с кристалл-рефрактометром. В цепь постоянно введен регулируемый реостат, через который лампа включается в настольную розетку напряжением 220 в.

При включении лампы в ней сначала вспыхивает синеватый разряд в аргоне, а затем через 3—5 минут (после испарения разогретого разрядом натрия) разгорается желтым светом электрическая дуга в парах натрия.

Если лампа уже горела и была выключена, то повторное ее зажигание возможно лишь через 20 минут, т. е. после полного охлаждения лампы.

Отыскание предельного направления распространения света в полусфере осуществляется при помощи небольшой вращающейся коленчатой зрительной трубы 2 (рис. 384). Зрительная труба, как всегда при использовании труб для угловых измерений, наведена на бесконечность. В таком случае распределение света и тени в наблюдаемой через окуляр фокальной плоскости трубы позволяет судить о направлениях световых пучков, входящих в объектив трубы.

Каждому направлению, по которому распространяется свет, будет отвечать в фокальной плоскости трубы светлая точка. Каждому направлению, по которому нет света — темная точка.

Пусть труба вращается по дуге окружности, концентрической с полусферой, так что ось трубы всегда направлена к центру полусферы, по ее радиусу (рис. 385).

Если в результате такого вращения трубы видимый в ее окуляре крест нитей совпадает с границей света и тени, то это будет означать, что труба наведена своей оптической осью как раз на предельное (для данного образца) направление распространения света в полусфере (направление  $OA$  на рис. 383).

Верхняя, темная часть поля зрения трубы отвечает отсутствию световых пучков, направления распространения которых лежали бы в пределах углового сектора  $BOA$  (рис. 383). Практически сделать прямую зрительную трубу, вращающуюся вокруг полусферы так, как это показано на рисунке, неудобно. Поэтому для удобства отсчетов прибор имеет коленчатую трубу 2 с поворотной призмой, как это показано на рис. 384. Короткое колено трубы, содержащее объектив, вращается так, что ее оптическая ось всегда направлена

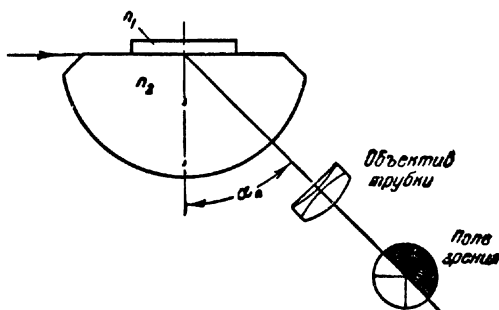


Рис. 385.

к центру полусферы. При этом длинное окулярное колено трубы, повернутое на  $90^\circ$ , вращается вокруг горизонтальной оси вместе с вертикальным лимбом.

Вращение трубы для наведения ее на границу света и тени производится от руки. Однако внизу под лимбом имеется и микрометрическая винтовая подача 5, которая может использоваться после закрепления зажимного винта 4 (рис. 384). Микрометрический винт снабжен делениями, используемыми только при некоторых дисперсионных измерениях, которые в настоящей задаче не производятся.

Измерив по лимбу 3 нужный угол  $\alpha_n$  оптической оси трубы с нормалью к полусфере и зная ее показатель преломления, мы уже можем найти искомую величину  $n_1$ .

Практически, после измерения этого угла мы не делаем никаких расчетов, а пользуемся прилагаемыми к прибору таблицами, в которых приведены величины  $n_1$  для всех возможных значений угла  $\alpha_n$ .

В этом виде рефрактометр позволял бы измерять показатель преломления исследуемого образца только в одном направлении. Измерения его по различным направлениям требовали бы изготовления различно ориентированных образцов кристаллов.

Взамен этого полусфера кристалл-рефрактометра имеет возможность, вместе с поставленным на нее образцом, вращаться вокруг вертикальной оси. При этом углы поворота полусферы и образца могут измеряться по расположенному под сферой малому горизонтальному лимбу 6 (рис. 384).

Вращение изучаемого кристалла вокруг вертикальной оси обеспечивает возможность измерений его показателя преломления при различных азимутах его ориентации относительно распространяющихся в образце световых пучков.

Возможность изменения ориентации образца при измерениях показателя преломления является особенностью прибора как кристалл-рефрактометра; это излишне в рефрактометрах, предназначенных для работы с одними лишь изотропными телами (стекла, пластические массы, жидкости) (см задачу 103).

В приборе имеется еще одна деталь конструкции, также учитывающая специальное назначение прибора для работы с оптически анизотропными и поляризующими свет веществами.

В окуляр зрительной трубы вставлен поляроид. Вращение выходного колена окуляра вокруг оси трубы, за внешнее рифленое кольцо, позволяет изменять ориентацию этого поляроида.

Наличие такого поляроида существенно облегчает работу прибора с оптически анизотропными веществами. Как известно, в оптически анизотропном веществе при произвольной ориентации образца по отношению к падающему свету распространяются два световых луча, поляризованных в двух взаимно-перпендикулярных плоскостях.

При измерениях показателей преломления необходимо иметь возможность исследовать распространение каждого из этих двух лучей в отдельности. Чтобы разделить эти лучи и исследовать их порознь, когда они геометрически мало расходятся, надо использовать их различные состояния поляризации. Вращающийся полярOID позволяет гасить поочередно один из этих лучей и производить в это время измерения для другого.

В заключение сделаем несколько замечаний о достоинствах и недостатках применяемого в настоящей задаче метода измерений. Точность используемого метода меньше точности интерференционных способов измерения показателя преломления. Практически этот метод позволяет (при применении строго монохроматического света) находить значения показателя преломления с точностью до четвертого десятичного знака. Таким образом, применяемый метод стоит по точности на одном уровне с гониометрическим методом (задача 102) измерений показателя преломления, в котором используется призма, изготовленная из исследуемого вещества. Однако кристалл-рефрактометрический метод проще, так как он предъявляет минимальные требования к размерам, качеству и предварительной подготовке образца для измерений. Кроме того, осуществленный в несколько ином варианте кристалл-рефрактометрический метод допускает измерения показателей преломления непрозрачных объектов. В нем используется явление полного внутреннего отражения от границы оптически непрозрачного тела.

Еще одна возможность измерений показателя преломления кристаллов основана на применении так называемого поляризационного светофильтра и канавчатого спектра (см. задачу 120). Последний способ позволяет измерять дисперсию показателя преломления.

В некоторых случаях измерения показателей преломления кристаллов могут быть выполнены с помощью поляризационного микроскопа, но точность измерений в этом случае не превышает величины  $\sim 10^{-2}$ .

### Подготовка прибора к измерениям и производство измерений.

1. Снимают с полусферы защитную крышечку, опирающуюся на защитный кожух полусферы, и включают натриевую лампу на 220 в.

2. Включают вилку провода от трансформатора для питания лампочек подсветки шкалы в настольную розетку с напряжением 127 в. Включают в штепсельные гнезда на верхней панели трансформатора вилку вспомогательного карманного фонаря подсветки. Карманный фонарь имеет на корпусе еще выключатель, которым надо пользоваться при работе.

3. Если горизонтальная поверхность полусферы имеет на себе следы контактной жидкости, оставшейся от прежних опытов, то ее протирают специальной салфеткой, делая легкие кругообразные движения. Нажим на поверхность полусферы или трение ее в радиальных направлениях совершенно недопустимы. Необходимо иметь в виду, что тяжелые сорта стекла с большими значениями показателей преломления чрезвычайно мягки, хрупки и ничтожное усилие их царапает и разрушает.

Если указанный метод протирки полусферы почему-либо не очищает ее, то необходимо обратиться к лаборанту. *Прикосновение к полусфере бумагой или пальцами недопустимо.*

4. Берут из коробки с исследуемыми образцами один из стеклянных цилиндров (они различаются по меткам на нерабочих торцах) и протирают его так же, как и полусферу.

5. Удерживая цилиндр за боковую поверхность вертикально, наносят на его верхний горизонтальный торец капельку контактной жидкости диаметром 2—3 мм. Капелька наносится кончиком специальной пробки, закрывающей флакон с контактной жидкостью.

Затем переворачивают цилиндр каплей вниз и ставят его с очень легким нажимом на центр полусферы. При этом капля контактной жидкости смачивает всю поверхность соприкосновения торца цилиндрика с полусферой. Наблюдаемая в дальнейшем оптическая картина будет испорчена, если контактная жидкость растечется из-под цилиндра по поверхности полусферы. Поэтому двигать поставленный цилиндр по поверхности полусферы не следует. Если излишек жидкости почему-либо все же растекся по поверхности полусферы, то необходимо снять цилиндр и, протерев его и полусферу салфеткой, проделать все операции сначала.

6. После этого можно приступать к наблюдениям в зрительную трубу (до того как цилиндр установлен, в трубу вообще света видно не будет). Необходимо отпустить зажимной винт под лимбом. Вращая трубу вокруг горизонтальной оси прибора, можно найти видимую в нее границу света и тени и навести на нее крест нитей. Это можно сделать от руки, но можно воспользоваться и микрометрическим винтом. Фокусировка трубы на бесконечность фиксирована и регулировке не подлежит.

Ориентация поляроида в окуляре трубы, при опытах с изотропным стеклом, существенного значения иметь не будет.

7. Установив крест нитей на границу света и тени, как это указано выше, производят отсчет предельного угла преломления по вертикальному лимбу и записывают его. При производстве отсчета подсвечивают лимб карманным фонариком. Вращая затем полусферу вокруг вертикальной оси, т. е. изменяя азимут образца, ведут наблюдения в трубу за границей света и тени. Вращение полусферы производится двумя пальцами за рифленые края азимутального лимба, находящегося под полусферой. При работе со стеклянным образцом очевидно, что положение границы света и тени не должно зависеть от азимута образца, в чем легко убедиться на опыте. Наведя крест нитей несколько раз на границу света и тени, записывают всякий раз отсчеты по лимбу трубы. Для исключения мелких случайных ошибок рекомендуется сделать эти измерения при нескольких азимутальных ориентациях образца.

По среднему значению найденного таким образом угла определяют значение показателя преломления исследуемого образца стекла.

Затем проделывают такие же измерения с другим образцом стекла.



8. Переходят к измерениям с кристаллами исландского шпата и кварца. Образцы этих кристаллов вырезаны также в виде цилиндров. Оптическая ось кристаллов имеет теперь, в каждом цилиндре, характерное, специально выбранное направление, позволяющее наблюдать наиболее интересные явления двойного лучепреломления.

Мы не указываем здесь, как именно ориентированы оптические оси кристаллов в разных образцах. Одна из задач студентов в настоящем упражнении заключается в том, чтобы научиться самостоятельно устанавливать эти ориентации на основании собственных наблюдений.

Подготовка каждого образца к измерениям и установка его на полусфере производятся так же, как и для стеклянных образцов. Но отыскание в зрительную трубу границы света и тени будет теперь, вообще говоря, сложнее, чем для стеклянных образцов.

Во-первых, таких границ может быть две. Во-вторых, их наблюдения будут эффективны при двух разных ориентациях окулярного поляроида. Следовательно, отыскивая границу света и тени, надо не только перемещать зрительную трубу как целое, но и вращать в ней поляроид до тех пор, пока одна из границ не станет четкой. Несколько раз, наводя трубу на четкую границу света и тени, записывают соответствующие отсчеты по лимбу. Затем, изменяя азимут кристалла, через каждые  $20^\circ$  производят измерения предельного угла  $\alpha_n$ .

Повернув поляроид на  $90^\circ$ , надо отыскать вторую границу света и тени для того же кристалла и проделать для нее те же измерения.

Такие измерения необходимо проделать для всех имеющихся при задаче образцов.

**Обработка результатов измерения для кристаллов.** 1. По значениям предельных углов для всех азимутов необходимо найти значения показателей преломления также для всех азимутов кристалла.

2. Найденные значения показателей преломления для исландского шпата надо представить в виде полярной диаграммы. Для этого надо построить через каждые  $20^\circ$  радиальную сетку с радиусами  $\sim 15$  см и отложить по этим радиусам значения показателей преломления  $n_o$  и  $n_e$  в масштабе:  $n = 1$  соответствует 5 см.

Соединив концы радиусов для  $n_o$  и  $n_e$  плавными кривыми, получают полярные диаграммы этих величин. Пользуясь полученным графиком, нужно определить оптический знак кристалла и направление его оптической оси по отношению к графику и ее расположение по отношению к оси цилиндрического образца кристалла.

Пользуясь тем же графиком, находят максимальную разность  $\Delta n = n_e - n_o$ , где  $\Delta n$  есть максимальная величина двойного лучепреломления. Из последней формулы находят величину  $\Delta l$  для исландского шпата.

3. Ввиду малой разности показателей преломления  $n_e$  и  $n_o$  для кварца строить для этого кристалла аналогичные графики нецелесообразно. Поэтому по результатам измерений показателей преломления кварца, проведенных с образцом, вырезанным перпендикулярно оптической оси кристалла, находят для каждого угла поворота кристалла значения  $\Delta n = n_o - n_e$ . Усредняя значения  $\Delta n$ , находят величину двойного лучепреломления в кварце.

4. По результатам измерений показателей преломления  $n_o$  и  $n_e$ , проведенных с образцом кварца, вырезанным параллельно оптической оси, определяют оптический знак кристалла кварца и направление оптической оси в образце по отношению к геометрической оси используемого цилиндра.

**Технические данные установки.** Задача поставлена с кристалл-рефрактометром типа КРМ, выпускаемого нашей промышленностью. Однако в приборе произведен ряд переделок, в окуляре зрительной трубы установлен поляриод, без которого, очевидно, работа кристалл-рефрактометра не бывает полноценной. Натриевая лампа марки DNaCl8 принадлежит к серии так называемых спектральных ламп, выпускаемой нашей промышленностью. Ориентированные образцы исландского шпата и кварца изготовлены на физическом факультете университета.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Г. С. Ландсберг, Оптика, гл. XV, XVI и XXV, Гостехиздат, 1957.
2. М. Борн, Оптика, ДНТВУ, Харьков, 1937.
3. Р. Вуд, Физическая оптика, ОНТИ, 1936.
4. Н. М. Меланхолин и С. В. Грум-Гржимайло, Методы исследования оптических свойств кристаллов, Изд. АН СССР, 1952.

## ЗАДАЧА 119

### ИЗУЧЕНИЕ КРИСТАЛЛООПТИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ ПРИ ПОМОЩИ ПОЛЯРИЗАЦИОННОГО МИКРОСКОПА

В задаче излагаются методы применения поляризационного микроскопа для определения показателей преломления мелких зерен твердых веществ и определения различных оптических констант одноосных и двуосных кристаллов.

**Описание прибора.** Поляризационный микроскоп состоит из штатива *a* (рис. 386) с тубусом *b*, в котором помещаются верхний николю-анализатор *в* и линза *г*, применяемая для изучения явлений поляризации в сходящемся световом пучке (линза Бертрана). Анализатор и линза *г* могут выдвигаться из прорезей тубуса. В тубусе имеется также и третья прорезь *д*, служащая для введения компенсаторов в оптическую систему микроскопа. Тубус можно поднимать

и опускать при помощи винта *ж* и микрометрического винта *з*. Перемещение последнего отсчитывается по делениям, нанесенным на головке винта. Обычно одно деление соответствует перемещению тубуса на 0,002—0,003 мм. Для удобства штатив можно ставить в любое наклонное положение, закрепляя его соответствующим винтом.

Объектив зажимается в пружинные щипцы, захватывающие своей вилкой шпенок на кольце объектива. В этом же кольце имеется приспособление для центрировки объектива.

Объектив считается центрированным, если пересечение креста окуляра совпадает с осью вращения предметного столика *и*, на котором помещается исследуемый объект.

Столик может вращаться вокруг своей оси, причем угол поворота отсчитывается по лимбу на краю столика: достаточная точность отсчета 1°. Сбоку находится винт, позволяющий закреплять предметный столик неподвижно. На столике находятся лапки *л*, служащие для закрепления объекта на столике.

Осветительная система, находящаяся под столиком, состоит из зеркальца (плоского и вогнутого) *М*, поляризатора *Н* с осветительной линзой и диафрагмой *О* и конденсора *П*, который применяется для получения сходящегося пучка света. Включение и выключение конденсора производятся при помощи рычажка, не показанного на рис. 386. Дополнительный конденсор, прилагаемый к микроскопу (апертура 0,5—1,3), применяется с объективами, дающими большие увеличения. Винт *С* служит для закрепления поляризатора в требуемом положении для наблюдений в скрещенных и параллельных николях. Вся осветительная система опускается при помощи бокового винта *р* и этим же винтом может быть отведена в сторону.

Кварцевая пластинка чувствительного оттенка вырезается таким образом, чтобы волна, направление колебаний которой параллельно длинной стороне пластинки, имела показатель преломления  $n_p$ , а волна с направлением колебаний вдоль короткой стороны — показатель преломления  $n_g$  (см. задачу 116). Создаваемая такой пластинкой разность хода равняется 555 мкм. Эта

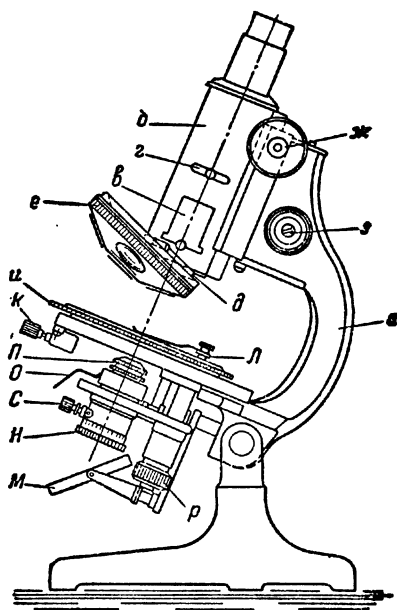


Рис. 386.

разность хода дает при скрещенных николях лиловато-красную окраску, соответствующую границе первого и второго порядков (чувствительный оттенок). При этой окраске небольшое увеличение разности хода (на 50 мкм) дает уже синий цвет, а уменьшение — оранжево-красный. К в а р ц е в ы й к л и н — см. описание кварцевого клина в задаче 116.

**Установка микроскопа.** Для освещения исследуемого объекта в большинстве случаев применяется специальный осветитель или сильная электрическая лампа с матовым стеклом для получения рассеянного света. Объектив с увеличением  $8,8\times$  помещается в щипцы тубуса. Анализатор и линза  $g$  выдвигаются из тубуса. Не вставляя окуляр, смотрят в тубус микроскопа и, перемещая зеркальце, добиваются наилучшего освещения поля зрения. При этом диафрагма в осветительной системе должна быть открыта полностью. Затем в тубус вставляют окуляр, снабженный крестом, вводят анализатор, отпускают винт  $C$  и вращают поляризатор до тех пор, пока поле зрения не будет максимально затемнено. Максимальное затемнение поля зрения указывает на скрещенное положение николей.

Затем следует определить направление световых колебаний, пропускаемых поляризатором. Для этого вынимают анализатор, отвинтив винт, закрепляющий его в тубусе микроскопа. Приложив анализатор к глазу, наблюдают отражение света от какой-либо блестящей поверхности (например, ящика микроскопа). Поворачивая нить, отмечают разницу в интенсивности проходящего света. Зная направление колебаний отраженного света, определяют, таким образом, направление колебаний, пропускаемых анализатором. а следовательно, и поляризатором, так как положение скрещенности николей уже проверено.

Для того чтобы во время работы всегда знать направление световых колебаний, пропускаемых николями, проверяют совпадение креста окуляра с направлением световых колебаний, пропускаемых поляризатором и анализатором. Расположение креста проверяется по кристаллу черной слюды (биотита) в шлифе. В слюде хорошо видны трещины спайности — направления, по которым кристалл слюды легко раскалывается на тончайшие листочки. Выдвинув анализатор, поворачивают предметный столик так, чтобы трещины спайности были параллельны одной из ветвей креста окуляра. Затем вдвигают анализатор. При этом должно наступать полное затемнение кристалла, так как плоскость спайности биотита совпадает с одним из главных сечений эллипсоида показателей преломления. Если полное затемнение не достигается, то это означает, что крест нитей окуляра не совпадает с направлением световых колебаний, пропускаемых николями. Подобный дефект в микроскопе является весьма существенным, и его исправление следует поручить специалисту-оптику.

**Центрировка объектива.** Если объектив не центрирован, то все точки объекта при вращении предметного столика описывают окружности, центр которых не совпадает с крестом в поле зрения окуляра. Задачей центрировки является совмещение центра вращения поля зрения с центром креста окуляра. Быстро вращая столик в обе стороны, отмечают на глаз его центр вращения, затем, действуя перпендикулярными друг к другу центрировочными винтами, находящимися в оправе объектива, стараются совместить центр вращения поля зрения с центром креста. Повторяя последовательно эти действия несколько раз, уточняют центрировку и таким образом совмещают ось объектива с осью вращения столика.

**Измерения.** После установки поляризационного микроскопа приступают к измерениям.

### *Упражнение 1*

#### **Определение показателей преломления порошков методом световой полоски (иммерсионный метод)**

Для применения этого метода необходим только один николь. Поэтому анализатор следует выдвинуть из тубуса микроскопа. Если определяются показатели преломления кристаллического порошка, то вначале исследуемый обломок кристалла ставится (вращением столика микроскопа) в положение погасания при скрещенных николях, а потом уже удаляется анализатор. Для лучшего наблюдения следует брать объектив с большим увеличением ( $\times 20$  или  $\times 40$ ).

Определение показателя преломления основано на наблюдении перемещения световой полоски на границе двух сред с различными показателями преломления. Показатель преломления может быть определен, если показатели преломления обеих сред различаются хотя бы на 0,002—0,003. Наблюдаемое образование и смещение световой полоски вызывается особенностью явлений, протекающих на границе двух различно преломляющих сред. Эти явления в основном могут быть объяснены с помощью рис. 387.

Так, если лучи 1, 2, 3, 4, 5 из конденсора  $K$  (рис. 387) падают сходящимся пучком на границу двух сред с показателями преломления  $n$  и  $N$ , где  $N > n$ , то луч 3 пройдет вдоль границы раздела, лучи 1, 2 преломятся на границе  $OO'$  и пройдут в среду с показателем преломления  $N$ , луч 5 преломится на границе  $OO'$  и пройдет в среду  $n$ , а луч 4 испытает полное внутреннее отражение на границе раздела и в левую среду не попадет. Таким образом, среда с большим показателем преломления  $N$  будет освещена сильнее, чем среда с показателем преломления  $n$ . Диафрагма  $DD$  срезает крайние лучи, ослабляя интенсивность световых пучков, выходящих слева (луч 5), повышая этим контрастность границы сравнения. Объектив сводит

прошедшие через препарат лучи в плоскости изображения и дает обратное действительное изображение, которое и рассматривается в окуляр. При точной фокусировке плоскость предмета окуляра (плоскость изображения объектива)  $AB$  проходит как раз через точку  $C'$ . Если поднять тубус микроскопа, плоскость изображения

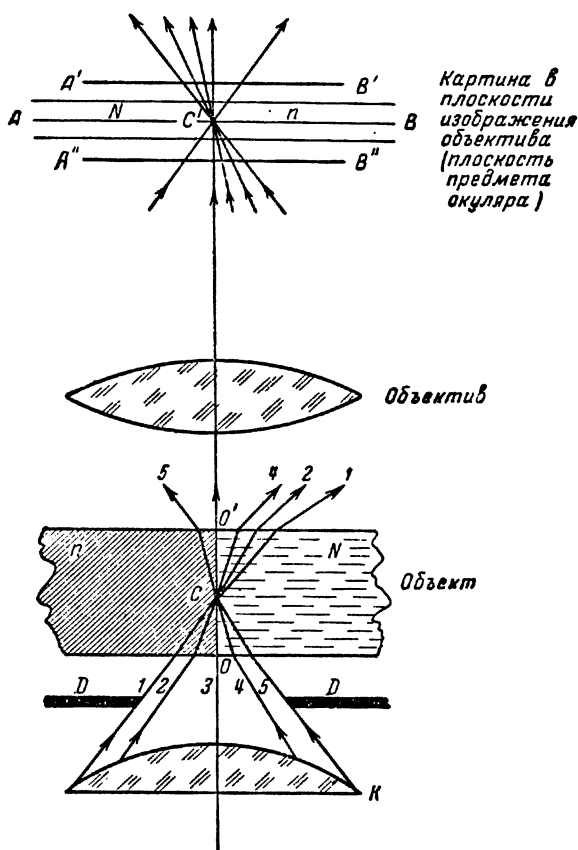


Рис. 387.

объектива опустится, и плоскость предмета окуляра пересечет пучок лучей, собранный объективом, выше точки  $C'$  по линии  $A'B'$ . Наблюдателю будет казаться, что на среде с большим показателем преломления имеется белая полоска, которая будет отодвигаться в среду с большим показателем преломления по мере поднятия тубуса микроскопа. Если опустить тубус микроскопа ниже, плоскость предмета окуляра пересечет пучок ниже точки  $C'$  по линии  $A''B''$ , и белая полоска переместится на среду с меньшим

показателем преломления. Очевидно, что световая полоска может быть использована в качестве простого и удобного признака, позволяющего установить, имеет ли исследуемое вещество больший или меньший показатель преломления по сравнению с окружающей его средой.

Если при подъеме тубуса микроскопа световая полоска смещается на исследуемое вещество (внутрь), а при опускании тубуса — наружу, т. е. на окружающую среду, то исследуемое вещество имеет показатель преломления б о л ь ш и й, чем у окружающей среды. В случае полного совпадения показателей преломления исследуемого вещества и окружающей среды полоска полностью исчезает, и вещество становится невидимым, как бы «растворяясь» в жидкости.

Для измерения показателя преломления помещают немного исследуемого порошка на предметное стекло. Смачивают порошок 1—2 каплями одной из жидкостей, имеющихся в наборе. При этом отмечают номер жидкости и ее показатель преломления, данный в приложенном к набору списке. Каплю покрывают покровным стеклом и весь препарат помещают на предметный столик микроскопа. Для устранения явления дисперсии препарат освещают монохроматическим светом, что увеличивает точность измерения. В случае применения белого света полоска может исчезнуть только в том случае, если совпадают дисперсии жидкости и вещества, что бывает практически очень редко. Микроскоп фиксируется на границу между обломком вещества и жидкостью. Поднимая тубус, отмечают, в какую сторону движется световая полоска.

Приготовляют препарат с какой-либо другой жидкостью и вновь повторяют наблюдение. Систематическим подбором жидкостей добиваются исчезновения световой полоски. Зная показатель преломления жидкости при данных условиях (температуры и длины волны), определяют показатель преломления исследуемого вещества.

Во избежание повреждения фронтальной линзы объектива наблюдение следует всегда проводить, п о д н и м а я т у б у с микроскопа и обязательно закрывая препарат покровным стеклом.

При измерении показателей преломления описанным методом (иммерсионным) следует иметь в виду, что в то время, как в изотропных средах показатель преломления постоянен в любом направлении, для анизотропных кристаллических сред в каждом данном обломке всегда будут наблюдаться два показателя преломления в зависимости от того, как направлены световые колебания волн, выходящих из поляризатора. Наиболее резко они будут отличаться один от другого, если перед измерением кристалл будет поставлен в положение затемнения при скрещенных николях.

В этом случае можно определить оба показателя преломления, сделав два измерения при положениях столика микроскопа, отличающихся на  $90^\circ$ . Для определения максимального и минимального

показателей преломления в общем случае необходимо провести возможно большее количество измерений в различно ориентированных обломках одного и того же кристаллического вещества.

### Упражнение 2

#### Определение толщины кварцевых пластинок и величины двупреломления кристаллов

Разность хода лучей  $R$  связана с толщиной пластинки  $d$  и с величиной двупреломления ( $n_g - n_p$ ) следующим соотношением:

$$R = d(n_g - n_p)$$

(см. задачу 116).

1. На предметный столик микроскопа помещают между скрещенными николями пластинку кварца так, чтобы она имела наиболее интенсивную окраску. Для этого, вращая столик с пластинкой, предварительно находят положение наибольшего затемнения поля зрения, а затем поворачивают столик микроскопа на  $45^\circ$  против часовой стрелки. Затем вводят в прорезь  $d$  (рис. 386) кварцевый клин и наблюдают получающееся изменение интерференционных окрасок при продвижении клина; они или падают до черной или повышаются в порядке шкалы Ньютона. Во втором случае столик следует повернуть на  $90^\circ$ , и тогда компенсация разности хода (получение затемнения) может быть достигнута без труда. Зная толщину клина для окраски соответствующего порядка (погашенной при наложении на пластинку), по таблице 42 (в конце книги) находят искомую толщину пластинки.

2. Между скрещенными николями помещают кристаллическую пластинку известной толщины. Вводят кварцевый клин и, как только что описано, добиваются затемнения поля зрения. Зная для клина порядок интерференционной окраски, соответствующей затемнению поля зрения, по цветной номограмме двойного светопреломления (табл. 46) находят величину двупреломления исследуемой пластинки.

### Упражнение 3

#### Определение оптического знака одноосных кристаллов и оптического знака и угла оптических осей двuosных кристаллов в сходящемся свете

Для получения сильно сходящегося пучка света в осветительную систему микроскопа (рис. 386) вводится конденсор  $\Pi$ . Для увеличения апертуры и максимального использования пучка расходящихся лучей, вышедших из кристалла, включается объектив с максимальным увеличением ( $\times 60$ ), после чего проводится его тщательная центровка.



В случае исследования толстых пластинок или кристаллов с большим двупреломлением могут быть использованы объективы  $\times 40$  или даже  $\times 20$ , так как указанные объективы позволяют получить заметную разность хода для волн, образующих малые углы с оптической осью, или в случае двуосного кристалла с биссектрисой острого угла между оптическими осями.

Получающаяся интерференционная картина наблюдается либо непосредственно при вынудом окуляре, либо с окуляром при включенной дополнительной линзе  $g$ . Окуляр вместе с линзой образуют оптическую систему, позволяющую рассматривать интерференционную фигуру с увеличением в 2—3 раза и благодаря возможности фокусировки дают возможность вести наблюдения лицам с любым зрением.

Следует иметь в виду, что при применении сильного объектива расстояние между его фронтальной линзой и препаратом очень мало и возникает опасность при неосторожной работе раздавить препарат и фронтальную линзу. Поэтому следует сначала довести объектив до соприкосновения с препаратом, наблюдая сбоку положение объектива, затем уже фокусировать изображение только поднятием тубуса; вращая фокусировочный винт против часовой стрелки.

Для изучения кристаллов в сходящемся свете применяются шлифы кристаллов, вырезанные перпендикулярно к оптической оси (для одноосных) и к биссектрисе острого угла оптических осей (для двуосных).

**Краткая теория. 1. Явления в одноосных кристаллах, вырезанных перпендикулярно к оптической оси.** В параллельных лучах такая пластинка ведет себя как изотропное тело и не обнаруживает никаких признаков двупреломления. В сходящемся пучке света она дает весьма характерные фигуры интерференции. Если наблюдать явления в монохроматическом свете при скрещенных николях, то в микроскопе будет видна интерференционная фигура, состоящая из концентрических темных и светлых колец, пересеченных черным крестом, ветви которого сходятся в центре колец и расширяются к краям поля зрения. Расстояние между темными и светлыми кольцами для красного света больше, чем для синего. Поэтому при наблюдении в белом свете интерференционная фигура представляет собой цветные кольца (изохроматические линии). окраска которых меняется при переходе от одного кольца к другому согласно шкале колец Ньютона. Пересекающие их черные кресты носят название *изогир*. Понятно, что фигура не меняется при вращении пластинки вокруг направления светового пучка. Если же повернуть один из николей на  $90^\circ$ , то изохроматические линии изменят свою окраску на дополнительную, а черный крест заменится белым. Чем толще пластинка и чем больше величина двупреломления кристалла, тем ближе лежат изохроматические линии друг к другу.

Для определения оптического знака одноосного кристалла применяется кварцевая пластинка чувствительного оттенка. Как было уже указано, такая пластинка ориентирована так, что волна с направлением колебаний, параллельным длинной стороне пластинки, имеет большую скорость распространения, т. е. меньший показатель преломления ( $n_p$ ). Кварцевая пластинка вводится в прорезь микроскопа и при этом наблюдается изменение окраски интерференционной картины: крест окрасится в лилово-красный цвет, а в накрест лежащих квадрантах появится синяя или красная (оранжевая) окраска. Оптический знак кристалла будет положительным, если в квадрантах, пересекаемых длинной стороной пластинки, появится

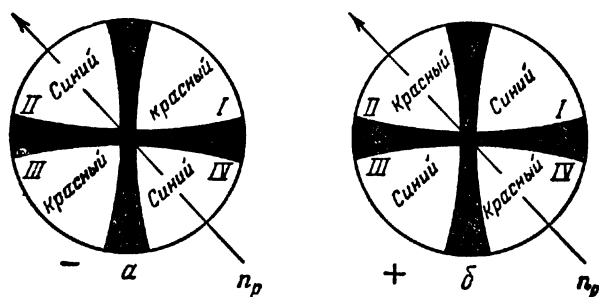


Рис. 388.

красная (оранжевая) окраска, а в двух других — синяя (см. рис. 388). При этом в сильно двупреломляющих или толстых пластинках окрашивание заметно в частях креста непосредственно около его центра.

Для объяснения этого правила приходится вспомнить два положения:

1) одноосный кристалл считается положительным, если скорость необыкновенной волны меньше скорости обыкновенной ( $n_o < n_e$ ), и отрицательным, если скорость необыкновенной волны больше скорости обыкновенной ( $n_e < n_o$ );

2) колебания необыкновенной волны лежат в плоскости, проходящей через направление падающей волны и оптическую ось, т. е. по радиусам наблюдаемой фигуры интерференции. Очевидно, что направления колебаний обыкновенной волны в любой точке фигуры будут совпадать с касательными к изохроматическим кольцам.

На основании этих общих положений легко понять, на чем основывается изложенное правило определения оптического знака одноосного кристалла.

При совпадении направления световых колебаний волны в кварцевой пластинке, обладающих наибольшей скоростью распространения (с  $n_p$ ), с направлением световых колебаний в исследуемом

кристалле, распространяющихся с наименьшей скоростью (с  $n_g$ ), происходит уменьшение разности хода волн, и соответствующие места в интерференционной фигуре окрашиваются в красный цвет. Как было указано, направлению радиусов интерференционной фигуры соответствуют колебания необыкновенной волны и, следовательно, скорость необыкновенной волны меньше скорости обыкновенной ( $n_e > n_o$ ), а это и есть условие для оптически положительного кристалла. Для накрест лежащих квадрантов световые колебания, совпадающие с длинной стороной кварцевой пластинки, совпадают с направлением световых колебаний обыкновенной волны в исследуемой пластинке, и в данном случае будет наблюдаться увеличение разности хода, а указанные квадранты окрасятся в синий цвет. В случае оптически отрицательного кристалла, очевидно, будет наблюдаться обратное расположение интерференционных окрасок.

2. Явления в оптически двуосных кристаллах, вырезанных перпендикулярно к биссектрисе острого угла между оптическими осями. Если между скрещенными николями поместить пластинку двуосного кристалла, вырезанную перпендикулярно к биссектрисе острого угла между оптическими осями (или, как говорят, перпендикулярно к острой биссектрисе), то в параллельных лучах освещенность поля зрения при вращении предметного столика будет изменяться и лишь при четырех положениях пластинки поле зрения будет затемненным. Затемнение будет наблюдаться при условии, что плоскость главного сечения (плоскость оптических осей) будет совпадать с главными сечениями поляризатора или анализатора.

При исследовании такой пластинки в сходящемся свете будут наблюдаться различные картины. Если наблюдать в сходящемся свете пластинку, поставленную так, что в параллельных лучах поле зрения затемнено, то будет видна интерференционная фигура в виде серии темных и светлых лемнискат с двумя фокусами, расположенными в местах выхода оптических осей. В случае применения белого света лемнискаты будут окрашены в цвета колец Ньютона. Лемнискаты пересекаются темным крестом с неравномерно широкими ветвями. В направлении плоскости оптических осей расположится более узкая ветвь, а в направлении, перпендикулярном к ней, — более широкая и размытая. При вращении предметного столика ветви креста расходятся в две ветви гиперболы, расходящиеся на максимальное расстояние при положении главного сечения под углом  $45^\circ$  к главным сечениям николей. Вершины гиперболы совпадают с выходом оптических осей.

В двуосных кристаллах в направлении острой биссектрисы распространяются световые волны с наименьшей и средней скоростью (с  $n_g$  и  $n_m$ ) в случае оптически отрицательных кристаллов

и световые волны с наибольшей и средней скоростью ( $n_p$  и  $n_m$ ) в случае оптически положительных кристаллов.

Для определения оптического знака исследуемую пластинку ставят в положение наибольшей освещенности и затем в прорезь вводят кварцевую пластинку чувствительного оттенка так, чтобы ветви гиперболы пересекались длиной ее стороной. Кристалл будет оптически положителен, если пространство между ветвями гиперболы окрасится в синий цвет. В этом случае в направлении острой биссектрисы распространяются световые волны с средней и минимальной скоростью. В случае оптически отрицательного кристалла будет наблюдаться красная или оранжевая окраска

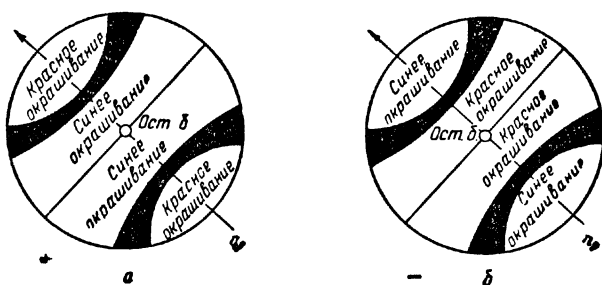


Рис. 389.

между ветвями гиперболы, так как в направлении острой биссектрисы будут распространяться световые волны со средней и максимальной скоростями (рис. 389).

Следует отметить, что вне ветвей гиперболы появятся обратные окраски, так как в пространстве, расположенном вне ветвей гиперболы, направления колебаний волн поменяются местами и там, где располагались колебания волн с максимальной скоростью, расположатся колебания волн с наименьшей скоростью и наоборот. Это объясняется тем, что пространство, расположенное вне вершин гиперболы, является областью, относящейся к тупому углу между оптическими осями (областью тупой биссектрисы), а там, естественно, условия оптического знака будут обратными условию для области острой биссектрисы.

Пользуясь пластинкой, вырезанной перпендикулярно к острой биссектрисе, можно также определить величину угла оптических осей, если угол не очень велик и это допускает апертура объектива. Если известен угол оптических осей, измеренный в воздухе  $2E$ , то можно вычислить истинный угол между осями  $2V$ . Действительно, пусть лучи в кристалле, идущие по направлению  $OA$  и  $OB$ , совпадают с направлениями оптических осей (рис. 390). Тогда угол  $AOB$ , равный  $2V$ , и есть угол оптических осей. В воздухе лучи  $OB$  и  $OA$  пойдут по направлению  $BF$  и  $AF'$  и угол  $2E$  будет видимым

в воздухе углом оптических осей. Половины этих углов связаны между собой законом преломления

$$\sin V = \frac{\sin E}{n_m}.$$

Если известны  $E$  и  $n_m$ , можно определить  $V$ .

Измерение видимого угла оптических осей  $2E$  приближенно можно сделать, измеряя окулярным микрометром расстояние между вершинами гиперболы на интерференционной фигуре, характерной для разреза, перпендикулярного к острой биссектрисе. Половина этого расстояния  $D$  может быть принята равной синусу  $E$  половины угла между оптическими осями, помноженному на некоторый коэффициент  $K$ , зависящий от оптической системы микроскопа. Исключить этот коэффициент можно путем измерения величины  $D$  для кристалла, обладающего известным углом оптических осей, который может быть измерен более точными методами. Тогда

$$D = K \sin E,$$

$$D' = K \sin E',$$

$$\sin E = \frac{D}{D'} \sin E'.$$

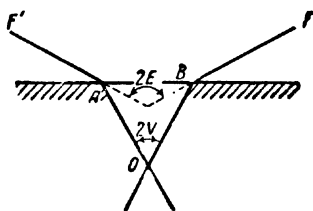


Рис. 390.

Такая пропорциональность справедлива лишь для близких по величине углов оптических осей, а для сильно разнящихся углов ошибка может достигать 10—12°.

Таким образом, для измерения угла оптических осей указанным методом необходимо иметь хотя бы одну эталонную пластинку из кристалла с известным углом между оптическими осями. Чаще всего применяется для этой цели пластинка белой слюды (мусковита), в которой легко измерить угол оптических осей более точным методом.

**Измерения.** Помещая на предметный столик микроскопа все имеющиеся кристаллические пластинки и устанавливая микроскоп на наблюдение в сходящемся свете, отделяют одноосные кристаллы от двуосных.

Определяют оптический знак одноосных кристаллов при помощи кварцевой пластинки чувствительного оттенка. Определяют оптический знак двуосных кристаллов при помощи кварцевой пластинки.

Определяют видимый и истинный углы оптических осей при помощи окулярного микрометра и эталонной пластинки. Для пересчета величины видимого угла между оптическими осями  $2E$

в величину  $2V$  пользуются таблицей значений среднего показателя преломления  $n_m$  для различных кристаллов. (Таблица выдается при выполнении задачи.)

**Технические данные установки.** При выполнении работы необходимо иметь, кроме поляризационного микроскопа МП-2 с принадлежностями, набор иммерсионных жидкостей, порошки кристаллов и стекла, кристаллические пластинки, вырезанные перпендикулярно и параллельно оптической оси (одноосные кристаллы) и перпендикулярно острой биссектрисе (двуосные кристаллы), шлиф с кристаллами биотита.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Г. С. Ландсберг, Гостехиздат, 1957 г.
2. С. Э. Фриш и А. В. Тиморева, Курс общей физики, т. III, Физматгиз, 1962.
3. С. Д. Четвериков, Методика кристаллооптических исследований шлифов, Госгеолгиздат, 1949.
4. Н. М. Меланхолин, Измерение показателей преломления под микроскопом иммерсионным методом, Изд. АН СССР, 1949.
5. Н. М. Меланхолин и С. В. Грум-Гржимайло, Методы исследования оптических свойств кристаллов, Изд. АН СССР, 1954.

## ЗАДАЧА 120

### СПЕКТРОСКОПИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЯВЛЕНИЙ ХРОМАТИЧЕСКОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ СВЕТА

Цель настоящей задачи заключается в спектроскопическом изучении явлений интерференции света в кристаллических пластинках <sup>1)</sup>.

В ходе выполнения задачи количественно исследуются те случаи интерференции поляризованного света, которые приводят к возникновению окраски — селективной спектральной прозрачности вполне бесцветных кристаллических пластинок, когда они просматриваются между поляризатором и анализатором. В данной задаче изучаются явления в плоскопараллельной пластинке одноосного кристалла, вырезанной параллельно оптической оси.

Если монохроматический плоскополяризованный свет падает нормально на такую пластинку, то при вступлении в пластинку свет распадается на две волны (луча)<sup>2)</sup>, поляризованные соответственно параллельно и перпендикулярно оптической оси кристалла. Обе волны распространяются в пластинке по одному

<sup>1)</sup> Для выполнения настоящей задачи, безусловно, необходимо знакомство в объеме общего курса физики с сущностью явлений поляризации света. Необходимо также внимательное изучение описаний задач 117 и 116 (особенно введения и упражнения 2 к задаче 117 и введения к задаче 116)

<sup>2)</sup> В рассматриваемом случае направления лучей и волновых нормалей совпадают.

направлению, но с разными скоростями. В результате, проходя через пластинку, колебания в этих двух волнах приобретают некоторую разность фаз. Если, далее, по выходе этих двух волн (лучей) из кристаллической пластинки пропустить их через анализатор, то он выделит из обеих когерентных волн способные интерферировать колебания одного направления. Следовательно, интенсивность света за анализатором будет зависеть от разности фаз, приобретенной в кристалле обеими волнами (обыкновенным и необыкновенным лучами).

На рис. 391 линии  $OD'$  и  $OD''$  дают направления колебаний векторов электрической индукции для обыкновенного и необыкновенного лучей,  $OP$  — направление колебаний, пропускаемых поляризатором,  $OA$  — направление колебаний, пропускаемых анализатором,  $OE$  — амплитуда электрического вектора падающей волны;  $OD_1$  и  $OD_2$  — проекции вектора  $OE$  на главные направления кристалла,  $OD_3$  и  $OD_4$  — составляющие колебаний, пропускаемые всей системой.

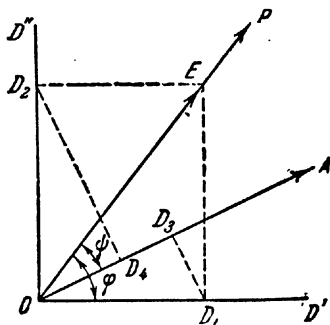


Рис. 391.

Интенсивность света, прошедшего данную систему (поляризатор — кристалл — анализатор), в случае плоскополяризованного монохроматического пучка света будет (см. задачу 116)

$$I = E^2 \left[ \cos^2 \psi - \sin 2\varphi \sin 2(\varphi - \psi) \sin^2 \frac{\delta}{2} \right], \quad (1)$$

где разность фаз

$$\delta = \frac{2\pi d}{\lambda} (n'' - n'). \quad (2)$$

Здесь  $d$  — толщина пластинки,  $\lambda$  — длина волны света в вакууме,  $n'$  и  $n''$  — показатели преломления обыкновенного и необыкновенного лучей.

Смысл углов  $\varphi$  и  $\psi$  ясен из рис. 391.

Рассмотрим два важных частных случая:

1.  $A \perp P$ , анализатор и поляризатор скрещены,  $\psi = \frac{\pi}{2}$ . Тогда

$$I_{\perp} = E^2 \sin^2 2\varphi \sin^2 \frac{\delta}{2}. \quad (3)$$

Интенсивность света обращается в нуль либо при

$$\varphi = 0, \quad \frac{\pi}{2}, \quad \pi, \dots \quad (4)$$

т. е. когда направления колебаний, пропускаемых поляризатором и анализатором совпадают с главными направлениями в кристалле,

либо при

$$\delta = 2\pi, 4\pi, 6\pi, \dots \quad (5)$$

В первом случае темнота будет наблюдаться для всех длин волн, так как состояние поляризации света, вышедшего из поляризатора, не изменяется в результате прохождения света сквозь пластинку.

Во втором случае темнота будет наблюдаться лишь для определенных длин волн. При выполнении условия (5) свет, прошедший пластинку, сохранит свое первоначальное направление поляризации и не будет пропущен анализатором. Однако условие (5) не может одновременно выполняться для всех длин волн, поэтому в отличие от первого случая темнота будет лишь для ряда длин волн.

Максимальная интенсивность  $I_{\perp} = E^2$  будет при

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= \frac{\pi}{4}, \frac{3}{4}\pi, \frac{5}{4}\pi, \dots, \\ \delta &= \pi, 3\pi, 5\pi, \dots \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

При выполнении этих условий направление колебаний света, прошедшего через пластинку, изменится на  $90^\circ$  и будет параллельно анализатору. Таким образом, весь свет, пропущенный поляризатором, будет пропущен и анализатором.

2.  $A \parallel P$ , анализатор и поляризатор параллельны  $\psi = 0$

$$I_{\parallel} = E^2 \left[ 1 - \sin^2 2\varphi \sin^2 \frac{\delta}{2} \right]. \quad (7)$$

Явления в этом случае оказываются дополнительными к случаю  $A \perp P$ . Направления минимумов определяются условиями

$$\varphi = \frac{\pi}{4}, \frac{3}{4}\pi, \frac{5}{4}\pi, \dots, \quad (8)$$

или

$$\delta = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots \quad (9)$$

Минимумы являются совершенно темными лишь при одновременном выполнении обоих условий (8) и (9).

Максимальная интенсивность получается либо при

$$\varphi = 0, \frac{\pi}{2}, \pi, \dots, \quad (10)$$

либо при

$$\delta = 2\pi, 4\pi, 6\pi, \dots \quad (11)$$

Целью экспериментальных упражнений является изучение интерференции в кристаллической пластинке в случае падающего на пластинку белого света и определение двойного лучепреломления кристаллической пластинки.

Оптическая схема опыта дана на рис. 392.



Источник света  $S$  помещается в фокусе объектива  $L_1$ , который посылает параллельный пучок света через поляризатор  $P$ , кристаллическую пластинку  $K$  и анализатор  $A$ . Объектив  $L_2$  посылает на щель спектрографа  $Sr$  сходящийся пучок. Расстояние между объективом  $L_2$  и щелью спектрографа подбирается так, чтобы щель высотой 8—10 мм была равномерно освещена.

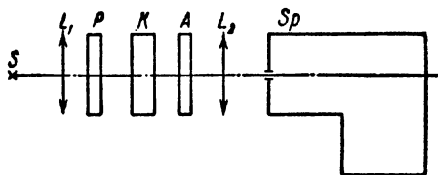


Рис. 392.

В качестве источника света используется лампа накаливания. Поляризатором и анализатором служат пластинки поляроидов. Поляризатор, анализатор и кристаллическая пластинка укреплены в специальные оправы, могущие вращаться вокруг горизонтальной оси, причем угол поворота вокруг этой оси отсчитывается по специальному лимбу. Оправы легко вставляются в соответствующие гнезда 1, 2, 3, обозначенные на панели держателя.

Приступая к работе, прежде всего следует отъюстировать данную оптическую систему. При этом поступают следующим образом. Источник света устанавливают в фокусе объектива  $L_1$  так, чтобы его изображение попадало на нижнюю часть щели, т. е. освещало нижнее отверстие диафрагмы с фигурными вырезами<sup>1)</sup>. Положение объективов  $L_1$  и  $L_2$  фиксировано на скамье. Далее ставят в гнездо 1 поляризатор  $P$  так, чтобы поляризатор оказался расположенным перпендикулярно оптической оси и чтобы световой пучок проходил через середину поляризатора. Закрепляют установочный винт поляроида. В гнездо 3 устанавливают аналогичным образом другой поляризатор — анализатор  $A$ . Скрещивают анализатор и поляризатор. Для этого вращают анализатор вокруг горизонтальной оси, пока освещенность щели спектрографа не обратится в нуль. Это положение соответствует углу  $\psi = \frac{\pi}{2}$ . Затем ставят в гнездо 2 кристаллическую пластинку и также закрепляют ее винтом. При этом появляется некоторая освещенность щели спектрографа. Вращая кристаллическую пластинку вокруг горизонтальной оси, добиваются исчезновения освещенности щели спектрографа. Для большей точности установки можно помещать перед щелью листок белой бумаги. Это положение, соответствующее углу  $\psi = 0$ , отсчитывают по лимбу. Далее поворачивают кристаллическую пластинку на  $45^\circ$  вокруг горизонтальной оси. Теперь система отъюстирована. С помощью лупы наблюдают полученный спектр. Он представляет собой систему максимумов и минимумов (рис. 393; внизу дан спектр железа).

<sup>1)</sup> См. описание задачи 125.

Минимумы получаются для тех длин волн, для которых выполнено условие (5), это соответствует условию

$$\lambda k = d\Delta n, \quad (5a)$$

где  $k$  — целое число,  $\Delta n = n' - n''$ . Максимумы получаются для тех длин волн, для которых выполнено условие (6), что соответствует условию

$$\frac{\lambda}{2} (2k + 1) = d\Delta n. \quad (6a)$$

Снимают полученный спектр на фотопластинке.

Для определения  $\Delta n$  нужно знать длины волн, соответствующие минимумам и максимумам интенсивности. Определение длин волн

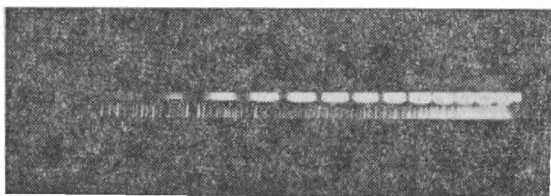


Рис. 393.

производится при помощи спектра излучения железа. При этом, не трогая кассеты, закрывают шторку, укрепленную в спектрографе, передвигают диафрагму на щели спектрографа так, чтобы оказалась открытой верхняя часть щели спектрографа (см. описание задачи 125). Вынимают из гнезд поляризатор, анализатор и кварцевую пластинку и снимают со скамьи лампу накаливания. На левом конце скамьи расположен уже отъюстированный дуговой штатив с железными электродами. С устройством его следует ознакомиться по заводскому описанию.

Включают дугу и производят снимок спектра железа. Далее закрывают крышку кассеты, вынимают кассету из спектрографа и в специальной фотокомнате проявляют, фиксируют и моют фотопластинку. Полученный снимок необходимо показать преподавателю. Если снимок сделан правильно, то его сушат с помощью вентилятора. Один из снимков приведен на рис. 393.

Далее вторично устанавливают лампу накаливания, поляризатор, анализатор и кристаллическую пластинку. Прodelывают вторично юстировку этой системы и наблюдают с помощью лупы систему максимумов и минимумов. Поворачивают анализатор на  $90^\circ$  (при этом  $\psi = 0$ ) и снова наблюдают систему максимумов и минимумов. Убеждаются в том, что картины в этом случае являются дополнительными друг к другу. Эта часть упражнения прodelывается визуально.

По окончании вышеуказанных работ с кристаллической пластинкой № 1 проделывают те же опыты с пластинкой № 2, отличающейся от первой своей толщиной. Толщина кристаллических пластинок указывается на установке.

После этого обрабатывают полученный ранее снимок на компараторе. Цель этой обработки — определить длины волн, соответствующие минимумам интенсивности. Для этого прежде всего следует расшифровать спектр железа. Эту расшифровку делают с помощью специального атласа спектров (см. [4, 5])<sup>1)</sup>. Далее определяют длины волн, соответствующие минимумам интенсивности на сплошном спектре, пользуясь методом линейной интерполяции (см. задачу 125).

Если обозначить длины волн, соответствующие минимумам интенсивности, через  $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots$  и т. д. (всего нужно определить 10÷12 минимумов), то из условия (5а) следует

$$\left. \begin{aligned} \lambda_0 k &= d \Delta n, \\ \lambda_1 (k+1) &= d \Delta n, \\ \lambda_2 (k+2) &= d \Delta n, \\ \lambda_3 (k+3) &= d \Delta n. \\ &\dots \dots \dots \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Здесь  $k$  — неизвестное целое число (дисперсия  $\Delta n$  мала и мы ею пренебрегаем).

Отсюда легко получить следующие соотношения:

$$\left. \begin{aligned} (\lambda_0 - \lambda_1) k &= \lambda_1, \\ \left( \frac{\lambda_0 - \lambda_2}{2} \right) k &= \lambda_2, \\ \left( \frac{\lambda_0 - \lambda_3}{3} \right) k &= \lambda_3, \\ &\dots \dots \dots \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Учитывая эти соотношения, производят дальнейшую обработку снимка следующим образом: составляют таблицу, указанную ниже.

Из полученных значений  $k$  берут среднее  $k_{\text{ср}}$ . Наконец, определяют  $\Delta n$  по формуле (5а), т. е.  $\Delta n = \frac{\lambda_0}{d} k_{\text{ср}}$ .

Технические данные установки. Задача может быть поставлена с любым спектрографом со стеклянной оптикой. В частности, подходящим спектрографом является ИСП-51.

Обработка результатов измерений

№ №	$\lambda$	$\frac{\lambda_0 - \lambda_i}{i} (i = 1, 2, 3, \dots)$	$k = \frac{\lambda_i}{\lambda_0 - \lambda_i} \cdot i$
0	$\lambda_0$	—	—
1	$\lambda_1$	$\frac{\lambda_0 - \lambda_1}{1}$	$\frac{\lambda_1}{\lambda_0 - \lambda_1} \cdot 1$

<sup>1)</sup> Вместо атласа спектров можно использовать фотопластинку со снятым спектром железа, на которой указаны длины волн ряда линий железа. Такая пластинка находится у лаборанта.

Источник сплошного спектра — автомобильная лампа накаливания. Источник линейчатого спектра — дуга между железными электродами, укрепленными в универсальном штативе ПС-164 (или ПС-162), питаемая от генератора переменного тока ПС-39. (Эти детали входят в комплект принадлежностей для эмиссионного анализа, выпускаемых нашей промышленностью).

Стеклянные ахроматические объективы  $L_1$  и  $L_2$  (рис. 392) имеют фокусные расстояния 110 и 210 мм. Поляризатор и анализатор приготовлены из поляроидов. Исследуемые пластинки приготовлены из кристаллического кварца. Оптическая ось кварца параллельна плоскости пластинки. Толщины исследуемых пластинок около 1 и 2 мм.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Г. С. Ландсберг, Оптика, Гостехиздат, 1957.

### СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

2. М. Борн, Оптика, ДНТУ, Харьков, 1937.
3. А. Зоммерфельд, Оптика, ИЛ, 1953.
4. С. К. Калинин, Л. Э. Наймарк, В. Л. Марзуванов и К. И. Исмагулова, Атлас спектральных линий для стеклянного спектрографа, Гостеоиздат, 1956.
5. С. К. Калинин, А. А. Явнель, Л. Э. Наймарк, Атлас дугового и искрового спектров железа, Металлургиздат, 1953.

## ЗАДАЧА 121

### ИЗУЧЕНИЕ ЯВЛЕНИЯ ЕСТЕСТВЕННОГО ВРАЩЕНИЯ ПЛОСКОСТИ ПОЛЯРИЗАЦИИ СВЕТА

В работе измеряется с помощью полутеневого поляриметра удельное вращение раствора сахара известной концентрации и процентное содержание сахара в исследуемых растворах. Указанный метод широко применяется в лабораториях химической, пищевой и нефтяной промышленности.

Если в пространство между двумя скрещенными николями (или поляроидами) поместить сосуд с раствором сахара, то в монохроматическом свете наблюдается просветление поля, которое, однако, возможно вновь погасить, вращая анализатор вправо или влево на некоторый угол. Это явление объясняется способностью раствора сахара вращать плоскость поляризации и носит название *вращения плоскости поляризации*. Известно много веществ, обладающих этим свойством, их называют веществами, оптически активными; к их числу принадлежит ряд жидких и твердых органических веществ: нефть, винная кислота и др., а также некоторые минералы — кварц, киноварь и др.

Различают вращение *правое*, или *положительное*, когда вещество вращает плоскость поляризации по стрелке часов для пучка света, падающего в глаз наблюдателя, и *левое*, или

отрицательное, при вращении плоскости поляризации в обратном направлении. В случае твердого вещества угол вращения пропорционален толщине проходимого светом слоя, а в случае раствора, кроме толщины слоя, он пропорционален еще концентрации активного вещества раствора. Кроме того, угол поворота зависит и от длины волны падающего света.

В случае раствора имеем

$$\alpha = [\alpha] cl;$$

здесь  $\alpha$  — угол поворота,  $l$  — толщина слоя,  $c$  — концентрация раствора, а  $[\alpha]$  — коэффициент, который определяет удельное вращение данного вещества, т. е. раствора в слое толщиной  $l = 10$  см при концентрации его  $c = 1$ . Постоянная вращения  $[\alpha]$  примерно обратно пропорциональна квадрату длины волны ( $[\alpha] \sim \frac{1}{\lambda^2}$ ).

Измерение угла поворота плоскости поляризации из двух установок николя-анализатора на темноту поля зрения в отсутствии и присутствии оптически активного вещества крайне приближенно, так как человеческий глаз не может точно отметить положение, в котором анализатор установлен на полное затемнение поля зрения. Поэтому при измерениях применяются полутеневые поляриметры, устанавливаемые не на темноту поля зрения, а на равное освещение двух половин поля зрения, и поляриметры, снабженные бикварцем и компенсатором, у которых установка производится на равенство окраски двух половин поля зрения. Оценка равенства окраски недостаточно объективна; у различных наблюдателей отсчеты могут заметно отличаться. Поэтому в настоящее время применяются почти исключительно полутеневые поляриметры, позволяющие измерить поворот плоскости поляризации с точностью до  $0,01^\circ$ .

**Краткая теория прибора.** В полутеневом поляриметре (рис. 394) диаметр  $CC'$  разделяет поле зрения на две половины. В одной половине световые колебания лежат в плоскости  $P_1$ , а в другой — в плоскости  $P_2$ ; обе плоскости составляют между собой малый угол  $\varphi$ . Если оба световых пучка пропустить затем через анализатор, у которого плоскость колебаний  $A$  перпендикулярна к  $P_2$ , то световой пучок половины 2 будет погашен и поле зрения в этой половине будет черное, тогда как часть света половины 1 будет пропущена анализатором и потому поле этой половины будет более или менее светлое. Если анализатор расположен так, что его плоскость колебаний перпендикулярна к плоскости колебаний  $P_1$ , то, очевидно,

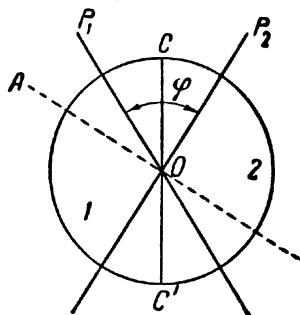


Рис. 394.

будет наблюдаться обратное явление. Ясно, что оба поля будут иметь одинаковое освещение только при положении  $A \perp OC$  или  $A \parallel OC$  (рис. 395). Линия  $OC$  делит угол между векторами  $OP_1$  и  $OP_2$  пополам. (Векторы  $OP_1$  и  $OP_2$  изображают амплитуды колебаний в обеих половинах поля зрения.) Очевидно, что установка положения анализатора на равенство освещения сначала в пучке света, идущего через воздух, а затем через опти-

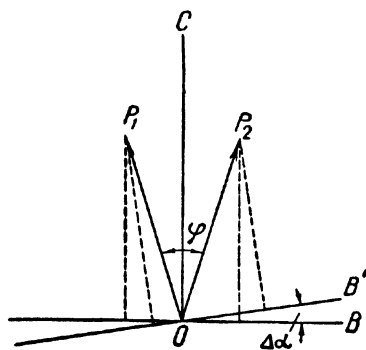


Рис. 395.

чески активное вещество, позволит по углу поворота анализатора определить и угол  $\alpha$  поворота плоскости поляризации в исследуемом веществе.

Положение анализатора  $A \perp OC$ , дающее слабое освещение (полутень), более выгодно в отношении точности установки на равенство освещений, благодаря физиологическим особенностям глаза, более чувствительного к изменениям малых (до известного предела) интенсивностей. Эту последнюю

установку анализатора на равное освещение (полутени) обоих полей можно делать тем точнее, чем меньше угол  $\varphi$  между плоскостями колебаний поляризатора.

Для того чтобы убедиться в этом, рассмотрим рис. 395. Выравнивая интенсивности обеих половин поля зрения, необходимо поставить анализатор в положение  $OB \perp OC$ . В действительности же допускается некоторая ошибка, и прибор считается установленным, например, в положении  $OB'$ . Ошибка эта характеризуется малым углом  $\Delta\alpha$ . При правильной установке отношение интенсивностей

$$\frac{I_1}{I_2} = 1,$$

при ошибочной установке имеем

$$\begin{aligned} \frac{I_1}{I_2} &= \frac{I_0 \sin^2 \left( \frac{\varphi}{2} + \Delta\alpha \right)}{I_0 \sin^2 \left( \frac{\varphi}{2} - \Delta\alpha \right)} = \\ &= \left( \frac{\sin \frac{\varphi}{2} \cos \Delta\alpha + \cos \frac{\varphi}{2} \sin \Delta\alpha}{\sin \frac{\varphi}{2} \cos \Delta\alpha - \cos \frac{\varphi}{2} \sin \Delta\alpha} \right)^2 = \left( \frac{1 + \operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2} \operatorname{tg} \Delta\alpha}{1 - \operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2} \operatorname{tg} \Delta\alpha} \right)^2. \end{aligned}$$

Полагая, что  $\Delta\alpha$  очень мало, можно приближенно написать, что

$$\frac{I_1}{I_0} = 1 + 4 \operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2} \Delta\alpha.$$

Следовательно, ошибка в процентах равна

$$\Delta p = \left( 4 \operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2} \Delta \alpha \cdot 100 \right) \%,$$

где  $\Delta \alpha$  выражено в радианах. При пересчете на градусы найдем, что угловая ошибка (в градусах) будет

$$\Delta \alpha = \frac{\Delta p}{7} \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}.$$

Если, например, ошибка в оценке интенсивностей ( $\Delta p$ ) достигает 2%, то ошибка в установке ( $\Delta \alpha$ ) при

$$\varphi = 1^\circ \quad \Delta \alpha = 0,0025^\circ,$$

$$\varphi = 2^\circ \quad \Delta \alpha = 0,005^\circ,$$

$$\varphi = 8^\circ \quad \Delta \alpha = 0,02^\circ.$$

Отсюда следует, что при достаточно малом  $\varphi$  можно измерять  $\alpha$  с большей точностью и, следовательно, производить отсчет с точностью по крайней мере до сотых долей градуса.

При этом надо иметь в виду, что освещенность полей ослабевает с уменьшением  $\varphi$ , а потому приходится пользоваться сильными источниками света; если же это невозможно, или если исследуемый раствор сильно поглощает свет, то  $\varphi$  приходится увеличивать, хотя и в ущерб точности; поэтому в некоторых более совершенных приборах угол  $\varphi$  можно изменять.

**Описание прибора.** Полутеневого поляриметр, как и всякий поляризационный прибор, состоит из двух основных частей: поляризатора и анализатора (рис. 396). Поляризатор состоит из двух поляризационных призм, большой  $P$  и помещенной тут же за ней маленькой  $p$ . Главные сечения этих призм, а следовательно, и соответствующие плоскости световых колебаний, составляют между

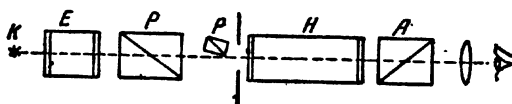


Рис. 396.

собой небольшим углом. Свет, исходящий от источника  $K$ , пройдя через трубу  $E$ , о назначении которой будет сказано в дальнейшем, проходит через  $P$ . Часть этого света, поляризованного в определенной плоскости, попадает затем в сахариметрическую трубку  $H$ , наполненную вращающим веществом, и, наконец — в анализатор  $A$ . Другая же часть света, прежде чем попасть в эту трубку, проходит через  $p$ , вследствие чего плоскость поляризации его несколько изменяется. Таким образом, если анализатор установлен на полное затемнение одного из световых пучков, то другой пучок будет им отчасти

пропускаться. Поле зрения, ограниченное диафрагмой, разделяется вследствие этого на две половины, линией раздела которых является ребро призмы  $p$ .

Анализатор устанавливается на равное освещение полей при отсутствии вращающего вещества в трубке  $H$ , а затем — после заполнения трубки  $H$  вращающим веществом. При этом плоскость колебаний светового вектора в пучках, освещающих обе половины поля зрения, повернется на угол  $\alpha$ . На этот же угол придется повернуть и анализатор.

Анализатор, находящийся в передней части прибора (рис. 397), можно поворачивать на произвольный угол при помощи рукояток  $A$ , освободив предварительно зажимной винт  $B$ ; медленное же вращение его производится микрометрическим винтом  $C$  после предварительного закрепления винта  $R$ . Отсчеты углов производятся в лупы  $D$  по двум нониусам, находящимся на концах одного из диаметров круга с делениями, связанного с анализатором, и дающим точность до сотых долей градуса. Находящаяся между анализатором и поля-

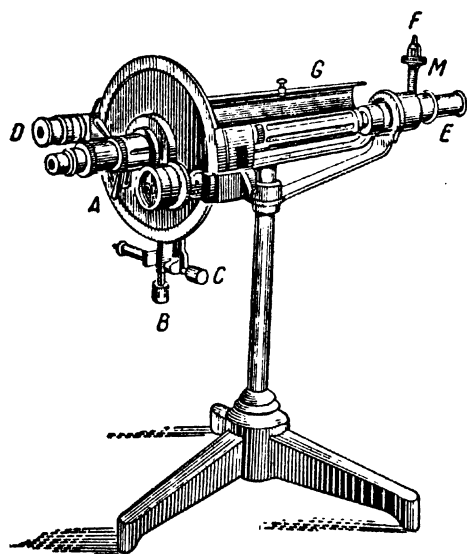


Рис. 397.

ризатором сахариметрическая трубка помещается в особой камере  $G$ . Угол между главными сечениями призм  $P$  и  $p$  (рис. 396) можно изменять путем поворота  $p$  на небольшой угол при помощи особого рычажка  $F$  (рис. 397), конец которого перемещается при этом по сектору  $M$  с делениями.

Источник света при работе с полутеневым поляриметром должен быть монохроматическим. Если же он не монохроматический, то на его пути, в трубке  $E$ , помещается жидкий светофильтр, т. е. жидкость, пропускающая свет только узкого интервала длин волн.

**Измерения.** Вынув трубку  $H$  и поместив перед прибором источник света, устанавливают окуляр так, чтобы ясно видеть линию раздела поля зрения; затем приводят анализатор в нулевое положение, при котором обе половины поля зрения имеют одинаковое затемнение. Сделав отсчет на круге, поворачивают анализатор немного в сторону, вновь приводят его в нулевое положение и делают новый отсчет на круге. Эта операция повторяется несколько раз, после чего находится среднее нулевое положение анализатора на круге.



Помещают в камеру  $G$  трубку с раствором сахара известной концентрации, содержащим  $C$  граммов сахара на  $100 \text{ см}^3$  раствора, и поворачивают анализатор настолько, чтобы получить равенство затемнения обеих половин поля. Эту операцию повторяют также несколько раз, всякий раз отводя анализатор в сторону и приводя его опять в нулевое положение. Взяв среднее из произведенных отсчетов, получим угол  $\alpha$ , на который плоскость поляризации была повернута раствором.

**Вычисления.** Из полученных результатов вычисляют удельное вращение сахара. Толщину слоя  $l$  измеряют обыкновенно в дециметрах, а концентрацию  $c$  — в граммах вещества, заключающегося в  $1 \text{ см}^3$  раствора; часто вместо  $c$  берут  $C$  — количество вещества, заключающееся в  $100 \text{ см}^3$  раствора, так что  $C = 100 c$ , и таким образом,

$$\alpha = [\alpha] \frac{Cl}{100}, \quad \text{откуда} \quad [\alpha] = \frac{100\alpha}{Cl}. \quad (1)$$

Эта формула служит для определения удельного вращения сахара в растворе, если известна величина его вращения  $\alpha$  при определенных  $c$  и  $l$ . Вместо концентрации  $c$  или  $C$  иногда дают плотность раствора  $d$  и процентное содержание вещества  $p$  в растворе. Тогда на  $100 \text{ г}$  раствора приходится  $p$  граммов вещества, и следовательно, в  $1 \text{ см}^3$  раствора заключается  $\frac{pd}{100} \text{ г}$ , поэтому

$$\alpha = [\alpha] \frac{lpd}{100},$$

откуда

$$[\alpha] = \frac{100\alpha}{dlp}. \quad (2)$$

Повторяют те же измерения для растворов сахара неизвестной концентрации и из данных наблюдений вычисляют процентное содержание сахара в каждом растворе по формуле (2).

Способом, аналогичным описанному, помимо вращения плоскости поляризации в растворе сахара, измеряют величину вращения в пластинках кристаллического кварца. Эти пластинки вырезаны перпендикулярно оптической оси кристалла.

**Технические данные установки.** Задача может быть поставлена с поляриметром марки СМ.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Г. С. Ландсберг, Оптика, Гостехиздат, 1957.
2. Курс физики под редакцией Н. Д. Папалекси, т. II, Гостехиздат, 1948.
3. С. Э. Фриш и А. В. Тиморева, Курс общей физики, т. III, Физматгиз, 1962.
4. Р. Вуд, Физическая оптика, ОНТИ, 1936.

## З А Д А Ч А 122

**ИЗУЧЕНИЕ ЯВЛЕНИЯ МАГНИТНОГО ВРАЩЕНИЯ  
ПЛОСКОСТИ ПОЛЯРИЗАЦИИ**

Явление вращения плоскости поляризации света, проходящего через вещество, помещенное в магнитное поле, имеет большое принципиальное значение. Благодаря открытию этого явления (Фарадей в 1846 г.) была впервые установлена тесная связь оптических и электромагнитных явлений.

Описанию сущности магнитного вращения и его связи с явлением Зеемана в спектрах поглощения в современных учебниках оптики всегда отведено столь значительное место, что здесь нет надобности повторять этот материал (см., например, [1]). Обратим только внимание на то, что в учебной литературе объяснение магнитного вращения плоскости поляризации (на основе расщепления на две части оптической дисперсионной кривой вещества при обратном эффекте Зеемана) часто ограничивается случаем диамагнитных тел. Так как на нашей установке можно ознакомиться также с вращением плоскости поляризации в парамагнетике (водный раствор хлорного железа), происходящим в данном случае в сторону, обратную по отношению к вращению в диамагнетиках, то с теорией этого случая нужно ознакомиться по литературе [2]. В последних, как известно, направление вращения плоскости поляризации света, распространяющегося параллельно или антипараллельно полю, совпадает с направлением тока в обмотке магнита, создавшего поле.

С только что сформулированной характерной зависимостью направления магнитного вращения плоскости поляризации от направления поля (но не от направления распространения света!) также представляется возможность познакомиться в ходе выполнения настоящей задачи.

Переходим непосредственно к описанию используемой в практикуме магнитооптической установки.

**Описание оптической системы и магнита.** Общая схема установки приведена на рис. 398, снабженном необходимыми пояснениями. Поэтому ограничимся здесь только краткими замечаниями об используемых приборах.

1. **Устройство поляриметра.** Как видно из рисунка, входная и выходная части поляриметра смонтированы непосредственно на внешних торцах полюсов магнита. Детали поляриметра расположены на движках и могут быть сдвинуты в сторону от канала, просверленного в магните. Подобный сдвиг деталей поляриметра бывает нужен только при юстировке установки. При нормальной работе установки движки помещаются против отверстий канала магнита.

С устройством поляриметра можно подробно ознакомиться по заводскому описанию прибора, прилагаемому к задаче. Здесь мы только подчеркнем физические принципы его устройства.

Используемый поляриметр принадлежит к классу полутеневых поляриметров. Их принцип действия и даваемые ими преимущества при измерениях пояснены в описании задачи 121. Отметим здесь те особенности, которые отличают используемый поляриметр от описанного в упомянутой задаче. Два световых пучка с несколько различными ориентациями линейно поляризованных колебаний, необходимые для полутеневого метода, осуществляются

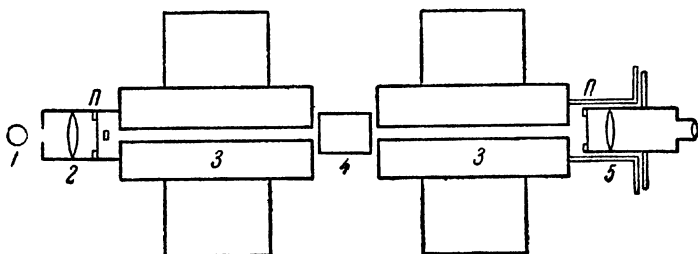


Рис. 398. Схема магнитооптической установки (горизонтальный разрез):

1 — источник света, 2 — коллиматор поляриметра с поляроидом  $\Pi$  и кварцевой пластинкой, 3 — просверленные полюса магнита с обмотками, 4 — объект исследования, 5 — зрительная труба с поляроидом-анализатором  $\Pi$ .

в описываемом приборе следующим способом. Первоначально, при помощи поляроида, поставленного на выходе из коллиматора прибора, получается линейно поляризованный свет. Роль этого поляроида полностью совпадает с ролью первого николя в оптической системе, изображенной в описании задачи 121.

Далее, непосредственно за этим поляроидом, помещается плоскопараллельная кварцевая пластинка, вырезанная параллельно оптической оси кварца. Пластинка эта перекрывает некоторую часть сечения светового пучка. В нашем случае пластинка имеет форму прямоугольника, прикрывающего центральную часть диска поляроида. Толщина кварцевой пластинки подбирается так, чтобы выходящий из нее свет продолжал оставаться линейно поляризованным, как и до вступления в пластинку, но чтобы направление колебаний в нем составляло некоторый небольшой угол с прежним направлением колебаний до вступления света в пластинку. Это будет иметь место, если кварцевая пластинка будет пластинкой в п о л о н ы, т. е. если  $d(n_e - n_o) = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$ , где  $d$  — толщина пластинки, а  $n_e$  и  $n_o$  — соответственно два главных показателя преломления кварца. Изменение на угол  $\varphi$  направления колебаний светового

вектора на выходе из пластинки по отношению к направлению его колебаний при входе в пластинку обеспечивается соответствующей ориентацией оптической оси кристалла (параллельно которой вырезана пластинка) по отношению к световому вектору в падающей волне. Именно, угол между световым вектором в этой волне и оптической осью пластинки должен быть равен  $\varphi/2$ , если мы желаем получить изменение направления плоскости колебаний светового вектора на угол  $\varphi$  по отношению к его первоначальной ориентации в пространстве. Таким образом, кварцевая пластинка выполняет ту же роль, какую выполняет второй, маленький николю в оптической системе, изображенной в описании задачи 121.

После кварцевой пластинки через каждое поперечное сечение прибора распространяются параллельно друг другу три световых пучка. Два крайних прошли только через входной поляризатор, а центральный прошел еще через кварцевую пластинку. Этим путем реализованы условия, необходимые для полутеневых измерений.

Далее, по ходу световых лучей схема рассматриваемого прибора совпадает со схемой прибора, описанного в задаче 121; только в качестве анализатора в нашем приборе используется поляризатор, а не николю. За поляризатором помещается зрительная труба, для рассматривания через анализатор трех фотометрических полей (двух симметрично расположенных сегментов круга поляризатора и прямоугольника кварцевой пластинки), получающихся у входа в прибор.

В связи с использованием кварцевой пластинки на входе прибора заметим, что применение такого способа реализации полутеневого метода ограничивает возможность использования света различного спектрального состава при работе с прибором. В самом деле, кварцевая пластинка, как разъяснено выше, должна быть полуволновой. Она может быть таковой только для монохроматического света определенной длины волны. В данном случае нельзя использовать в приборе поочередно свет различных длин волн и изучать явление дисперсии вращения плоскости поляризации, как это можно делать на приборе с николями. В нашем случае поляриметр рассчитан на работу только с монохроматическим желтым светом, близким к свету натриевого пламени.

Устройство механических деталей поляриметра и осветителя к нему настолько просто, что не представляет труда разобраться в их действии, пользуясь заводским описанием прибора и обращаясь за разъяснениями к преподавателю или дежурному лаборанту. Укажем лишь, что фокусировка фотометрических полей осуществляется продольным скользящим перемещением муфты на окуляре. Повороты системы окуляра и анализатора осуществляются при помощи вращения рифленного диска, находящегося на радиальном рычажке фрикциона. Рифленный диск надо вращать двумя пальцами, тогда фрикцион катится по лимбу. Надо сразу, начиная работу с прибором, уяснить себе, что рифленный диск вращается вокруг радиуса

лимба и только в результате возникающего качения фрикцион перемещается в плоскости лимба. Попытка поворачивать анализатор и окуляр давлением на рычажок, выступающий из диска, приведет только к порче фрикциона, обеспечивающего при правильном его использовании весьма плавное вращение анализатора и окуляра. При этом может быть полностью использован нониус прибора, допускающий отсчеты углов с точностью до  $0,05^\circ$  на своем лимбе.

2. Работа с магнитом. Схема включения магнита, обслуживающих его реостатов, амперметра и перекидного рубильника помещена непосредственно на установке. Там же помещена инструкция к включению, выключению и переполюсовке питания магнита. Отметим здесь лишь те физические соображения, на основании которых составлена эта инструкция.

Используемый магнит обладает значительной индуктивностью. Поэтому при его в к л ю ч е н и и в момент протекания в обмотках большого тока в цепи магнита возникают большие э. д. с. самоиндукции. Эти э. д. с. самоиндукции могут легко пробить междуслойную изоляцию обмотки магнита и тем самым вывести его из строя. Следовательно, размыкание цепи магнита при окончании работы с ним или в целях изменения направления тока в его обмотке допускается лишь при минимальном токе через обмотку ( $\approx 0,1$  а), т. е. при полностью введенных реостатах в цепи магнита. Конкретные указания к применению этого обязательного правила работы с большими магнитами изложены в инструкции.

Кроме условий сохранности магнита, при работе с ним должны соблюдаться специфические условия сохранности для включенных в его цепь реостатов. Дело в том, что при используемом диапазоне токов в цепи магнита (0,1—5 а) в схему его питания неизбежно включены реостаты различных сопротивлений, рассчитанные на различные токи. Поэтому сопротивления высокоомных реостатов, рассчитанных на малые токи, нельзя оставлять частично введенными в схему, когда сопротивления низкоомных реостатов уже выведены. В этом случае через еще оставшиеся под током витки высокоомных реостатов пройдет разрушительный для них ток.

Правила предохранения высокоомных реостатов от подобных перегрузок также указаны в инструкции. Первоначальное включение постоянного напряжения 110 в со щитка на схему прибора осуществляется только дежурным лаборантом. Дальнейшие включения и выключения магнита выполняются только при минимальном токе через его обмотки и осуществляются с помощью настольного перекидного рубильника.

Нужные для работы значения напряженности магнитного поля и соответствующие им значения токов в обмотках магнита указаны в калибровочной таблице, помещенной непосредственно на установке.

3. О б ъ е к т ы и с с л е д о в а н и я. Диамагнитными объектами исследования служат два стеклянных блока длиной по 4 см,

изготовленных из тяжелых сортов стекла типа флинт, и слой воды толщиной 5 см, помещенный в плоскопараллельную кювету. Парамагнитным объектом исследования служит слой водного раствора хлорного железа толщиной 5 см, находящийся в плоскопараллельной стеклянной кювете. Все объекты исследования полностью подготовлены к измерениям и никакой регулировке не подлежат.

Объекты исследования укреплены на столике, помещенном на штуре, закрепленном в рейтере. Этот рейтер перемещается по отрезку оптической скамьи, закрепленному на станине магнита, перпендикулярно магнитному полю. Рейтер снабжен пружинным шариковым фиксатором, а скамья — соответствующими сферическими отверстиями для задержки шарика фиксатора. Положению каждого объекта исследования точно между отверстиями каналов в полюсах магнита соответствует определенное положение фиксатора. Поэтому, плавно перемещая рейтер с объектами наблюдений вдоль оптической скамьи от одного положения фиксатора до другого, можно вводить в работу поочередно все объекты исследования. Фиксированные рабочие положения рейтера ощущаются рукой по легкому упору, который она встречает, при каждом срабатывании фиксатора под скользящим вдоль по скамье рейтером.

**Измерения и их обработка.** 1. Ознакомившись с имеющимися при установке указаниями по включению источника света (натриевая лампа или лампа накаливания, используемая со светофильтром), просят лаборанта включить рубильник распределительного щитка, обслуживающего розетку переменного тока напряжением 220 в, питающего пусковое устройство лампы. Включают пусковое устройство лампы.

2. Вводят в рабочее положение между полюсами магнита стеклянный блок № 1. Проверяют, что движки с деталями поляриметра на торцах магнита стоят в крайних положениях, против канала в полюсах магнита. Продольными перемещениями скользящей муфты окуляра вдоль оси зрительной трубы фокусируют фотометрические поля поляриметра. Вращением выходного поляроида-анализатора (как сказано выше, путем вращения радиального рифленого диска и качения его по фрикциону) уравнивают освещенность фотометрических полей. Это делают, как всегда при фотометрических измерениях с поляризационными фотометрами, в условиях минимальной освещенности всего поля зрения в окуляре (см. пояснения к рис. 394 и 395 в описании задачи 121). Эта минимальная освещенность всего поля зрения достигается соответствующей взаимной ориентацией поляризатора и анализатора прибора.

Произведенное в этих условиях уравнивание освещенностей всех трех фотометрических полей будет соответствовать рабочему нулевому отсчету на лимбе поляриметра, используемому при дальнейших измерениях. Нулевой рабочий отсчет определяется несколько раз и каждый раз заново для каждого нового объекта исследова-

ния. Результаты всех определений рабочего нулевого отсчета записываются.

3. Полностью вводят сопротивление всех реостатов магнита. Ставят перекидной рубильник в такое положение, при котором цепь магнита разомкнута. Просят лаборанта включить постоянное напряжение 110 в на распределительном щитке.

Замыкают под наблюдением лаборанта цепь магнита перекидным рубильником. Сообразуясь с инструкцией по управлению реостатами, устанавливают в цепи магнита рекомендованные в калибровочной таблице значения тока. Для каждого значения напряженности магнитного поля вращением поляроида-анализатора производят несколько раз выравнивание освещенностей фотометрических полей, записывая каждый раз соответствующие отсчеты на лимбе прибора.

4. Полностью вводя в цепь магнита сопротивления всех реостатов и доведя силу тока через магнит до минимума ( $\sim 0,1$  а) переполусовывают питание магнита с помощью перекидного рубильника. Повторяют в условиях изменившегося направления магнитного поля все измерения, сделанные при первоначальном направлении магнитного поля.

5. Проводят с другими объектами весь цикл измерений, указанный для стеклянного блока № 1.

6. Строят графики зависимости угла вращения плоскости поляризации  $\alpha$  от величины и направления напряженности магнитного поля.

7. Пользуясь этими графиками, или формулой, связывающей непосредственно угол поворота плоскости поляризации с напряженностью магнитного поля, находят постоянную Верде для каждого исследованного вещества <sup>1)</sup>. Постоянную Верде принято выражать в угловых минутах на сантиметр пути света в данном веществе при напряженности магнитного поля в один эрстед.

8. Используя теоретическое выражение для постоянной Верде  $R$

$$R = \frac{e\lambda}{2mc^2} \frac{dn}{d\lambda},$$

находят отношение  $\frac{e}{m}$  для частиц, определяющих оптическую дисперсию (а следовательно и магнитное вращение плоскости поляризации) вещества. В последней формуле  $m$  и  $e$  — соответственно масса и заряд частиц,  $c$  — скорость света в вакууме,  $\lambda$  — длина световой волны,  $\frac{dn}{d\lambda}$  — производная показателя преломления вещества по длине волны. Эту формулу имеет смысл применять в нашем случае

<sup>1)</sup> Для раствора хлорного железа обработка результатов ограничивается построением графика, так как постоянную Верде при наложении двух эффектов, диамагнитного в воде и парамагнитного в хлорном железе, вычислять нецелесообразно.

только для воды, как единственного используемого в опытах индивидуального вещества. Значение  $\frac{dn}{d\lambda}$  для воды, вблизи  $6000 \text{ \AA}$ , равно  $3 \cdot 10^{-6} \text{ \AA}^{-1}$ . Надо иметь в виду, что приведенная формула точно справедлива для атомарных газов. Поэтому в нашем случае она может дать только правильный порядок величины  $\frac{e}{m}$  для электронов, ответственных за дисперсию вещества в оптической области спектра. Однако полученное значение  $\frac{e}{m}$  все же позволяет однозначно установить, что явление вращения плоскости поляризации в магнитном поле обязано своим происхождением воздействию магнитного поля именно на электроны вещества.

**Технические данные установки.** В работе используется магнит, изготовленный в мастерских физического факультета, дающий напряженность магнитного поля в зазоре 5 см между полюсами около 5000 эрстед. На торцах магнита смонтированы поляризационные детали кругового поляриметра марки СМ.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Г. С. Ландсберг, Оптика, Гостехиздат, 1957.
2. М. В. Волькенштейн, Молекулярная оптика, Гостехиздат, 1951.

#### ЗАДАЧА 123

### ИЗУЧЕНИЕ СПЕКТРОВ ИЗЛУЧЕНИЯ ПАРОВ И ГАЗОВ И СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СМЕСЕЙ СОЛЕЙ ЩЕЛОЧНЫХ МЕТАЛЛОВ

Для качественных исследований видимой части спектра применяются различного типа спектроскопы; один из наиболее простых типов состоит из коллиматорной трубы  $A$  со щелью  $S$  и объективом  $O_1$ , призмы  $D$ , зрительной трубы  $B$  с объективом  $O_2$ , трубы  $C$  со шкалой  $N$  и объективом  $O_3$  (рис. 399 и 400).

Назначение коллиматора — дать параллельный пучок света, падающий на призму  $D$  спектроскопа. Для этого щель коллиматора установлена в фокальной плоскости объектива  $O_1$ , параллельно преломляющему ребру призмы. Ширину щели  $S$  можно изменять при помощи винта  $x$  (рис. 401).

Призма спектроскопа обычно устанавливается под углом наименьшего отклонения, т. е. в том ее положении, когда ход лучей, лежащих в плоскости, перпендикулярной к преломляющему ребру (плоскость главного сечения) призмы, симметричен; внутри призмы преломленный луч идет параллельно основанию призмы.

Дело в том, что для призмы, как для оптической системы, не обладающей осью симметрии, не существует параксиального пучка



лучей, по отношению к которому абберационные ошибки оптической системы практически устранены. В случае преломления в призме астигматизм косых пучков (см. задачу 101) отчетливо проявляется.

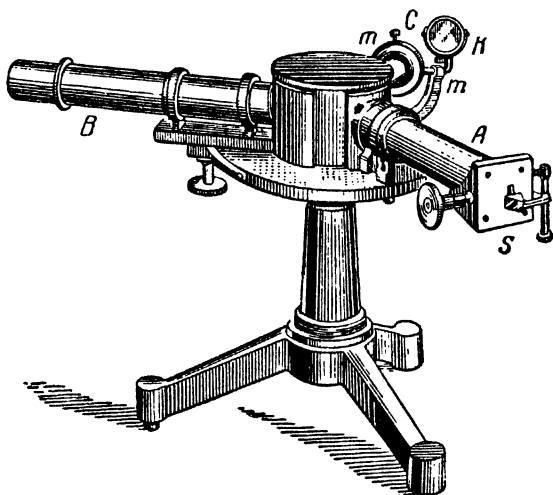


Рис. 399.

Элементарный расчет хода лучей в призме всегда делается только для луча, лежащего в плоскости главного сечения призмы. Между тем из коллиматора на призму падают лучи, проходящие через

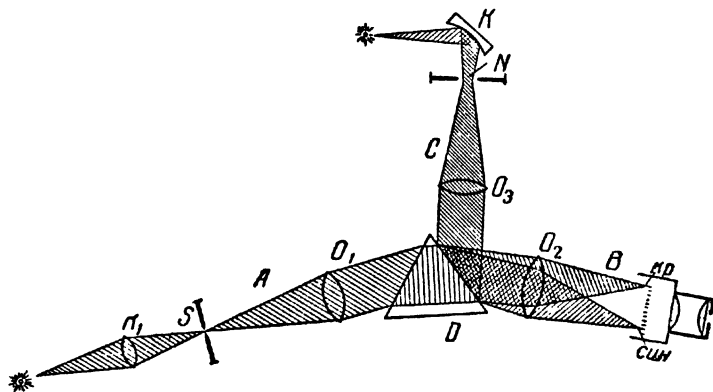


Рис. 400.

призму и в других плоскостях. Отклонение, даваемое призмой для них, будет иным, чем для лучей, лежащих в плоскости главного сечения. Поэтому, например, изображение щели, даваемое призмой,

изгибается в вертикальной плоскости симметрично относительно центра щели. Выпуклость изображения щели бывает обращена к красному концу спектра.

Отсутствие искажений в ширине изображения, очевидно, важно для наблюдения близких спектральных линий.

Описанный выше и другие недостатки качества изображения, даваемого призмой, до известной степени устраняются установкой

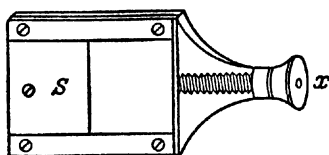


Рис. 401.

призмы под углом наименьшего отклонения. Но при такой установке призмы значительно проигрывают в величине дисперсии, даваемой призмой. Поэтому вышеуказанное правило установки призмы в случаях, когда от спектроскопа требуется большая дисперсия, оставляют без внимания. (Подробный разбор работы призмы

можно найти в книге Г. Г. Слюсарева, «Геометрическая оптика».)

Пучок света из объектива  $O_1$  падает на переднюю грань призмы  $D$  (рис. 400), в которой испытывает спектральное разложение и выходит параллельными пучками разных цветов и направлений в зависимости от их длины волн.

Пройдя призму, световые пучки поступают в оптическую трубу через объектив  $O_2$ . Так как выходящие из призмы параллельные пучки различных цветов имеют различное направление, то в фокальной плоскости линзы  $O_2$  получается ряд параллельных различно окрашенных изображений щели, образующих видимый спектр. Эти изображения рассматривают через окуляр трубы  $B$ .

Для измерения относительного положения полос в спектре служит труба  $C$  со шкалой  $N$  (рис. 400). Шкала эта, нанесенная на стекле и состоящая из светлых штрихов на темном поле, освещается вспомогательным источником света при помощи маленького зеркальца  $K$ . Пучки света, идущие от шкалы, находящейся в фокальной плоскости линзы  $O_3$ , отражаются от ближайшей к зрительной трубе грани призмы и дают действительное изображение шкалы в фокальной плоскости линзы  $O_2$ . Таким образом глаз видит через окуляр одновременно налагающиеся друг на друга изображения спектра и шкалы. Боковые пучки, падающие на призму, задерживаются специальным колпачком, надеваемым на призму  $D$ .

Для градуирования шкалы спектроскопа используется богатый линиями спектр неоновой лампы. Неоновая лампа представляет собой лампу тлеющего разряда, в которой используется свечение, сосредоточенное в основном в пространстве между электродами, имеющими форму двух параллельных дисков. Нормальная плотность тока в лампах этого типа равна  $2,5 \text{ ма/см}^2$ . Сила тока через лампу ограничивается сопротивлением, включенным последовательно с лампой. Сопротивление обычно помещается в ножке неоновой лампы.

Спектр неона состоит из отдельных в большинстве своем довольно ярких линий. Длины волн некоторых из них приведены в таблице 37. Зная положение линий определенной длины волны на шкале спектроскопа, можно построить график градуировки этой шкалы.

### Упражнение 1

#### Подготовка прибора к измерениям и градуировка его шкалы в длинах волн

Коллиматор прибора устанавливается на бесконечность — для этого выдвигают патрубок со щелью до совпадения соответствующей кольцевой метки на патрубке с обрезом конца основной трубы коллиматора. Ширину щели устанавливают около 0,5 мм.

Помещают перед входной щелью коллиматора включенную неоновую лампу так, чтобы свет разряда в ней освещал щель прибора. Наблюдают в зрительную трубу спектроскопа спектр неоновой лампы и фокусируют линии этого спектра перемещениями окуляра трубы. При этом, очевидно, зрительная труба оказывается сфокусированной на бесконечность для каждой спектральной линии.

Регулируя освещение шкалы  $N$  наклонами зеркала  $K$  и передвигая шкалу вдоль оси трубы  $C$ , добиваются того, чтобы деления и цифры шкалы были также отчетливо видны через трубу. Подсветка шкалы осуществляется от какого-либо вспомогательного источника белого света.

Сужая до предела надежной видимости входную щель коллиматора, наблюдают расположение изображений спектральных линий неона на шкале спектроскопа. При недостаточной их видимости с узкой щелью регулируют положение неоновой лампы перед коллиматором до тех пор, пока не будет получена максимальная освещенность изображения линий в поле зрения окуляра трубы. Область наиболее яркого свечения неоновой лампы расположена между ее электродами.

В тех случаях, когда в щель коллиматора попадает недостаточно света, между щелью прибора и источником света помещается конденсор. Это приходится делать, в частности, в тех случаях, когда горячий источник света нельзя поставить близко к щели коллиматора, так как он может ее нагреть. Расчет положения однолинзового простейшего конденсора производится на основании следующих простых соображений.

Конденсор  $K_1$  (рис. 402) помещают так, чтобы прошедший через него свет заполнял сечение конуса  $S'ab$ , образованного щелью коллиматора и световыми пучками, идущими от краев конденсорной линзы к объективу коллиматора. Расстояние  $l$  конденсорной линзы от щели при этом определяется из пропорции

$$\frac{D}{d} = \frac{L}{l},$$

где  $D$  и  $d$  — диаметры линз коллиматора и конденсора, а  $L$  и  $l$  — их расстояния от щели. Источник света помещают на таком расстоянии от линзы, чтобы его отчетливое изображение находилось в плоскости щели коллиматора.

Отсчитывают и записывают положение спектральных линий неона на шкале спектроскопа. Пользуясь одновременно описанием и таблицей спектральных линий неона, помещенной в настоящей книге, записывают значения длин волн наблюдаемых линий.

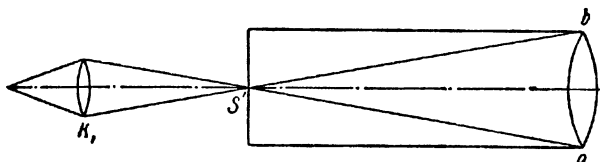


Рис. 402.

Шкала должна быть так расположена в поле зрения окуляра трубы, чтобы на ней укладывались все линии видимой части спектра неона. Если красная или синяя часть спектра не умещаются на шкале, то регулируют положение шкалы установочными винтами *m, m* (рис. 399).

По окончании этих измерений строят градуировочный график прибора, откладывая по оси абсцисс деления шкалы прибора, а по оси ординат значения длины волн, соответствующие наблюдавшимся линиям.

### Упражнение 2

#### Изучение спектров излучения паров щелочных металлов и спектральный анализ смеси их солей

**Измерения.** Установив прибор, как было описано, вносят в пламя горелки поочередно фитили, пропитанные растворами солей щелочных металлов, имеющих в наборе, и отмечают положение линий спектра для каждой соли. Нанеся на миллиметровую бумагу деления, соответствующие делениям шкалы, зарисовывают на ней положения линий; такое построение делается для спектра каждой соли в отдельности. При этом необходимо иметь в виду, что, во-первых, для каждой новой соли безусловно необходимо брать свежий асбестовый фитиль, так как иначе неизбежно произойдет загрязнение нового раствора прежней солью, во-вторых, необходимо следить за тем, чтобы шкала оставалась неподвижной, если же она сместилась, ее надо снова установить по спектральным линиям неоновой лампы.

Пользуясь градуировочным графиком шкалы спектроскопа и данными о положении на ней спектральных линий исследованных химических элементов, составляют таблицу значений длин волн основных спектральных линий, найденных в спектре каждого элемента.

Вносят в пламя газовой горелки фитили с растворами неизвестных сочетаний ранее исследованных солей, определяют положение их спектральных линий на шкале прибора и зарисовывают их

на миллиметровой бумаге. Сравнивая эти рисунки с рисунками спектров ранее уже исследованных солей, определяют, какие щелочные металлы присутствуют в каждом исследуемом растворе.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Г. С. Ландсберг, Оптика, Гостехиздат, 1957.
2. Курс физики, под редакцией Н. Д. Папалекси, т. II, Гостехиздат, 1947.
3. С. Э. Фриш, Техника спектроскопии, Изд. ЛГУ, 1936.

#### ЗАДАЧА 124

### ИЗУЧЕНИЕ СЕРИАЛЬНЫХ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ В СПЕКТРЕ ВОДОРОДА

Одной из важнейших закономерностей, известных в строении атомных спектров, является сериальное строение этих спектров. Сериальные закономерности представляют собой яркое проявление квантовых свойств излучающих атомных систем.

Спектральные линии атомного спектра элемента могут быть объединены в определенные, закономерно построенные группы или в так называемые *серии*. Длины волн всех линий, принадлежащих к одной и той же серии, закономерно связаны между собой. В наиболее простой форме сериальные закономерности проявляются в спектре одноклеточного атома — водорода, для которого они и были впервые открыты.

Настоящая задача посвящена изучению одной из спектральных серий водородного спектра — *серии Бальмера*, лежащей в видимой части спектра. Длины волн спектральных линий этой серии удовлетворяют соотношению

$$N = \frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right). \quad (1)$$

В этом соотношении  $N = \frac{1}{\lambda}$  — так называемое волновое число линии. Волновые числа выражаются в  $\text{см}^{-1}$  (в обратных сантиметрах),  $R$  — постоянная Ридберга, константа, неизменная для всех серий в спектре водорода. Величина  $n$  есть квантовое число, которое для первых трех линий спектра водорода, обозначаемых символами  $H_\alpha$ ,  $H_\beta$ ,  $H_\gamma$ , принимает соответственно значения 3, 4, 5.

Целью настоящей задачи является: измерение длин волн трех линий в спектре водорода  $H_\alpha$ ,  $H_\beta$ ,  $H_\gamma$  и вычисление значения постоянной Ридберга с помощью каждого найденного значения длины волны и соответствующего ему значения числа  $n$ . Критерием

справедливости серийной закономерности будет служить постоянство значения  $R$ , найденного совершенно независимо во всех трех случаях. Измерение длин волн линий водородного спектра производится при помощи дифракционной решетки и спектрометра-гониометра. Применяемый метод вполне тождествен с методом, описанным в задаче 110, для измерения длин волн спектра ртути.

Отличительной чертой эксперимента в данной задаче, по сравнению с задачей 110, является применение в данной установке в качестве источника света высоковольтной водородной газоразрядной трубки, обеспечивающей излучение спектра атомарного водорода.

**Описание экспериментальной установки.** Устройство водородной трубки показано на рис. 403. Водородная трубка представляет собой стеклянную трубку, наполненную водородом под давлением около 5—10 мм рт. ст. Разряд в трубке происходит между металлическими электродами 1 и 2, впаянными в нижние колена трубки. К этим электродам подается переменное напряжение в 2000—3000 в. Сила тока в трубке составляет 10—15 ма. Основное свечение водорода происходит в капиллярном горизонтальном колене трубки. В этом колене плотность тока максимальна и соответственно максимальна и яркость свечения. Наблюдение свечения трубки производится поэтому в торец капилляра. Трубка имеет еще два отростка: отросток 3 заполнен едким натрием, отросток 4 — окисью меди. Мы не можем здесь входить в детали описания разряда в водороде, но укажем только на основную трудность получения разряда, пригодного для

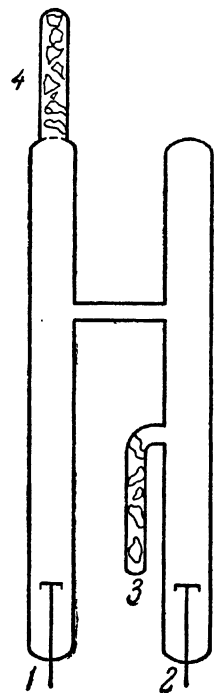


Рис. 403.

намеченных измерений. Дело в том, что водород, при нормальных условиях, является молекулярным газом. Между тем нужный нам спектр излучается атомарным водородом. Наличие же молекулярного водорода в трубке приводит к излучению в разряде молекулярного спектра, затрудняющего наблюдение нужных спектральных линий атомного спектра. Окись меди легко отдает атомарный кислород, который, реагируя с молекулярным водородом в трубке, образует молекулы воды. Эти молекулы воды в электрическом разряде разлагаются, образуя нужный атомарный водород. Излишек молекул воды поглощается едким натрием. Для более интенсивного выделения кислорода из окиси меди содержащий ее отросток трубки периодически прогревается специальной обмоткой, питаемой вспомогательным током подогрева.

К водородной трубке подводится высокое напряжение, и поэтому она вместе с повышающим трансформатором заключена в металлический заземленный кожух осветителя. Вскрывать этот кожух студентам категорически воспрещается. Осветитель включен в сеть через ЛАТР, расположенный на столе и управляющий током в первичной обмотке повышающего трансформатора. Повышать с помощью ЛАТР напряжение надо до минимального значения, при котором начинается устойчивый разряд в водородной трубке, видимый через окно в осветителе. Для обзора водородной трубки второй ее экземпляр помещен под стеклом вблизи осветителя. Прогрев рабочей трубки осуществляется лаборантом в нужных случаях.

Перед окном осветителя расположен конденсор, концентрирующий свечения газа в капилляре на входную щель коллиматора гониометра. При правильном положении конденсора на щели гониометра при включенной трубке должно быть видно красно-фиолетовое световое пятно.

В работе применяется гониометр того же типа, что и в задаче 102. Поэтому его установка распадается, так же как и в том случае, на два этапа: 1) установка самого гониометра с помощью плоскопараллельной стеклянной пластинки, 2) установка дифракционной решетки на столике гониометра.

Приводим некоторые подробности, относящиеся к применяемой дифракционной решетке. В настоящей работе нужна большая светосила решетки и большая дисперсия. Не располагая светосильной решеткой с малой постоянной, мы применяем здесь реплику (желатинный отпечаток) с нужной решетки. Реплика удовлетворяет нужным требованиям, имея большую площадь и постоянную, равную  $d = 1,688 \cdot 10^{-4}$  см. Но качество получаемого с ее помощью спектра несомненно хуже, чем качество спектра от оригинальной дифракционной решетки. В частности, в результате заклейки реплики между стеклом, возможны явления волнистости спектральных линий в тех местах, где качество заклейки неудовлетворительно. Поэтому не следует пытаться устранять недостатки спектра фокусировкой окуляра. Это же обстоятельство несколько ухудшает условия правильного контроля за качеством установки реплики на столике гониометра, как это обычно делается с помощью световых бликов и автоколлимационного окуляра наблюдательной трубы.

**Подготовка к измерениям, измерения и их обработка.** Производят установку (юстировку) гониометра и установку дифракционной решетки на его столике.

Включают, с разрешения лаборанта, осветитель с водородной трубкой. Обращаем еще раз внимание на необходимость соблюдения предосторожностей при работе с осветителем. В частности, до его включения необходимо проверить, заземлен ли его корпус, с помощью штекера, включаемого в специальную клемму осветителя. Провод от штекера идет к клемме «земля» на распределительном

щитке лаборатории. Проверяют правильность фокусировки конденсором на щель коллиматора света водородной трубки. (Обращаем внимание, что щель коллиматора имеет постоянную, нерегулируемую ширину.)

Затем приступают к наблюдениям водородного спектра.

Приедем некоторые пояснения к видимой картине водородного спектра. Начинать поиски нужных линий надо с красной интенсивной линии  $H_\alpha$  водорода. Ее легко найти и она не может быть спутана с молекулярными полосами в спектре. Вторая линия  $H_\beta$  — зелено-голубая. В промежутке между  $H_\alpha$  и  $H_\beta$  лежит ряд красно-желтых молекулярных полос, слабых по сравнению с обеими нужными линиями. Перед линией  $H_\beta$  лежат еще слабые, размазанные темно-зеленые молекулярные полосы. Третья линия  $H_\gamma$  — фиолетовая, тождественная по окраске с известной фиолетовой линией спектра ртути. Этой линии предшествуют две слабые и размазанные молекулярные фиолетовые полосы.

Рассмотрев спектр водорода и надежно установив, какие именно линии этого спектра соответствуют нужным нам  $H_\alpha$ ,  $H_\beta$ ,  $H_\gamma$ , приступают к измерениям. Начинать их надо с красной линии  $H_\alpha$ . Углы дифракции измеряют с помощью гониометра обычным образом (см. описание задачи 110). Измерения делают для спектров  $+1$ -го и  $-1$ -го порядков для всех трех линий.

По найденным углам дифракции с помощью формулы  $d \sin \varphi = \lambda$  вычисляют значения длин волн всех трех линий. Затем вычисляют с точностью до одного обратного сантиметра волновые числа этих же линий. Подставляя в формулу (1) найденные на опыте волновые числа трех линий и указанные выше значения квантового числа  $n$  для каждой линии, вычисляют постоянную Ридберга для трех линий. Значение постоянной Ридберга надо вычислять с точностью до одного обратного сантиметра.

**Технические данные установки.** В установке используется водородная гейслерова трубка марки ГВ-3 лаборатории источников света ГОИ, осветитель марки ОМС, гониометр марки ГС-30.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Г. С. Ландсберг, Оптика, Гостехиздат, 1957.

#### ЗАДАЧА 125

### ИЗУЧЕНИЕ СПЕКТРОГРАФА И ИЗМЕРЕНИЕ ДЛИН ВОЛН СПЕКТРАЛЬНЫХ ЛИНИЙ

Цель данной задачи состоит в изучении спектрографа и в ознакомлении с методами определения длин волн спектральных линий.

**Теория.** Спектрограф — прибор, пространственно разделяющий лучи различных длин волн и позволяющий получить фото-



графическое изображение спектра, является наиболее распространенным прибором, применяемым при решении большинства спектрально-аналитических задач.

В задаче используется кварцевый спектрограф ИСП-22. Главная часть любого спектрографа — диспергирующее устройство, которое отклоняет проходящее через него излучение разных длин волн на разные углы. В спектрографе ИСП-22 это диспергирующее устройство состоит из призмы Корню. На рис. 404 она обозначена буквой  $P$ . Описание призмы Корню будет дано ниже.

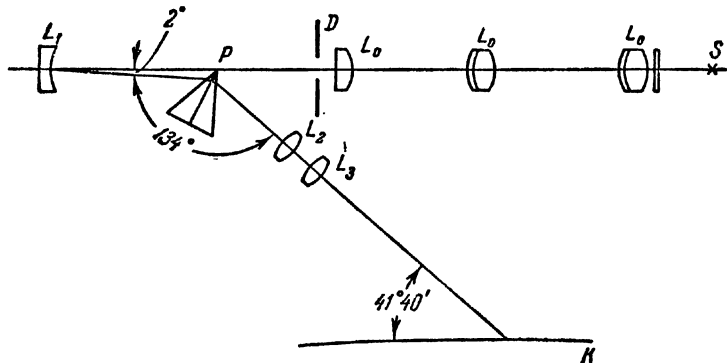


Рис. 404.

Помимо диспергирующей призмы, спектрограф обладает коллиматором и камерой. Назначение коллиматора — направлять на призму параллельный пучок света. В спектрографе ИСП-22 коллиматор состоит из зеркального объектива  $L_1$  и щели  $D$  (рис. 404). Щель помещается в фокальной плоскости зеркального объектива, представляющего собой сферическое вогнутое зеркало с наружным отражающим слоем. Фокусное расстояние коллиматорного объектива одинаково для всех длин волн и равно 600 мм. Угол между оптической осью пучка, падающего на коллиматорный объектив, и оптической осью пучка, отраженного от коллиматорного объектива, равен  $2^\circ$ .

Назначение камеры спектрографа — фокусировать излучение различных длин волн в плоскости фотопластины. В спектрографе ИСП-22 камера состоит из двух кварцевых линз  $L_2$  и  $L_3$  и кассеты  $K$ , представленной на рисунке одной прямой.

Наблюдаемые визуально или фотографически спектральные линии представляют собой изображения входной щели, образованные оптической системой спектрографа. Фокусное расстояние камерного объектива зависит от длины волны света. Для света, длина волны которого  $\lambda = 2573 \text{ \AA}$ , оно равно 831 мм. Для больших длин волн фокусное расстояние больше, для меньших — меньше. Чтобы

весь спектр получился на фотопластинке сфокусированным одновременно, плоскость кассеты  $K$  наклонена к оси камерного объектива под углом  $41^\circ 40'$ . Положение призмы и всех объективов, а также наклон кассеты вполне определены и в готовом приборе не изменяются.

Осветительная часть состоит из источника света  $S$  — дуги между металлическими электродами и трех конденсорных линз  $L_0$ . Действие трехлинзового конденсора приводится на рис. 417 задачи 127.

Важной характеристикой спектрографа является его дисперсия, т. е. способность различно отклонять лучи разных длин волн, так что они выходят из диспергирующей системы под различными углами и фокусируются в различных местах фотопластинки. Угловой дисперсией называется отношение  $\frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda}$ , где  $\Delta\theta$  — разность углов выхода для двух лучей, длины волн которых отличаются на  $\Delta\lambda$ . Она выражается в радианах на ангстрем. Линейной дисперсией называется отношение  $\frac{\Delta x}{\Delta\lambda}$ , где  $\Delta x$  — расстояние на фотопластинке между двумя спектральными линиями, которые отличаются друг от друга на  $\Delta\lambda$ . Она выражается в миллиметрах на ангстрем. Если фокусное расстояние камерного объектива равно  $f$ , то имеет место соотношение

$$\Delta x = f\Delta\theta, \quad \text{или} \quad \frac{\Delta x}{\Delta\lambda} = f \frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda},$$

т. е. линейная дисперсия равна угловой дисперсии, умноженной на фокусное расстояние камерного объектива <sup>1)</sup>. Для характеристики спектрографов вместо линейной дисперсии часто употребляют обратную ей величину

$$\frac{\Delta\lambda}{\Delta x},$$

которую выражают обычно в ангстремах на миллиметр.

Другой важной характеристикой спектрографа является его разрешающая сила. Под разрешающей силой понимают отношение наблюдаемой длины волны к наименьшей разности двух длин волн, которые еще могут быть разрешены. Разрешающая сила призмы

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = l \frac{dn}{d\lambda}, \quad (1)$$

<sup>1)</sup> Если фокальная плоскость камерного объектива составляет с его оптической осью угол  $\alpha \neq \frac{\pi}{2}$ , то расстояние на фотопластинке между двумя спек-

тральными линиями будет  $\Delta x' = \frac{\Delta x}{\sin \alpha}$ . В этом случае линейная дисперсия  $\frac{\Delta x'}{\Delta\lambda} = \frac{f}{\sin \alpha} \frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda}$ .

здесь  $l$  — длина основания призмы,  $\frac{dn}{d\lambda}$  — дисперсия вещества, из которого сделана призма. Вывод этой формулы дается в любом курсе оптики (например, Ландсберг, «Оптика») и здесь не приводится. В выражение для разрешающей силы входит дисперсия вещества призмы. Найдем связь между этой величиной и величиной линейной дисперсии спектрографа. Для этого рассмотрим подробнее прохождение света через призму (рис. 405).

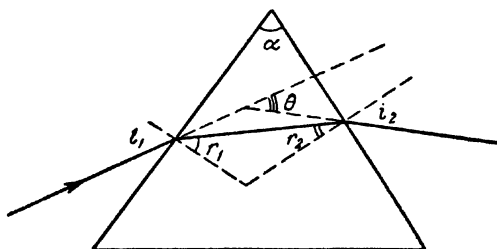


Рис. 405.

Падая на призму, луч испытывает два преломления и в результате отклоняется на угол  $\theta$ . Если принять обозначения углов, которые даны на рис. 405, то  $\theta = i_1 + i_2 - \alpha$ .

В случае, когда луч проходит призму симметрично, т. е. когда  $i_1 = i_2$  (следовательно, и  $r_1 = r_2 = \frac{\alpha}{2}$ ), угол отклонения  $\theta$  будет меньше, чем для любого другого угла падения.

В этом случае говорят, что призма установлена под углом наименьшего отклонения. Угол наименьшего отклонения связан с показателем преломления  $n$  вещества, из которого сделана призма, и с преломляющим углом призмы  $\alpha$  соотношением:

$$n = \frac{\sin \frac{\theta_{\min} + \alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}}. \quad (2)$$

Вывод этого соотношения дается во всех книгах, указанных в списке литературы, и здесь не приводится.

Условие минимума угла отклонения соответствует наилучшему качеству изображения спектра (минимуму астигматизма), поэтому оптика спектрографов обычно юстируется возможно ближе к положению наименьшего отклонения. При данном положении призмы условие минимума угла отклонения строго может быть соблюдено только для одной длины волны. Обычно призму устанавливают в положение наименьшего отклонения для той длины волны, которая распространяется параллельно оптической оси камеры. Спектро-

граф ИСП-22 установлен на минимум отклонения для света длины волны 2573 Å.

Рассмотрим дисперсию призмы вблизи угла наименьшего отклонения ( $\theta_{\min}$  в дальнейшем будем обозначать через  $\theta$ ).

Из формулы (2) следует

$$\frac{dn}{d\lambda} = \frac{\cos \frac{\alpha + \theta}{2}}{2 \sin \frac{\alpha}{2}} \frac{d\theta}{d\lambda}.$$

Учтем, что

$$\sin \frac{\alpha + \theta}{2} = n \sin \frac{\alpha}{2} \quad \text{при} \quad i = \frac{\alpha + \theta}{2}; \quad r = \frac{\alpha}{2}.$$

В результате получим

$$\frac{dx}{d\lambda} = f \frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{2f \sin \frac{\alpha}{2}}{\sqrt{1 - n^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}} \cdot \frac{dn}{d\lambda}. \quad (3)$$

Формула (3) строго выполняется для малых  $d\theta$ , но фактически она почти верна даже для  $d\theta$  порядка 8—10°.

Обычно формулой (3) пользуются при расчете спектрографов для определения углового расстояния между двумя крайними лучами спектра, подлежащего исследованию, при известной дисперсии материала, из которого сделана призма. Мы же, наоборот, воспользуемся формулой (3) для того, чтобы по измеренной нами линейной дисперсии спектрографа  $\frac{dx}{d\lambda}$  определить неизвестную нам дисперсию материала, из которого сделана призма,  $\frac{dn}{d\lambda}$ . Эта величина необходима для определения разрешающей способности спектрографа.

Изучаемый спектрограф ИСП-22 предназначен для работы в ультрафиолетовой области спектра. Стекло не件годно для работы в этой области из-за сильного поглощения ультрафиолетового излучения. Прозрачным материалом для ультрафиолетовой области является кварц. Поэтому и призма, и камерный объектив сделаны из кварца. При изготовлении призмы из кварца приходится принимать во внимание наличие в кварце двойного лучепреломления (см. [1]).

Чтобы избежать мешающего действия двойного лучепреломления, призма вырезается из кристалла кварца таким образом, чтобы оптическая ось лежала в главном сечении призмы параллельно основанию призмы. Тогда лучи, проходящие через призму под углом наименьшего отклонения, а следовательно, параллельно ее основанию, не дают двойного лучепреломления. Лучи же, проходящие призму под другими углами, разделяются на два: обыкновенный и необыкновенный, что ведет к раздвоению изображений спектральных линий, даваемых спектрографом. Однако для лучей, проходящих

вблизи минимума отклонения, это раздвоение настолько мало, что оно незаметно. Кварц отличается не только способностью давать двойное лучепреломление, но и способностью вращать плоскость поляризации света (см. [1]). Для избежания раздвоения линий, связанного с этим вращением, призма обычно склеивается из двух половин, из которых одна делается из правовращающего кварца, а другая из левовращающего (рис. 406).

В изучаемом приборе призма Корню имеет преломляющий угол  $60^\circ$  и основание призмы  $AC = 47$  мм.

На широком конце корпуса спектрографа смонтирована кассетная часть. Для перемещения кассеты служит ходовой винт, расположенный внизу кассетной части с маховичком, снабженным шариковым фиксатором. Четыре последовательные положения фиксатора соответствуют одному обороту маховичка, т. е. перемещению кассеты на 10 мм. Перемещение кассеты может быть отсчитано по расположенной справа миллиметровой шкале. Кассета двумя своими клиновыми выступами надевается на шипы кассетной рамки, помещаемой в конце кассетной части спектрографа, и прижимается к ее опорной плоскости, чем достигается воспроизводимость положения фотографической пластинки в приборе. Закрепление кассеты на рамке осуществляется при помощи защелки, расположенной внизу кассетной части. Барабанчик сверху кассетной части служит для включения скрытой в камерной части корпуса миллиметровой шкалы. При выполнении данной задачи миллиметровая шкала не используется, и этот барабанчик трогать не следует.

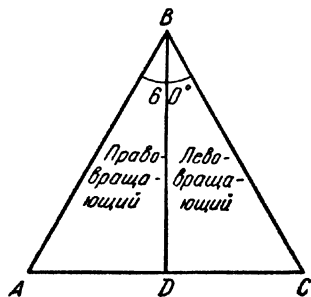


Рис. 406.

Задача включает 2 упражнения: 1) исследование дисперсии и разрешающей способности спектрографа; 2) определение длин волн спектральных линий. Для выполнения обоих упражнений необходимо сфотографировать спектр меди и спектр исследуемого вещества. Оба спектра снимаются на одной пластинке. Чтобы при переходе от известного спектра к исследуемому спектру не приходилось смещать пластинку, пользуются специальной диафрагмой с фигурными вырезами (рис. 407).

Диафрагма устанавливается перед щелью спектрографа в специальной оправе и может перемещаться в направлении, перпендикулярном оптической оси спектрографа. С ее помощью можно не только ограничить высоту щели, но и освещать различные ее участки. В данной задаче используется левый фигурный вырез диафрагмы. Если перед щелью установлена левая часть выреза, то средняя часть щели открыта, верхняя и нижняя части щели закрыты.

Положение выреза относительно щели контролируется верхней шкалой, нанесенной на диафрагме. Одно деление шкалы соответствует высоте щели 1,2 мм. Если перед щелью установлена правая часть выреза, то открыты верхняя и нижняя части щели, средняя

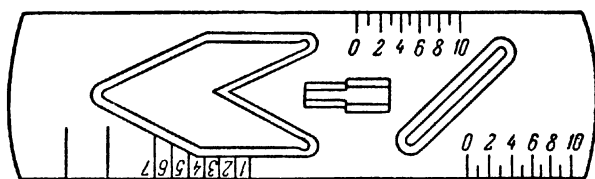


Рис. 407.

часть щели закрыта. Положение выреза относительно щели контролируется правой нижней шкалой. Отсчеты по обоим шкалам читаются против края корпуса щели.

Фигурный вырез позволяет снимать в средней части щели (левая часть выреза) исследуемый спектр, а сверху и снизу от него (правая часть выреза) спектр сравнения (в нашем случае — спектр меди).

Оба выреза при этом устанавливаются по шкалам на одно и то же деление. В нашем случае оба выреза следует устанавливать на деление 4.

Такой способ съемки двух спектров позволяет их совместно компарировать без введения каких-либо поправок на взаимное смещение спектров, связанное с перемещением кассеты.

**Получение спектрограмм.** После ознакомления с прибором следует приступить к съемке известного спектра (спектра меди) и спектра исследуемого вещества. Для получения спектра меди в качестве источника света используют дугу между медными электродами. Прежде всего берут два медных электрода, удаляют окислы на их концах и вставляют в специальный штатив. Расстояние между электродами должно быть 5—7 мм. Устройство штатива дается в заводском описании, с которым необходимо познакомиться до начала работы. Источник света должен быть установлен на оси спектрографа. Правильность установки электродов проверяется по положению изображения электродов на диафрагме, расположенной перед второй линзой трехлинзового конденсора <sup>1)</sup>. Отчетливое изображение электродов должно быть симметричным относительно отверстия в этой диафрагме. Если это условие не выполнено, то перемещают электроды относительно первого конденсора, пользуясь винтами штатива или передвигая электроды вручную. Во время фокусировки электродов нельзя изменять положение конденсоров на оптической скамье. После установки электродов между ними

<sup>1)</sup> Для получения изображения электродов на диафрагме в качестве источника света используют лампу накаливания, вмонтированную в штатив.

зажигается дуга. Дуга зажигается с помощью специального генератора. Схема генератора дается в заводском описании его, с которым также необходимо познакомиться до начала работы. Щель спектрографа закрывается крышкой с крестообразной маркой в круге. При правильной установке дуги крестообразная марка в круге должна быть равномерно освещена. Если это условие не выполняется, то, следовательно, нарушена правильная установка трехлинзового конденсора. В этом случае следует обратиться к дежурному преподавателю или лаборанту. Менять положение линз трехлинзового конденсора студентам воспрещается.

Проверив правильность установки дуги и трехлинзового конденсора, дугу выключают. При помощи барабана сверху щели устанавливают нужную ширину щели. Отсчет ширины щели производится по шкале барабана с ценой деления 0,001 мм. Спектр меди и

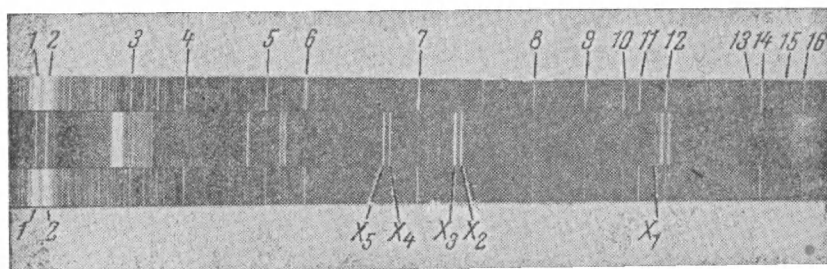


Рис. 408. Длины волн некоторых спектральных линий меди, (Å):

1—3273,96; 2—3247,54; 3—3063,42; 4—2961,17; 5—2824,37; 6—2766,37; 7—2618,37;  
8—2492,15; 9—2441,64; 10—2406,67; 11—2392,63; 12—2369,89; 13—2303,12; 14—2293,84;  
15—2276,25; 16—2263,08.

исследуемого вещества следует снимать со щелью 0,01 мм. Устанавливают диафрагму с фигурным вырезом, помещенную перед щелью спектрографа на деление 4 снизу. При этом спектр меди получится в верхней и нижней частях снимка (рис. 408)<sup>1)</sup>. Заряжают кассету спектрографа (за фотопластинками следует обращаться к дежурному лаборанту). Фотопластинка заряжается в фотокабине при темном красном свете, кладется эмульсией вниз на нижние пазы кассеты. Зарядив кассету, необходимо проверить, плотно ли закрыты крышка и шторка кассеты. Заряженную кассету вставляют в кассетную рамку спектрографа и закрепляют при помощи специальной защелки. Устанавливают кассету на деление 10, затем выдвигают вверх переднюю шторку кассеты при закрытой крышке на щели спектрографа. Теперь установка полностью подготовлена к производству снимка. Включают дугу, снимают крышку на щели спектро-

<sup>1)</sup> Видимый участок спектра можно наблюдать с помощью лупы в крайней правой части кассеты.

графа и производят снимок спектра меди (крышка выполняет роль затвора).

После этого закрывают крышку на щели спектрографа и выключают дугу. Вынимают медные электроды и вместо них вставляют электроды из исследуемого вещества. Вновь устанавливают дугу на оси спектрографа (естественно, что эта установка делается с закрытой крышкой на щели спектрографа). Диафрагму с фигурным вырезом ставят на деление 4 сверху, при этом спектр исследуемого вещества получится в середине снимка.

Не трогая кассету, открывают крышку на щели спектрографа и производят снимок спектра исследуемого вещества. По окончании экспозиции закрывают щель спектрографа крышкой и выключают дугу.

Перемещают кассету на 20 делений (т. е. устанавливают ее на деление 30) и вновь делают оба снимка, но уже с другими экспозициями. Всего делают три пары снимков при следующих положениях кассеты и с экспозициями, приведенными в таблице:

Положение кассеты	Экспозиция снимка спектра меди	Экспозиция снимка спектра исследуемого вещества
10	2 мин.	15 сек.
30	4 мин.	30 сек.
50	6 мин.	1 мин.

Получив последний снимок, шторку кассеты задвигают и кассету вынимают.

Фотопластинку проявляют в фотокабине при темно-красном свете: время проявления — 6 мин., время фиксирования — 10—12 мин.

В процессе проявления и фиксирования фотопластинка должна лежать в кювете эмульсией вверх и полностью покрываться раствором. Между проявлением и закреплением фотопластинку необходимо тщательно промыть в холодной воде.

По окончании закрепления фотопластинка промывается под проточной холодной водой 5—10 мин. и сушится у вентилятора.

### *Упражнение 1*

#### **Исследование дисперсии и разрешающей способности спектрографа**

Для выполнения этого упражнения используют один из полученных снимков спектра меди (наиболее подходящий по почернению). Спектр меди считается известным и отождествляется с помощью атласа спектральных линий (см. [7, 8]). Вместо атласа можно использовать расшифрованную спектрограмму меди, которая выдается лаборантом.



Дальнейшая обработка пластинки проводится при помощи компаратора. Перед началом работы с компаратором следует познакомиться с заводским описанием его. С помощью компаратора промеряют положение всех линий спектра меди. Далее строят дисперсионную кривую, откладывая на миллиметровке результаты измерений на компараторе по оси ординат, а длины волн по оси абсцисс. Через полученные таким образом точки проводят плавную кривую. С помощью этой дисперсионной кривой определяют линейную дисперсию и величину, ей обратную (т. е.  $\frac{dx}{d\lambda}$  и  $\frac{d\lambda}{dx}$ ) для разных длин волн. Строят график зависимости  $\frac{d\lambda}{dx}$  от  $\lambda$ .

Для длины волны 2573 Å определяют разрешающую способность спектрографа по формуле (1). При этом  $\frac{dn}{d\lambda}$  определяют по формуле (3), используя измеренное значение  $\frac{dx'}{d\lambda}$  для этой длины волны;  $n$  определяют по формуле (2), считая, что излучение с длиной волны 2573 Å выходит из призмы параллельно оси камерного объектива (см. рис. 404); величина основания призмы и фокусное расстояние камерного объектива указывались раньше.

По формуле (1) мы определяем так называемую теоретическую разрешающую способность спектрографа. Несовершенство оптической системы, а также конечная величина зерен фотоэмульсии приводят к тому, что в действительности разрешающая способность спектрографа меньше теоретической разрешающей способности.

## Упражнение 2

### Определение длин волн спектральных линий

Цель второго упражнения состоит в ознакомлении с методами определения длин волн спектральных линий и в применении этих методов к определению длин волн пяти спектральных линий, обозначенных через  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_3$ ,  $X_4$ ,  $X_5$ .

В настоящее время определение длин волн спектральных линий является одним из наиболее точных физических измерений. Существует много различных способов, позволяющих определять длины волн спектральных линий с точностью до 0,001%. Мы рассмотрим здесь лишь способ определения длин волн при помощи призматического прибора. В этом случае определение длины волны состоит в сравнении данной длины волны со стандартами, т. е. с хорошо известными длинами волн. Это сравнение может быть сделано несколькими способами.

Наиболее простым способом является графическая интерполяция по дисперсионной кривой. С помощью компаратора измеряют расстояние неизвестных линий до ближайших известных (извест-

ными линиями в нашем случае являются линии меди). Затем, пользуясь дисперсионной кривой, определяют неизвестные длины волн. Для получения достаточной точности нужно иметь в данной области спектра много известных линий сравнения, в результате измерения которых получается много точек на дисперсионной кривой. Дисперсионную кривую в этом случае строят в очень большом масштабе.

Обычно если необходимо добиться большой точности, то прибегают к математической интерполяции. При этом, если исследуемая линия находится между двумя линиями сравнения, расположенными настолько близко друг к другу, что участок дисперсионной кривой между ними можно с большой точностью считать прямой линией, то пользуются линейной интерполяцией.

Линейная интерполяция основывается на соотношении

$$\lambda = \lambda_1 + \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{d_2 - d_1} (d - d_1), \quad (4)$$

где  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  и  $d_1$ ,  $d_2$  — длины волн и отсчеты компаратора для двух линий сравнения, а  $\lambda$  и  $d$  — те же величины для неизвестной линии.

Если же линии сравнения расположены на таком расстоянии друг от друга, что необходимо учитывать кривизну дисперсионной кривой, то при математической интерполяции пользуются дисперсионной формулой Гартмана.

Дисперсионная формула Гартмана имеет вид

$$\lambda = \lambda_0 + \frac{c}{d_0 - d}. \quad (5)$$

Здесь  $\lambda_0$ ,  $d_0$ ,  $c$  — постоянные,  $\lambda$  и  $d$  — длина волны и отсчет по компаратору для исследуемой линии.

Эта формула представляет кривую дисперсии призменного спектрографа с хорошим приближением. Для определения постоянных формулы Гартмана  $\lambda_0$ ,  $d_0$ ,  $c$  необходимо сделать на компараторе дополнительно к отсчету  $d$  для исследуемой линии еще отсчеты  $d$  для трех линий известной длины волны. Получается система трех уравнений, из которой определяют эти постоянные. Один из методов решения системы этих уравнений приведен ниже в виде численного примера. Пример расчета длин волн с помощью дисперсионной формулы Гартмана:

$$\begin{aligned} \lambda_3 &= 3307,25; & d_3 &= 141,950; \\ \lambda_2 &= 2813,29; & d_2 &= 109,646; \\ \lambda_1 &= 2327,39; & d_1 &= 52,431; \\ \lambda_2 - \lambda_1 &= 485,90; & d_2 - d_1 &= 57,215; \\ \lambda_3 - \lambda_1 &= 979,86; & d_3 - d_1 &= 89,519; \\ & & d_3 - d_2 &= 32,304; \end{aligned}$$

$$\frac{d_2 - d_1}{\lambda_2 - \lambda_1} = 0,1177506 = a;$$

$$\frac{d_3 - d_1}{\lambda_3 - \lambda_1} = 0,0913590 = b;$$

$$a - b = 0,0263916;$$

$$\frac{d_3 - d_2}{a - b} = \frac{c}{d_0 - d_1} = \frac{32,304}{0,0263916} = 1224,03;$$

$$\lambda_0 = \lambda_1 - \frac{c}{d_0 - d_1} = 2327,39 - 1224,03 = 1103,36;$$

$$d_0 - d_1 = a(\lambda_2 - \lambda_0) = 0,1177505(2813,29 - 1103,36) = 201,345;$$

$$c = \frac{c(d_0 - d_1)}{d_0 - d_1} = 1224,03 \cdot 201,354 = 246452,3;$$

$$d_0 = 201,345 + 52,431 = 253,776;$$

$$\text{следовательно, } \lambda = \lambda_0 + \frac{c}{d_0 - d} = 1103,36 + \frac{246452,3}{253,776 - d}.$$

Если отсчеты шкалы уменьшаются с увеличением длины волны на пластинке, то последнее выражение принимает вид  $\lambda = \lambda_0 + \frac{c}{d_0 + d}$ ; схема расчета в этом случае будет несколько отличаться от приведенной.

Необходимо проверить решение подстановкой в формулу (5) данных для  $\lambda_3$ . Проверка  $\lambda_3$  в приведенном примере дает

$$\lambda_3 = 1103,36 + \frac{246452,3}{253,776 - 141,950} = 1103,36 + 2203,89 = 3307,25.$$

Деления и умножения, необходимые при вычислении постоянных, следует проводить до получения хотя бы одной лишней цифры по сравнению с определяемым значением  $\lambda$ .

При выполнении этого упражнения требуется определить длины волн линий  $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5$ .

Найти эти линии в спектре исследуемого вещества (Al) нужно с помощью пластинки, служащей образцом.

Длина волны линии  $X_1$  определяется с помощью линейной интерполяции по формуле (4), а длины волн линий  $X_2, X_3, X_4, X_5$  определяются при помощи формулы Гартмана (5).

**Технические данные установки.** Задача поставлена со спектрографом ИСП-22, источником света служит дуга переменного тока. Штатив дуги ПС-164, генератор дуги ПС-39, трехлинзовый конденсор входит в комплект прибора ИСП-22.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Г. С. Л а н д с б е р г, Оптика, Гостехиздат, 1957.

## СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

- 2 С. Э Ф р и ш, Техника спектроскопии, изд. ЛГУ, 1936.
- 3 С. Л. М а н д е л ь ш т а м, Введение в спектральный анализ, Гостехиздат, 1946.

4. Р. Соффер, Экспериментальная спектроскопия, ИЛ, 1953.
5. А. С. Ломоносова и О. Б. Фалькова, Спектральный анализ, Металлургиздат, 1958.
6. В. К. Прокофьев, Фотографические методы количественного спектрального анализа металлов и сплавов, Гостехиздат, 1951.
7. А. Н. Зайдель, В. К. Прокофьев, С. М. Райский, Таблицы спектральных линий, Гостехиздат, 1952.
8. Г. Р. Гаррисон, Таблицы спектральных линий, Нью-Йорк, 1939.
9. С. К. Калинин, А. А. Явнель, А. И. Алексеева, В. Л. Мирзуванов, Л. Э. Наймарк, Атлас спектральных линий для кварцевого спектрографа, Госгеолтехиздат, 1959.
10. А. К. Русанов, Н. В. Ильясов, Атлас пламенных дуговых и искровых спектров элементов, Госгеолтехиздат, 1958.
11. J. M. Eder u. E. Valenta, Atlas typischer Spektren, Wien, 1911.

## ЗАДАЧА 126

### ФОТОМЕТРИРОВАНИЕ ЛИНЕЙЧАТОГО СПЕКТРА ПРИ ПОМОЩИ СТИЛОМЕТРА И СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СОСТАВА СТАЛИ

Целью настоящей задачи является ознакомление с одним из современных методов визуального фотометрирования эмиссионного линейчатого спектра и с применениями подобного фотометрирования для спектрального химического анализа.

Эта задача непосредственно вводит студентов в практику одного из направлений современного спектрального анализа, получившего огромное распространение в металлургической промышленности. Но используемая методика фотометрирования выходит за рамки металлургического спектрального анализа. Именно, используемый прибор позволяет вести сравнение интенсивностей спектральных линий в видимой области всякого линейчатого спектра.

**Описание приборов и подготовка их к измерениям.** Используемая установка состоит, в сущности, из двух частей: источника света с его питанием и спектрофотометра — стилометра.

В условиях задачи используются, по ходу работы, два разных источника света, обслуживаемые двумя разными источниками питания.

В первой части работы используется ртутная лампа низкого давления, питаемая переменным током 220 в через специальное пусковое устройство с дросселем и конденсатором (см. описание задачи 102). Эта ртутная лампа помещается на столе на фиксированном штативе и освещает входную щель стилометра через конденсор.

Пусковое устройство лампы включается в розетку с напряжением 220 в. Пусковое устройство имеет самостоятельный выключатель лампы (на нем есть индекс СВДШ) и кнопку, служащую для

замыкания цепи конденсатора для поджога лампы. Шнур от лампы включается в гнездо пускового устройства с индексами СВДШ.

Ртутная лампа используется в задаче как стабильный и интенсивный источник света с линейчатым спектром, с достаточно редкими спектральными линиями различных интенсивностей. На спектре такого типа легко ознакомиться с принципами действия стилометра как спектрсфотометра и произвести измерения относительных интенсивностей спектральных линий ртути, широко используемых при многих оптических измерениях.

Во второй части задачи используется другой источник света: высокочастотная искра между анализируемым и постоянным металлическими электродами. В нашем случае применяется постоянный электрод из электролитической меди, исследуемый электрод — стальной. Штатив — держатель этих электродов, установлен на столе, на подвижных винтовых салазках и накрыт футляром с прозрачными стенками.

Питание высокочастотной искры осуществляется специальным искровым генератором ДГ-1, с заводским описанием устройства и работы которого можно познакомиться в практикуме. Отметим здесь только, что напряжение к дуговому генератору подведено с настенного распределительного щитка, включение рубильника на котором осуществляется только лаборантом.

Ознакомимся подробнее с устройством искрового штатива для электродов. В лапки штатива зажимаются исследуемые электроды. Лапки укреплены на изолирующих, обычно фарфоровых, стерженьках, вставленных в держатели муфточки, связанные непосредственно с колонкой штатива. Держатели штатива имеют винтовые подачи, позволяющие центрировать друг над другом рабочие концы электродов. Кроме того, две расположенные друг над другом рифленные головки на верхнем конце колонки штатива позволяют изменять расстояние между электродами в вертикальном направлении и регулировать тем самым длину искрового промежутка. Верхняя рифленная головка штатива подает нижний электрод; при вращении этой головки по часовой стрелке этот электрод поднимается. Нижняя головка управляет верхним электродом; при вращении этой головки по часовой стрелке верхний электрод поднимается. Положение центра этого искрового промежутка в вертикальной плоскости устанавливается по специальному выдвижному щупу, имеющемуся на колонке штатива на высоте входной щели стилометра.

Во избежание раздражения глаз от ультрафиолетового излучения, испускаемого искрой помимо видимого спектра, а также во избежание ожога рук высокочастотным напряжением весь искровой штатив заключен в футляр со стеклянными стенками и с плексигласовой гнутой верхней крышкой. Отогнутая часть крышки дает возможность при помощи ранее упомянутых рифленных головок штатива плавно регулировать расстояние между рабочими концами

электродов, т. е. длину искрового промежутка, составляющего при используемом напряжении 1,5—2 мм.

Колонка штатива установлена на винтовых салазках, приводная ручка которых, выведенная через стенку футляра, позволяет передвигать колонку как целое в горизонтальном направлении. Такие передвижения бывают нужны в двух случаях. Во-первых, при работе с искрой необходимо тщательно центрировать ее положение перед щелью стилометра для того, чтобы обеспечить попадание в щель максимума света от используемой маломощной искры <sup>1)</sup>. Во-вторых, при работе с ртутной лампой, расположенной, как легко видеть на установке, за футляром стилометра, надо иметь возможность отодвинуть с пути света от ртутной лампы электроды для искры, затеняющие входную щель стилометра.

*Искровой штатив всегда накрыт футляром, снимать который студентам категорически воспрещается.*

Всякая смена электродов, их перемещение в лапках, очистка и заточка производятся только лаборантом практикума, обязательно выключающим для этого искровой генератор до снятия футляра с искрового штатива.

Для большой безопасности работы питание генератора имеет связанную с футляром искрового штатива блокировку, размыкающую цепь питания генератора при снятии футляра со штатива.

Под напряжением допустимы только: 1) регулировка длины искрового промежутка при помощи рифленых головок колонки штатива и 2) перемещение штатива как целого при помощи установленных под штативом салазок.

Имея в виду, что студентам, работающим на стилометре, предоставляется возможность ознакомиться с его устройством по весьма подробному заводскому описанию прибора, мы не останавливаемся здесь на деталях конструкции этого прибора. Отметим здесь только самые характерные черты действия данного стилометра в качестве спектрофотометра.

Принцип всякого количественного спектрального анализа заключается, как известно, в сравнении интенсивностей спектральных линий, испускаемых анализируемыми химическими элементами. Это сравнение интенсивностей спектральных линий или, другими словами, их фотометрирование, выполняемое визуальным способом, требует особых условий. Именно, для успешного визуального сравнения интенсивностей линий необходимо: 1) чтобы линии были одинаково окрашены, т. е. принадлежали к одному участку спектра и 2) чтобы их изображения находились геометрически близко друг к другу. Первое условие достигается выбором

---

<sup>1)</sup> О центрировке искры относительно входной щели и оси коллиматора см. ниже в описании хода экспериментальной работы со стилометром.

в спектре анализируемых элементов подходящих спектральных линий. Второе условие, если оно автоматически не выполнено при удовлетворении первого требования, может быть искусственно соблюдено за счет специальной конструкции оптической системы спектрального прибора. Конструкция оптической системы должна допускать геометрическое сближение между собой изображений различных спектральных линий анализируемых соединений для целей их относительного фотометрирования. Следовательно, оптическая система должна допускать перемещения друг относительно друга сравниваемых участков одного и того же спектра, первоначально развернутого диспергирующей системой в порядке изменения длин волн спектральных линий. На том специальном приеме, которым в настоящем приборе осуществляется нужное взаимное перемещение сравниваемых участков спектра, мы остановимся подробнее.

Свет от дуги (рис. 409) через элементы оптической схемы 1, 2, 3, 4 и диспергирующую систему призм 5, 6, 7 достигает объектива 8 и поворотной призмы 9. Эта призма посылает обратно спектрально разложенный свет на призму 10. Но теперь свет возвращается назад, минуя 7 и проходит в иной плоскости, чем на прямом пути 7, 8, 9.

Элементом конструкции, делящим спектр своеобразным образом на две части, является призма 10, узкая полоска гипотенузной грани которой посеребрена, а остальная часть этой грани находится в оптическом контакте с призмой 11.

Спектр, полученный с помощью диспергирующей системы призм 5, 6, 7, проектируется на гипотенузную грань призмы 10. Вращением этой системы призм можно приводить на гипотенузную грань призмы различные участки спектра, причем различные, но совсем узенькие участки спектра можно размещать на узкой посеребренной полоске, нанесенной на этой грани. Свет от спектральных линий, попавших на эту полоску, распространяется через призму 13 и линзы 14 и 15. Последние проектируют изображение спектральных линий вновь на посеребренную же полоску, нанесенную на смежную

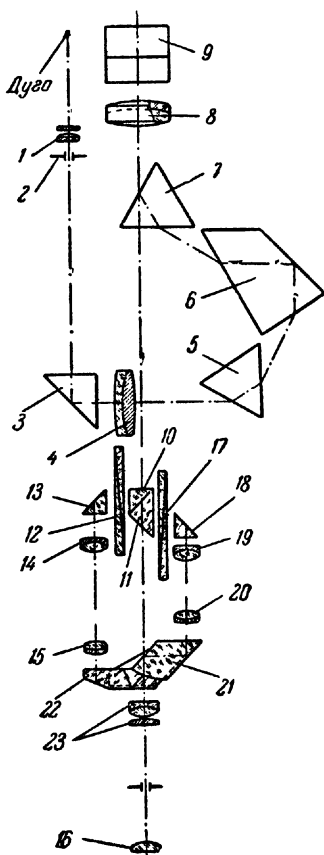


Рис. 409.

грань призм 22 и 21. Изображение спектральных линий с этой полосы рассматривается через линзу 23.

Проследим теперь оптический путь света от тех спектральных линий, которые проектировались на гипотенузную грань призмы 10, но не попали на посеребренную полосу. Свет от этих линий идет через призмы 11 и 18 и изображение линий проектируется линзами 19 и 20 на непосеребренную часть смежной грани призм 21, 22 и рассматривается через линзу 23. Изображение этого участка спектра будет содержать в себе все спектральные линии, которые располагались на гипотенузной грани призмы 10, за исключением тех, которые попали на ее посеребренную полосу.

Таким образом, участки спектра, полученные через разные оптические каналы: 10, 12, 13, 14, 15, 22, 23 и 10, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, будут взаимно дополнительными. Учитывая различную ширину участков спектра, прошедших по обоим каналам, можно сказать, что первый канал будет давать изображение «выреза из спектра», а второй канал — «спектр с вырезом». Если бы оба оптических канала были расположены всегда вполне симметрично относительно гипотенузной грани призмы 10, то мы бы увидели в окуляр 23 в полном составе весь участок спектра, разместившийся на гипотенузной грани призмы 10, с тем же взаимным расположением спектральных линий, которое было там. Заметим лишь, что за счет большей высоты посеребренных полосок на гипотенузной грани призмы 10 и смежной грани призм 22, 21, по сравнению с открытыми для работы непосредственными участками призм 10, 21 и 22, высота спектральных линий в «вырезе из спектра» больше высоты спектральных линий в остальном «спектре с вырезом». Такое мелкое техническое различие в изображениях двух наблюдаемых в окуляр частей спектра удобно для их идентификации.

Но описанная оптическая система допускает и изменения взаимного расположения спектральных линий в наблюдаемом участке спектра, необходимые для сравнения интенсивностей спектральных линий. Изменения взаимного расположения спектральных линий достигаются следующим образом. Призма 18 и линза 19 могут совместно перемещаться вдоль направления оптической оси линзы 19. Это позволяет перемещать в поле зрения окуляра «спектр с вырезом» относительно неподвижного «выреза из спектра». Если в последнем установлена спектральная линия, интенсивность которой надо сравнить с интенсивностью какой-то другой линии, находящейся в «спектре с вырезом», то указанным путем (перемещением призмы 18 и линзы 19) можно сблизить эти линии, подведя нужный участок подвижного спектра к размещенной в «вырезе» неподвижной аналитической линии. Сравнение интенсивностей сближенных таким образом линий осуществляется путем выравнивания освещенностей их изображений при помощи фотометрических клиньев-ослабителей (12 и 17, рис. 409).



Таким образом, сравниваемые по интенсивности спектральные линии, образуют как бы стоящие рядом два узеньких фотометрических поля фотометра. Как видно из этих пояснений, способ сравнения интенсивностей спектральных линий в стилометре воспроизво-

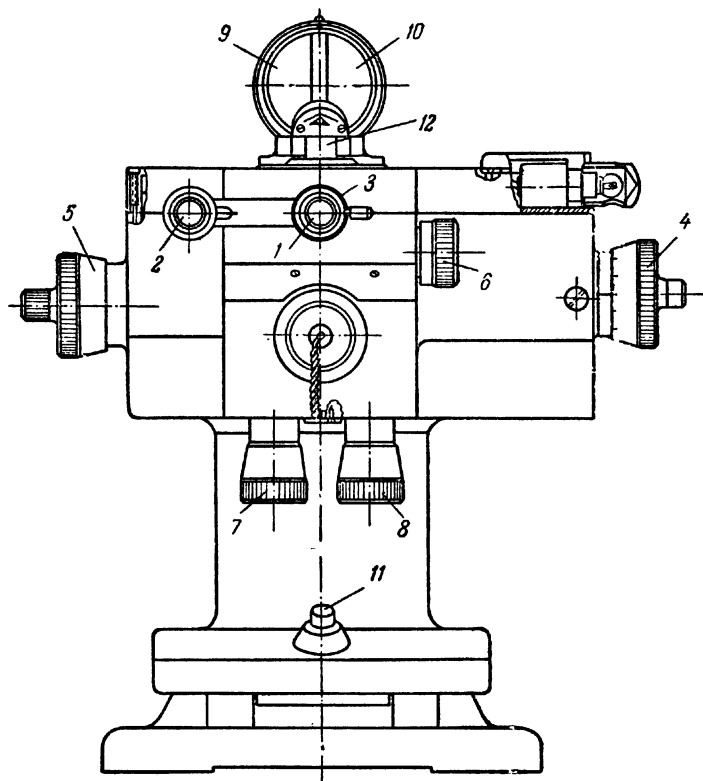


Рис. 410.

дит наиболее благоприятные условия визуального фотометрирования, выполняемого всегда путем выравнивания освещенностей фотометрических полей.

Перейдем теперь к описанию управления стилометром. На рис. 410, 411 представлены схематические изображения стилометра (со стороны наблюдателя). Наблюдения спектра ведутся через окуляр 1, снабженный дополнительной глазной блендой 2 для прикрывания неработающего глаза наблюдателя<sup>1)</sup>. Рифленое кольцо 3

<sup>1)</sup> При центровке искрового промежутка перед коллиматором прибора для фокусировки искры между глазом и окуляром вводится дополнительная линза 16 (рис. 409).

на окуляре 1 служит для фокусировки окуляра на резкую картину контуров «выреза». Вращение системы призм стилометра, позволяющее изменять наблюдаемую в поле зрения область спектра и, в частности, вводить в «вырез» нужную для измерений линию, осуществляется ручкой 4. Барабан этой ручки снабжен делениями. Располагая градуировочным графиком этого барабана, устанавливающим соответствие между делениями барабана и длиной волны спектра, приведенной в поле зрения, легко отыскивать в спектре нужные аналитические линии. Фокусировка наблюдаемого участка спектра по глазам наблюдателя осуществляется вращением барабана 5. Смещение «спектра с вырезом» относительно неподвижной аналитической линии, установленной в «вырезе», производится вращением ручки 6 (она связана с призмой 18 и линзой 19 рис. 409). Фотометрические клинья перемещаются путем вращения головок 7 и 8. Головка 8 вводит один фотометрический клин в оптический канал «спектра с вырезом», а головка 7 — другой клин в оптический канал «выреза». Отсчеты шкал, определяющих положения клиньев, проектируются на матовые экраны 9 и 10, установленные в

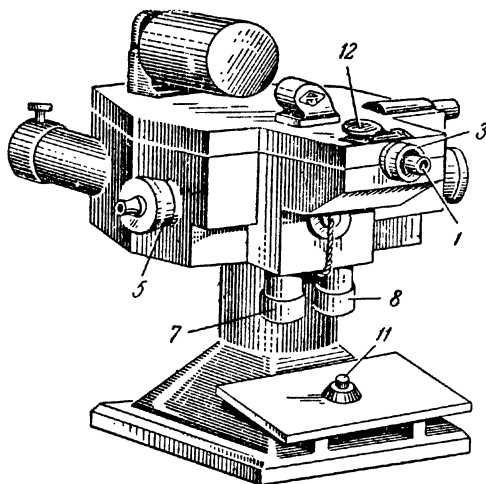


Рис. 411.

специальной надстройке над корпусом стилометра. Экран 9 соответствует головке клина 7 и экран 10 — головке клина 8. Шкала, проектируемая на экран 9, условно обозначена знаком минус, шкала 10 — знаком плюс. Это создает некоторое удобство пользованием отсчетами на шкалах при дальнейших измерениях, о чем будет сказано ниже. Для наблюдения шкал близоруким наблюдателем на корпусе стилометра, над окуляром, помещается очковое стекло (—4 диоптрии) на откидном кронштейне. На рис. 411 оно обозначено цифрой 12 и находится в откинутом положении, что соответствует условиям работы наблюдателя с нормальным зрением. Шкалы клиньев подсвечиваются особой лампочкой, установленной внутри корпуса прибора. Ее включение в момент измерений производится нажатием кнопки 11.

Передняя часть стилометра видна на рис. 411. Она содержит тубус коллиматора с входной щелью прибора. Управление шириной щели осуществляется барабанчиком, расположенным над щелью и

прикрытым специальной крышечкой. При фотометрировании спектра с редкими спектральными линиями, например спектра ртутной дуги, щель коллиматора может быть широкой. При фотометрировании спектра со множеством тесно расположенных линий, например спектров железа и меди, щель должна быть узкой. В противном случае изображения тесно расположенных линий в этих спектрах сольются между собой и раздельное их фотометрирование станет невозможным.

### Упражнение 1

#### Сравнение интенсивностей спектральных линий с помощью стилометра

Задача заключается в сравнении относительных интенсивностей двух пар линий спектра ртути. Именно, сравниваются интенсивности двух желтых линий 5769 и 5790 Å и двух фиолетовых линий 4358 и 4348 Å. Относительные интенсивности для каждой из этих пар линий существенно различны, и это дает широкую возможность ознакомиться с действием стилометра как спектрофотометра для линейчатого эмиссионного спектра. Эти измерения составляют содержание первого упражнения задачи.

Фотометрирование же линий спектра ртути основано на следующих соображениях.

Пусть выравнивание освещенностей изображений двух линий  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  имеет место при каких-то двух отсчетах  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  на шкалах фотометрических клиньев. Этим отсчетам соответствуют две разные толщины каждого клина  $d_1$  и  $d_2$ . Величины  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  пропорциональны толщинам  $d_1$  и  $d_2$ . Интенсивности самих линий  $I_1$  и  $I_2$  связаны с освещенностями их изображений  $E_1$  и  $E_2$ , ослабленными за счет введения клиньев, условием

$$E_1 = k_1 I_1 e^{-\gamma_1 d_1} \quad \text{и} \quad E_2 = k_2 I_2 e^{-\gamma_2 d_2}.$$

Здесь  $\gamma_1$  — коэффициент поглощения нейтрального стекла клиньев;  $k_1$  и  $k_2$  — некоторые коэффициенты пропорциональности между интенсивностями линий и освещенностями их изображений. Их значения учитывают все свойства каждого канала оптической системы, кроме поглощения в клине.

Из равенства  $E_1$  и  $E_2$  следует

$$k_1 I_1 e^{-\gamma_1 d_1} = k_2 I_2 e^{-\gamma_2 d_2}. \quad (1)$$

Переходя от толщины клиньев  $d_1$  и  $d_2$  к отсчетам на их шкалах  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ , мы заменяем величину  $\gamma_1$  величиной  $\gamma$ , определяющей собой коэффициент поглощения, отнесенный к одному делению шкалы. Далее имеем

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{k_2 e^{-\gamma \alpha_2}}{k_1 e^{-\gamma \alpha_1}} = \frac{k_2}{k_1} e^{-(\alpha_2 - \alpha_1) \gamma}$$

или

$$\ln \frac{I_1}{I_2} = \ln \frac{k_2}{k_1} + \gamma (\alpha_1 - \alpha_2). \quad (2)$$

Если постоянные системы  $\frac{k_2}{k_1}$  и  $\gamma$  известны, то по отсчетам  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  с помощью формулы (2) можно найти отношение интенсивностей  $I_1$  и  $I_2$  двух спектральных линий  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ . В нашем случае  $\frac{k_2}{k_1} = 1$  (для обоих стилометров). Значение  $\gamma$  указано на каждом приборе.

**Порядок выполнения работы.** Просят лаборанта включить рубильник на щитке. Зажигают ртутную лампу включением ее пускателя. Если лампа не загорается сразу, нажимают несколько раз кнопку конденсатора на панели пускателя ртутной лампы. Дают лампе разгореться в течение 5—7 минут. Проверяют, не падает ли тень от установленных в искровом штативе электродов на щель стилометра. Если это имеет место, то продвигают на салазках влево (смотря от стилометра) всю колонку штатива до тех пор, пока тень от электродов не уйдет со щели стилометра, а размытое изображение ртутной лампы, даваемое конденсором, ляжет на горизонтальный диаметр торца коллиматора прибора.

Нажимают на кнопку 11 (рис. 410), включающую освещение шкал фотометрических клиньев внутри прибора, и вращением головок 7 и 8 устанавливают на шкалах минимальные возможные отсчеты (10—25), с тем чтобы при первоначальном ознакомлении с прибором получить максимальную освещенность изображений спектральных линий в поле зрения окуляра.

Устанавливают на барабане 4 (рис. 410) отсчет, соответствующий приведению в поле зрения желтых линий спектра ртути с длинами волн 5769 и 5790 Å. Необходимый отсчет находят по таблице, прилагаемой к стилометру. Фокусируют края «выреза» вращением рифленого кольца 3 (рис. 410) на окуляре. Линии спектра фокусируют вращением барабана 5. Затем приводят черный «провал» в низком длинном спектре в совпадение с высоким «вырезом» из спектра. Тогда в поле зрения окуляра будет наблюдаться полная картина исследуемого участка ртутного спектра с естественным относительным расположением спектральных линий на этом участке.

Приводят вращением барабана 5 внутрь высокого прямоугольника линию 5769 Å, разместив ее у края прямоугольника. Подводят к ней вращением барабана 6 линию 5790 Å из низкого спектра.

Сближение таким образом двух линий спектра и есть основное предварительное условие сравнения их интенсивностей посредством стилометра данной конструкции. Поэтому тщательность выполнения этой операции определяет успех дальнейших измерений.

Вращением головок 7 и 8 выравнивают освещенности изображений сравниваемых линий и записывают соответствующие отсчеты

по светящимся шкалам. Повторяют те же операции и записи отсчетов несколько раз, добиваясь минимального разброса результатов. Наилучшие данные усредняют и используют их затем для отыскания соотношения интенсивностей сравниваемых линий с помощью формулы (2).

Проделяют точно такие же измерения с парой спектральных линий 4358 и 4348 Å, после чего выключают ртутную лампу. По формуле (2) находят отношение интенсивностей сравниваемых линий. Линия 4358 Å много интенсивнее линии 4348 Å, поэтому в тот оптический канал, через который рассматривается изображение последней линии, фотометрический клин вообще не вводится, а выравнивание освещенностей изображений осуществляется исключительно за счет погашения линии 4358 Å фотометрическим клином, находящимся в используемом для ее наблюдения оптическом канале. При выравнивании освещенностей изображений спектральных линий при помощи фотометрических клиньев надо следовать общим принципам визуальной фотометрии. Именно наш глаз наиболее эффективен при сравнении между собой малых освещенностей. Глаз сравнительно плохо оценивает интенсивность ярких источников света и большие освещенности изображений. Поэтому сравнение освещенностей изображений фотометрируемых линий надо производить в таком режиме зрения, когда освещенность изображений не утомляет глаз наблюдателя, предварительно адаптированный в течение нескольких минут пребыванием в затемненной комнате. До этого уровня освещенности и должны быть доведены изображения обеих спектральных линий с помощью фотометрических клиньев — ослабителей. Разумеется, что это может быть осуществлено лишь при различном положении клиньев в оптических каналах стилометра, коль скоро интенсивности сравниваемых линий неодинаковы. Для упрощения хода измерений обычно удобно, пользуясь клином с головкой 8, довести до нужного уровня освещенность всего спектра, а затем клином с головкой 7 уравнивать освещенность аналитической линии, установленной в «вырезе», с соответствующей линией сравнения из длинного спектра, подведенной к краю «выреза».

## Упражнение 2

### Спектральный анализ стали

При анализе сталей на легирующие присадки работа со стилометром ведется следующим образом.

По набору образцов сталей с известным, по данным химического анализа, содержанием изучаемой присадки строится калибровочный график. При построении этой кривой на оси абсцисс откладывается разность отсчетов обоих фотометрических клиньев  $a$

(соответствующая равенству освещенностей изображений линий присадки и железа), а на оси ординат — процентное содержание присадки.

Для дальнейшего анализа состава неизвестных образцов стали отыскивается опять разность отсчетов фотометрических клиньев  $\alpha$ , соответствующая равенству освещенностей линий присадки и железа в спектре исследуемого образца. Используя ранее построенный калибровочный график, находят по величине  $\alpha$  процентное содержание исследуемой присадки в анализируемом образце стали.

В нашем случае имеется такой калибровочный график для Сг. С его помощью производится анализ на хром образца стали с неизвестным содержанием Сг. Для определения концентрации хрома в стали пользуются электрической искрой как источником света.

Пользуясь градуировочным графиком стилометра, вращением барабана 4 приводят в поле зрения прибора область спектра  $\sim 5200 \text{ \AA}$ .

Включают рукоятку центрального рубильника генератора ДГ, переводя ее в левое положение с надписью «искра». При этом загорается красная лампочка на панели генератора и слышится звук искрового разряда вспомогательной искры на внутреннем разряднике генератора. Левый амперметр на панели генератора должен теперь показывать ток  $0,5\text{--}0,6 \text{ а}$ . Если искра между рабочими электродами не возникла, плавно сводят электроды, при помощи рифленых головок на оси штатива, до тех пор, пока искра не возникает. Нормальное расстояние между электродами  $1,5\text{--}2 \text{ мм}$ . Если искра неустойчива, то несколько сближают электроды.

Ведя наблюдения в окуляр стилометра, просят когс-нибудь из присутствующих в лаборатории плавно передвигать при помощи салазок колонку штатива до тех пор, пока в окуляр не будет виден достаточно интенсивный спектр. Если при этом интенсивный спектр не получается, то просят лаборанта осуществить центрировку разрядного промежутка штатива относительно щели коллиматора прибора. Пользуясь специальной телелупой, прилагаемой к каждому стилометру, можно через окуляр стилометра видеть искру, а не спектральные линии, как обычно. Наблюдение искры через окуляр облегчает ее центрировку с помощью салазок и вращений штатива.

Подводя друг к другу линию хрома  $\lambda = 5208 \text{ \AA}$  и линию железа  $\lambda = 5226 \text{ \AA}$ , выравнивают освещенности их изображений при помощи клиньев. Проделывают это несколько раз, записывая отсчеты на клиньях, усредняют результаты наблюдений. Выключают генератор искры.

Пользуясь прилагаемой к установке калибровочной кривой для определения концентрации Сг, по интенсивности его спектраль-

ных линий находят процентное содержание  $\text{Cr}$  в исследуемом образце стали.

**Технические данные установки.** В задаче используется стилومتر СТ-7, дуговой генератор ДГ-1, ртутная лампа ПРК-2 с дроссельным пусковым устройством.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Г. С. Ландсберг, Оптика, Гостехиздат, 1957.
2. С. Л. Манделъштам, Введение в спектральный анализ, Гостехиздат, 1946.
3. Н. С. Свентицкий, Визуальные методы эмиссионного спектрального анализа, Физматгиз, 1961.

---

### ЗАДАЧА 127

#### СПЕКТРАЛЬНАЯ ФОТОМЕТРИЯ

Целью настоящей работы является ознакомление с общими принципами фотографической фотометрии и применение ее специально к целям спектроскопии.

**Теория.** Фотографический метод широко применяется для измерения интенсивности света. Он особенно ценен для измерения малых интенсивностей света, так как фотопластинка может интегрировать действие света по времени, тогда как все виды фото- или термоэлементов дают показания, соответствующие значениям мощности падающего на них светового потока. Основой фотографической фотометрии является тот факт, что почернение, которое появляется на освещенной, проявленной и отфиксированной пластинке, зависит, помимо ряда других факторов, также и от интенсивности действующего света.

Мера почернения определяется следующим образом. Пусть свет от некоторого вспомогательного постоянного источника падает на обработанную фотографическую пластинку. Обозначим через  $I$  интенсивность света, прошедшего через почерненную часть пластинки, а  $I_0$  — через непочерненную часть ее; тогда за величину почернения принимают величину

$$S = \lg \frac{I_0}{I}.$$

«Почернения» пластинки измеряются с помощью микрофотометров. При выполнении упражнений этой задачи следует ознакомиться с заводским описанием микрофотометра МФ-2.

Рассмотрим, как почернение зависит от интенсивности  $I$  света, действующего на пластинку. Для этого будем освещать различные участки исследуемой пластинки так, чтобы время экспозиции

оставалось одним и тем же, а интенсивности менялись в определенных количественных соотношениях; достигнуть этого можно, применяя специальные ступенчатые ослабители, описание которых будет дано ниже. Если теперь обработать пластинку на микрофотометре, то мы получим значения почернения, соответствующие разным значениям интенсивности света, действовавшего на фотопластинку. Обычно связь между почернением и интенсивностью  $I$  представляется графически в виде функции

$$S = S(\lg I).$$

Подобные кривые называются «кривыми почернения». Вид одной из таких кривых представлен на рис. 412, где по оси абсцисс отложены логарифмы интенсивности  $\lg I$ , а по оси ординат — почернения  $S$ . Средняя часть кривой дает линейную зависимость почернения  $S$  от  $\lg I$ . Эта область относится к нормальной экспозиции. Область  $AB$  относится к недоержкам,  $CD$  — к передержкам. В нормальной области зависимость почернения  $S$  от интенсивности света  $I$ , действующего на пластинку, выражается линейным соотношением  $S = a + \gamma \lg I$ . Величина  $\gamma$  называется коэффициентом контрастности.

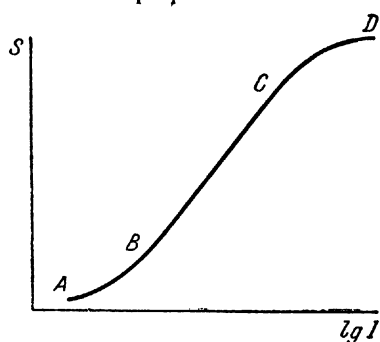


Рис. 412.

Вид кривой почернения в сильной степени зависит от рода пластинки, способа проявления, продолжительности экспозиции, длины волны падающего света и т. д. Для каждой данной пластинки вид этой кривой должен быть определен особо.

Вопрос о том, как с помощью кривой почернения можно определять интенсивности света, вызвавшего почернения, будет разобран ниже после описания установки.

Важный вопрос об интенсивности спектральных линий или о распределении интенсивности в сплошных спектрах решается в основном методами спектральной фотометрии. В нашем случае ознакомление с фотографической спектральной фотометрией осуществляется путем измерения относительных интенсивностей линий ртутного спектра. Очевидно, что во всех случаях спектральной фотометрии обязательно должно иметь место спектральное разложение исследуемого излучения. Поэтому всякая предназначенная для спектральной фотометрии установка должна включать в себя тот или иной спектрограф.

**Описание установки.** Переходим к непосредственному описанию используемой в нашем случае установки. В качестве спектрографа в данной задаче используется стеклянный спектрограф



ИСП-51, позволяющий наблюдать спектр в области от 3000 до 10 000 Å. Оптическая схема спектрографа дана на рис. 413. Свет, освещающий щель  $C$  спектрографа, падает на коллиматорный объектив  $L_1$ . Совокупность щели  $C$  и объектива  $L_1$  представляет собой коллиматор, дающий параллельный пучок света на призмennую систему. Призменная система спектрографа состоит из трех призм:  $P_1$ ,  $P_2$  и  $P_3$ . Назначение призменной системы — пространственно разделять лучи разных длин волн. Наличие трех призм увеличивает угловую дисперсию прибора. Подробнее о дисперсии призмennого прибора следует прочесть в описании задачи 125. После призм свет попадает на сложный камерный объектив  $L_2$  и  $L_3$ , который фокусирует пучок в плоскости кассеты  $K$ . Совокупность объективов  $L_2$  и  $L_3$  и кассеты  $K$  составляет камеру спектрографа.

Если щель спектрографа освещается светом, содержащим дискретный ряд длин волн  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ , то в плоскости кассеты мы видим  $n$  линий, каждая из которых является изображением щели в соответствующей длине волны (линейчатый спектр). Если щель спектрографа освещается светом, содержащим непрерывный набор длин волн  $\lambda$  ( $\lambda_1 \leq \lambda \leq \lambda_2$ ), то в плоскости кассеты мы видим непрерывное распределение интенсивности (сплошной спектр).

Спектрограф отъюстирован так, что весь исследуемый спектр ртутной лампы получается одновременно на фотопластинке, вставленной в прилагаемую к спектрографу кассету. Категорически воспрещается перемещать столики с призмами и коллиматорный и камерный объективы.

Перед щелью спектрографа помещается платиновый ступенчатый ослабитель, представляющий собой тонкую стеклянную пластинку с нанесенными на ней слоями распыленной в вакууме платины. Эти слои образуют семь ступеней различной плотности, две крайние ступеньки без платины (всего девять ступенек). Ступеньки отделены друг от друга непрозрачными полосками. Пропускаяемость двух крайних ступенек равна 100%. Пропускаяемости остальных семи ступенек даны в таблице, приложенной к прибору. Ступенчатый ослабитель укреплен на специальной шторке, которая вставляется в пазы перед щелью спектрографа. Брать руками ступенчатый ослабитель нельзя, так как это сразу его испортит. *Вынимать и вставлять ступенчатый ослабитель категорически*

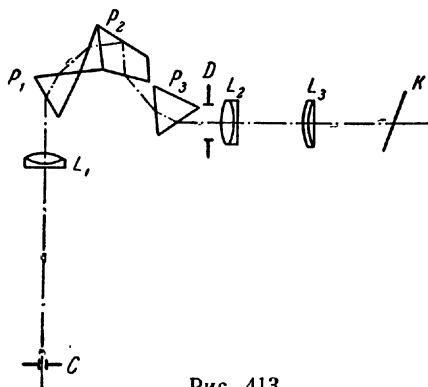


Рис. 413.

воспрещается. Ступенчатый ослабитель используется для получения кривых почернений.

При работе со ступенчатым ослабителем необходимо, чтобы щель спектрографа была равномерно освещена. Это достигается при помощи специального осветителя, действие которого описано ниже.

**Освещение щели спектрографа.** Для освещения щели спектрографа обычно используют осветительную систему, состоящую из одной или нескольких линз (конденсоров). Выбор конденсорной системы зависит от той задачи, которую мы решаем. Так, для обнаружения слабых линий решающим условием является получение наибольшей интенсивности спектра. Для фотометрических работ основным требованием будет равномерность интенсивности спектральной линии по высоте.

Рассмотрим сначала освещение щели спектрографа источником света, имеющим конечные размеры, без конденсорных линз.

На рис. 414 отмечены три положения источника света  $S$ , соответствующие разным расстояниям от источника до щели. Положение 1

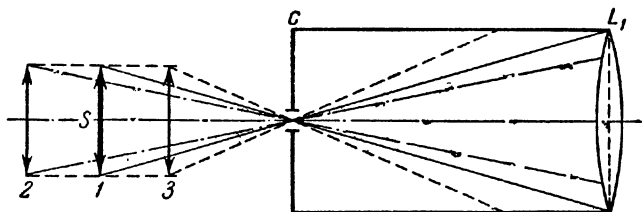


Рис. 414.

соответствует такому расстоянию между источником и щелью, при котором коллиматор полностью заполнен светом. Если источник отодвинуть дальше от щели (положение 2), то коллиматор будет заполнен светом лишь частично. Это приведет к уменьшению интенсивности спектральных линий. Если источник света поместить ближе к щели, то часть света от крайних зон источника попадет на стенки коллиматора. Интенсивность спектральных линий будет такая же, как и в случае 1. При этом будут использоваться лишь лучи, исходящие от центральных зон источника. В реальных источниках обычно разные участки его обладают разной яркостью. Поэтому для получения равномерного освещения высокой щели источник света следует помещать достаточно далеко от спектрографа, что очень часто бывает несовместимо с требованием получения максимальной интенсивности линий.

Перейдем к рассмотрению освещения щели с помощью одной конденсорной линзы. Это наиболее распространенный способ освещения щели. Наибольшая интенсивность спектральных линий в этом

случае получается, когда конденсор дает изображение источника в плоскости щели (рис. 415). Светосила конденсора  $L_0$  при этом должна быть подобрана так, чтобы телесный угол, под которым конденсор  $L_0$  виден из щели спектрографа  $C$ , равнялся телесному

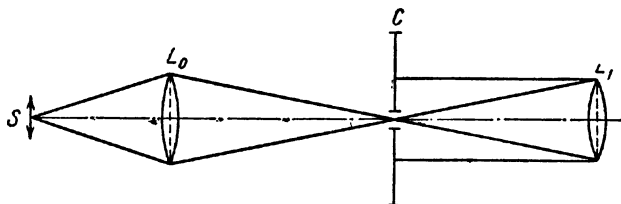


Рис. 415.

углу, под которым из той же щели виден коллиматорный объектив  $L_1$ . Этот способ не позволяет получить равномерное освещение высоких щелей спектрографа, необходимое для фотометрических задач. Для этой цели пользуются другим расположением источника и конденсора, указанным на рис. 416. Источник  $S$  помещают на таком

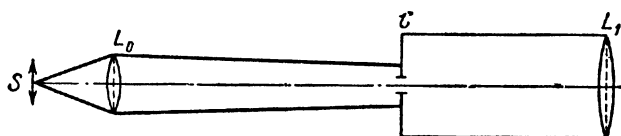


Рис. 416.

расстоянии от конденсорной линзы  $L_0$ , чтобы получить слабо сходящийся пучок. В этом случае на поверхности щели получается равномерно освещенное пятно нужного размера. Очевидно, что освещение щели спектрографа по способу, указанному на рис. 416,

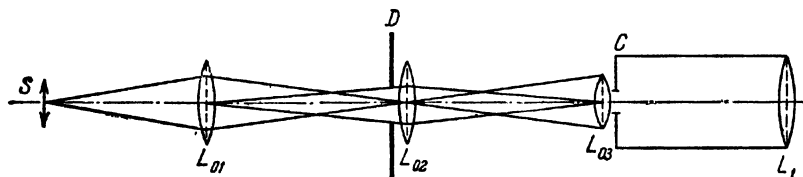


Рис. 417.

приводит к существенно меньшим интенсивностям спектра, чем освещение по способу, указанному на рисунке 415.

Для получения равномерного освещения высокой щели спектрографа наилучшей конденсорной системой является система трехлинзового конденсора (используемого в данной работе), изображенная на рис. 417. В этой системе первая конденсорная линза  $L_{01}$

дает изображение источника в плоскости второй конденсорной линзы  $L_{02}$ : Вторая конденсорная линза  $L_{02}$  изображает первую конденсорную линзу  $L_{01}$  в плоскости щели спектрографа  $C$ . Линза  $L_{01}$  залита светом равномерно. Поэтому в плоскости щели получается равномерно освещенный кружок. Однако одного только равномерного освещения щели еще

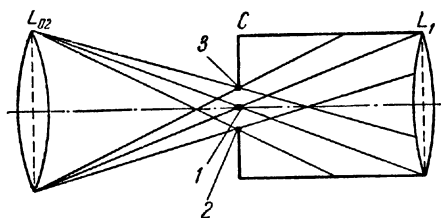


Рис. 418.

недостаточно для получения равномерной интенсивности спектральной линии по высоте. Для этого необходимо, чтобы все лучи, прошедшие через любую точку щели, прошли дальше через весь спектрограф. Без линзы  $L_{03}$  это условие не может быть выполнено. Действительно, рассмотрим

вертикальный разрез коллиматора, изображенный на рис. 418. Конденсорная линза дает одинаковую освещенность для точек 1, 2 и 3, т. е. для центральной и крайних точек щели. Но все лучи, прошедшие через точку 1, пройдут через коллиматорный объектив  $L_1$  и дадут изображение этой точки, тогда как для точек 2 и 3 только часть лучей пройдет через коллиматорный объектив, а часть лучей, проходящих через точки 2 и 3, попадет на стенку коллиматора. Это явление называется виньетированием щели. Оно приводит к тому, что концы спектральных линий оказываются менее интенсивными, чем центральный участок линии. Для устранения этого явления применяется третья антивиньетирующая линза  $L_{03}$ <sup>1)</sup>. Она помещается непосредственно перед щелью спектрографа.

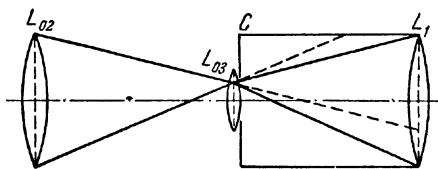


Рис. 419.

Действие ее ясно из рис. 419. Линза  $L_{03}$  дает изображение линзы  $L_{02}$  (а, следовательно, и изображение источника света) в плоскости коллиматорного объектива  $L_1$  (рис. 417). Перед линзой  $L_{03}$  помещается диафрагма, обозначенная на этом рисунке буквой  $D$ . Она позволяет вырезать из изображения источника нужную часть.

Положение линз  $L_{01}$ ,  $L_{02}$ ,  $L_{03}$  на скамье строго определенное. Линзы установлены, их положения никакому изменению не подлежат. При выполнении этой задачи приходится иметь дело с двумя источниками света. Установка нужного источника света производится работающим. Источник света следует установить так, чтобы

<sup>1)</sup> Антивиньетирующая линза применяется и при других способах освещения щели.

его изображение, даваемое линзой  $L_{01}$ , попадало на центр диафрагмы  $D$ .

### Определение относительных интенсивностей спектральных линий.

Для определения относительных интенсивностей спектральных линий необходимо получить фотографический снимок этих линий, снятый со ступенчатым ослабителем. Вид ртутного спектра, снятого со ступенчатым ослабителем, дан на рис. 420. (цифрами обозначены линии синего триплета: 1 —  $\lambda = 4339 \text{ \AA}$ , 2 —  $\lambda = 4348 \text{ \AA}$ , 3 —  $\lambda = 4358 \text{ \AA}$ ).

Каждая из линий полученного таким образом спектра может быть использована для построения кривой почернения. Для этого



Рис. 420.

требуемую линию следует фотометрировать по всем ступенькам на микрофотометре (см. описание микрофотометра). Далее строят график зависимости почернения  $S$  от логарифма интенсивности ( $\lg I$ ). За логарифм интенсивности берется логарифм пропускаемости клина, выраженной в процентах.

Определение относительных интенсивностей всяких спектральных линий производится двумя различными методами в зависимости от того, насколько близки по длинам волн сравниваемые линии.

1. Случай, когда сравниваемые спектральные линии настолько близки по длинам волн, что можно не учитывать изменение свойств пластинки с длиной волны (гомохроматическая фотометрия).

Исследуемые линии снимают со ступенчатым ослабителем (рис. 420). Для каждой линии измеряют почернения всех ступенек и по ним строят на одном графике кривые почернения по числу исследуемых линий, например две (рис. 421). Масштаб по оси абсцисс для всех кривых один — он задается градуировкой ослабителя. Пусть интенсивность первой линии больше интенсивности второй линии, т. е.  $I_1 > I_2$ . Это выразится в том, что характеристическая кривая для первой линии будет лежать на графике выше, чем для второй. Прямолинейные части обеих характеристических кривых при этом параллельны (рис. 421).

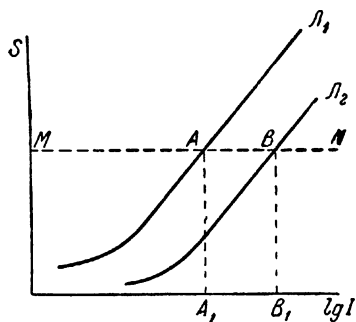


Рис. 421.

Для перехода от почернений к интенсивности воспользуемся основным принципом фотографической фотометрии: при одинаковом спектральном составе света и одинаковой экспозиции на одной и той же пластинке при идентичных условиях проявления равные почернения вызываются равными интенсивностями.

Проведем прямую, параллельную оси абсцисс, так, чтобы она пересекала обе характеристические кривые в прямолинейной части (прямая  $MN$  на рис. 421). Одно и то же почернение достигается на обеих линиях при разных степенях ослабления этих линий. Очевидно, что отношение интенсивностей этих двух линий будет равно

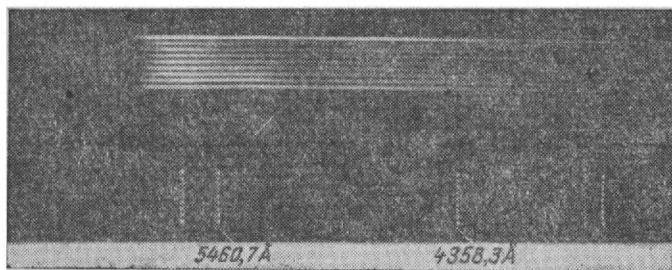


Рис. 422.

обратной величине отношения пропусканий клина, приводящих к одному и тому же почернению  $S$ . Так как по оси абсцисс отложены логарифмы пропускания клина, то легко видеть, что отрезок  $AB$ , равный отрезку  $A_1B_1$ , равен  $\lg I_1/I_2$ .

Таким образом, при наличии двух параллельных характеристических кривых для двух близких спектральных линий логарифм относительной интенсивности этих линий определяется расстоянием между двумя кривыми.

2. Случай, когда сравниваемые спектральные линии расположены в областях различной спектральной чувствительности и различного контраста фотопластинок (гетерохромное фотометрирование).

В этом случае фотографируют на одной и той же пластинке в одинаковых условиях исследуемый спектр (внизу) и спектр сравнения (вверху) некоторого стандартного источника света с известным распределением энергии по спектру. Фотографирование производится, через ступенчатый ослабитель (рис. 422). В качестве стандартного источника света в данной задаче служит вольфрамовая лампа накаливания. «Цветовая» температура ее равна  $2600^\circ \text{C}$ . («Цветовая» температура есть та температура, при которой черное тело дает то же распределение энергии, что и нить накала лампы).

Измерение относительных интенсивностей производится следующим образом. Определяют отношение интенсивности каждой исследуемой линии к интенсивности сплошного спектра для той же длины волны по способу, указанному в случае 1. При фотометрировании сплошного спектра интенсивность его относится к некоторому интервалу длин волн  $\Delta\lambda$ , уместающемуся в ширине изображения щели спектрографа  $\Delta l$ , и равна

$$E_{\lambda T} \frac{d\lambda}{dl} \Delta l.$$

Здесь  $E_{\lambda T}$  — функция, характеризующая распределение энергии в спектре черного тела температуры  $T$ , а  $\frac{d\lambda}{dl}$  — линейная дисперсия спектрографа.

Сравнивают кривую почернения для каждой спектральной линии с кривой почернения соответствующего участка сплошного спектра и определяют отношение

$$r_{\lambda} = \frac{I_{\lambda}}{E_{\lambda T} \frac{d\lambda}{dl} \Delta l},$$

где  $r_{\lambda}$  — относительная интенсивность.

Для отношения интенсивностей двух линий имеем

$$\frac{I_{\lambda_1}}{I_{\lambda_2}} = \frac{r_{\lambda_1} E_{\lambda_1 T} \left( \frac{d\lambda}{dl} \right)_1 \Delta l_1}{r_{\lambda_2} E_{\lambda_2 T} \left( \frac{d\lambda}{dl} \right)_2 \Delta l_2}. \quad (1)$$

Отношение  $E_{\lambda_1 T}/E_{\lambda_2 T}$  берут из таблицы, имеющейся в практике. Значения  $\frac{d\lambda}{dl}$  для исследуемых линий берутся из графика линейной дисперсии спектрографа, приложенного к спектрографу,  $\Delta l_1/\Delta l_2$  равно отношению ширин изображения щели спектрографа в нужных длинах волн. Эти ширины измеряются на компараторе.

### Упражнение 1

**Определение отношения интенсивностей линий  $\lambda_1 = 4339 \text{ \AA}$   
и  $\lambda_2 = 4348 \text{ \AA}$**

Линии  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  (рис. 420) достаточно близки по длинам волн, так что чувствительность и контрастность фотопластинки для обеих этих линий имеют одно и то же значение. Отношение интенсивности этих двух линий определяется по первому методу. Для этого снимают спектр ртутной лампы через ступенчатый ослабитель при разных экспозициях, добиваясь того, чтобы почернения обеих линий лежали в нормальной области почернения.

Экспозиции указаны в табличке, приложенной к спектрографу. После проявления и фиксирования пластинку показывают преподавателю. Если среди набора полученных снимков можно выбрать снимок с нормальным почернением для обеих исследуемых линий, то пластинку тщательно промывают и высушивают вентилятором. Промывать пластинку следует в холодной проточной воде 15—20 мин. Если все экспозиции снимков оказались неудачными, то снимок следует повторить с другими экспозициями. В этом случае выбор экспозиций следует сделать совместно с преподавателем.

Совершенно сухую пластинку обрабатывают на микрофотометре (фотометрирование этой пластинки, а также пластинки, полученной при выполнении упражнения 2, следует производить на следующем занятии). После фотометрирования строят характеристические кривые и по ним определяют отношение интенсивностей.

**Примечания:** 1. Снимки спектров можно делать при положениях кассеты 4, 8, 12, 16 и 20 (величина диафрагмы и экспозиция указаны в конце описания).

2. Для удобства фотометрирования спектр ртутной лампы желательно снимать с широкой щелью. Ширину щели следует установить такую, чтобы две желтые линии спектра ртути 5769,6 и 5790,7 Å были разделены небольшим промежутком. Это соответствует ширине щели 0,2 мм.

3. Роль затвора в установке играет специальная затворная шторка, расположенная в конце кассетной части.

### Упражнение 2

#### Определение отношения интенсивностей линий

$$\lambda_1 = 5460,7 \text{ Å} \text{ и } \lambda_2 = 4358,3 \text{ Å}$$

Линии  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  (рис. 422) расположены в областях различной пропускемости спектрографа и разной чувствительности фотопластинки, поэтому определение отношений их интенсивностей производится по методу 2. Для этого на пластинке снимают спектр ртутной лампы при следующих трех положениях кассеты: 4, 12 и 20. При положениях кассеты 8, 16 и 24 снимают сплошной спектр лампы накаливания. Экспозиция, а также значение диафрагмы  $D$  для всех снимков указаны в специальной табличке.

Пластинку проявляют и фиксируют, а затем показывают преподавателю. Если среди трех снимков ртутного спектра и среди трех снимков сплошного спектра можно выбрать по одному снимку с нормальным почернением для указанных длин волн, то пластинка промывается и сушится. Если экспозиции оказались неподходящими, то снимки нужно повторить с другими экспозициями. Определять новые экспозиции следует совместно с преподавателем. В результате выполнения этого упражнения на одной и той же пластинке должны получиться как ртутный спектр нормального почернения, так и спектр лампы накаливания также нормального почернения. Эти два спектра в дальнейшем обрабатывают на мик-



рофотометре. После фотометрирования строят две пары характеристических кривых для двух длин волн (как это описано в случае 2) и по ним определяют  $r_{\lambda_1}$  и  $r_{\lambda_2}$ .

Измеряя ширину двух исследуемых линий ртути на пластинке с помощью компаратора (см. описание компаратора), определяют отношение  $\frac{\Delta I_1}{\Delta I_2}$ . Значение  $E_{\lambda T}$  берут из таблицы распределения энергии в спектре черного тела температуры  $T = 2600^\circ$ . Значения  $\frac{\Delta I}{\Delta \lambda}$  берут из графика, приложенного к спектрографу. Имея все эти данные, определяют отношение интенсивностей  $\frac{I_1}{I_2}$ , пользуясь формулой (1).

### П р и л о ж е н и е

Обработка результатов в случае, когда кривые почернения для разных длин волн параллельны для каждого спектра, а кривые почернения для спектра ртути и участка сплошного спектра с той же длиной волны не параллельны между собой.

В этом случае сплошной спектр стандартного источника используется для определения «чувствительности аппаратуры» (т. е. произведение чувствительности фотопластинки на пропускательность спектрографа) в функции длины волны. Обработка производится следующим образом:

а) сравнивают почернения двух линий ртути и находят по способу 1 их отношение  $p$ . Очевидно, что

$$p = \frac{I_1 L_1}{I_2 L_2},$$

где  $I_1$  — интенсивность ртутной линии длины волны  $\lambda_1$ ;  $I_2$  — то же для длины волны  $\lambda_2$ ,  $L_1$  — чувствительность аппаратуры для длины волны  $\lambda_1$ ,  $L_2$  — то же для длины волны  $\lambda_2$ ;

б) сравнивают почернение двух участков сплошного спектра, относящихся к тем же длинам волн  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ , и находят отношение  $p_1$ .

Очевидно, что

$$p_1 = \frac{I'_1 L_1}{I'_2 L_2},$$

где  $I'_1$  и  $I'_2$  — интенсивности соответствующих участков сплошного спектра.

Для стандартного источника

$$\frac{I'_1}{I'_2} = \frac{E_{\lambda_1, T} \left( \frac{d\lambda}{dI} \right)_1 \Delta I_1}{E_{\lambda_2, T} \left( \frac{d\lambda}{dI} \right)_2 \Delta I_2},$$

где  $E_{\lambda T}$ ,  $\frac{d\lambda}{dI}$  и  $\Delta I$  имеют те же значения, что и в предыдущем способе обработки;

в) находят

$$\frac{I_1}{I_2} = \rho \frac{L_2}{L_1} = \frac{\rho}{\rho_1} \frac{I'_1}{I'_2} = \frac{\rho}{\rho_1} \frac{E_{\lambda_1 T} \left( \frac{d\lambda}{dl} \right)_1 \Delta l_1}{E_{\lambda_2 T} \left( \frac{d\lambda}{dl} \right)_2 \Delta l_2}$$

т. е. окончательно имеем:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{\rho}{\rho_1} \frac{E_{\lambda_1 T} \left( \frac{d\lambda}{dl} \right)_1 \Delta l_1}{E_{\lambda_2 T} \left( \frac{d\lambda}{dl} \right)_2 \Delta l_2}.$$

**Практические указания.** Студенты, работающие на задаче 127, должны иметь в виду следующие указания:

1. Фотопластинка заряжается в фотокабине при полной темноте, кладется в кассету эмульсией вниз на нижние пазы кассеты. Зарядив пластинку, следует проверить, плотно ли закрыта крышка и шторка.

2. Во время фокусировки источника света относительно щели спектрографа нельзя изменять положение конденсоров на оптической скамье. Источник света следует установить так, чтобы его изображение, даваемое линзой  $L_1$ , попадало на центр диафрагмы  $D$  линзы  $L_2$ .

3. Перед съемкой необходимо проверить:

1) положение микрометрического винта щели спектрографа, ширина щели должна быть равной 0,2 мм;

2) положение диафрагмы перед линзой  $L_2$ ;

3) юстировочные данные спектрографа<sup>1)</sup>;

4) проверить крепление бокового винта при передвижении кассеты по шкале;

5) осторожно вынимать шторку кассеты до нанесенной вертикальной черты.

Фотопластинка проявляется в фотокабине при полной темноте: время проявления — 4 мин., время фиксирования — 8—10 мин.

В процессе проявления и фиксирования фотопластинка должна лежать в кювете эмульсией вверх и полностью покрываться раствором. Между проявлением и закреплением фотопластинку необходимо тщательно промывать в холодной воде. По окончании закрепления фотопластинку промывают под проточной холодной водой 5—10 мин. и сушат у вентилятора.

**Технические данные установки.** Задача поставлена со спектрографом ИСП-51 и микрофотометром МФ-2. Источник линейчатого спектра — ртутная лампа. Источник сплошного спектра — лампа накаливания.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Г. С. Ландсберг, Оптика, Гостехиздат, 1957.

<sup>1)</sup> Юстировочные данные спектрографа даются в табличке, приложенной к прибору.

## СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

2. С. Э. Фриш, Техника спектроскопии, Изд. ЛГУ, 1936.
3. С. Л. Мандельштам, Введение в спектральный анализ, Гостехиздат, 1946.
4. В. К. Прокофьев, Фотографические методы количественного спектрального анализа металлов и сплавов, Гостехиздат, 1951.
5. Л. С. Ломоносова, О. Б. Фалькова, Спектральный анализ, Металлургиздат, 1958.
6. О. Рнштейн, Молль, Бургер, Фотографическая фотометрия, УФН, т. XIII, вып. 6, стр. 920, 1933.

## ЗАДАЧА 128

ИССЛЕДОВАНИЕ СПЕКТРОВ ПОГЛОЩЕНИЯ  
РАСТВОРОВ С ПОМОЩЬЮ ФОТОМЕТРА

**Введение.** Работа заключается в получении спектров поглощения растворов красок, исследований влияния на спектр растворителя и концентрации растворенного вещества.

Непосредственно измеряемой величиной является пропускание раствора  $D$  как функция длины волны. Пропускаемость есть

$$D = \frac{I}{I_0},$$

где  $I_0$  — интенсивность света, падающего на раствор,  $I$  — интенсивность света, прошедшего через раствор. Пропускаемость раствора  $D$  связана с коэффициентом поглощения  $K_\lambda$  и толщиной поглощающего слоя  $L$  соотношением

$$D = \frac{I}{I_0} = e^{-K_\lambda L}. \quad (1)$$

Если молекулы поглотителя не взаимодействуют между собой и с молекулами растворителя, то коэффициент поглощения линейно связан с концентрацией поглотителя  $C$

$$K'_\lambda = x_\lambda C, \quad (2)$$

где  $x_\lambda$  — коэффициент пропорциональности, зависящий от  $\lambda$ .

Закон (1) в настоящее время обычно пишут в виде

$$\frac{I}{I_0} = 10^{-K'_\lambda L},$$

где  $K'_\lambda$  связано с  $K_\lambda$  соотношением

$$K'_\lambda = K_\lambda \lg e = 0,43 K_\lambda;$$

величина  $K'_\lambda$  называется *коэффициентом экстинкции*, а величина

$$E = \lg \frac{I_0}{I} = K'_\lambda L$$

— *экстинкцией* раствора.

Экстинкцией называется ослабление света, вызванное как поглощением, так и рассеянием света в веществе.

**Описание прибора.** В данной работе измерения выполняются с помощью специального фотометра. Оптические схемы фотометра и осветителя к нему изображены на рис. 423, где 1 — осветительные зеркала, 2 — столик для кювет с растворами, 3 — диафрагмы с изменяемым отверстием, 4 — конденсоры, 5 — стеклянные ромбы, изменяющие направление лучей, 6 — бипризма, 7 — сменный фильтр, 8 — окуляр, сфокусированный на грань бипризмы, 9 — лампа с прямой нитью, 10 — матовые стекла.

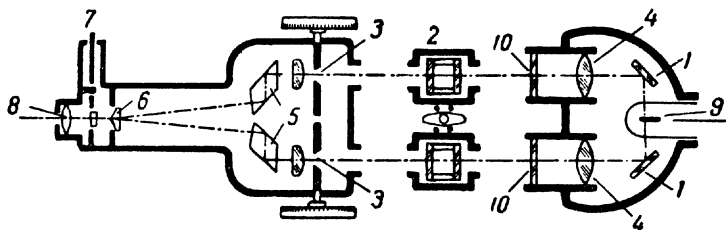


Рис. 423.

Два пучка света, выходящих из осветителя, отражаясь от зеркала, проходят через регулируемые диафрагмы и объединяются с помощью двух оптических систем в бипризме. Наблюдатель видит в окуляр два поля с резкой границей раздела (грань бипризмы); левое поле освещено световым пучком, прошедшим через правое окно фотометра, а правое поле — пучком, прошедшим через левое окно. Изменяя величину отверстия каждой диафрагмы, т. е. сечение соответствующего пучка, можно изменять яркость каждого поля. Это позволяет производить фотометрическое сравнение интенсивностей обоих световых пучков. Если один из пучков имеет меньшую интенсивность, чем второй, например за счет поглощения в стоящей на его пути среде, то, изменяя отверстия диафрагмы на пути второго пучка, можно уравнивать яркость обоих полей и по величине изменения отверстия диафрагмы определить относительную интенсивность обоих световых пучков. Сменные фильтры, помещенные перед окуляром, позволяют производить эти измерения в различных спектральных участках.

Конструкция раздвижной диафрагмы изображена на рис. 424. Диафрагма состоит из двух металлических пластинок с прямоуголь-

ными вырезами, укрепленных на микрометрическом винте. При вращении барабана обе половинки диафрагмы движутся в противоположные стороны так, что центр отверстия остается на месте, а площадь отверстия меняется от 0 до заданной величины  $S_0$ . На шкале барабана нанесены в процентах отношения  $S/S_0$ , т. е. отношение площади отверстия, действующего при данной установке, к заданному отверстию диафрагмы. Полное открытие диафрагмы осуществляется за один поворот барабана; диафрагма полностью открыта, когда ее две половинки не накладываются друг на друга, а лишь соприкасаются, образуя квадратное отверстие. Интенсивность света, проходящего через диафрагму, пропорциональна площади отверстия:  $I \sim d^2$ . Величина  $d$  линейно связана с углом поворота барабана  $\alpha$ , следовательно,  $I \sim \alpha^2$ . Шкала барабана проградуирована от 0 до 100, так что цифры (черная шкала) непосредственно пропорциональны интенсивности проходящего света. Рядом с черной шкалой расположена красная шкала, деления которой  $\alpha_E$  связаны с делениями черной шкалы  $\alpha_D$  соотношением

$$\alpha_E = \lg \frac{100}{\alpha_D} = 2 - \lg \alpha_D.$$

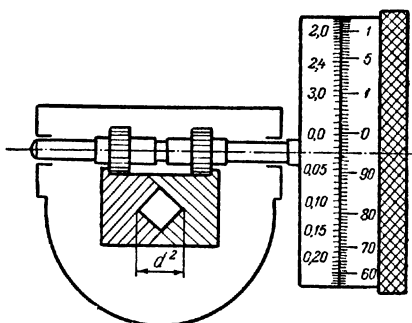


Рис. 424.

Таким образом, если, например, при измерениях поглощения поглощающий раствор помещен в одном пучке, диафрагма которого стоит на делении 100, и поворотом второго барабана уравнены яркости обоих полей, то отсчет по черной шкале этого барабана  $\alpha_D$  даст непосредственно пропускание раствора, выраженную в процентах

$$\alpha_D = \frac{I}{I_0} \cdot 100 = D\%.$$

Отсчет по красной шкале дает непосредственно экстинкцию раствора

$$\alpha_E = 2 - \lg \alpha_D = \lg \frac{I_0}{I} = E; \quad \lg \frac{1}{D} = E.$$

Для получения спектральной кривой пропускания или экстинкции используются так называемые S- или M-фильтры, укрепленные в револьверной диафрагме. Область пропускания этих фильтров сравнительно узка; для различных фильтров полуширина области пропускания лежит между 20 и 40 мк. Таким образом, при исследовании растворов со сравнительно широкими и плавными полосами поглощения можно относить измеряемую величину к эффективной длине волны фильтра, которая указывается на

оправе фильтра цифрами, следующими за буквой *S* (или *M*). Так, например, фильтр *S-72* имеет эффективную длину волны  $\lambda = 720$  мкм, фильтр *S-66* — длину волны  $\lambda = 660$  мкм и т. д. (см. таблицу для *S*-фильтров).

№ п/п	Светофильтры	$\lambda$ , мкм
1	S-75	750
2	S-72	720
3	S-66	660
4	S-61	610
5	S-57	570
6	S-53	530
7	S-50	500
8	S-47	470
9	S-42	420

**Установка прибора.** Для получения достаточно точных измерений необходимо обеспечить одинаковую начальную яркость обоих полей. Для этой цели необходима тщательная установка прибора, которая осуществляется следующим образом. Включают с помощью пони-

жающего трансформатора лампу осветителя. Сняв фотометр со штатива, направляют световые пучки от осветителя на лист бумаги, рас-

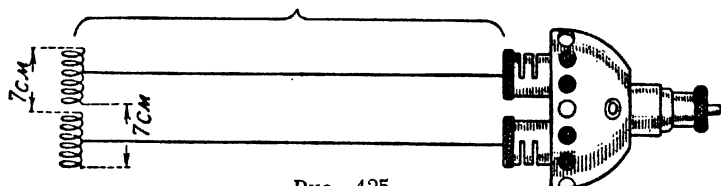


Рис. 425.

положенный вертикально на расстоянии около 1 м от осветителя. Перемещая патрубку с конденсорами (рис. 425), получают два резких изображения нити лампы. Перемещая лампу, сближают или раздвигают оба изображения до получения расстояния в 7 см между правыми и левыми краями обоих изображений (рис. 425).

Ставят на штатив фотометр и, введя фильтр *S-57*, перемещением конденсоров осветителя получают в обоих полях резкие изображения нити лампы, расположенные так, как это показано на рис. 426.

Вставляют в окна осветителя матовые стекла, следя за совпадением их номеров. Тщательно фокусируют окуляром границу раздела обоих полей. Установив один из барабанов диафрагм на деление 100, поворотом второго барабана уравнивают яркость обоих полей и делают 5—10 измерений. Если среднее значение отсчета равно

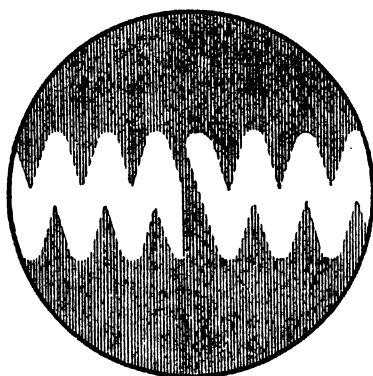


Рис. 426.

$100 \pm 2$ , то установка прибора выполнена правильно. Если отклонение больше, то слегка перемещают один из конденсоров и опять производят фотометрирование и т. д. до получения одинаковой яркости обоих полей при одинаковой установке диафрагмы.

При фотометрировании хорошим критерием равенства яркости фотометрических полей является исчезновение границы раздела полей. Во время фотометрирования глаз наблюдателя должен быть прижат к наглазнику окуляра и по возможности всегда принимать при измерениях одно и то же положение. Лицам, носящим очки, при фотометрировании необходимо их снимать. В лабораторной практике часто применяется такой же тип фотометра, но с несколько измененной конструкцией (рис. 427). Фотометрическая головка 1, осветитель 2 и столик 3 могут перемещаться вдоль вертикальных стоек. Пучки света из осветителя падают на зеркало 4 и направляются им на столик 3 с исследуемыми растворами, налитыми в специальные кюветы с плоскопараллельными стеклянными стенками. Для измерения цветных объектов к фотометру прилагается набор из одиннадцати светофильтров. Из них восемь светофильтров (№ 1—8) делят видимую область спектра на примерно равные участки. В специальной таблице приводятся их эффективные длины волн. Три последних светофильтра (№ 9, 10 и 11) обладают более широкой полосой пропускания. Они делят видимую область спектра на три части: красную, зеленую и синюю. Одно окошко в револьверной диафрагме оставлено свободным для измерений в белом свете.

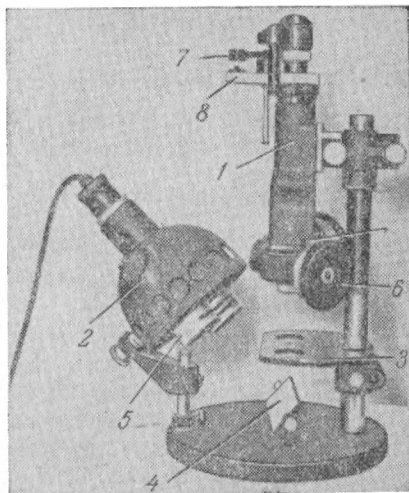


Рис. 427.

Порядок установки осветителя следующий: осветитель закрепляют на основании штатива фотометра так, чтобы световые пучки падали на зеркало. Затем, перемещая патрон с лампой в кожухе осветителя, а также слегка вращая зеркало фотометра, находят изображение нити в поле зрения фотометра. Ввиду большой яркости нити, рассматривать ее изображение следует сквозь светофильтр (лучше всего через фильтр № 5). Закрепив патрон, небольшим вращением всего осветителя добиваются симметричного расположения нити лампы по отношению к линии раздела поля зрения. Затем снова закрепляют осветитель. Перемещением конденсоров 5 доби-

ваются четкого изображения нити в обеих половинах поля зрения. При правильной установке осветителя нить в поле зрения должна иметь вид, изображенный на рис. 426. К осветителю прилагаются две пары светофильтров. Одна пара из молочного стекла и одна пара из матового стекла. Светофильтры создают равномерную освещенность полей сравнения. Светофильтры из молочного стекла сильно ослабляют световые пучки и ими надлежит пользоваться только при работе в белом свете. Вторая пара светофильтров (из матового стекла) пропускает значительно больше света и предназначена для работы с цветными светофильтрами.

### *Упражнение 1*

#### **Получение кривых поглощения растворов красок и исследование влияния толщины слоя**

Кювету, наполненную исследуемым раствором, помещают на столик.

Во втором пучке для компенсации потерь на отражение ставят вторую кювету, наполненную дистиллированной водой (или растворителем).

С помощью откидной лупы 7 у окуляра (рис. 427) получают резкое изображение квадратного выреза диафрагмы и проверяют полное и равномерное заполнение действующих отверстий кювет светом.

Устанавливают барабан 6 (рис. 427) диафрагмы в световом плече, где стоит кювета с раствором, на деление 100. Введя в поле зрения первый фильтр 8 (рис. 427), производят вращением второго барабана уравнивание яркости обоих полей, как описано выше.

Необходимо сделать последовательно несколько измерений и из них взять среднее.

При отсчете одновременно отсчитываются значения  $a_D$  и значения  $a_E$ . Производят эти измерения последовательно, вводя в поле зрения все фильтры. Если яркость полей при работе со светлыми фильтрами очень велика, полезно установить барабан плеча с раствором не на  $a_D = 100$ , а на  $a_D = 50$ , введя соответствующие поправки в отсчет по второму барабану.

Окончив измерения, меняют местами кюветы с раствором и растворителем и повторяют измерения.

Из обеих серий измерений для каждого значения берется среднее.

Результаты измерений наносят на два графика, откладывая эффективную длину волны фильтров по оси абсцисс, а по оси ординат — величины  $D$  и  $E$ .

В настоящем упражнении изучаются следующие вещества: 1) водный раствор метилвиолета, 2) водный раствор фуксина (оба раствора исследуются при толщине слоя в 10 мм), 3) раствор хлорофилла в спирте, этот раствор исследуется при двух толщинах слоя (1 мм и 10 мм).



### Упражнение 2

#### Исследование влияния концентрации на коэффициент экстинкции

Эти измерения производятся как для веществ, для которых выполняется закон (2), так и веществ, для которых этот закон нарушается. Для каждого вещества измеряется, как описано выше, экстинкция для двух концентраций.

Для каждого вещества результаты измерений обеих концентраций наносятся на один график, причем вместо  $E$  по оси ординат откладывается  $\lg E$ . Критерием выполнимости закона (2) является параллельность сдвига кривых  $\lg E = f(\lambda)$  для разных концентраций. Измерения выполняются для двух растворов медного купороса и двух растворов роданистого кобальта. Толщина слоя 10 мм.

### Упражнение 3

#### Исследование влияния растворителя на спектр поглощения

Описанным выше методом получают кривые экстинкции для растворов одного и того же вещества в различных растворителях и сравнивают кривые между собой. Исследуются растворы иода в четыреххлористом углероде, а затем в спирте. Толщина слоя 10 мм.

Фотометр второго типа применяется также для определения коэффициента отражения, например для измерения степени белизны и блеска ткани, бумаги, кожи.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Г. С. Ландсберг, Оптика, Гостехиздат, 1957.
2. Ф. Вейгер, Оптические методы химии, Госхимтехиздат, 1933.
3. Р. Вуд, Физическая оптика, ОНТИ, 1936.
4. А. Г. Бартнев, Оптические контрольно-измерительные приборы, ОНТИ, 1937.

---

### ЗАДАЧА 129

#### ИЗУЧЕНИЕ СПЕКТРОВ ПОГЛОЩЕНИЯ ПРИ ПОМОЩИ ПОЛЯРИЗАЦИОННОГО СПЕКТРОФОТОМЕТРА

В задаче предлагается построить графики зависимости пропускания светофильтра от длины волны и зависимости коэффициента поглощения от длины волны.

**Описание прибора.** Спектрофотометр позволяет сравнивать интенсивности света двух источников, точнее — освещенность двух его щелей в различных частях спектра. Этот прибор часто применяется также при определении ослабления света.

например от поглощения, для различных длин волн. Кроме того, спектрофотометром пользуются для измерения степени поляризации света; им можно также производить измерения распределения энергии по спектру, откуда, как известно, можно в некоторых случаях определить температуру источника света.

Спектрофотометр, внешний вид которого изображен на рис. 428, состоит из неподвижной коллиматорной трубы  $K$  с двойной щелью  $S_1$  и зрительной трубы  $B$ , вращающейся вокруг горизонтальной оси  $d$ . Вращение это производится при помощи винта  $M$  с отсчетным барабаном. Между коллиматором и зрительной трубой в кожухе  $T$

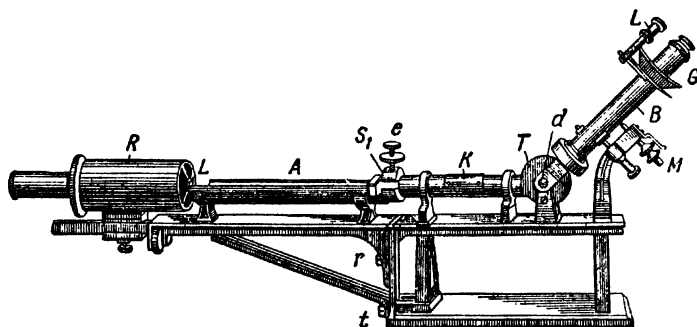


Рис. 428.

помещается призма, дающая спектральное разложение. На окулярную часть трубы надевается съемный николь  $G$  (см. задачу 116), угол поворота которого отсчитывается по лимбу при помощи лупы  $L$ .

Прибор укреплен на массивной подставке, к которой при помощи винтов  $r$  и  $t$  может привинчиваться осветительное приспособление, состоящее из собственно осветителя  $R$  и двух желобов  $A$ , в которые помещаются трубки с исследуемыми жидкостями.

В некоторых случаях, например, если приходится сравнивать два источника света, пользоваться осветителем нельзя. Тогда щели спектрофотометра освещают сбоку при помощи небольших призм полного внутреннего отражения, которые бывают помещены около щелей коллиматора на особых рычажках. Эти призмы, каждую порознь, можно отводить в стороны и закрывать ими щель.

Рассматриваемый спектрофотометр принадлежит к типу поляризационных приборов; внутреннее устройство его изображено на рис. 429  $a$  и  $b$ , где даны схемы его вертикального и горизонтального сечений. Горизонтальная щель  $S_1$ , состоящая из двух щелей  $a$  и  $b$  (точнее — одна и та же щель, перегородженная посередине) образует с объективом  $O_1$  коллиматор. Призма  $P$  дает спектральное разложение, а линза  $O_2$  фокусирует получающиеся два спектра в плоскости второй щели  $S_2$ .

В таком виде прибор представлял бы собой просто спектроскоп, поставленный набок. Однако, кроме этих частей, имеются еще поля-

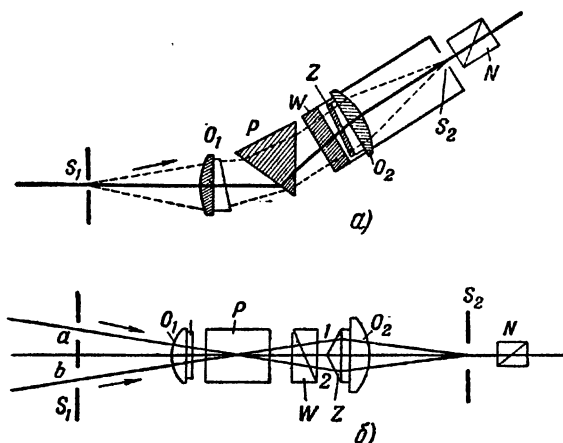


Рис. 429.

ризационная призма  $W$ , дающая симметричный выход поляризованных лучей (призма Волластона), и бипризма  $Z$ . В результате действия поляризационной призмы каждое из изображений спектров  $a$  и  $b$  (рис. 430) разделяется на два: одно — поляризованное вертикально ( $a_v$  и  $b_v$ ), другое — горизонтально ( $a_g$  и  $b_g$ ). Получаются, таким образом, четыре спектра. Бипризма  $Z$  отклоняет правой своей частью все спектры влево, левой частью — вправо, так что в результате образуется восемь спектров, по четыре от каждой щели  $a$  и  $b$ , но часть из них друг на друга налагается, так что получается всего пять отдельных спектров, из которых три средние — двойные<sup>1)</sup>.

Щель  $S_2$  установлена так, что в глаз попадает только средний спектр, состоящий из спектра  $a_g$  (горизонтально поляризованного) от щели  $a$ , отклоненного левой частью бипризмы, и спектра  $b_v$  (вертикально поляризованного) от щели  $b$ , отклоненного

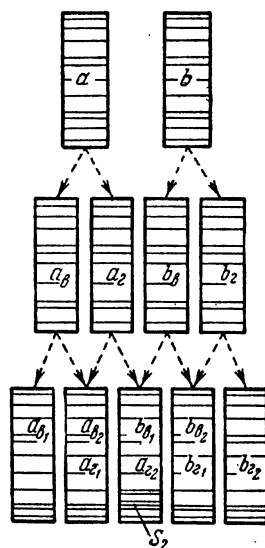


Рис. 430.

<sup>1)</sup> Эти двойные спектры совпадают лишь в некоторой плоскости вблизи щели  $S_2$ , но так как лучи, им соответствующие, идут под некоторым углом друг к другу, то в дальнейшем они разделяются, и мы видим одну половину поля зрения, освещенную одним спектром, другую — другим.

правой частью бипризмы. Поместив глаз вблизи щели  $S_2$ , мы увидим, таким образом, поле зрения, окрашенное в определенный спектральный цвет. Какой участок спектра попадает в поле зрения, — зависит от наклона трубы  $B$ . Правая половина поля зрения освещена от щели  $a$ , и колебания электрического вектора в ней совершаются вертикально, левая освещена от щели  $b$  и колебания электрического вектора в ней совершаются горизонтально; при этом глаз наш фокусируется на ребро бипризмы, которое и служит границей раздела поля зрения.

Если перед щелью  $S_2$  поставить николю  $N$  (рис. 429) так, чтобы направление плоскости колебаний света, пропускаемого им, составляло угол  $\alpha$  с вертикальным направлением, то амплитуда световых колебаний правой части поля зрения будет  $Oa \cdot \cos \alpha$ , а левой части поля зрения  $Ob \cdot \sin \alpha$  (рис. 431).

Установим николю так, чтобы яркость обеих половин поля зрения была одинакова, тогда

$$Oa \cos \alpha = Ob \sin \alpha,$$

и для отношения интенсивностей освещения щелей  $a$  и  $b$  будем иметь

$$\frac{I_a}{I_b} = \left( \frac{Oa}{Ob} \right)^2 = \operatorname{tg}^2 \alpha, \quad (1)$$

так как для естественного света отношение интенсивности пропорционально отношению квадратов любых компонент амплитуды.

Труба  $B$  (рис. 428) может при помощи микрометрического винта  $M$  перемещаться вдоль всего спектра. Таким образом, измерение можно сделать во всех частях спектра.

**Проверка установки прибора.** При правильной установке спектрофотометра должны быть выполнены следующие условия:

1. Если закрыть правую щель — левая половина поля зрения должна становиться совершенно темной (при любом положении николя), и, наоборот, если закрыть левую щель — должна стать темной правая половина поля зрения.

2. На линии раздела полей не должно быть заметно никакой черной или светлой полосы. Наличие полосы может зависеть от неправильного (косого) освещения щелей; полоса при правильном освещении исчезает. Однако этот недостаток может быть вызван также неправильным положением поляризационной призмы или бипризмы.

3. При перемещении микрометрического винта  $M$ , позволяющего переходить в различные области спектра, при освещении обеих щелей одним и тем же источником света обе части поля зрения

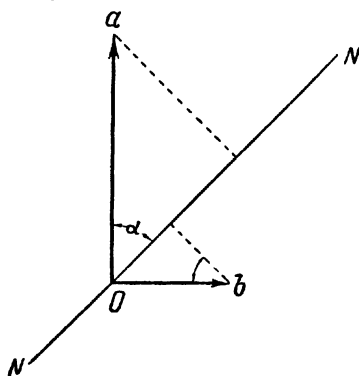


Рис. 431.

должны быть окрашены одинаково. Разницу в оттенках цветов особенно легко заметить на границе желтой и зеленой частей спектра.

Ту же проверку можно сделать иначе: осветить щель  $S_1$  источником света с линейчатым спектром (ртутная лампа) и рассматривать полученные спектры с помощью окуляра, тогда линии в спектрах, получающихся от щелей  $a$  и  $b$ , должны совпадать друг с другом или перекрещиваться в центральной части.

4. При освещении обеих щелей одним и тем же источником света отношение яркости должно быть одинаковым по всей длине спектра, иначе говоря, положение николя при равенстве освещения полей должно оставаться тем же самым при переходе из одной спектральной области в другую. Изменение отсчета не должно превышать  $3-4^\circ$ .

Если же этого не получается, то приходится передвигать поляризационную призму или бипризму. Такую фундаментальную установку прибора начинающие ни в коем случае не должны делать сами.

### Упражнение 1

#### Градуирование прибора

Прежде всего необходимо проградировать прибор, т. е. привести в соответствие деления микрометрического винта (рис. 428, 429), перемещающего трубу  $B$ , с длиной волны света, попадающего в щель  $S_2$ <sup>1)</sup>. В качестве источника света употребляется ртутная лампа (см. задачу 102). Осветитель снимается, и лампа приставляется вплотную к щели  $S_1$ . Ширина щели  $S_1$ , изменяющаяся при помощи винта  $e$ , не должна быть велика, примерно  $0,2-0,3$  мм; ширина щели  $S_2$ , регулируемая вращением особого кольца в окулярной части зрительной трубы, выбирается такой, чтобы она была немногим больше ширины видимых спектральных линий.

Сняв николь, помещают на его место окуляр, имеющийся при приборе, и, вращая микрометрический винт, передвигают трубу  $B$  вдоль спектра. Отмечают положения барабана винта, при которых спектральные линии оказываются в центре щели  $S_2$ . Находя затем длины волн этих линий по таблицам, строят по точкам градуировочную кривую, откладывая по оси ординат длины волн, а по оси абсцисс — соответствующие им деления барабана.

В случае трудности отождествления всех видимых спектральных линий с длинами волн, указанными в таблицах, строят сначала кривую по наиболее ярким линиям, отождествление которых не

<sup>1)</sup> При наличии готовой градуировочной кривой, приложенной к прибору, упражнение 1 не выполняют.

встречает трудностей, и затем эту кривую уточняют по остальным линиям. Отождествление можно еще облегчить, пользуясь спектро-скопом прямого зрения, снабженным шкалой длин волн. Шкалу следует установить по характерной зеленой линии ртути.

## Упражнение 2

### Измерение поглощения фильтров

Щель спектрофотометра должна быть освещена при помощи малого осветителя. Последний состоит из диафрагмы  $d$  (рис. 432) с прямоугольным отверстием, закрытым матовым стеклом, и большой плоско-выпуклой линзы  $L$ , к плоской стороне которой приклеены две одинаковые малые, плоско-выпуклые линзы  $l_1, l_2$ . Белый свет от электрической дуги или от обычной лампы мощностью в 200—300 *вт* освещает матовую пластинку, которая, таким образом, становится источником рассеянного света. От нее лучи света падают на

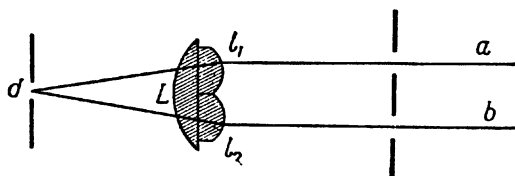


Рис. 432.

систему линз  $L, l_1, l_2$ , пройдя которую, распространяются дальше двумя отдельными пучками, оси которых параллельны, и фокусируются на щелях коллиматора.

Исследуемый фильтр ставят так, чтобы лучи, освещающие щель  $a$ , проходили через него, а лучи, освещающие щель  $b$ , падали на нее непосредственно. Вращением николя добиваются того, чтобы освещенность обеих половин поля зрения была одинакова; линия раздела при этом совершенно не видна.

Легко видеть, что существуют четыре положения николя, при которых достигается равенство яркости освещения обеих половин поля зрения. Эти положения соответствуют углам:  $\alpha, 180^\circ + \alpha, 180^\circ - \alpha, 360^\circ - \alpha$ . При каждом наблюдении следует делать отсчеты во всех этих положениях, чтобы исключить ошибку, происходящую от того, что нуль лимба может быть смещен относительно плоскости поляризации николя, а также ошибку вследствие возможного эксцентриситета лимба. В каждом квадранте лимба надо сделать 2—5 отсчетов в зависимости от яркости освещения и взять из них среднее.

Обозначив интенсивность освещения щелей через  $I_a$  и  $I_b$ , получим отношение

$$\frac{I_a}{I_b} = \operatorname{tg}^2 \alpha$$

(см. формулу (1)).

Убрав исследуемый фильтр и не меняя освещения щелей, аналогичным образом находят угол  $\alpha_0$ ; тогда

$$\frac{I_{a_0}}{I_b} = \operatorname{tg}^2 \alpha_0.$$

Отсюда легко вычислить отношение интенсивности света, прошедшего через исследуемый фильтр ( $I_a$ ), к интенсивности света, падающего на него ( $I_{a_0}$ ):

$$D = \frac{I_a}{I_{a_0}}.$$

Эта величина  $D$  называется *пропускаемостью* фильтра:

$$D = \frac{I_a}{I_{a_0}} = \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha}{\operatorname{tg}^2 \alpha_0}. \quad (2)$$

Сделав измерения по всему спектру, получим пропускаемость  $D$  в зависимости от длины волны.

Число точек для разных длин волн должно быть достаточно велико (в среднем через каждые 10 ммк). В тех областях спектра, где поглощение резко изменяется, точки приходится брать гуще; там, где поглощение почти не изменяется, их можно брать на большем расстоянии друг от друга. Что касается угла  $\alpha_0$ , то его достаточно определить для четырех или пяти длин волн, так как эта величина почти не меняется.

При точных измерениях нужно сделать две серии наблюдений: 1) поставив фильтр перед щелью  $a$  и 2) поставив его перед щелью  $b$ . В последнем случае, ввиду того, что щели как бы поменялись местами, вычислять  $D$  нужно по формуле

$$D = \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha_0}{\operatorname{tg}^2 \alpha}.$$

При измерении поглощения нужно обращать внимание на ширину щелей  $S_1$  и  $S_2$ . При работе с веществами, поглощение которых резко меняется в каком-нибудь участке длин волн, ширина щели должна быть узкой (0,1 мм); иначе в этих участках две половины поля зрения будут окрашены различно, и результаты измерений будут неточными. Вообще, при точных измерениях ширина щелей  $S_1$  и  $S_2$  не должна быть более 0,2 мм. Широкими щелями  $S_1$  и  $S_2$  можно пользоваться только в случае крайней необходимости (малая интенсивность) и при условии что интенсивность света в исследуемом спектре меняется достаточно плавно.

Чтобы определить величину ошибки измерения, сначала прологифицируем, а затем продифференцируем равенства (2); получим

$$\frac{dD}{D} = \frac{4d\alpha}{\sin 2\alpha}.$$

Допуская, что ошибка в определении угла  $\alpha$  равна  $0,5^\circ$ , получим из этой формулы, что ошибка в определении  $D$  при  $\alpha = 45^\circ$  наименьшая и составляет около 0,04 или 4%. При угле  $\alpha$ , близком к  $0^\circ$  или  $90^\circ$ , влияние ошибки при определении  $\alpha$  на результат становится очень большим.

### Упражнение 3

#### Измерение коэффициентов поглощения растворов

При прохождении монохроматического света через поглощающую среду интенсивность его ослабевает по закону

$$I = I_0 e^{-\beta x}. \quad (3)$$

Коэффициент поглощения для каждого вещества, вообще говоря, зависит от длины волны  $\lambda$  падающего света; кривые, изображающие зависимость  $\beta$  от  $\lambda$ , называются *кривыми поглощения*; ими характеризуются поглощающие свойства различных сред.

Для случая растворов коэффициент  $\beta$ , вообще говоря, зависит от концентрации их; для большинства растворов в определенных пределах изменения концентрации  $C$   $\beta$  пропорционально  $C$ . Эта зависимость дает возможность количественного определения концентрации с помощью спектрофотометра.

**Измерения.** Исследуемый раствор наливают в плоскопараллельный сосуд и ставят его перед одной из щелей спектрофотометра.

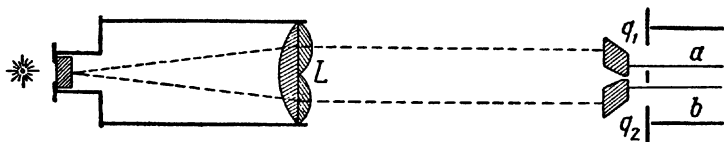


Рис. 433.

Так как осуществить это при помощи малого осветителя затруднительно ввиду сравнительной близости обоих световых пучков, то в этом случае приходится пользоваться большим осветителем. Конструкция его отличается лишь большим размером линз и наличием двух двойных призм  $q_1 q_2$  полного внутреннего отражения (рис. 433), при помощи которых свет обоих пучков падает на щель коллиматора.



Производя измерение аналогично упражнению 2, получают величины

$$\frac{I_a}{I_b} = \operatorname{tg}^2 \alpha$$

для разных длин волн по всему спектру.

При этом нужно обратить внимание на то, что потеря света при прохождении его через сосуд вызывается не только поглощением в растворе, но и другими причинами, в основном — отражением от граней сосуда. Чтобы исключить эту ошибку, нужно сделать измерения с тем же сосудом на том же месте, но наполненным чистым растворителем (который считаем не поглощающим свет). В этом случае получим величину

$$\frac{I'_a}{I_b} = \operatorname{tg}^2 \alpha'.$$

Так как потери на отражение в обоих случаях одинаковы, то величина  $I_a : I'_a$  дает отношение интенсивностей прошедшего через сосуд и падающего на него света; на основании уравнения (3) оно равно  $e^{-\beta x}$ , где  $\beta$  — коэффициент поглощения, а  $x$  — толщина поглощающего слоя. Следовательно

$$e^{-\beta x} = \frac{I_a}{I'_a} = \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha}{\operatorname{tg}^2 \alpha'}.$$

Отсюда, логарифмируя, получим для коэффициента поглощения:

$$\beta = \frac{2}{x} (\ln \operatorname{tg} \alpha' - \ln \operatorname{tg} \alpha) = \frac{4,61}{x} (\ln \operatorname{tg} \alpha' - \ln \operatorname{tg} \alpha).$$

Результаты измерений изображают графически, построив зависимость коэффициента поглощения  $\beta$  от длины волны.

При изучении поглощения света жидкостями часто пользуются плоскостепенным сосудом с дополнительным стеклянным вкладышем. В стеклянный сосуд шириной, например, 11 мм опускается на дно стеклянный кубик толщиной 10 мм. Когда налита жидкость, то в той части сосуда, где опущен кубик, слой поглощающей жидкости будет 1 мм, в другой половине — 11 мм, т. е. разность толщины составляет 10 мм. Сосуд ставят перед щелями спектрофотометра таким образом, чтобы в одну щель свет проходил через кубик, в другую же — прямо, через раствор. Обработка измерений ведется по тем же формулам, причем входящую в формулу толщину слоя нужно взять равной толщине кубика, т. е. 10 мм.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Г. Г. Ландсберг, Оптика, Гостехиздат, 1957.
2. Курс физики под редакцией Н. Д. Папалекси, т. II, Гостехиздат, 1947.
3. Р. Вуд, Физическая оптика, ОНТИ, 1936.

#### СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

4. Ф. Вейгерт, Оптические методы химии, Госхимтехиздат, 1933.

## ИССЛЕДОВАНИЕ ДИСПЕРСИИ ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ «МЕТОДОМ КРЮКОВ» РОЖДЕСТВЕНСКОГО

Целью настоящей работы является: 1) наблюдение явления дисперсии и поглощения света в линейчатом спектре, 2) ознакомление с работой интерферометра Рождественского и с методом скрещенных дисперсий, 3) изучение «метода крюков» Рождественского, 4) количественное определение дисперсии паров Na вблизи их линий поглощения.

**Теория.** Дисперсией показателя преломления  $n$  называется зависимость его от длины волны света  $n = f(\lambda)$ . Нормальной дисперсией называется увеличение показателя преломления с уменьшением длины волны, т. е.  $\frac{dn}{d\lambda} < 0$ , аномальной дисперсией — уменьшение показателя преломления при уменьшении длины волны, т. е.  $\frac{dn}{d\lambda} > 0$ .

Дисперсия показателя преломления всегда связана с поглощением света. Если в каком-либо веществе наблюдается дисперсия, то, следовательно, это вещество обладает линиями или полосами поглощения. И наоборот, если имеются линии или полосы поглощения света, то обязательно наблюдается дисперсия показателя преломления. Вне полосы поглощения как со стороны более длинных, так и со стороны более коротких волн дисперсия имеет нормальный характер; внутри полосы поглощения дисперсия имеет аномальный характер. Если имеется несколько полос поглощения, то общая картина дисперсии складывается из ряда областей аномальной дисперсии внутри каждой полосы поглощения и областей нормальной дисперсии между полосами поглощения. Величина дисперсии сильно возрастает при приближении к полосе поглощения. Исследование аномальной дисперсии всегда затруднено тем, что приходится работать вблизи полос поглощения.

Связь дисперсии и поглощения легче всего обнаружить в газах, где взаимодействием отдельных молекул между собой можно пренебречь, т. е. можно наблюдать действие электромагнитной волны на простейшую и достаточно изолированную систему электрических зарядов. В данной работе, так же как и у Рождественского, исследуется дисперсия паров Na.

Зельмайер связал показатель преломления вещества для данной частоты света  $\omega$  ( $\omega = \frac{2\pi c}{\lambda}$ ) с собственными частотами колебаний молекул вещества и с рядом других характеристик молекул. Мы рассмотрим классическую электронную теорию дисперсии.

Для начала ограничимся наиболее простым случаем, когда вещество обладает одной линией поглощения. Будем считать, что атом

состоит из одного «оптического» электрона и остатка. В этом приближении атом эквивалентен некоторому осциллятору с собственной частотой  $\omega_0$ . Под действием внешнего поля  $E$  электрон смещается на некоторое расстояние  $\xi$ . Уравнение движения электрона будет иметь вид [1]

$$\ddot{\xi} + \gamma \dot{\xi} + \omega_0^2 \xi = \frac{e}{m} E. \quad (1)$$

Здесь  $\gamma$  — коэффициент затухания,  $e$  — заряд электрона,  $m$  — масса электрона,  $E$  — поле световой волны частоты  $\omega$ , т. е.  $E = E_0 e^{i\omega t}$ .

Дипольный момент атома  $p = e\xi$  и, следовательно, для него мы получим уравнение

$$\ddot{p} + \gamma \dot{p} + \omega_0^2 p = \frac{e^2}{m} E_0 e^{i\omega t}. \quad (2)$$

Это уравнение вынужденных колебаний. Его решение имеет вид

$$p = \frac{\frac{e^2}{m}}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega} E_0 e^{i\omega t}. \quad (3)$$

Диэлектрическая постоянная вещества  $\epsilon = 1 + 4\pi\alpha N$ , где коэффициент  $\alpha = \frac{\frac{e^2}{m}}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega}$  — поляризуемость атома, а  $N$  — число атомов в единице объема. Таким образом

$$\epsilon = 1 + \frac{4\pi N \frac{e^2}{m}}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega}. \quad (4)$$

Мы видим, что  $\epsilon$  — комплексная величина, следовательно, показатель преломления  $\sqrt{\epsilon}$  также является комплексной величиной. Обозначим  $\sqrt{\epsilon} = n - i\kappa$ . Комплексный показатель преломления означает, что при распространении плоской волны в данной среде меняется не только фаза, но и амплитуда. Другими словами, для плоской волны, распространяющейся вдоль оси  $x$ , будем иметь

$$E = A e^{-\frac{\omega}{c} \kappa x} e^{i\omega(t - \frac{n}{c}x)} \quad (c — скорость света в вакууме).$$

Таким образом, действительная часть комплексного показателя преломления  $n$  определяет изменение фазы, а мнимая часть  $\kappa$  определяет изменение амплитуды. В газе второй член в выражении (4) много меньше первого, поэтому можно положить

$$\sqrt{\epsilon} = n - i\kappa \approx 1 + \frac{2\pi N \frac{e^2}{m}}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega}. \quad (5)$$

Откуда следует, что

$$\begin{aligned} n &= 1 + \frac{2\pi e^2}{m} N \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2}, \\ \kappa &= \frac{2\pi e^2}{m} N \frac{\gamma \omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2}. \end{aligned} \quad (6)$$

Исследуем полученное решение. Рассмотрим следующие частные случаи:

1. При  $\omega \ll \omega_0$  имеем:  $n = 1 + \frac{2\pi e^2}{m\omega_0^2} N$ ;  $\kappa \rightarrow 0$ .
2. При  $\omega \gg \omega_0$  имеем:  $n = 1 - \frac{2\pi e^2}{m} N \frac{1}{\omega^2 + \gamma^2}$ ;  $\kappa \rightarrow 0$ .
3. При  $|\omega - \omega_0| \ll \omega_0$  обозначим  $\omega - \omega_0 = \nu$ ,  $\omega + \omega_0 \approx 2\omega_0 \approx 2\omega$ , тогда

$$n = 1 - \frac{\nu A}{\nu^2 + \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2}; \quad \kappa = \frac{A \frac{\gamma}{2}}{\nu^2 + \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2},$$

где

$$A = \frac{\pi e^2 N}{m\omega_0}.$$

Зависимость  $n$  и  $\kappa$  от  $\omega$  представлена на рис. 434. Участок  $MN$  соответствует области аномальной дисперсии.

Легко обобщить полученные результаты на случай, когда вещество обладает несколькими линиями поглощения. В общем случае эти линии поглощения могут быть вызваны не только колебаниями электронов в атоме, но и колебаниями ионов в молекуле (инфракрасные полосы поглощения).

Метод исследования дисперсии показателя преломления. Для исследования дисперсии показателя преломления можно воспользоваться просто спектрографом, в котором призма сделана из

исследуемого вещества. Действительно, отклонение призмой луча данной длины волны определяется углом призмы, углом падения света на призму и, что наиболее существенно, показателем преломления призмы. Следовательно, по отклонению луча данной длины волны можно установить показатель преломления вещества, из которого сделана призма. Однако использование одного спектрографа для исследования зависимости показателя преломления от длины волны неудобно, так как в получающейся при этом картине

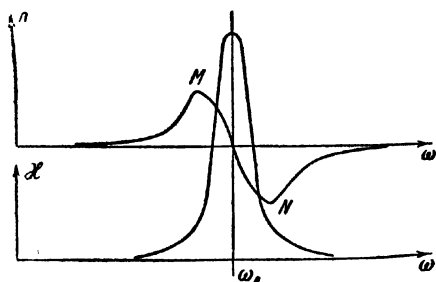


Рис. 434.

спектрального разложения света как аргумент  $\lambda$ , так и функция  $n(\lambda)$  откладываются вдоль одной и той же прямой — вдоль линии дисперсии спектрографа.

Значительно более удобным является способ скрещенных приборов (скрещенных дисперсий). Впервые этот способ был предложен и осуществлен А. Кундтом. В приборе Кундта свет проходил последовательно через две призмы, преломляющие ребра которых устанавливались взаимно-перпендикулярно. Одна из призм была сделана из вещества с известным показателем преломления. Она растягивала спектр вдоль горизонтальной оси (вдоль оси  $x$ ) так, что разным точкам этой оси соответствовали разные длины волн. Другая призма

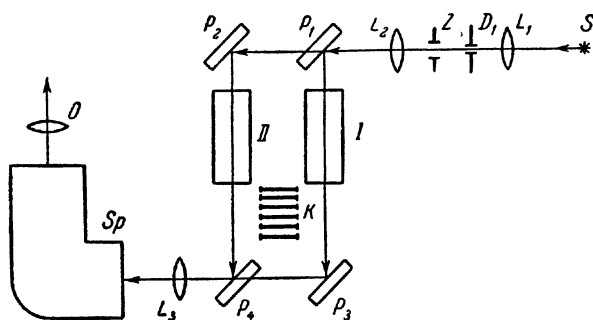


Рис. 435.

была сделана из исследуемого вещества. Отклонение света этой призмой происходило в вертикальном направлении (вдоль оси  $y$ ). В результате действия обеих призм, линии дисперсии которых взаимно-перпендикулярны, и получался наклонный спектр, причем координата  $y$  данного спектра определялась показателем преломления исследуемого вещества, а координата  $x$  — длиной волны света, т. е. аргумент  $\lambda$  и функция  $n(\lambda)$  откладывались вдоль разных осей.

Впоследствии метод скрещенных приборов был усовершенствован. В частности, Д. С. Рождественский при исследовании аномальной дисперсии в парах Na скрещивал интерферометр и решётку.

В данной задаче применяется установка, аналогичная установке Рождественского, только вместо дифракционной решетки используется призмный спектрограф. Свет проходит сначала через интерферометр Рождественского, затем через спектрограф<sup>1)</sup>.

Схема установки дана на рис. 435. Источником света  $S$  служит лампа ГСВД-120, дающая сплошной спектр. Конденсорная линза  $L_1$  дает изображение источника света на щели  $D_1$ , с помощью которой можно выделить наиболее яркую часть источника. Щель  $D_1$  нахо-

<sup>1)</sup> Действие интерферометра Рождественского аналогично действию интерферометра Жамена. При выполнении этой задачи необходимо познакомиться с описанием задачи 108, где подробно описывается интерферометр Жамена.

дится в фокусе объектива  $L_2$ . После объектива  $L_2$  параллельные пучки света от разных точек щели попадают в интерферометр, состоящий из двух полупрозрачных зеркал  $P_1$  и  $P_4$  и двух непрозрачных зеркал  $P_2$  и  $P_3$ . В интерферометре каждый луч делится на два луча, один из которых проходит через трубу, заполненную парами Na (пучок  $I$ ), а другой через такую же трубу, но без паров Na (пучок  $II$ ). После интерферометра эти лучи сводятся вместе. Получающаяся интерференционная картина состоит из горизонтальных полос, которые отображаются объективом  $L_3$  на вертикальной щели спектрографа  $Sp$ . Более подробно оптическую схему интерферометра следует изучить по специальному описанию прибора. В приборе предусмотрена возможность введения компенсаторов в пучок  $I$ , и в пучок  $II$  (на рис. 435 эти компенсаторы обозначены буквами  $K$ ).

Прибор отъюстирован так, что в отсутствии паров Na и без компенсаторов нулевая полоса, т. е. полоса, для которой разность хода двух интерферирующих лучей равна нулю, проходит через середину щели. Это единственная ахроматическая полоса, и ее легко отличить от всех других по отсутствию окраски. Выше и ниже ее располагаются полосы  $\pm 1$ -го,  $\pm 2$ -го и т. д. порядков. Расстояние между полосами зависит от длины волны. Чем меньше длина волны, тем интерференционные полосы чаще. Рассмотрим для примера полосу  $+1$ -го порядка, расположенную выше нулевой полосы. Эта полоса уже не будет ахроматичной. Все длины волн, присутствующие в источнике света, растянутся в этой полосе по вертикали так, что нижний конец ее будет фиолетовым, а верхний — красным. Аналогичная картина получится для всех интерференционных полос, расположенных ниже нулевой полосы. Все полосы, расположенные ниже нулевой полосы, будут иметь обратное расположение спектра, т. е. верхний конец каждой полосы будет фиолетовым, а нижний — красным. Вертикальное расположение спектра, получающегося в каждой интерференционной полосе, означает, что линия дисперсии интерферометра вертикальна (вдоль оси  $y$ ).

После интерферометра свет проходит через спектрограф, щель и преломляющие ребра призм которого вертикальны. Линия дисперсии спектрографа горизонтальна, т. е. спектр растягивается в горизонтальном направлении (вдоль оси  $x$ ).

В результате действия обоих приборов в плоскости кассеты спектрографа получаются искривленные светлые и темные полосы. Цвет светлых полос меняется от красного до фиолетового. Соответствующая картина приведена на рис. 436, где  $0$  — нулевая полоса,  $1$  — полосы первого порядка,  $2$  — полосы второго порядка. Эта картина либо наблюдается в окуляр  $O$ , либо фотографируется на фотопластинку. Для удобства фотографирования между объективом  $L_2$  и щелью  $D_1$  устанавливается затвор  $Z$  (рис. 435).

Если на щель спектрографа попадают интерференционные полосы низких порядков, то наклон светлых и темных полос, наблю-

даемых в окуляр  $O$ , будет небольшой. Если же на щель спектрографа попадают полосы высоких порядков (т. е. нулевая полоса находится либо ниже щели, либо выше ее); то наклон наблюдаемых полос сильно увеличивается. Величина наклона определяется отношением дисперсий интерферометра и спектрографа <sup>1)</sup>.

Рассмотрим сначала картину, которая получается, когда пары  $\lambda$  отсутствуют и компенсаторы не введены. Пусть нулевая полоса проходит через середину щели. Ось  $y$  направим вдоль щели спектрографа, а начало координат поместим в середине щели. Тогда для нулевой полосы координата  $y_0$  не зависит от  $\lambda$  и равна 0, т. е.  $y_0(\lambda) = 0$ . Для полосы  $k$ -го порядка координата  $y_k$  зависит от  $\lambda$ . В фокальной плоскости камеры спектрографа, в картине, которая наблюдается в окуляр  $O$ , координата  $k$ -й полосы  $y_k^{cp}(\lambda)$  будет пропорциональна  $y_k(\lambda)$ . Коэффициент пропорциональности равен увеличению спектрографа.

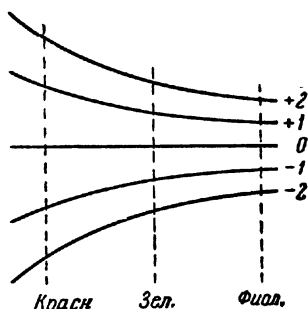


Рис. 436.

Изменив масштаб для  $y_k^{cp}$ , мы можем считать  $y_k^{cp} = y_k$  и в дальнейшем индекс «сп» опустить.

Пусть  $\Delta$  — разность хода двух лучей в интерферометре. Дисперсия интерферометра такова, что координату  $y$  в хорошем приближении можно считать пропорциональной разности хода двух лучей, т. е.  $y = b\Delta$ , где  $b$  — коэффициент пропорциональности, величина которого зависит от юстировки прибора, но при данной юстировке постоянна <sup>2)</sup>. Поэтому координата  $k$ -й полосы будет

$$y_k(\lambda) = b\Delta_k(\lambda) = bk\lambda. \quad (7)$$

Если на пути одного из лучей поместить пластинку с показателем преломления  $n$  и толщиной  $d$ , то будет введена дополнительная разность хода  $\Delta' = \pm[n(\lambda) - 1]d$ . Знак перед скобкой зависит от того, на пути какого луча ( $I$  или  $II$ ) будет помещена пластинка. Внесение такой пластинки переместит нулевую полосу вверх или вниз в зависимости от знака  $\Delta'$ . Картина, которая получится после введения дополнительной разности хода  $\Delta'$ , показана на рис. 437, а.

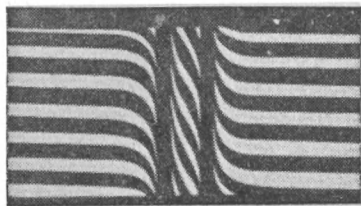


Рис. 437.

<sup>1)</sup> Дисперсия интерферометра пропорциональна порядку интерференции  $k$ .

<sup>2)</sup> Это приближение тем лучше, чем меньше интервал длин волн рассматривается в задаче.

На рисунке приводится вид полос, когда большая дополнительная разность хода введена в пучок *I*. Нулевая полоса настолько опустилась вниз, что не попадает на щель, и мы наблюдаем только полосы, для которых  $k$  — большое положительное число. На рис. 437, *б* изображен противоположный случай, когда та же дополнительная разность хода введена в пучок *II*. В этом случае нулевая полоса находится много выше щели, и мы наблюдаем лишь полосы, для которых  $k$  — большое отрицательное число. Если вносимая дополнительная разность хода невелика, то нулевая полоса останется в пределах щели. Ее координата будет



$$y'_0 = b\Delta' = \pm b[n(\lambda) - 1]d. \quad (8)$$

Рис. 438.

В спектрографе эта полоса вычертит в некотором масштабе кривую дисперсии  $n^1$ ). Вместе с перемещением нулевой полосы переместятся и все полосы. Координата  $k$ -й полосы определится соотношением

$$y'_k(\lambda) = b(\Delta_k + \Delta') = b[k\lambda \pm (n - 1)d]. \quad (9)$$

Наклон полосы определяется производной

$$\frac{dy'_k}{dx} = \frac{dy'_k}{d\lambda} \frac{d\lambda}{dx} = b \left( k \pm \frac{dn}{d\lambda} d \right) \frac{d\lambda}{dx}. \quad (10)$$

В данной задаче в пучок *I* помещается вакуумная печь длиной  $L$  с парами Na. Картина интерференционных полос приведена на рис. 438. Наклон полос будет определяться выражением

$$\frac{dy'_k}{dx} = b \left( k \pm \frac{dn}{d\lambda} L \right) \frac{d\lambda}{dx},$$

здесь  $n$  — показатель преломления паров Na.

Таким образом скрещение дисперсий, даваемых интерферометром и спектрографом, позволяет наблюдать характерный ход дисперсии вблизи линии поглощения. Загибы интерференционных полос отчетливо демонстрируют резкие изменения показателя преломления вблизи линии поглощения <sup>2)</sup>.

<sup>1)</sup> Постоянный член  $bd$  может быть учтен, если известен показатель преломления для какой-нибудь длины волны.

<sup>2)</sup> Загибы интерференционных полос вблизи линий поглощения не следует смешивать с «крюками» Рождественского, о которых речь будет идти ниже. Загибы интерференционных полос есть результат хода явления. «Крюки» Рождественского, как мы увидим ниже, есть результат применения специального метода измерений дисперсии.



Как указано выше, ординаты участков интерференционных полос смещенных из нулевого положения, пропорциональны значениям показателя преломления  $n$ . Поэтому искривление интерференционных полос может быть в принципе использовано для количественного изучения хода дисперсии вблизи линии поглощения. Однако прямые измерения изгибов интерференционных полос не могут быть точными. В самом деле, достаточно сложно измерять и ординату круто изменяющейся функции и определять (в длинах волн) абсциссы тех точек интерференционных полос, для которых найдены ординаты. Наконец, круто загнутые вблизи линии поглощения интерференционные полосы сливаются между собой, что сильно затрудняет измерения.

Поэтому в настоящее время прямые наблюдения интерференционной картины в двух скрещенных приборах сохраняют за собой все значение поучительной демонстрации важного физического явления, но не служат для точных измерений.

**«Метод крюков» Рождественского.** Рождественский усовершенствовал метод скрещенных приборов, дополнив его еще особым компенсационным приемом. Известно, что при измерениях в самых различных областях физики компенсационные методы оказываются, как правило, весьма эффективными. Так оказалось и в данной оптической задаче. Огромная заслуга Рождественского заключалась в том, что он нашел возможным указать метод компенсационных измерений в таком сложном явлении, наблюдаемом при помощи тонкой оптической аппаратуры.

Перейдем теперь непосредственно к описанию «метода крюков» Рождественского. Отметим, что это название было дано методу самим автором.

Введем одновременно в пучок  $I$  пары  $\text{Na}$ , а в пучок  $II$  — стеклянную пластинку. В этом случае аналогично (9) мы будем иметь

$$y_k(\lambda) = b[k\lambda + (n-1)L - (n_{\text{ст}}-1)d],$$

Здесь  $k = k_{\text{ст}} - |k_{\text{Na}}|$ .

Наклон полос интерференции определится соотношением

$$\frac{dy_k}{dx} = b \left[ k + \frac{dn}{d\lambda} L - \frac{dn_{\text{ст}}}{d\lambda} d \right] \frac{d\lambda}{dx}. \quad (11)$$

Здесь  $n$  — показатель преломления паров  $\text{Na}$ ,  $L$  — длина печи с парами  $\text{Na}$ ,  $n_{\text{ст}}$  — показатель преломления стеклянной пластинки, а  $d$  — ее толщина.

В узкой области спектра около линий поглощения паров  $\text{Na}$   $\frac{dn_{\text{ст}}}{d\lambda} \ll \frac{dn}{d\lambda}$  и последним членом можно пренебречь. Далее,  $k$  определяет порядок интерференции. Но так как от аномальной дисперсии паров полосы перемещаются на десятки полос, а от введения стеклянной пластинки — на тысячи, то  $(k_{\text{Na}}) \ll (k_{\text{ст}})$ ;

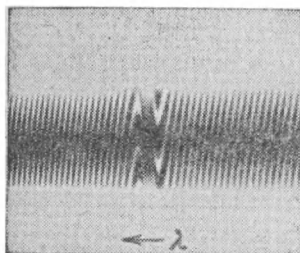
$k$  практически определяется только стеклянной пластинкой, т. е.

$$k = \frac{(n_{\text{ст}} - 1) d}{\lambda}.$$

Вдали от полосы поглощения  $k \gg \frac{dn}{d\lambda} L$  и наклон полос определяется стеклянной пластинкой. Вблизи полосы поглощения  $\frac{dn}{d\lambda} L \gg k$  и наклон определяются парами Na. Для некоторой длины волны  $k = \frac{dn}{d\lambda} L$ , т. е.

$$\frac{dn}{d\lambda} L = - \frac{n_{\text{ст}} - 1}{\lambda} d \quad (12)$$

В этой точке касательная к полосе интерференции будет горизонтальна. Картина примет вид, указанный на рис. 439. Из рисунка отчетливо видно, что максимумы и минимумы имеют вид крюков и мы, по примеру Рождественского, будем называть их дальше «крюками». Если изменить толщину  $d$ , то равенство будет выполнено для другой длины волны  $\lambda$ , т. е. «крюки» сместятся. Так, меняя  $d$ , можно получить зависимость



$$\frac{dn}{d\lambda} = f(\lambda).$$

Рис. 439.

Не представляется труда определить абсциссу, т. е. длину волны, соответствующую каждому «крюку». Задача прямых измерений  $n$  вблизи линий поглощения заменена задачей измерения  $L$ ,  $d$  и  $n_{\text{ст}}$  для стекла, не имеющего никаких линий поглощения в исследуемом участке спектра. Правда, теперь мы не находим сразу значения показателя преломления  $n$  для паров Na, а лишь значение  $\frac{dn}{d\lambda}$ . Определение  $n$  требует еще знания  $n_0$  в какой-то точке спектра и интегрирования значений  $\frac{dn}{d\lambda}$  дальше по спектру. Однако возможность точных измерений  $\frac{dn}{d\lambda}$  полностью окупает эту дополнительную работу. Единственное нужное значение  $n_0$  может быть легко измерено достаточно далеко от линии поглощения.

**Определение дисперсии паров атомов Na.** Как указано ниже, мы в настоящей задаче ограничиваемся отысканием только значений  $\frac{dn}{d\lambda}$ , т. е. дисперсии показателя преломления паров Na.

Для получения паров Na служит печь со стеклянными окошками, помещаемая в пучок  $I$ . В печи имеется металлический Na, который испаряется при температуре  $T \approx 400^\circ\text{C}$ . Для того (чтобы предотвра-

тить реакцию окисления паров Na, перед нагревом печи ее следует откачать до давления  $\sim 10^{-2}$  мм рт. ст. Это делается с помощью форвакуумного насоса. Чтобы не вводить дополнительной разницы хода, получающейся при откачке печи I, в пучок II помещается аналогичная трубка II, имеющая ту же длину, что и печь I. Печь I и трубка II откачиваются одновременно до одного и того же давления, контролируемого термопарным вакуумметром. После того как давление упадет до  $10^{-2}$  мм рт. ст., включают печь I и поднимают температуру до температуры испарения Na. Регулируя с помощью автотрансформатора ток в обмотке печи, добиваются нужного давления паров Na (около 0,5 мм рт. ст.). При нагреве печи все время наблюдают за интерференционной картиной. Интерференционные полосы начинают искривляться одновременно с появлением полос поглощения. Когда линии поглощения станут отчетливо видны, вводят различные компенсаторы и наблюдают «крюки».

Так как пары Na имеют две близкие полосы поглощения, то при введении стеклянной пластинки толщиной  $d$  условие (12) будет выполнено для четырех длин волн  $\lambda^I, \lambda^{II}, \lambda^{III}$  и  $\lambda^{IV}$ , т. е. будут наблюдаться четыре «крюка». Два «крюка» расположены вне интервала длин волн между линиями поглощения Na (внешние «крюки»), два других — внутри этого интервала (внутренние «крюки»). Такая картина, изображенная на рис. 440, получается лишь при большой дисперсии спектрального прибора, скрещенного с интерферометром<sup>1)</sup>. В нашей задаче спектральным прибором является призмный спектрограф с малой дисперсией. Поэтому мы не видим внутренних «крюков» и можем определить лишь положение внешних «крюков» (см. рис. 439).

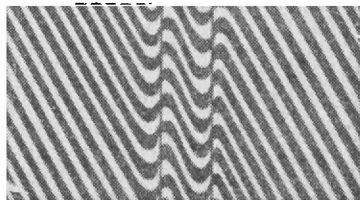


Рис. 440.

В задаче требуется найти зависимость дисперсии показателя преломления паров Na от длины волны света, т. е. зависимость  $\frac{dn}{d\lambda}$  от  $\lambda$ . Для этого нужно получить снимки «крюков» при различных толщинах стеклянной пластинки, вводимой во второе плечо интерферометра Рождественского. Пластины сделаны из стекла, показатель преломления которого  $n_{ст}$  зависит от длины волны света  $\lambda$  следующим образом:

$$n_{ст} = 1,498 + \frac{79,604}{\lambda - 1,545}, \quad (13)$$

где  $\lambda$  — длина волны в Å.

<sup>1)</sup> Рис. 440 взят из книги Рождественского (см. [2]).

Используя формулы (12) и (13), мы легко можем определить значение  $\frac{dn}{d\lambda}$ , соответствующее тем длинам волн, для которых выполнено условие (12).

Далее следует определить значения длин волн, соответствующих наружным «крюкам»  $\lambda^I$  и  $\lambda^{IV}$ . Это делается следующим образом.

Расстояние между наружными «крюками» измеряется на компараторе. Дисперсия спектрографа в этой области равна  $25 \text{ \AA/мм}$ . Используя это значение дисперсии, получают разность длин волн, соответствующих наружным «крюкам» в ангстремах ( $\lambda^{IV} - \lambda^I$ ). Эта разность складывается из трех величин: 1) разности длин волн первой линии поглощения и первого «крюка»  $\lambda_1 - \lambda^I$ , 2) разности длин волн четвертого «крюка» и второй линии поглощения  $\lambda^{IV} - \lambda_2$  и 3) разности длин волн между двумя линиями поглощения  $\lambda_2 - \lambda_1$

$$\lambda^{IV} - \lambda^I = (\lambda^{IV} - \lambda_2) + (\lambda_2 - \lambda_1) + (\lambda_1 - \lambda^I).$$

Малая дисперсия спектрографа не позволяет производить измерение разности  $\lambda^{IV} - \lambda^I$  с большой точностью. Учитывая это обстоятельство, можно считать, что  $\lambda^{IV} - \lambda_2 \approx \lambda_1 - \lambda^I$ . Поэтому  $\lambda^I \approx \lambda_1 - \frac{(\lambda^{IV} - \lambda^I) - (\lambda_2 - \lambda_1)}{2}$ . Аналогично можно вычислить  $\lambda^{IV}$ .

Разность длин волн линий поглощения  $N_a$  равна  $\lambda_2 - \lambda_1 = 6 \text{ \AA}$ .

Результаты работы оформляют в виде графика, где по оси абсцисс откладываются длины волн в ангстремах, а по оси ординат — значение  $\left(-\frac{dn}{d\lambda}\right)$  в  $\text{см}^{-1}$ .

**Практические указания при выполнении задачи 130.** Включение и выключение установки производится только в присутствии преподавателя или лаборанта. Включение и выключение установки производят в следующем порядке:

1) Включают насос. Приблизительно через 10—15 мин. поворачивают кран, соединяющий насос с вакуумной печью.

2) Включают вакуумметр и ждут, пока показания вакуумметра не поднимутся до 5—6 *мм*, что соответствует давлению  $3 \cdot 10^{-2} \text{ мм. ст.}$

3) Включают воду, которая охлаждает шлифы и вмазанное в них стекло печи. Струя воды, вытекающая из установки, должна быть толщиной 5—6 *мм*. Вода должна течь спокойно, без пузырей.

4) Включают печь. Устанавливают ток нагрева печи 3—3,2 *а*.

5) Через 15—20 мин. после включения печи снова поворотом крана отключают систему от насоса, но самый насос оставляют работать.

<sup>1)</sup> Это равенство является неточным в силу того, что обе линии поглощения имеют разную интенсивность.

6) Включают лампу ГСВД, дающую непрерывный спектр в видимой области. Для этого провода лампы соединяют с сетью постоянного тока напряжением 110 в. При помощи реостатов устанавливают ток через лампу 3,5 а.

7) Наблюдают в окуляр, расположенный на выходе спектрографа, за интерференционной картиной, получаемой при введении различных компенсационных пластин (необходимые комбинации компенсационных пластин приведены на установке). Одновременно следят за появлением линий поглощения паров Na в сплошном спектре лампы.

8) После того, как показания на вакуумметре станут 0,1—0,2 мм и линии поглощения вместе с «крюками» станут отчетливо видны в окуляр, снова визуально наблюдают изменение интерференционной картины при различных положениях компенсаторов.

9) Производят фотографирование наблюдаемой интерференционной картины.

Время экспозиции каждого спектра — 20 сек. Чтобы не наложить спектр на спектр, кассету следует передвигать через два деления, нанесенные на рамку кассетной части спектрографа.

Используются пластинки «панхром», которые обрабатываются в полной темноте: время проявления — 4 мин., время фиксирования — 5—10 мин.

Убедившись, что съемка прошла успешно, выключение установки производят в следующем порядке:

1) Выключают ток в обмотке печи.

2) Выключают насос и впускают в него воздух. Печь с парами натрия остается при этом под вакуумом. Водяное охлаждение продолжает работать в течение 40 мин.

По мере понижения давления паров Na в печи линии поглощения и «крюки» пропадают. Следует проследить за исчезновением «крюков».

После исчезновения линий поглощения выключить лампу.

**Технические данные установки.** Задача поставлена с интерферометром Рождественского и спектрографом ИСП-51, с камерой  $f = 800$  мм. Источником света служит лампа ГСВД. Вакуум в трубках I и II создается форвакуумным насосом РВН-20.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Г. С. Ландсберг, Оптика, Гостехиздат, 1957.

## СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

2. Д. С. Рождественский, Аномальная дисперсия. Изд. АН СССР, 1950.

3. А. Зоммерфельд, Оптика, ИЛ, 1954.

4. М. В. Волькенштейн, Молекулярная оптика, Гостехиздат, 1951.

## ИЗУЧЕНИЕ ЭФФЕКТА ЗЕЕМАНА

Настоящая задача посвящена изучению расщепления спектральных линий в магнитном поле (эффект Зеемана), ознакомлению с работой интерференционного спектроскопа — пластинки Люм ера — Герке и определению отношения заряда электрона к его массе ( $e/m$ ) оптическим методом.

Исследование проводится на спектральной линии кадмия  $\lambda = 6438,47 \text{ \AA}$ , дающей н о р м а л ь н ы й э ф ф е к т З е е м а н а. Эта линия, лежащая в красной области спектра, известна своей узостью и близостью расположения компонент сверхтонкой структуры. Она является так называемой нормалью первого рода, т. е. ее длина волны была непосредственно сравнена Майкельсоном с длиной эталонного метра. Такое сравнение оказалось возможным потому, что излучение этой линии обладает очень высокой степенью монохроматичности и допускает поэтому получение интерференции, соответствующей огромной разности хода до миллиона длин волн и более.

Теория нормального эффекта Зеемана, построенная на основе классических электронных представлений, подробно излагается в любом курсе оптики, и ознакомление с ней предполагается безусловно необходимым для выполнения настоящей работы (см. например, [1]). Наблюдение в нашем случае ведется перпендикулярно направлению магнитного поля, что, как известно, соответствует расщеплению спектральной линии на три компоненты. Величина расщепления линейно зависит от напряженности магнитного поля  $H$  и определяется выражением

$$\Delta\omega = \pm \frac{1}{2} \frac{e}{m} H,$$

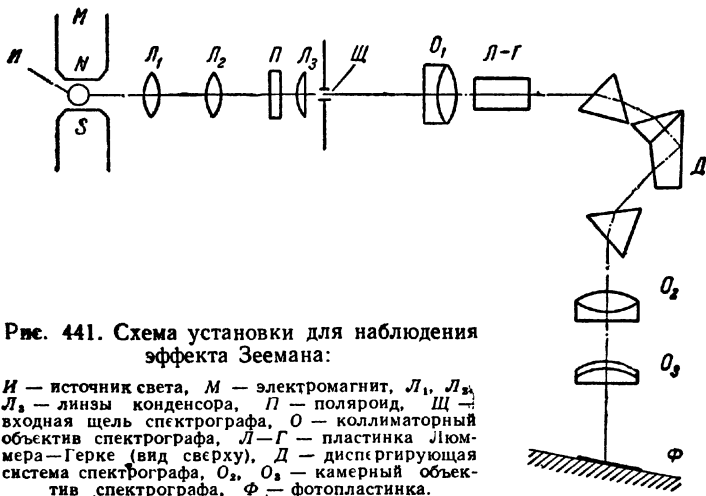
где  $\omega$  — циклическая частота спектральной линии.

Переходим непосредственно к описанию экспериментальной установки, на которой выполняется предлагаемая работа.

**Описание установки.** Схема установки показана на рис. 441. Источником света в нашем случае является газоразрядная кадмиевая лампа. Питание лампы производится от сети переменного тока напряжением 120 в через реостат, ограничивающий ток через лампу. В рабочем режиме сила тока должна равняться 1,25 а. Поджиг лампы осуществляется с помощью высокочастотной искры. Обращаем внимание на то обстоятельство, что для разгорания лампы необходимо 7—10 мин.; установление нормального режима можно контролировать по появлению характерного и интенсивного зелено-голубого свечения.

Лампа располагается между полюсами сильного электромагнита. Напряженность магнитного поля может изменяться от 0 до  $\sim 5700$  эрстед с помощью реостатов, регулирующих ток, протекающий через

обмотки электромагнита (максимальная величина тока не должна превышать 5 а). Ток через электромагнит необходимо включать и *выключать* при полностью введенных реостатах. В противном случае экстраток размыкания может вызвать пробой обмоток магнита. Ввиду технических трудностей, связанных с измерением напряженности магнитного поля во время работы (необходимость вынимать кадмиевую лампу для определения напряженности поля), к работе прилагается градуировочный график, выражающий зависимость напряженности магнитного поля от силы тока, протекающего



через обмотки электромагнита. Свет от источника концентрируется с помощью трехлинзового конденсора на входную щель спектрального прибора. Для проведения поляризационных измерений перед щелью спектрального прибора расположен поляририд, который может свободно вращаться вокруг оптической оси системы.

Ввиду малости эффекта, исследуемого в настоящей работе, спектральным прибором является прибор высокой разрешающей силы и большой дисперсии — пластинка Люмера—Герке (см. [1]). Как известно, в случае пластинки Люмера—Герке наблюдаемые интерференционные спектры соответствуют огромной разности хода, т. е. являются спектрами высокого порядка (в нашем случае  $m \approx 30\,000$ ). Ввиду этого предельная ширина спектрального интервала  $\Delta\lambda$ , при которой еще возможно получение неперекрывающихся максимумов, соответствующих разным длинам волн, очень мала. Этот интервал носит название дисперсионной области интерференционного спектроскопа, и его величина определяется выражением

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{m},$$

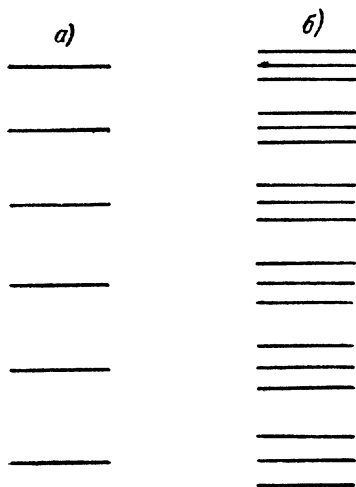
где  $\lambda$  — длина волны исследуемого участка спектра. Таким образом, из изложенного выше вытекает необходимость дополнительной монохроматизации исследуемого излучения. В нашем случае используется принцип скрещенных спектральных приборов, а именно пластинки Льюммера—Герке и трехпризменного стеклянного спектрографа. Термин «скрещенные приборы» означает, что направления их дисперсий взаимно перпендикулярны, причем функция спектрографа заключается в раздвигании спектральных линий различных длин волн по горизонтальному направлению и устранении таким образом возможного перекрытия интерференционных максимумов, соответствующих различным спектральным линиям.

Обращаем внимание на то обстоятельство, что при работе по методу скрещенных приборов месторасположение интерференционного спектроскопа несущественно. Он может находиться или после коллиматорного объектива спектрографа, или после призменной части, или, наконец, после кассетной плоскости спектрографа (в последнем случае необходим дополнительный объектив, посылающий приблизительно параллельный пучок света на интерференционный спектроскоп). В нашем случае пластинка Льюммера—Герке расположена между коллиматорным объективом спектрографа и призмами (рис. 441). Ввиду большой чувствительности пластинки Льюммера—Герке к колебаниям окружающей

температуры, вызывающим смещение спектра во время экспозиции и его искажение, пластинка помещена в специальный кожух, защищающий ее от вредных температурных воздействий. (С внешнего видам пластинки можно ознакомиться по образцу, прилагаемому к работе.) В кассетной плоскости спектрографа получается весь видимый спектр с высоким разрешением в направлении дисперсии пластинки Льюммера—Герке. Преимуществом описанной установки является возможность наблюдения эффекта Зеемана и на других линиях кадмиевого спектра. Однако эти линии обладают аномальным эффектом, теоретическое объяснение которого требует привлечения квантовомеханических представлений. Ввиду того, что эти вопросы выходят за рамки общего курса физики, все измерения проводятся только на линии 6438,47 Å. Необходимо

Рис. 442. Интерференционные спектры при скрещенных дисперсиях пластинки Льюммера—Герке и спектрографа:

а) спектры в отсутствие магнитного поля; б) расщепление спектральной линии при наложении магнитного поля.





отметить, что в осуществленной установке пластинки наблюдаются интерференционные максимумы, расположенные только по одну сторону от центра интерференционной картины (рис. 442). Такая установка связана с тем обстоятельством, что пластинка Люммера — Герке обладает весьма большой угловой дисперсией и для получения достаточного количества интерференционных максимумов, расположенных по разные стороны от центра интерференционной картины, требуется, чтобы входная щель спектрографа была очень высокой. При такой высоте щели камерный объектив спектрографа вносит существенные искажения в наблюдаемую картину. Кроме того, большая центральная часть интерферограммы, где нет интерференционных максимумов, вообще не используется.

Приводим основные характеристики пластинки, рассчитанные для длины волны  $6438,47 \text{ \AA}$ :

дисперсионная область	—	$0,265 \text{ \AA}$ ,
угловая дисперсия	—	$10^2 \text{ рад/\AA}$ ,
разрешающая способность	—	$2 \cdot 10^5$ .

### Упражнение I

#### Качественное исследование влияния магнитного поля на структуру спектральной линии и состояния поляризации компонент структуры

Заряжают две кассеты фотопластинками, которые необходимо получить у лаборанта практикума. С помощью лаборанта зажигается кадмиевая лампа. После установления нормального режима ее горения визуально, с помощью лупы, наблюдается вид интерференционного спектра в отсутствие магнитного поля.

Включается ток через обмотки электромагнита. Постепенно увеличивая ток, наблюдают изменения, происходящие со спектральной линией. При напряженности магнитного поля  $\sim 4000$  эрстед устанавливают перед щелью спектрографа поляроид, на оправе которого указано направление колебаний электрического вектора в световой волне, пропущенной через поляроид. Вращая поляроид, определяют состояния поляризации центральной и двух боковых компонент.

После проведения визуальных наблюдений вставляют кассету с фотопластинкой в кассетную часть спектрографа и производят на ней четыре снимка в следующей последовательности:

1. В отсутствие магнитного поля (без поляроида).
2. При наложении магнитного поля  $\sim 4000$  эрстед (без поляроида).
3. При наложении того же поля с поляроидом, расположенным так, что он пропускает только центральную компоненту спектральной линии ( $\pi$ -компоненту).

4. При наложении поля с поляроидом, расположенным так, что оказываются пропущенными только боковые компоненты ( $\sigma$ -компоненты).

Времена экспозиции, положения кассеты, соответствующие разным снимкам, и режим обработки фотопластинки указаны в таблице, прилагаемой к установке. В настоящей работе используются панхроматические фотопластинки. Поэтому заряжать кассету и проявлять фотопластинку необходимо в полной темноте. После фиксирования фотопластинка должна быть тщательно промыта в холодной проточной воде и высушена. Полученная пластинка прилагается к отчету о работе.

### Упражнение 2

#### Исследование зависимости величины расщепления спектральных линий от напряженности магнитного поля и определение отношения заряда электрона к его массе

С помощью поляроида выделяются только  $\sigma$ -компоненты исследуемой спектральной линии. На фотопластинку снимают последовательно спектр без наложения магнитного поля и при наложении поля, соответствующего току через обмотки электромагнита 1, 2, 3, 4 и 5 а. Экспозиции и положения кассеты указаны в таблице, прилагаемой к установке. Обработка фотопластинки аналогична описанной в упражнении 1.

После того, как пластинка высушена, приступают к определению величины расщепления, соответствующего различной напряженности магнитного поля.

Обработка результатов производится следующим образом. На компараторе определяют положения компонент линии в разных порядках интерференции (см. задачу 125). Необходимо промерять по 5 порядков для каждой спектрограммы.

Метод расчета односторонних максимумов основан на том, что с достаточно высокой степенью точности можно принять, что максимумы пластинки Льюммера — Герке обладают параболической дисперсией, т. е. расстояния между максимумами изменяется по параболическому закону (см. [2], гл. 12). Вывод расчетной формулы довольно сложен и мы приводим здесь только окончательный результат. Пусть  $A_1, B_1; A_2, B_2; A_3, B_3$  и т. д. — отсчеты на компараторе для компонент в последовательных порядках. Введем обозначения:

$$\begin{aligned} A_2 - A_1 &= \Delta_{1A}, \\ A_3 - A_2 &= \Delta_{2A}, \\ B_2 - B_1 &= \Delta_{1B}, \\ B_3 - B_2 &= \Delta_{2B}, \\ B_1 - A_1 &= \Delta_1, \\ B_2 - A_2 &= \Delta_2. \end{aligned}$$

Тогда расстояние между компонентами  $A$  и  $B$  в долях дисперсионной области пластинки Люммера — Герке определится следующим выражением:

$$dn_{AB} = \frac{\frac{1}{\Delta_{1A}} + \frac{1}{\Delta_{1B}}}{\frac{1}{\Delta_1} + \frac{1}{\Delta_2}} = \frac{\frac{1}{\Delta_{2A}} + \frac{1}{\Delta_{2B}}}{\frac{1}{\Delta_2} + \frac{1}{\Delta_3}} = \dots$$

Для удобства вычислений предлагаем свести результаты измерений в следующую таблицу (одновременно приводим пример расчета):

$A_i$	6,70	7,50	8,20	8,83	9,40
$B_i$	6,99	7,75	8,42	9,02	9,58
$\Delta_i$	0,29	0,25	0,22	0,19	0,18
$\Delta_{1A}$	0,80	0,70	0,63	0,57	
$\Delta_{1B}$	0,76	0,67	0,60	0,56	

Внутри каждого треугольника расположены данные, необходимые для вычисления одного значения расщепления

$$dn_{AB_1} = \frac{\frac{1}{0,80} + \frac{1}{0,76}}{\frac{1}{0,29} + \frac{1}{0,25}} = 0,34,$$

$$dn_{AB_2} = \frac{\frac{1}{0,70} + \frac{1}{0,67}}{\frac{1}{0,25} + \frac{1}{0,22}} = 0,34,$$

$$dn_{AB_3} = \frac{\frac{1}{0,63} + \frac{1}{0,60}}{\frac{1}{0,22} + \frac{1}{0,19}} = 0,33,$$

$$dn_{AB_4} = \frac{\frac{1}{0,57} + \frac{1}{0,56}}{\frac{1}{0,19} + \frac{1}{0,18}} = 0,33,$$

$$dn_{AB_{cp}} = 0,335.$$

Напоминаем, что вычисленная величина расщепления выражена в долях дисперсионной области. Поэтому для определения расщепления в ангстремах необходимо умножить  $dn_{AB_{cp}}$  на величину дисперсионной области  $\Delta\lambda$ , которая в нашем случае

равна  $0,265 \text{ \AA}$ . Таким образом, получим  $\delta\lambda = dn_{\text{дв}} \cdot \Delta\lambda = 0,335 \cdot 0,265 = 0,089 \text{ \AA}$ . По результатам вычислений необходимо построить график, выражающий зависимость величины расщепления от напряженности магнитного поля. Напряженность магнитного поля определяется из графика зависимости напряженности поля от силы тока, протекающего через обмотки магнита. График прилагается к установке.

Надо иметь в виду, что величины вычисленных расщеплений соответствуют расстояниям между двумя крайними компонентами ( $\sigma$ -компонентами). Поэтому полученные результаты для  $\delta\lambda$  необходимо разделить на 2, чтобы получить разность длин волн между смещенной и несмещенной компонентами. График зависимости расщепления от напряженности поля строится в координатах  $\delta'\lambda$ ,  $H$ , где  $\delta'\lambda = \delta\lambda/2$ . После того, как вычислены значения  $\delta'\lambda$ , можно найти отношение  $e/m$  по формуле

$$\delta'\lambda = \frac{\lambda^2}{4\pi c} \frac{e}{m} H,$$

где  $c$  — скорость света. Расчеты надо произвести для всех четырех значений  $H$  и взять среднее из полученных результатов.

### Упражнение 3

#### Определение практической разрешающей силы пластинки Люммера — Герке

Приведенное выше значение разрешающей силы пластинки Люммера — Герке вычислено в предположении строгой монохроматичности спектральной линии (линия обладает нулевой шириной) и отсутствия всяких дефектов в изготовлении спектрального прибора. Определенная таким образом разрешающая сила носит название *теоретической разрешающей силы* и может несколько отличаться от истинной или *практической разрешающей силы* для линий, обладающих конечной шириной. Для красной линии кадмия, ввиду ее узости, это отличие невелико.

Для определения практической разрешающей силы поступают следующим образом. С помощью поляроида выделяются только  $\sigma$ -компоненты исследуемой спектральной линии. Медленно увеличивают ток через обмотки электромагнита и с помощью лупы наблюдают за поведением спектральной линии. Фиксируют момент, когда линия становится видимой как дублет (двойная линия), и отмечают значение силы тока через обмотки магнита, соответствующее этой напряженности магнитного поля. С помощью градуировочного графика, прилагаемого к работе, определяют напряженность магнитного поля, при котором обе компоненты видны раздельно. По графику, полученному в упражнении 2 и выражающему зави-

симость величины расщепления от напряженности магнитного поля, определяют минимальное наблюдаемое расщепление. Необходимо только помнить, что на последнем графике отложена величина расщепления, соответствующая расстоянию от несмещенной компоненты до смещенной. Поэтому значение, взятое из графика, надо умножить на 2.

Величина, определенная описанным выше способом, является пределом разрешения пластины Люммера — Герке, применяемой в настоящей задаче для исследуемой спектральной линии. Как известно, для получения разрешающей силы надо разделить длину волны изучаемой спектральной линии на предел разрешения.

**Технические данные установки.** Источником света в настоящей задаче является спектральная кадмиевая лампа типа ДКДС-20, изготовленная на Московском электроламповом заводе. Лампа работает в сети переменного тока напряжением 120 в, ток через лампу 1,25 а.

В задаче применяется электромагнит системы Акулова, выпускаемый небольшими сериями в экспериментальных мастерских МГУ. В качестве спектрального прибора используется стеклянная пластинка Люммера — Герке, изготовленная в Государственном оптическом институте (интерферометр ИТ-19), в сочетании со спектрографом ИСП-51. Фокусное расстояние камерного объектива спектрографа 270 мм. Пластинка снабжена приспособлениями для ее монтажа в спектрографе ИСП-51. Описанная установка без всяких изменений может применяться для исследования эффекта Зеемана и на других спектральных линиях. В частности, в условиях специального оптического практикума она может быть использована для изучения аномального эффекта в тех случаях, когда разрешающая способность установки достаточна для разделения весьма тесно расположенных компонент аномального эффекта.

Сообщаем некоторые сведения о наиболее интенсивных линиях кадмия, расположенных в видимой области спектра:

1. Линия 6438,47 Å ( $5p^1P_1 - 5d^1D_2$ ) синглетная и в магнитном поле дает нормальный триплет.

2. Линия 5085,82 Å ( $5p^3P_2 - 6s^3S_1$ ) расщепляется в магнитном поле на 9 зеемановских компонент. Фактор Ланде для уровня  $^3P_2$  равен  $3/2$ , для уровня  $^3S_1$  равен 2. Ввиду обилия компонент, наблюдение эффекта Зеемана на этой линии с помощью описанной установки невозможно.

3. Линия 4799,91 Å ( $5p^3P_1 - 6s^3S_1$ ) дает 6 зеемановских компонент, две из которых являются  $\pi$ -компонентами, остальные  $\sigma$ -компонентами. Постоянная Ланде для уровня  $^3P_1$  равна  $3/2$ . Отчетливо наблюдаются  $\pi$ -компоненты;  $\sigma$ -компонент наблюдается только две, так как они попарно расположены весьма близко друг к другу и не могут быть разрешены с помощью применяемой пластины Люммера — Герке.

4. Линия 4678,149 Å ( $5p^3P_0 - 6s^3S_1$ ) обнаруживает в магнитном поле только три компоненты, что связано с отсутствием вырождения уровня  $^3P_0$ . Расщепление в этом случае в 2 раза больше нормального и хорошо наблюдается.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Г. С. Ландсберг, Оптика, Гостехиздат, 1957.
2. С. Толанский, Спектроскопия высокой разрешающей силы, ИЛ, 1955.

## ЗАДАЧА 132

ИЗУЧЕНИЕ ОСНОВНЫХ ЗАКОНОВ ВНЕШНЕГО  
ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЭФФЕКТА

Явление внешнего фотоэлектрического эффекта было впервые изучено в Московском университете профессором физико-математического факультета А. Г. Столетовым в 1888 г. В закономерностях этого явления отчетливо проявляются квантовые свойства света. В настоящее время явление фотоэффекта находит широкое техническое применение.

Задача посвящена изучению основных закономерностей явления:

- 1) исследованию зависимости фототока от освещенности фотокатода,
- 2) исследованию зависимости силы фототока от величины приложенного к фотоэлементу напряжения,
- 3) установлению красной границы фотоэффекта и определению работы выхода электронов с поверхности фотокатода.

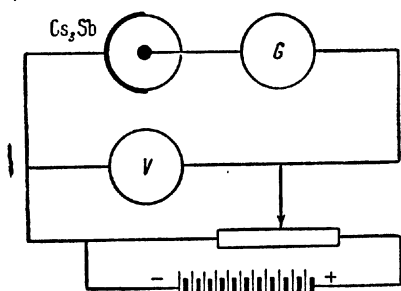


Рис. 443.

Описание экспериментальной установки, используемой в упражнениях 1 и 2. Для проведения намеченных исследований в задаче используется вакуумный фотоэлемент с сурьмяно-цезиевым катодом. Этот фотоэлемент представляет собой стеклянный

откачанный сферический баллон, в центре которого расположен анод фотоэлемента (рис. 443). На одну половину внутренней поверхности баллона нанесен тонкий слой сурьмы, а затем тонкий слой цезия путем последовательной конденсации паров этих металлов в вакууме. Образующееся соединение сурьмы и цезия  $Cs_3Sb$  служит фотокатодом фотоэлемента. Красная граница фотоэффекта для этого катода находится в видимой части спектра, что часто бывает важно в практическом отношении. Электрические выводы от катода и анода впаяны в нижнюю часть баллона фотоэлемента и смонтированы в его цоколь. Фотоэлемент такого устройства, специально для его осмотра, помещен в особый ящик со стеклянной крышкой, находящийся в практикуме на рабочем столе, рядом с описываемой измерительной установкой.

Работает фотоэлемент следующим образом. Исследуемый световой поток направляется на фотокатод. Электроны, вырываемые светом с освещаемого фотокатода, летят на анод, ускоряемые электрическим полем, создаваемым за счет наложения на фотоэлемент напряжения от внешнего источника электродвижущей силы. Сила тока через фотоэлемент зависит от светового потока.

Принципиальная схема включения в электрическую цепь вакуумного фотоэлемента приведена на рис. 443. Практически в этой схеме батарея теперь почти всегда заменяется выпрямителем переменного тока. В нашей установке используется схема включения фотоэлемента, приведенная на рис. 444. Эта схема допускает изменение напряжения, подаваемого на фотоэлемент, и измерения фототока.

Токоизмерительным прибором служит магнитоэлектрический микроамперметр со световым указателем. Отклонение указателя на все 100 делений шкалы прибора соответствует току  $1 \cdot 10^{-6}$  а.

Далее, в ходе снятия характеристик фотоэлемента (см. ниже описания упражнений 1 и 2) приходится изменять напряжение на

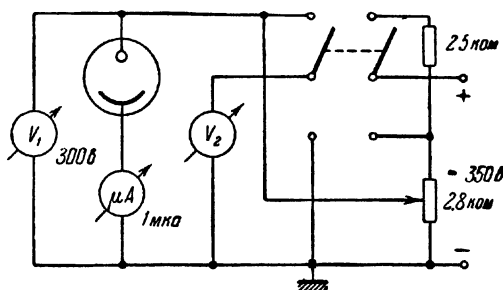


Рис. 444.

фотоэлементе в широких пределах. Так как не существует вольтметров, которые бы позволяли без переключений добавочных сопротивлений с одинаковой точностью измерять и малые (от 0 до 30 в) и большие (до 300 в) напряжения, то для выполнения всей задачи целесообразно использовать два различных вольтметра, включаемых в схему по мере надобности. Соответственно этому условию необходимо подавать в схему и различные напряжения, всякий раз соответствующие диапазону допустимых напряжений для включенного в данный момент вольтметра.

Как видно из приведенной схемы, эти требования удовлетворяются введенным в схему двухполюсным перекидным рубильником и дополнительным постоянным сопротивлением в 25 ком, включаемым последовательно с регулируемым\* проволочным делителем напряжения 2,8 ком. При верхнем положении рубильника на проволочный реостат подано от выпрямителя пониженное напряжение и соответственно к катоду фотоэлемента присоединен низковольтный вольтметр. При нижнем положении перекидного рубильника на проволочный реостат подано с выпрямителя полное напряжение, а низковольтный вольтметр отключен и закорочен для предохранения его от высоких напряжений. Высоковольтный вольтметр, разумеется, остается всегда включенным параллельно фотоэлементу.

но при подаче на последний низких напряжений он практически не пригоден для измерений. Как и в схеме на рис. 443, в нашей установке вольтметры включены между движком реостата и минусом источника высокого напряжения. Такое включение оказывается возможным потому, что на сопротивлении микроамперметра ( $10^5$  ом) падает при максимальном токе через фотоэлемент  $10^{-6}$  а не более 0,1 в, что составляет менее 1% измеряемого напряжения. Поэтому с точностью, вполне достаточной для наших целей, показания вольтметров соответствуют напряжению на фотоэлементе.

Питание всей электрической схемы осуществляется от выпрямителя, включенного в сеть через феррорезонансный стабилизатор напряжения. Наличие высокого постоянного напряжения на выходных клеммах выпрямителя исключает возможность каких-либо переключений или проверок контактов в схеме при включенном выпрямителе. При всех недоразумениях в этом случае надлежит немедленно выключать выпрямитель и обращаться за разъяснениями к дежурному лаборанту.

Фотоэлемент, применяемый в первых двух упражнениях, помещен в специальный светозащитный кожух, установленный на рейтере оптической скамьи. Кожух этот имеет короткий тубус, через который может проходить свет на фотоэлемент. Доступ света через этот тубус может закрываться шторкой, приводимой в движение вращением головки кожуха фотоэлемента. На этой головке обозначено, при каком ее положении шторка открыта и при каком — закрыта.

Перед фотоэлементом, на рейтере, может быть установлена светозащитная труба, предохраняющая фотоэлемент от попадания на него света, рассеянного в комнате. Но тем не менее все измерения с фотоэлементом и подача на него напряжения допустимы только в затемненной комнате.

На третьем рейтере той же оптической скамьи установлена маленькая лампочка накаливания (13 в, 15 вт), питаемая от понижающего трансформатора, включенного в феррорезонансный стабилизатор напряжения. В цепи лампочки имеется амперметр и реостаты для регулирования и измерения тока в лампочке. Эта лампочка служит источником света, с которым выполняются первые два упражнения задачи. Линейные размеры спирали лампочки малы, по сравнению даже с минимальным расстоянием лампочки до фотоэлемента (длиной светозащитной трубы). Поэтому лампочка может рассматриваться как точечный источник света.

Вдоль оптической скамьи расположена метровая линейка, позволяющая измерять все необходимые расстояния между расположенными на скамье приборами. Перед началом работы необходимо убедиться в том, что фотоэлемент, светозащитная труба и лампочка расположены на одном уровне.



### *Упражнение 1*

#### **Изучение зависимости силы фототока от освещенности фотокатода**

Сущность этого упражнения заключается в том, чтобы изменять по определенному закону освещенность фотокатода и вести параллельно измерения силы фототока.

После общего ознакомления с установкой студенты просят дежурного лаборанта включить в сеть феррорезонансный стабилизатор напряжения и установленные на столе вспомогательные розетки. Включают в эти розетки вилки шланговых проводов, идущих от осветительных лампочек и от микроамперметра со световым указателем. Убеждаются в нулевом отсчете на микроамперметре. При невыполнении этих условий обращаются за указаниями к дежурному лаборанту. Включают лампочку, установленную на рейтере оптической скамьи, и путем регулировки ее реостатов устанавливают в ней ток около  $0,9\text{ а}$ . Помещают лампочку на расстоянии  $40\text{ см}$  от фотоэлемента. Вращением головки кожуха фотоэлемента закрывают шторкой доступ света на фотоэлемент. Устанавливают перекидной рубильник в нижнее положение и включают выпрямитель.

С помощью проволочного реостата, делителя напряжения, подают на фотоэлемент напряжение около  $150\text{ в}$ , с тем чтобы заведомо обеспечить его работу в режиме тока насыщения. Убеждаются в том, что в этих условиях, при закрытой шторке фотоэлемента, темновой ток через микроамперметр не превышает  $1\text{--}2$  делений шкалы этого прибора.

Медленным вращением головки кожуха фотоэлемента открывают его шторку, наблюдая за показаниями микроамперметра. Если отклонения светового указателя этого прибора не выходят за пределы его шкалы, то установка готова к измерениям. В случае, если открывание шторки фотоэлемента приводит к резким выбросам показаний микроамперметра, то выясняют и устраняют причину излишней засветки фотоэлемента: перекал сверх рекомендованного режима рабочей лампочки на оптической скамье, посторонний свет в комнате. При нормальных условиях фототок при рекомендованном режиме должен измеряться отклонением светового указателя микроамперметра почти на всю шкалу этого прибора. Перекрывая рукой или бумагой доступ света от лампочки на фотоэлемент, убеждаются, что фототок вызван светом лампочки. После установления постоянного режима работы всех приборов записывают показания микроамперметра, напряжение на фотоэлементе и положение лампочки на оптической скамье, а также ток через лампочку, который в ходе этого упражнения должен поддерживаться строго постоянным. Удаляя по этапам, каждый раз на  $5\text{ см}$ , лампочку от фотоэлемента до конца оптической скамьи, записывают показания микроамперметра для

каждого положения лампочки. Затем повторяют те же измерения, возвращая лампочку теми же этапами в ее первоначальное положение.

Закрыв шторкой доступ света на фотоэлемент, убеждаются в том, что сохранилось допустимое значение темнового тока в цепи фотоэлемента.

Усредненные результаты сделанных измерений обрабатываются следующим образом.

Принимая лампочку за точечный источник света, можно считать, что освещенность фотокатода изменяется обратно пропорционально квадрату расстояния лампочки от фотоэлемента. Пусть  $E_1$  — освещенность фотокатода при максимальном удалении лампочки от фотоэлемента, тогда освещенность фотокатода при каком-то  $n$ -м положении лампочки будет равна  $E_n = E_1 \frac{R_1^2}{R_n^2}$ , где  $R_1$  — максимальное расстояние фотоэлемента от лампочки, а  $R_n$  — расстояние от  $n$ -го положения лампочки.

Откладывая по оси абсцисс прямоугольной системы координат величины, пропорциональные  $\frac{R_1^2}{R_n^2}$ , а по оси ординат — величины фототоков, соответствующие значениям  $\frac{R_1^2}{R_n^2}$ , и соединяя непрерывной линией полученные таким образом точки, получаем графически зависимость силы фототока от относительной освещенности фотокатода. Можно иллюстрировать полученные результаты и построением графика в логарифмическом масштабе, откладывая по оси ординат логарифмы силы фототока, а по оси абсцисс —  $2 \lg R$ .

## Упражнение 2

### Получение вольтамперной характеристики вакуумного фотоэлемента

Зависимость силы фототока в фотоэлементе от величины наложенного на него напряжения (при неизменной освещенности фотокатода) называется вольтамперной характеристикой фотоэлемента.

Упражнение выполняется с той же схемой расположения приборов, указанной на рис. 444. Сначала вновь контролируется нормальная работа фотоэлемента (отсутствие рассеянного в комнате света и т. д.).

Помещая лампочку последовательно на расстояниях 35, 45 и 60 см от фотоэлемента, проделявают для каждого положения лампочки следующие измерения.

При помощи перекидного рубильника переходят к режиму работы с пониженным напряжением на фотоэлементе и к измерениям этого напряжения низковольтным вольтметром. Устанавливают нулевое напряжение на фотоэлементе.

Открыв шторку фотоэлемента и поддерживая режим горения лампочки неизменным, изменяют постепенно, по этапам, величину поданного на фотоэлемент напряжения. Записывают показания микроамперметра для каждого значения установленного напряжения.

Напряжение на фотоэлементе повышают таким образом вплоть до получения ярко выраженного эффекта насыщения фототока; при дальнейшем увеличении напряжения фототок не увеличивается.

Получив ток насыщения, понижают по этапам напряжение на фотоэлементе и повторяют те же измерения, которые были выполнены в процессе повышения напряжения. Подобные измерения проделывают для всех трех указанных выше расстояний лампочки от фотоэлемента.

Изменять напряжение на фотоэлементе при снятии описанным образом его вольтамперных характеристик следует, очевидно, тем меньшими этапами, чем круче идет подъем зависимости силы фототока от величины поданного на фотоэлемент напряжения. Режим горения лампочки в настоящем упражнении поддерживается таким же, как и в первом упражнении.

Результаты измерений представляют в виде графиков, изображающих зависимость фототока от величины наложенного на фотоэлемент напряжения. При построении графика используются результаты, полученные при повышении напряжения на фотоэлементе, а также результаты, полученные при его понижении.

### *Упражнение 3*

#### **Определение красной границы фотоэффекта и работы выхода электронов**

Целью этого упражнения является установление той длины волны света, освещающего данный фотокатод, при которой прекращается эмиссия с него электронов.

Экспериментальная установка, используемая в упражнении 3. Для того чтобы иметь возможность изменять длину волны света, освещающего фотоэлемент, служит монохроматор. Принципиальная схема призменного монохроматора, используемого в настоящей задаче, приведена на рис. 445. На входную щель монохроматора падает через соответствующие конденсоры белый свет от лампочки накаливания. Призма монохроматора осуществляет его спектральное разложение. Из выходной щели монохроматора выходит лишь некоторый узкий спектральный интервал первоначального сплошного спектра лампочки накаливания. Вращением призмы монохроматора, установленной на столике в центре прибора, можно направлять в его выходную щель разные участки спектра. Помещая фотоэлемент за выходной щелью прибора, можно освещать фотокатод пучком света, близким к монохроматическому.

Ввиду того, что интенсивность монохроматического света, выпускаемого монохроматором, мала по сравнению со светом, входящим в монохроматор, правильная юстировка осветительной системы монохроматора приобретает особое значение во всех случаях его использования.

Входная щель монохроматора освещается светом 12-вольтовой лампочки с длинной прямой спиралью мощностью 35 *вт*. Лампочка расположена на оптической скамье, в особом кожухе на рейтере.

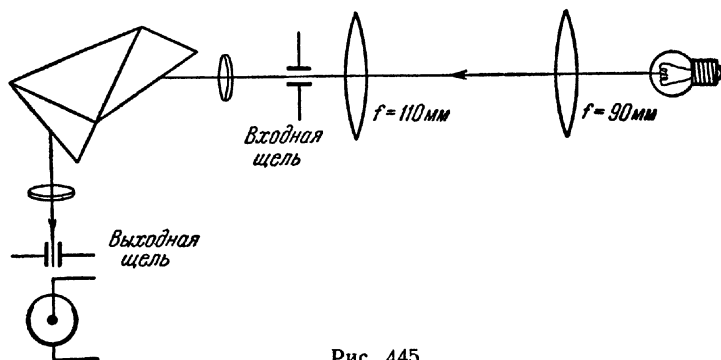


Рис. 445.

Питание лампочки осуществляется от феррорезонансного стабилизатора напряжения через понижающий трансформатор.

Осветительная система монохроматора в практикуме, как правило, уже установлена и студентам не приходится производить все описанные выше операции с самого начала. Обычно бывает достаточно для получения в приборе максимума света лишь немного отрегулировать положение конденсора перед щелью при помощи его поперечных салазок, приводя яркий блик света на центр входной щели прибора. Однако ясное представление о юстировке осветительной системы монохроматора (а в сущности и спектрографа) студентам обязательно надо иметь (см. указания в конце задачи). Ширины щелей монохроматора установлены равными  $0,8\text{ мм}$ , что обеспечивает выход из монохроматора (в спектральной области, близкой к красной границе исследуемого фотоэлемента) светового пучка, монохроматичность которого достаточна для целей, преследуемых в этом упражнении.

Барaban, вращающий столик с призмой, дающей спектральное разложение, прокалиброван в градусах. Пересчет градусных делений на барабане в длины волн делается по прилагаемому к задаче графику калибровки барабана.

У выходной щели монохроматора, в кожухе (идентичном с тем, который применяется в первых двух упражнениях) на рейтере, помещается фотоэлемент, красная граница фотокатода которого

подлежит определению. Однако малый световой поток, выходящий из щели монохроматора, приводит к необходимости работать с фотоэлементом в данном случае совсем иначе, чем в первых двух упражнениях. Прямое измерение фототока с помощью микроамперметра становится здесь уже невозможным. На выход фотоэлемента должен быть включен усилитель с электронной лампой. Более того, в этом случае применяется и фотоэлемент другой конструкции, хотя с тем же сурьмяно-цезиевым катодом, как и в предшествующем случае. Опишем сначала особенности применяемого фотоэлемента.

Здесь применяется так называемый фотодинатрон — фотоэлемент с внутренним усилением первичного фототока за счет вторичной эмиссии электронов с дополнительного (третьего) электрода фотоэлемента — эмиттера.

Схема устройства и включения фотодинатрона в схему усилителя изображена на рис. 446. Кроме того, экземпляр фотодинатрона помещен вместе с фотоэлементом в ящике со стеклянной крышкой специально для осмотра на столе около монохроматора. Работает фотодинатрон следующим образом. Световой поток освещает фотокатод, с которого и происходит эмиссия фотоэлектронов, также как и в обычном вакуумном фотоэлементе. Вырванные световым потоком с поверхности фотокатода электроны движутся под действием ускоряющего поля к аноду, но большая часть их проходит через сетчатый анод и достигает эмиттера, преодолевая встречное поле между анодом и эмиттером. Разность потенциалов между анодом и эмиттером меньше разности потенциалов между катодом и анодом. Попадающие на эмиттер электроны выбивают с его поверхности вторичные электроны. Эти электроны малой энергии ускоряются полем, направленным от эмиттера к аноду, и собираются анодом. Если коэффициент вторичной эмиссии электронов <sup>1)</sup> с эмиттера больше единицы, то сила тока в цепи анода будет больше первичного фототока с катода, вызванного непосредственно действием освещения. В этом и заключается сущность использования явления вторичной эмиссии электронов для усиления фототоков. На этом принципе основана работа современных электронных фотоумножителей (см. описание задачи 133). В благоприятных условиях этим путем можно получить усиление первичного фототока в 7—8 раз, на одном каскаде усиления простейшего фотодинатрона. В многокаскадных фотоумножителях коэффициент усиления достигает миллиона.

Для нас в данном случае существенно, что применяемый принцип усиления фототока никак не затрагивает вопроса об изучаемой нами красной границе фотоэффекта на катоде. Ее положение в спектре определяется исключительно свойствами самого фотокатода.

---

<sup>1)</sup> Коэффициентом вторичной эмиссии электронов называют отношение числа эмитированных электронов к числу падающих на эмиттер.

Но усиление, даваемое самим фотодинатроном, все же недостаточно при работе с монохроматором. Поэтому ток с анода фотодинарона еще раз усиливается при помощи балансного усилителя на двойном триоде, изображенного на том же рис. 446.

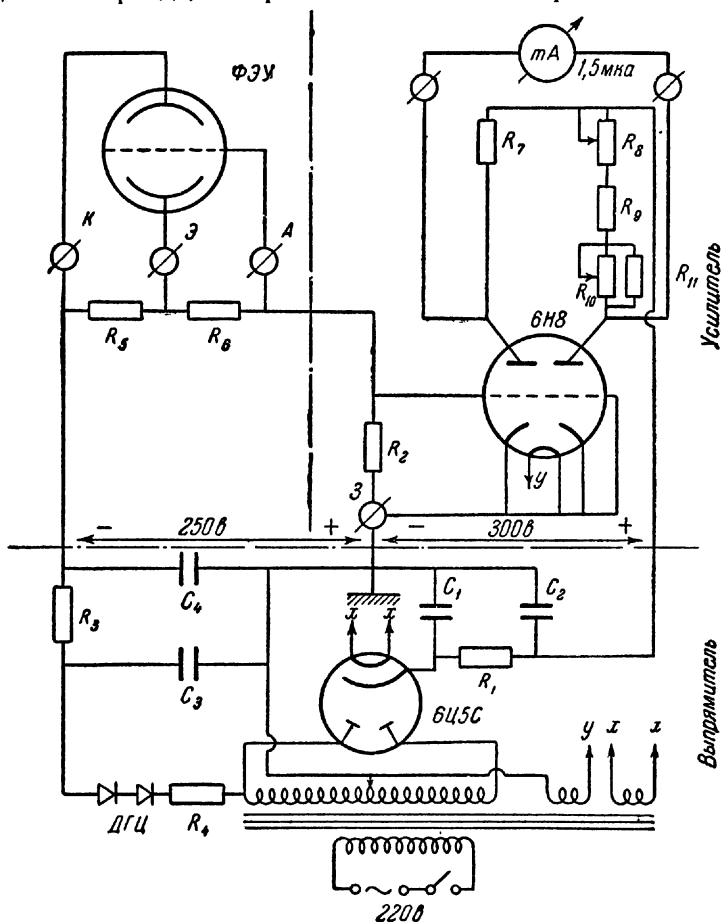


Рис. 446. Схема включения фотодинарона с усилителем:

$R_1 = 3 \text{ ком}$ ,  $R_2 = 10 \text{ Мом}$ ,  $R_3 = 12,5 \text{ ком}$ ,  $R_4 = 500 \text{ ом}$ ,  $R_5, R_6 = 100 \text{ ком}$ ,  $R_7 = 8,2 \text{ ком}$ ,  $R_8 = 1 \text{ ком}$ ,  $R_9 = 8,2 \text{ ком}$ ,  $R_{10} = 5 \text{ ком}$ ,  $R_{11} = 6,8 \text{ ком}$ ,  $C_1 = 30 \text{ мкф}$ ,  $C_2 = 30 \text{ мкф}$ ,  $C_3 = 0,1 \text{ мкф}$ ,  $C_4 = 0,1 \text{ мкф}$ .

Принцип действия этого усилителя состоит в следующем. При отсутствии внешних напряжений на сетках двойного триода потенциалы его анодов оказываются одинаковыми и через миллиамперметр, включенный между анодами ламп, тока нет. Если же на одну из сеток подать какое-либо напряжение, то в результате из-

менения силы анодного тока изменится и потенциал соответствующего анода и через миллиамперметр потечет ток, пропорциональный приложенному к сетке напряжению. Напряжение на сетке изменяется в результате того, что фототок проходит через сеточное сопротивление одного из триодов. Большое значение этого сопротивления ( $10^7$  ом) обеспечивает существенные изменения напряжения на сетке при слабых фототоках.

Выпрямитель для питания фотодинатрона и усилителя смонтирован на одном закрытом шасси вместе с усилителем. На переднюю стенку этого шасси выведены ручки управления потенциометрами  $R_8$  и  $R_{10}$  и клеммы проводов для соединения всего блока с фотодинатроном, стоящим на рейтере у выходной щели выпрямителя.

Правила пользования усилителем вытекают из принципа его работы. После включения питания усилителя, в отсутствие исследуемого тока через сеточное сопротивление усилителя (в нашем случае с затемненным фотодинатроном), потенциометрами  $R_8$  и  $R_{10}$  (один из которых служит для грубой, а другой для тонкой регулировки) приводят стрелку миллиамперметра на нуль. Этим добиваются того, чтобы оба триода работали в одинаковом режиме. После чего подают на вход усилителя исследуемый фототок.

Надо иметь в виду, что на фотодинатрон подается значительное постоянное напряжение (около 300 в), поэтому любые переключения проводов в схеме категорически воспрещаются при включенном питании. Со всеми недоразумениями надо обращаться к дежурному лаборанту.

**Измерения и их обработка.** Закрывают доступ света на фотодинатрон и включают лампу на скамье монохроматора и усилитель, с тем, чтобы в нем установился после прогрева стационарный режим.

Устанавливают на барабане монохроматора отсчет  $2350^\circ$ , соответствующий длине волны  $5700 \text{ \AA}$ . Эта длина волны отвечает максимальной чувствительности применяемого фотокатода. При помощи второго (ближайшего к монохроматору) конденсора приводят световой блик от лампы на щель монохроматора. Прогревают усилитель в течение 5—10 минут, а затем с помощью обозначенных на его панели ручек потенциометров приводят к нулю показания измерительного прибора, включенного на выход усилителя, и убеждаются в достигнутой уже стабильности нулевого отсчета. Если этот отсчет недостаточно стабилен, то продолжают прогрев усилителя.

Открывают доступ света на катод фотодинатрона и наблюдают отклонения стрелки на измерительном приборе усилителя. При нормальной работе всей системы стрелка должна отклоняться на всю шкалу прибора. При забросе стрелки прибора за пределы шкалы несколько прикрывают одну из щелей монохроматора. Затем, медленно вращая барабан монохроматора, ведут наблюдения за показаниями прибора усилителя. Барабан вращают в сторону, соответствующую увеличению длины волны света, выходящего из

щели монохроматора. Переходу к более длинным волнам отвечает рост отсчетов на барабане. Вращением барабана монохроматора добиваются уменьшения тока на выходе усилителя в 10—12 раз, отыскивая длину волны, отвечающую наиболее резкому уменьшению тока, в зависимости от изменения отсчетов на барабане монохроматора.

Найденный таким путем участок спектра и будет отвечать красной границе фотоэффекта для данного фотокатода.

Отыскание красной границы следует провести несколько раз, возвращаясь предварительно всякий раз вновь к отсчету 2350° на барабане монохроматора и убеждаясь в том, что вся установка работает нормально. Усреднив найденные для красной границы отсчеты на монохроматоре, находят, пользуясь калибровочным графиком прибора, значение длины волны, соответствующее красной границе.

Для нахождения работы выхода электронов из значения красной границы надо сделать следующий расчет. Для красной границы спектра справедливо равенство  $h \cdot \nu = A$ , т. е. энергия фотона  $h\nu$  равна работе выхода  $A$ . Здесь  $h$  — постоянная Планка,  $\nu$  — частота падающего света. Переходя от частоты к длине волны, имеем

$$h \frac{c}{\lambda} = A,$$

где  $c$  — скорость света. Как известно, работу выхода принято выражать в электронвольтах. Для того чтобы получить искомую эквивалентную разность потенциалов, выраженную в вольтах, остается сделать следующий расчет:

$$V = \frac{hc}{e\lambda} \frac{10^{13}}{1,59},$$

где  $e$  — заряд электрона. Переходный множитель введен для пересчета в электронвольты ( $1 \text{ эв} = 1,59 \cdot 10^{-13} \text{ эрг}$ ).

**Указания по юстировке осветительной системы монохроматора.** Правильная установка лампочки и конденсорных линз на оптической оси коллиматора монохроматора осуществляется следующим образом. Открывают регулятор доступа света в монохроматор. Этот регулятор (затвор) расположен в трубе монохроматора непосредственно за входной щелью. Ручка, приводящая его в движение, расположена на нижней стороне трубы коллиматора, около входной щели. На ручке есть надписи, указывающие на то, в каком положении находится затвор.

Предельно открыв входную и выходную щели монохроматора (вращением головок винтов, управляющих щелями, по часовой стрелке), ставят осветительную лампочку на расстоянии приблизительно 60 см от плоскости входной щели и затягивают зажимной винт ее рейтера на скамье. Поместив глаз вплотную к выходной щели монохроматора, перемещают лампочку в вертикальном направлении и вращают ее на подставке (для осуществления этого вращения в дне кожуха лампочки имеется специальная прорезь, через которую проходит фиксирующий положение лампочки винт) до тех пор, пока спираль накала лампочки не станет видна в центре поля зрения, видимого через выходную щель прибора.



Затем ставят на скамью первый конденсор (фокусное расстояние 90 мм) на расстоянии 50 см от плоскости входной щели и регулируют его положение в плоскости, перпендикулярной к оси коллиматора, до тех пор, пока глаз наблюдателя, помещенный у выходной щели прибора, не увидит яркое светлое пятно в центре грани призмы монохроматора. Входная щель коллиматора должна при этом, разумеется, находиться в центре яркого светового пятна, создаваемого на ней конденсором.

Второй конденсор (фокусное расстояние 110 мм) располагается на расстоянии 12 см от входной щели прибора, и его положение в плоскости, перпендикулярной к оси коллиматора, регулируется до тех пор, пока глаз, помещенный у выходной щели монохроматора, не увидит грань его призмы, залитой ослепительно ярким светом <sup>1)</sup>. Разумеется, входная щель прибора должна при этом находиться в центре яркого светового пятна (несколько размытого изображения спирали лампы), даваемого на ней конденсорной системой.

После выполнения указанных операций сужают входную и выходную щели прибора (вращением головки винтов, управляющих щелями, против часовой стрелки) до 0,8 мм.

Ширина щелей отсчитывается по барабанам, установленным на винтах, регулирующих ширину щелей. Деления на головках барабанов даны в сотых миллиметра. Закрывать щели следует весьма осторожно, не доводя края щелей до соприкосновения, при котором они портятся. Не следует считать, что истинное значение нулевого отсчета на барабане щели должно быть обязательно найдено экспериментально, по моменту полного закрытия щели. Нанесенные на барабан деления гарантируют точность нулевого отсчета до 0,01 мм.

**Технические данные об установке.** В первом и втором упражнениях используют обычный вакуумный сурьмяно-цезиевый фотоэлемент, микроамперметр М-91 на 1 мкА и вольтметры МВА-47. Выпрямитель и прочие детали установки допускают широкий произвол выбора. В третьем упражнении используется монохроматор марки УМ-2 и фотодинаatron ФЭУ-2, выпускаемый нашей промышленностью. Все данные об используемом усилителе и о питании фотодинаatronа приведены в спецификации к схеме.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Г. С. Ландсберг, Оптика, Гостехиздат, 1957.
2. Курс физики под редакцией Н. Д. Папалекси, т. II, Гостехиздат, 1948.

## СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

3. М. В. Лукьянов, Фотоэлементы и их применение, Гостехиздат, 1946.
4. П. Герлих, Фотоэлементы, Гостехиздат, 1948.
5. Методы экспериментальной электроники. Сборник. ИЛ, 1949.
6. А. С. Топорев, Монохроматоры, Гостехиздат, 1955.

---

<sup>1)</sup> Цвет светового блика на призме будет определяться поворотом призмы прибора.

## ИЗУЧЕНИЕ ФОТОЭЛЕМЕНТОВ С ВНУТРЕННИМ УСИЛЕНИЕМ ФОТОТОКА ПРИ ПОМОЩИ ВТОРИЧНОЙ ЭМИССИИ ЭЛЕКТРОНОВ (ФОТОЭЛЕКТРОННЫЕ УМНОЖИТЕЛИ) <sup>1)</sup>

Использование фотоэлементов в лабораторной и технической практике часто затрудняется малым значением фототока. Чувствительность фотокатодов составляет обычно лишь несколько десятков, в лучших случаях несколько тысяч микроампер на люмен. Поэтому при практически осуществимых размерах фотокатодов и создаваемых на них освещенностях оказывается, что ток в фотоэлементах, в благоприятных условиях, достигает величины порядка  $10^{-6}$ — $10^{-7}$  а, т. е. может быть измерен лишь чувствительным прибором. Особенно трудные условия для измерения фототока создаются в современной количественной спектроскопии, в которой измерение интенсивности спектральных линий производится фотоэлементами, располагаемыми на выходе спектрографа, там, где фокусируется спектр. Отсюда возникает проблема усиления фототока.

Эта проблема для вакуумных фотоэлементов разрешалась двумя путями <sup>2)</sup>. Первый путь — это усиление фототока при помощи электрических усилительных схем с электронными лампами в качестве основного усиливающего элемента схемы. На этом пути достигнуты в настоящее время большие успехи и он широко используется, хотя и не лишен ряда недостатков <sup>3)</sup>. Недостатки эти заключаются в неизбежных искажениях, вносимых усилителем в измеряемые фототоки, и в значительной сложности самих усилителей постоянного тока, от которых требуется большой коэффициент усиления. Поэтому поиски решения проблемы усиления слабых фототоков пошли еще и по другому пути. Ознакомлению с физическими явлениями, лежащими в его основе, и посвящена настоящая задача.

На этом втором пути в основу усиления фототока положено явление вторичной эмиссии электронов. Явление это, как известно (см. указанную ниже литературу и описание задачи 66), заключается в том, что электроны достаточной энергии, падая на поверхность

<sup>1)</sup> Эту задачу рекомендуется выполнять после задачи 132, посвященной ознакомлению с основными законами внешнего фотоэффекта.

<sup>2)</sup> Мы не касаемся вопроса о газовом усилении в газонаполненных фотоэлементах. Хотя в них коэффициент усиления может достигать 10—20, но процесс такого усиления не может быть многократно повторяем и чувствительность газонаполненных фотоэлементов в конечном счете много ниже чувствительности и электронных умножителей и вакуумных фотоэлементов, работающих с усилителями. К тому же газонаполненные фотоэлементы обладают инерцией.

<sup>3)</sup> Простейшее применение усилительной схемы к фотоэлементу дано в упражнении 3 задачи 132.

металла, не только сами отражаются от этой поверхности, но вызывают также и эмиссию новых электронов с той же поверхности. Число этих в т о р и ч н ы х электронов может в несколько раз превышать число падающих на поверхность первичных электронов. В результате оказывается, что электронный ток у с и л и в а е т с я после того, как первичный пучок электронов бомбардировал поставленное на его пути препятствие.

Если характеризовать этот эффект при помощи коэффициента вторичной эмиссии электронов  $\alpha$ , равного отношению числа всех покидающих бомбардируемую поверхность электронов к числу

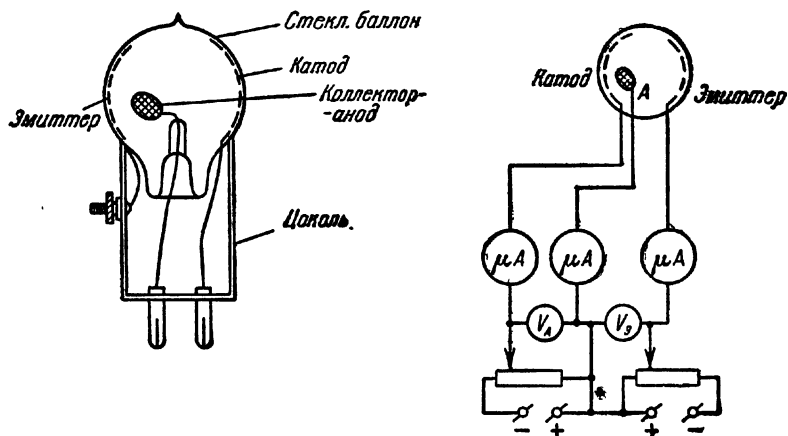


Рис. 447.

падающих на нее первичных электронов, то этот коэффициент оказывается больше единицы.

Таким образом, явление вторичной эмиссии электронов, или, как его иначе называют, динаatronный эффект, в тех случаях, когда  $\alpha > 1$ , может быть использовано для усиления электронного тока <sup>1)</sup>.

Рассмотрим устройство и работу простейшего фотоумножителя (фотодинаatronа) с однокаскадным усилением фототока за счет вторичной эмиссии.

Фотодинаatron и принципиальная схема его включения изображены на рис. 447. Устройство его аналогично устройству вакуумного фотоэлемента (см. описание задачи 132). Светочувствительный, например сурьмяно-цезиевый, слой, играющий роль первичного фотокатода, нанесен на внутренней поверхности стеклянного вакуумного баллончика и присоединен к отрицательному полюсу источника постоянного напряжения. На противоположной, также

<sup>1)</sup> О роли динаatronного эффекта в радиолампах см. описание задачи 66.

внутренней стороне баллончика нанесен такой же сурьмяно-цезиевый слой. Он является вторым электродом фотоэлемента и носит название *эмиттера*. Между катодом и эмиттером расположен третий цилиндрический сквозной или, в других конструкциях, сетчатый электрод, называемый анодом или коллектором фотоэлемента. Из схемы включения видно, что потенциал анода выше потенциала эмиттера.

С устройством фотодинатрона конструкции П. В. Тимофеева можно познакомиться и непосредственно по образцу, хранящемуся при задаче в ящике со стеклянной крышкой.

В первом упражнении задачи используется фотодинатрон, тождественный по конструкции с находящимся в ящике, но он помещен в металлический кожух, имеющий лишь малое отверстие для допуска света на фотокатод, и осмотр этого фотодинатрона невозможен.

Работает фотодинатрон следующим образом. Выбитые световым потоком с поверхности фотокатода электроны движутся под действием ускоряющего поля к аноду, но большая часть их проходит сквозь имеющиеся в нем отверстия и достигает эмиттера, преодолевая встречное поле между анодом и эмиттером. Разность потенциалов между эмиттером и анодом меньше разности потенциалов между катодом и анодом. Попадающие на эмиттер электроны выбивают с поверхности эмиттера вторичные электроны. Эти электроны малой энергии ускоряются полем, направленным от эмиттера к аноду (коллектору), и собираются анодом. Если коэффициент вторичной эмиссии больше единицы, то сила тока в цепи анода будет больше силы первичного тока с катода, вызванного непосредственным действием освещения. В этом и заключается сущность использования явления вторичной эмиссии электронов для усиления фототока.

В благоприятных условиях этим путем можно получить усиление первичного фототока в 7—8 раз на одном каскаде усиления простейшего фотодинатрона.

Значение коэффициента усиления  $Z = \frac{I_a}{I_k}$  [ $I_a$  — ток с анода и  $I_k$  — ток с катода) зависит от свойств эмиттера и от величины и распределения между электродами напряжений, приложенных к фотодинатрону.

Первое упражнение настоящей задачи посвящено снятию вольт-амперных характеристик фотодинатрона и определению его коэффициента усиления  $Z$ . Заметим, что введение в фотоэлемент третьего электрода не только позволяет усиливать фототок, но и вообще расширяет возможную область применений фотоэлемента.

При наличии трех электродов фотоэлемент может быть использован для усиления переменных токов. Переменное подлежащее усилению напряжение может тогда подаваться между эмиттером и анодом (коллектором). Подобный фотоэлемент может быть использован и для генерирования электрических колебаний. В настоящей

задаче эти применения не рассматриваются, однако их легко понять из вида тех вольтамперных характеристик, которые получаются в первом упражнении.

Чувствительность фотодинарона  $600 \text{ мкА/лм}$ . Рабочее напряжение 200—250 в, из них на эмиттере 140—150 в. Максимум спектральной чувствительности около  $4500 \text{ Å}$ . Максимальный допустимый ток в анодной цепи 1 мкА.

Указание о допустимом максимальном значении общего тока с фотодинарона имеет большое значение, так как превышение этого значения тока ведет к порче эмиттера. Поэтому освещенность фотокатода в условиях задачи строго ограничена и не должна быть превышена. Разъяснение того, какими причинами определяется максимальное значение тока в динатроне, дано ниже, при формулировке того же условия для многокаскадного фотоумножителя.

Применение явления вторичной эмиссии электронов к усилению фототоков было впервые разработано в СССР П. В. Тимофеевым и Л. А. Кубецким. Особенно много было сделано ими для построения многокаскадного усилителя фототоков этим методом. Задача была разрешена П. В. Тимофеевым и Л. А. Кубецким разными путями. В дальнейшем мы останавливаемся подробно на методе Тимофеева, так как в упражнениях задачи используются приборы конструкции Тимофеева.

Перейдем к рассмотрению многокаскадного усиления фототока на основе вторичной эмиссии электронов.

Принципиальная схема четырнадцатикаскадного фотоэлектронного умножителя конструкции П. В. Тимофеева приведена на рис. 448. Здесь  $K$  — фотокатод, на который падает свет,  $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2, \dots, \mathcal{E}_{14}$  — вторичные эмиттеры электронов,  $A$  — анод (коллектор),  $C$  — соединенная с ним сетка. Зигзагообразная линия со стрелками, начинающаяся на фотокатоде и ведущая к аноду, указывает путь нарастающего от эмиттера к эмиттеру потока электронов.

Принципиальная схема включения трубки Тимофеева изображена на рис. 448. Для упрощения схемы все эмиттеры вытянуты в одну линию. Из этой схемы видно, что между каждой парой электродов действует поле, ускоряющее электроны на пути от предшествующего эмиттера к последующему. Разности потенциалов между всеми парами соседних эмиттеров одинаковы (около 100 в). О том, как практически осуществляется подача напряжений на эмиттеры, будет сказано при описании установки с многокаскадным электронным умножителем.

Усиление фототока в умножителе происходит следующим образом. Первичные фотоэлектроны с фотокатода увлекаются полем на первый эмиттер, где происходит вторичная эмиссия электронов. С эмиттера уходит в  $\alpha$  раз больше электронов, чем на него падает, все эти электроны увлекаются полем дальше на второй эмиттер, где вновь имеет место вторичная эмиссия с коэффициентом  $\alpha$ . Следова-

тельно, со второго эмиттера уходит на третий уже в  $\alpha^2$  раз больше электронов, чем было выбито светом с фотокатода. Тот же процесс нарастания тока повторяется на всех эмиттерах. В результате при  $n$  эмиттерах первичный фототок усиливается в  $\alpha^n$  раз.

Приведенное описание конструкции и процесса работы многокаскадного фотоумножителя схематизировано. Дело в том, что управление электронным потоком в шестнадцатиелектродной трубке является далеко не простой задачей.

Трудно добиться такого поля в трубке, чтобы все электроны, вышедшие с одного эмиттера, целиком без рассеяния попадали бы на следующий. Поэтому расчеты формы и расположения в трубке электродов составляют большую и сложную задачу, решение которой

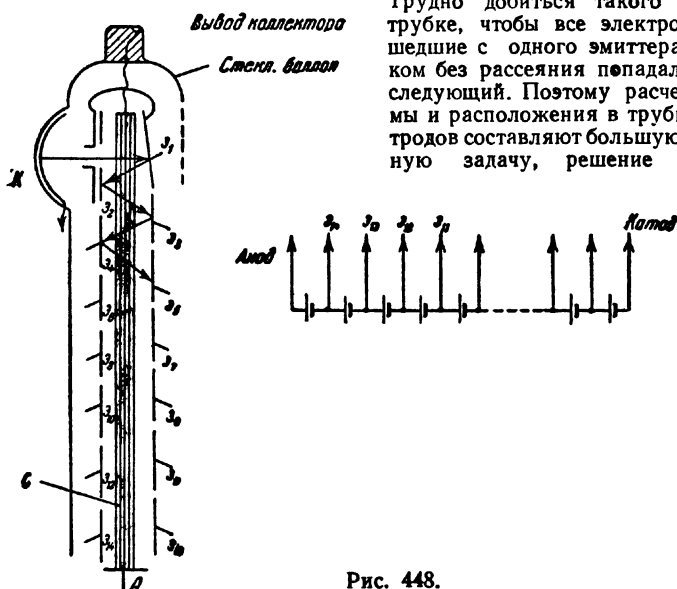


Рис. 448.

тщательно проверяется на опытных конструкциях. Надо при этом иметь в виду, что форма эмиттеров должна оставаться настолько простой, чтобы допускать нанесение на них слоев, обеспечивающих высокий коэффициент вторичной эмиссии.

Чисто электростатическое управление электронными токами в умножителе осуществлено в трубке Тимофеева. В трубке Кубецкого применяется метод магнитной фокусировки потока электронов с одного эмиттера на другой. Для этого трубка помещается в поле специального постоянного магнита.

Используемая в задаче трубка Тимофеева заключена в охранный металлический кожух с небольшим отверстием для освещения фотокатода. Для ознакомления с конструкцией точно такая же трубка, но со снятым стеклянным баллоном имеется в практикуме в отдельном ящике со стеклянной крышкой.

Обратимся теперь к количественным характеристикам работы современного многокаскадного фотоумножителя, например конструкции Тимофеева.

На умножитель накладывается рабочее напряжение около 1000 в. Оно при помощи делителя равномерно распределяется между

всеми электродами умножителя. Чувствительность фотокатода составляет около 30  $\mu\text{ка/лм}$ . Максимум спектральной чувствительности лежит вблизи 4300  $\text{\AA}$ . Неизбежный в фотоумножителях темновой ток (ток при неосвещенном фотокатоде) имеет значение порядка  $10^{-10}$  а. Коэффициент усиления около  $10^6$ . Это значит, что внутри самого фотоумножителя получается миллионное усиление первичного фототока. Чувствительность современных фотоумножителей достигает многих амперов на люмен. Максимально допустимый рабочий ток умножителя 0,1 ма (есть умножители, допускающие токи до 1 ма).

По поводу значения силы рабочего тока надо сделать следующее разъяснение.

Хотя коэффициент вторичной эмиссии электронов и может иметь значение 10, но пучок вторичных электронов вовсе не уносит с эмиттера целиком всю энергию бомбардирующего эмиттер электронного пучка. Как показывает опыт, в лучшем случае только 10% энергии бомбардирующих эмиттер электронов переходит в энергию вторичных электронов, вся же остальная энергия идет на нагревание эмиттера. Между тем рабочая поверхность эмиттеров портится уже при температуре в несколько десятков градусов. Из-за этого и приходится строго ограничивать рабочий ток в электронном умножителе, а также ток в фотодинатроне.

Следует помнить, что на катоды фотоэлектронных умножителей, находящиеся под напряжением, нельзя направлять сильных световых потоков. При освещении катода включенного умножителя дневным светом умножитель портится.

Поэтому многокаскадный умножитель и фотодинатрон, используемые в задаче, всегда закрыты металлическим кожухом. Отверстия в этих кожухах защищены от попадания в них естественного или искусственного освещения. Фотокатод при работе может освещаться только специально установленными для этой цели лампочками.

**Описание установки с фотодинатроном.** Фотодинатрон установлен в защитном кожухе на подставке, расположенной на оптической скамье. Перед входным кожухом тубуса, также на оптической скамье, установлена светозащитная трубка, защищающая вход в кожух фотодинатрона от случайного рассеянного света. Далее, на передвижной подставке на оптической скамье помещается маленькая лампочка накаливания, снабженная регулятором тока в виде реостата, или ЛАТР.

Фотодинатрон установлен на панели, снабженной клеммами, соединенными с гнездами панели. Каждая клемма обозначена буквой, соответствующей присоединенному к ней электроду. Панель закрыта металлическим кожухом с коротким входным тубусом. Внутри кожуха имеется светозащитная шторка, приводимая в действие вращением рифленой головки кожуха. На этой головке

имеются две стрелки и около них надписи «откр» и «закр». При повороте рифленой головки кожуха до легкого упора в сторону первой стрелки доступ света на фотодинатрон полностью открыт. Обратный поворот головки кожуха приводит к полному прекращению доступа света на фотодинатрон. *Снимать кожух с рабочего фотодинатрона воспрещается.*

Электрическая схема, обслуживающая фотодинатрон и полностью соответствующая рис. 447, целиком смонтирована и расположена вдоль оптической скамьи. Весь монтаж схемы, начиная со второго делителя напряжения, выполнен коаксиальным кабелем, броня которого заземлена. Все включенные в схему приборы снабжены надписями, указывающими, в какую цепь включен каждый прибор.

Токоизмерительными приборами во всех трех цепях фотодинатрона служат микроамперметры со световыми указателями. Два микроамперметра, на один микроампер каждый, включенные в цепи катода и анода, одинаковы. Третий прибор, включенный в цепь эмиттера, представляет собой нулевой гальванометр. Это связано с тем, что ток на эмиттер меняет не только свою величину, но и направление, в зависимости от наложенного на эмиттер напряжения.

Используемый нулевой гальванометр имеет малое затухание и надо выждать успокоения его указателя после каждого изменения силы тока в цепи эмиттера. Обращаем внимание и на то, что цена деления шкалы этого прибора иная, чем у первых двух микроамперметров, это надо учитывать при совместной обработке показаний всех трех микроамперметров. За нулевые отсчеты всех приборов надо брать их показания, когда свет на фотоэлемент не попадает.

### *Упражнение 1*

#### **Изучение зависимости токов в фотодинатроне от освещенности его фотокатода**

Упражнение имеет целью измерение силы токов в цепи катода, в цепи анода и в цепи эмиттера, как функции освещенности фотокатода при неизменных значениях напряжений на аноде и на эмиттере фотодинатрона.

1. Измерение силы анодного тока в зависимости от освещенности фотокатода и иллюстрирующий его график дают сведения о работе фотодинатрона в целом как прибора для измерения светового потока.

2. Результаты измерения тока с эмиттера надо представить, в функции значений тока с катода. В таком случае они будут характеризовать зависимость числа электронов вторичной эмиссии от числа первичных электронов, падающих на эмиттер.



Процесс выполнения описанных в настоящем упражнении измерений и способ их обработки аналогичны заданиям, описанным в упражнении 1 задачи 132.

3. Устанавливают движки обоих делителей напряжения на минимум снимаемого с них напряжения. Закрывают шторку затвора фотоэлемента, придвигают вплотную к тубусу его кожуха светозащитную трубу. Помещают осветительную лампочку на дальний от фотоэлемента конец оптической скамьи. Включают освещение всех микроамперметров. Получив разрешение преподавателя, включают выпрямитель. Устанавливают при помощи делителей напряжения 250 в на аноде и 110 в на эмиттере (нормальные эксплуатационные значения напряжений для фотодинатрона данной конструкции).

5. Медленно открывают шторку фотоэлемента и убеждаются в том, что токи в цепях, обязанные своим происхождением рассеянному в комнате свету, не превышают 1—2 делений на шкалах микроамперметров (при закрытой шторке фотоэлемента микроамперметры могут показывать также малые токи: темновой ток в фотодинатроне и токи утечек в изоляциях).

6. Включают осветительную лампочку, установленную на оптической скамье (регулятор ее накала фиксирован). Приближая по этапам, через 5—10 сантиметров, осветительную лампочку к отверстию защитной трубы фотодинатрона, записывают положения лампочки и показания всех трех микроамперметров. Напряжение на аноде и эмиттере поддерживают постоянным.

Удаляют осветительную лампочку от фотоэлемента прежними этапами и повторяют вышеуказанные измерения.

Производят 2—3 серии подобных измерений и усредняют их результаты. Рассчитывают освещенность фотокатода, выраженную в произвольных единицах, пользуясь следующими соображениями.

Принимая лампочку за точечный источник света, можно считать, что освещенность фотокатода изменяется обратно пропорционально квадрату расстояния лампочки от фотоэлемента. Пусть  $E_1$  — освещенность фотокатода при максимальном удалении от него лампочки; тогда освещенность фотокатода при каком-то  $n$ -м положении лампочки, отнесенная к значению  $E_1$ , будет равна

$$\frac{E_n}{E_1} = \frac{R_1^2}{R_n^2},$$

где  $R_1$  — максимальное расстояние лампочки от фотокатода,  $R_n$  — его значение при  $n$ -м положении лампочки.

Для определения значений величины  $R_n$  надо иметь в виду, что при положении подставки фотодинатрона на четвертом делении шкалы скамьи катод фотодинатрона находится в плоскости нулевого деления шкалы. Нить же лампочки вынесена назад по отношению к указателю на ее держателе на 40 мм.

По окончании этих расчетов строят графики зависимости силы тока в цепи катода, в цепи анода и в цепи эмиттера от освещенности фотокатода.

### *Упражнение 2*

#### **Изучение зависимости токов в фотодинатроне от величины анодного напряжения**

Зависимость катодного тока от анодного напряжения представляет собой вольтамперную характеристику вакуумного фотоэлемента. В тех случаях, в которых характеристика снимается в данной задаче — большие анодные напряжения, — измерение катодного тока наглядно демонстрирует существование тока насыщения для фотоэффекта.

Исследование тока эмиттера интересно тем, что направление тока меняет свой знак, проходя через нуль. Направление тока определяется соотношением напряжений на аноде и эмиттере.

Для этого измерения подставка лампочки располагается на 50-м делении шкалы. На эмиттере устанавливают и поддерживают постоянными последовательно напряжения 40, 60, 80, 100, 110 в. Анодное напряжение изменяется всякий раз в пределах от 220 до 40 в. Его изменения производятся через 15—10 в в зависимости от крутизны изучаемого участка характеристики.

Результаты измерений всех токов представляются в виде графиков, изображающих их зависимость от анодного напряжения, для каждого значения напряжения на эмиттере. Из полученных результатов определяется максимальный коэффициент усиления для каждого значения напряжения на эмиттере.

### *Упражнение 3*

#### **Изучение зависимости токов в фотодинатроне от напряжения на эмиттере**

В этом упражнении можно найти оптимальный режим работы фотодинатрона при фиксированном значении анодного напряжения. Осветительная лампочка остается в положении, рекомендованном в предшествующем упражнении. Устанавливают последовательно и поддерживают постоянными в ходе измерений следующие значения анодного напряжения: 180, 200, 220, 250 в.

Для каждого значения анодного напряжения изменяют напряжение на эмиттере в пределах от 40 до 160 в через 5—10 в. Результаты измерений представляют в виде графиков токов в фотодинатроне в зависимости от напряжения на эмиттере для каждого фиксированного значения анодного напряжения. Находят максимальные значения коэффициента усиления для каждого исследованного случая.

## Упражнение 4

Осциллографическое исследование световых импульсов  
и наблюдение дробового эффекта фотоэлектронной  
эмиссии

Регистрация слабых световых импульсов представляет одну из важнейших современных задач техники конструирования и применения фотоэлектронных умножителей. Эта задача является центральной, например, при использовании фотоэлектронных умножителей в так называемых сцинтилляционных счетчиках — приборах, используемых в современной ядерной физике. В сцинтилляционном счетчике фотоэлектронный умножитель должен усилить и дать возможность зарегистрировать слабую и короткую световую вспышку, вызванную в специальном люминофоре ядерной частицей или квантом коротковолнового излучения.

Исследование хода во времени световой вспышки осуществляется следующим образом. Свет вспышки направляется на фотокатод электронного умножителя. Фототок, усиленный вторичной эмиссией с каскадов умножителя, проходит через нагрузочное сопротивление, включенное в анодную цепь ФЭУ. Импульс тока, проходящий через это сопротивление, создает импульс напряжения, и таким образом импульс света преобразуется в электрический импульс.

Импульс напряжения уже может быть подан на вход электронного осциллографа. При помощи осциллографа импульс разворачивается во времени. Блок-схема описанной системы приема и развертки во времени световых импульсов приведена на рис. 449. Решающим для успеха работы этой схемы является способность фотоэлектронного умножителя усиливать первичный фототок, создающий в результате такого усиления значительный импульс напряжения на нагрузочном сопротивлении. Так, например, при амплитуде усиленного фототока  $\sim 10$  мка и при нагрузочном сопротивлении  $\sim 100$  ком амплитуда импульса напряжения будет порядка 1 в.

Темновой ток современных фотоумножителей порядка  $10^{-10}$  а.

Целью настоящего упражнения является ознакомление с принципом исследования световых импульсов при помощи фотоэлектронного умножителя. В качестве характерных и разнообразных

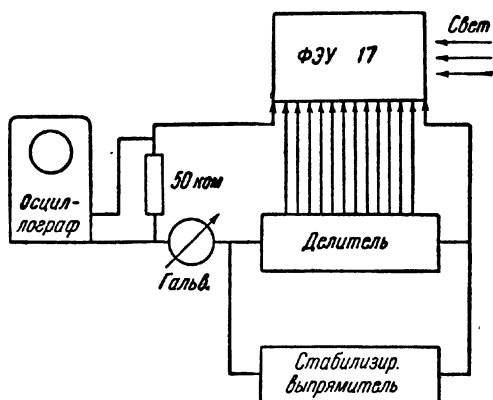


Рис. 449.

примеров световых импульсов в данной задаче использованы следующие три случая получения световых импульсов.

В одном случае исследуется форма световых импульсов, излучаемых лампой накаливания, питаемой переменным током с частотой 50 гц. При этой частоте тока наш глаз не замечает мерцаний лампы, вызванных колебаниями ее температуры сто раз в секунду. Однако на осциллографе эта картина периодических колебаний светоотдачи лампы хорошо видна.

Во втором случае объектом наблюдения служат световые импульсы, излучаемые неоновой лампой тлеющего разряда.

Наконец, в третьем случае объектом наблюдения являются статистически распределенные и во времени и по амплитуде световые вспышки, вызванные бомбардировкой  $\alpha$ -частицами люминофора. Как известно, при бомбардировке  $\alpha$ -частицами сернистого цинка, активированного медью, возникают кратковременные световые вспышки — сцинтилляции.

В настоящем упражнении можно на экране осциллографа отчетливо наблюдать статистические флуктуации процесса высвечивания фосфора  $\text{ZnSCu}$ , возбуждаемого  $\alpha$ -частицами, излучаемыми при распаде радия (или радиотория).

В названии настоящего упражнения сказано, что в ходе выполнения можно провести наблюдение дробового эффекта (так называемого шрот-эффекта) фотоэлектронной эмиссии.

Мы не можем останавливаться здесь на описании этого статистического флуктуационного явления, имеющего место при всех видах электронной эмиссии, и рекомендуем обратиться для ознакомления с теорией и экспериментальным исследованием дробового эффекта к литературе, указанной в конце данной задачи.

Если  $\bar{n}_0$  есть среднее число электронов, вылетающих с фотокатода в единицу времени, а  $n$  — число электронов, вылетевших с фотокатода за некоторый промежуток времени  $\Delta t$ , то флуктуационное отклонение  $\Delta n$  от среднего значения будет  $\Delta n = n - \bar{n}_0 \Delta t$ . Как показывается в статистической физике, при отсутствии корреляции между флуктуациями (см. литературу по статистической физике)  $\overline{(\Delta n)^2} = \bar{n}_0 \Delta t$ , где  $\overline{(\Delta n)^2}$  есть среднее значение квадрата  $\Delta n$  за большой по сравнению с  $\Delta t$  промежуток времени<sup>1)</sup>. Умножая обе части последнего ра-

венства на квадрат заряда электрона  $e^2$  и деля на  $\Delta t^2$ , получаем  $\frac{e^2 \overline{(\Delta n)^2}}{(\Delta t)^2} = e \bar{n}_0 \cdot \frac{e}{\Delta t}$ .

Учитывая, что по определению сила тока есть количество электричества, протекающее через сечение проводника (в данном случае через поверхность фотокатода) в единицу времени, можем записать

$$\overline{(\Delta I)^2} = I \frac{e}{\Delta t},$$

1) Зависимость  $\overline{(\Delta n)^2} = \bar{n}$  имеет место также для флуктуаций числа молекул в выделенном объеме газа, числа частиц в коллоидной суспензии, числа распадающихся атомных ядер при естественном радиоактивном превращении и т. д.

где  $(\overline{\Delta I})^2$  есть средний квадрат отклонения силы фотоэмиссионного тока от его среднего значения  $I$ .

Из последнего соотношения ясно видна зависимость  $(\overline{\Delta I})^2$  и от средней силы тока фотоэмиссии, и от интервала времени  $\Delta t$ , для которого подсчитывается величина флуктуации фототока.

Очевидно, что величина флуктуаций растет как  $\sqrt{I}$  и что она равна нулю при  $I = 0$ .

Существование дробового эффекта и общий характер его зависимости от эмиссионного тока можно видеть в используемой схеме. В самом деле, любые изменения фототока в электронном умножителе, в том числе и флуктуационные его изменения, сказываются на величине падения напряжения на нагрузочном сопротивлении, включенном в цепь ФЭУ. Выясним, какой случай световых импульсов наиболее благоприятен для их наблюдений. Наиболее благоприятный случай наблюдения дробового эффекта представляют световые вспышки неоновой лампы. Дело в том, что эта лампа в течение некоторой доли каждого полупериода питающего ее переменного тока гаснет полностью, а затем дает значительное нарастание силы света. В момент погасания лампы, когда нет света и нет фототока, дробовой эффект на фотокатоде ФЭУ должен уменьшаться до нуля согласно приведенной выше формуле. Наоборот, при нарастании силы света и фототока должен усиливаться и дробовой эффект. Наблюдая импульсы света неоновой лампы, можно видеть четкий «пунктир» нулей света на экране осциллографа и нарастающую вместе с ординатой импульса «лохматость» осциллограммы, связанную с нарастанием дробового эффекта при нарастании фототока с катода умножителя.

Описание установки. Применяемая в настоящем упражнении установка воспроизводит блок-схему, приведенную на рис. 449. Фотоэлектронный умножитель заключен в цилиндрический металлический кожух, установленный на закрытом шасси, содержащем панель ФЭУ и нагрузочное сопротивление. К этому шасси подведены бронированные шланги питания ФЭУ <sup>1)</sup>. От нагрузочного сопротивления идет коаксиальный кабель на вход осциллографа. Для включения в анодную цепь ФЭУ токоизмерительного прибора на шасси резервирована особая фишка.

Питающий ФЭУ высоковольтный выпрямитель и соединенный с ним делитель напряжения стационарно установлены и соединены между собой. Выполняя работу, надо иметь в виду, что питание умножителя осуществляется выпрямленным напряжением около 1000 в, представляющим серьезную опасность для работающего при небрежном отношении к делу. *Какие бы то ни было переключения или вскрытия шасси в электрической схеме настоящей задачи студентам категорически воспрещаются.*

<sup>1)</sup> Полная экранировка фотоэлектронных умножителей совершенно необходима.

Студенты имеют право приступать к работе только с разрешения преподавателя или лаборанта.

При обнаружении любых неисправностей в действии установки работа немедленно прекращается и о неисправности сообщается преподавателю или лаборанту. Работа возобновляется только с их разрешения.

Освещение фотокатода радиоактивным фосфором или другими источниками света осуществляется следующим образом. Непосредственно перед ФЭУ расположена на особом штативе осветительная приставка, содержащая две лампы: неоновую 1 и лампу накаливания 2. Радиоактивный фосфор смонтирован непосредственно в кожухе умножителя, *вскрывать который студентам категорически воспрещается*.

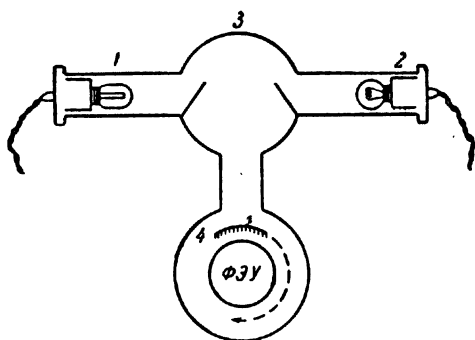


Рис. 450.

Расположение всех деталей установки видно на рис. 450, на котором приведена горизонтальная проекция ФЭУ и осветительной приставки. Рисунок показывает контуры кожуха, разрез ФЭУ и шторку с фосфором 4. Эта шторка укреплена на вращающейся по часовой стрелке крышке кожуха. Вращением крышки кожуха шторка может быть либо поставлена перед фотокатодом,

либо отведена на тыловую сторону ФЭУ. Для вращения крышки со шторкой надо взяться рукой за рифленый край бронзовой крышки кожуха и поворачивать крышку без нажима по часовой стрелке. На крышке есть надписи, указывающие положение шторки. Та надпись, которая обращена к работающему за столом на установке экспериментатору, указывает положение шторки и фосфора в данный момент. Очевидно, что когда перед фотокатодом установлен фосфор, то никакой другой свет попасть на фотокатод уже не может. Это следует иметь в виду при работе с лампами, помещенными в осветительную приставку.

Осветительная приставка, изображенная на том же рис. 450, имеет два тубуса, в которые вставлены патроны неоновой лампы 1 и лампы накаливания 2. Центральная часть осветительной приставки представляет собой светорассеивающую камеру 3. Свет от ламп, включаемых поочередно, рассеивается в камере и поступает из нее на фотокатод электронного умножителя, если шторка с фосфором отведена к тыльной стороне трубки ФЭУ.

Питание ламп осветительной приставки осуществляется согласно схеме, изображенной на рис. 451. На схему подается переменное

напряжение 220 в. Перекидной двухполюсный рубильник включает либо понижающий трансформатор, питающий через реостат и миллиамперметр лампочку накаливания, либо неоновую лампу, включаемую через рубильник и большое сопротивление 24 ком в цепь переменного тока. В цепи неоновой лампы есть разветвление. Ток частично идет через сопротивление 400 ом, частично — через измерительный купроксный выпрямитель и микроамперметр постоянного тока. Такое разветвление сделано потому, что необходимо для наблюдения периодического режима работы неоновой лампы питать

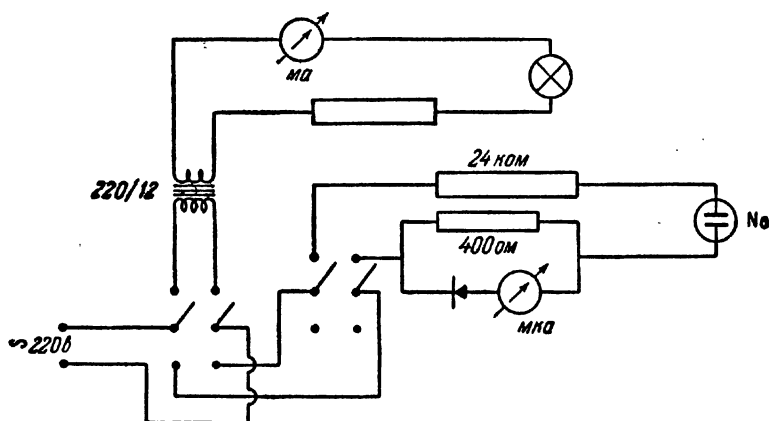


Рис. 451.

ее переменным током, а токоизмерительные приборы переменного тока на малые токи изготовляются крайне редко. Токоизмерительные приборы в цепях обеих ламп установлены потому, что лампы помещаются в осветительной приставке к ФЭУ и свет ламп в комнате невидим. Между тем надо иметь возможность знать, работают ли эти лампы, о чем можно судить по показаниям токоизмерительных приборов.

**Наблюдения работы фотоумножителя.** 1. Проверяют, включены ли тумблеры выпрямителя и осциллографа и рубильники ламп. Знакомятся, согласно описанию и рисункам к нему, со всей установкой. Обращаются к преподавателю или лаборанту за разрешением начинать работу.

2. Устанавливают, согласно надписи на крышке кожуха ФЭУ (см. выше), шторку с фосфором против фотокатода. Включают выпрямитель. После его прогрева на экране осциллографа должна появиться характерная, быстро меняющаяся во времени свою конфигурацию кривая развертки во времени статистического процесса свечения фосфора, возбуждаемого  $\alpha$ -частицами. Амплитуда

колебаний луча осциллографа при рекомендованном усилении по вертикали должна составить 15—20 мм.

Последнее служит доказательством того, что на ФЭУ не попадает посторонний свет, кроме света фосфора. Если указанное условие не соблюдено, то немедленно выключают выпрямитель и просят лаборанта устранить засветку ФЭУ.

Регулируют работу осциллографа до наилучшей видимости картины на его экране. Зарисовывают картину с экрана осциллографа <sup>1)</sup>.

Плавным и без нажима вращением по часовой стрелке крышки кожуха фотоэлектронного умножителя отводят фосфор от фотокатода и ставят его в соответствии с надписью на крышке «фотокатод открыт». Вращение крышки надо осуществлять, наблюдая за экраном осциллографа. Если окажется, что при повороте крышки кривая развертки на осциллографе дает резкий выброс, то это значит, что из осветительной приставки на фотокатод попадает посторонний свет, перегружающий ФЭУ <sup>2)</sup>. В таком случае обратным вращением крышки немедленно вводят шторку с фосфором на прежнее место, выключают выпрямитель и обращаются к помощи лаборанта для ликвидации засветки. Если вся система работает нормально, то после отведения фосфора на экране осциллографа должна остаться горизонтальная прямая, слегка искажаемая малыми всплесками помех и шумов.

Включают при помощи двух настольных рубильников неоновую лампу. Добиваются получения на экране осциллографа кривой развертки во времени свечения неоновой лампы.

Регулируют до наилучшей видимости картину на экране осциллографа, наблюдают форму световых импульсов и явление дробового эффекта. Зарисовывают наблюдаемую картину.

Переходят к наблюдениям с лампой накаливания. Регулировка осциллографа остается такой же, как и с неоновой лампой, так как обе лампы питаются от сети переменного тока. Отключают одним настольным рубильником неоновую лампу и, перекидывая другой рубильник, включают через понижающий трансформатор лампу накаливания в осветительной приставке к ФЭУ. Пользуясь осциллографом, так же как это делалось раньше при работе с фосфором и неоновой лампой, наблюдают и зарисовывают картину свечения лампы накаливания, питаемой переменным током.

---

<sup>1)</sup> Заметим, что если в цепи ФЭУ имеется токоизмерительный прибор, то он может позволить измерить среднее значение фототока в умножителе, создаваемого фосфором. Сила фототока достигает в этом случае значения порядка 1 мка. Измерение среднего тока от такого практически неизменного во времени источника света, каким является возбуждаемый радиоактивным препаратом фосфор, служит наилучшим способом контроля чувствительности работы фотоэлектронных умножителей.

<sup>2)</sup> Напоминаем, что во время операции поворота крышки и отведения фосфора от фотокатода лампы в осветительной приставке еще не включены.



Отчет о проделанном упражнении включает схему включения фотоумножителя и других приборов преобразования световых импульсов в электрические и зарисовку наблюдавшихся картин световых импульсов.

**Технические данные об установке.** В первых трех упражнениях используется фотодинатрон ФЭУ-2, в четвертом упражнении — фотоумножитель ФЭУ-17. В цепь фотодинатрона включены микроамперметры марки М-91 и (в цепи эмитера) нулевой микроамперметр М-91/1. Вольтметры применены обычные аstaticеские. Установка питается от выпрямителей с электронной стабилизацией. Мощность выпрямителей определяется исключительно сопротивлением используемых делителей напряжения в обеих схемах. Наблюдения световых импульсов проводятся с осциллографом ЭО-4.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Н. О. Чечик, С. М. Файнштейн, Т. М. Лифшиц, Электронные умножители, Гостехиздат, 1957.
2. Методы экспериментальной электроники. Сборник. ИЛ, 1949.
3. Н. Риль, Люминесценция, Гостехиздат, 1946.
4. Н. А. Капцов, Электроника, Гостехиздат, 1953.
5. М. А. Леонтович, Статистическая физика, Гостехиздат, 1944.

---

#### ЗАДАЧА 134

### ИЗМЕРЕНИЕ ВЫСОКИХ ТЕМПЕРАТУР С ПОМОЩЬЮ ОПТИЧЕСКОГО ПИРОМЕТРА С ИСЧЕЗАЮЩЕЙ НИТЬЮ

Для измерения высоких температур широко применяются оптические методы, основанные на использовании теплового излучения нагретых тел. Приборы, служащие для определения температуры на основе измерений теплового излучения, носят название оптических пирометров, а область экспериментальной физики, разрабатывающая принципы измерения температуры оптическими методами, носит название оптической пирометрии (см. [1]).

Основные цели настоящей задачи: 1) изучение работы оптического пирометра и измерение с его помощью температуры нагретого тела (спирали лампы накаливания при разных значениях подводимой к ней мощности), 2) отыскание зависимости от температуры интегрального лучеиспускания вольфрама, 3) наблюдение за изменениями оптического спектра твердого тела при изменении его температуры.

**Принцип измерения яркостной температуры.** Тепловое излучение нагретых тел может различными способами использоваться для измерения их температуры. В настоящей задаче применяется только один из этих способов, имеющий наибольшее техническое распространение.

В основу данного метода положено сравнение яркости нагретого тела с яркостью абсолютно черного тела в том же спектральном интервале (определение понятия яркости см. [1]).

Пусть имеется черное тело, нагретое до некоторой температуры. Пусть на фоне этого нагретого черного тела расположена нить накала специальной пирометрической лампы, и мы рассматриваем нить и тело через светофильтр, выделяющий из спектров обоих объектов излучение определенной длины волны (обычно это бывает излучение с длиной волны  $6600 \text{ \AA}$ ). Регулируя ток накала в нити лампы, мы можем добиться того, что нить перестанет быть видимой, исчезнет на фоне раскаленного черного тела <sup>1)</sup>. Найдем значение тока накала нити при этих условиях. Выполним эти операции для нескольких значений температуры черного тела, измеренной при помощи термометра сопротивления, термопары и т. п. Таким путем устанавливается определенное соответствие между значениями температуры черного тела и токами накала нити в момент, когда она исчезает на фоне черного тела. Это будет значить, что мы прокалибруем в шкале температур яркость нити в зависимости от тока накала. После этого можно уже применять нить лампы, в свою очередь, в качестве термометра. В самом деле, пусть нам надо измерить температуру какого-то нагретого тела. Поместим прокалиброванную нить на фоне этого тела и, изменяя в ней ток накала, добьемся исчезновения нити на фоне этого тела. Допустим, что это происходит при каком-то токе. Тогда, пользуясь калибровочным графиком, мы можем найти соответствующую использованному току  $I$  температуру черного тела, при которой нить раньше исчезала на фоне этого тела. Если то тело, температуру которого мы определяем, излучает как черное тело, то ясно, что его истинная температура уже нами найдена. Если же оно излучает иначе, чем черное тело, то найденное указанным путем значение температуры будет нуждаться в некоторой поправке.

В самом деле, мы нашли значение температуры тела, при которой его яркость для определенной длины волны равна яркости черного тела для той же длины волны. Поскольку это тело излучает во всем спектре не как черное тело, то мы и не будем иметь оснований считать найденную таким способом температуру тела его истинной температурой. Мы найдем лишь так называемую яркостную температуру тела. Яркостная температура тела будет всегда ниже его истинной термодинамической температуры. Это связано с тем, что любое тело излучает меньше, чем абсолютно черное тело при той же температуре. Следовательно, произвольное тело, имеющее в данный момент одинаковую яркость (для определенной длины волны) с некоторым черным телом, имеет наверняка термодинами-

---

<sup>1)</sup> Это будет иметь место, когда яркости черного тела и нити для используемой длины световой волны сравняются.

ческую температуру выше температуры черного тела, т. е. выше той яркостной температуры, которая определяется с помощью нити пирометра, прокалиброванной по излучению абсолютно черного тела.

Различие между яркостной и термодинамической температурой может быть значительным. Так, например, для вольфрама вблизи температуры  $1000^{\circ}\text{C}$  яркостная температура на  $44^{\circ}$  ниже термодинамической, а при  $3000^{\circ}\text{C}$  она уже на  $327^{\circ}$  ниже термодинамической. Связь между яркостной температурой и термодинамической температурой тела устанавливается соотношением

$$\ln \varepsilon_{\lambda, T} = \frac{C_1}{\lambda} \left( \frac{1}{T_{\text{терм}}} - \frac{1}{T_{\text{ярк}}} \right). \quad (1)$$

Величина  $\varepsilon_{\lambda, T}$ , зависящая от длины волны и температуры, имеет свое значение для каждого материала и определяется предварительно в ходе особого опыта. Нужное нам в дальнейшем значение  $\varepsilon_{\lambda, T}$  для вольфрама равно 0,4 при  $\lambda = 6600 \text{ \AA}$ .

Величина  $C_1$  есть комбинация универсальных постоянных Планка, Больцмана и скорости света:  $C_1 = \frac{hc}{k} = 1,438 \text{ см} \cdot \text{град}$ ;  $\lambda$  — длина световой волны (в нашем случае  $6600 \cdot 10^{-8} \text{ см}$ );  $T_{\text{терм}}$  — термодинамическая температура тела,  $T_{\text{ярк}}$  — яркостная температура тела, непосредственно измеренная пирометром с исчезающей нитью.

Учитывая, что значение  $T_{\text{ярк}}$  близко к значению  $T_{\text{терм}}$ , мы можем переписать формулу так:

$$\Delta T = - \frac{\lambda T^2 \ln \varepsilon_{\lambda, T}}{C_1}, \quad (2)$$

где  $\Delta T$  означает всегда положительную поправку к измеренной с помощью пирометра яркостной температуре  $T_{\text{ярк}}$ . Значение

$$T_{\text{терм}} = T_{\text{ярк}} + \Delta T. \quad (3)$$

Устройство и работа пирометра с исчезающей нитью. Практически измерения температуры тел путем сравнения их яркости с яркостью прокалиброванной по черному телу нити осуществляется при помощи специальных приборов — пирометров. На рис. 452 представлена схема пирометра, аналогичного по своей конструкции устройству лабораторной зрительной трубы. Объектив пирометра 1 проектирует изображение исследуемого тела в плоскость расположения нити накала пирометрической лампы 3. Сечение лампы в плоскости, перпенди-

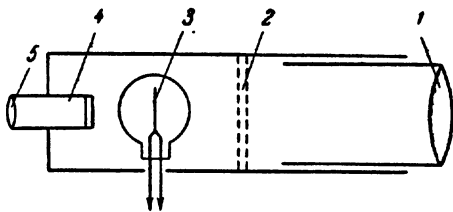


Рис. 452.

кулярной лампы 3. Сечение лампы в плоскости, перпенди-

кулярной к плоскости нашего чертежа, представлено еще раз на рис. 453. На этом рисунке ясно видна проволоочная петля, образованная внутри лампы её нитью накала. Нить накала лампы и даваемое объективом изображение исследуемого объекта рассматриваются наблюдателем через окуляр 5. В этом же окуляре расположен тот красный светофильтр 4, о котором уже неоднократно упоминалось выше.

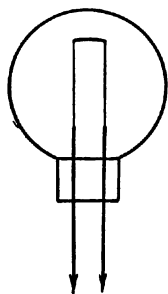


Рис. 453.

Красный светофильтр всегда необходим при измерениях, но он может выводиться из поля зрения окуляра при наводке трубы пирометра на объект измерений для удобства фокусировки объекта в белом свете. Введение и выведение этого светофильтра в поле зрения окуляра осуществляется вращением рифленого кольца на окуляре пирометра.

Кроме красного светофильтра, в пирометре имеется еще один красноватый ослабляющий светофильтр, лишь по мере надобности вводимый в ход лучей между объективом пирометра и нитью его лампы. Этот светофильтр 2 показан в трубе пирометра пунктиром. Он предназначен для предварительного ослабления яркости исследуемых тел в тех случаях, когда их температура превышает  $1400^{\circ}\text{C}$ . До температур выше этого значения нежелательно нагревать нить пирометрической лампы, так как она начинает расплываться, изменять свое сечение и затемнять стенки баллона лампы. При наличии же светофильтра 2, ослабляющего яркость нагретого тела, пирометр этого типа может применяться до  $2000^{\circ}\text{C}$ . Разумеется, применение пирометра с этим дополнительным светофильтром требует калибровки его нити по черному телу в новых условиях.

Наш пирометр используется без ослабляющего светофильтра в интервале температур  $700\text{—}1400^{\circ}\text{C}$  и работает с фильтром в интервале температур  $1200\text{—}2000^{\circ}\text{C}$ <sup>1)</sup>. Включение и выключение ослабляющего фильтра осуществляется поворотом кольца, установленного на тубусе трубы пирометра. Устанавливая это кольцо на отметке  $1400^{\circ}$  или  $2000^{\circ}$ , можно подготовить пирометр к работе в том или ином температурном диапазоне.

Шкала миллиамперметра, включенного в цепь накала лампы, прокалибрована непосредственно в градусах Цельсия.

На циферблате миллиамперметра имеются две таких градусных шкалы для диапазонов температуры от  $700$  до  $1400^{\circ}\text{C}$  и от  $1200$  до  $2000^{\circ}\text{C}$ , соответствующих работе пирометра с ослабляющим фильтром и без фильтра (миллиамперметр имеет и обычную шкалу в миллиамперах, но она нами не используется). Нить накала пиро-

<sup>1)</sup> Указанные диапазоны измерения температур нарочно сделаны перекрывающимися.

метрической лампы подключена к специальному небольшому аккумулятору, заменять который другими источниками тока совершенно недопустимо. Ток накала нити регулируется реостатом, вмонтированным непосредственно в стойку пирометра, под его трубой. Изменение сопротивления реостата в процессе измерений осуществляется вращением рифленого кольца, расположенного также под трубой пирометра.

Объектом измерений в нашем случае служит спираль лампы накаливания автомобильного типа. Температура спирали этой лампы измеряется при разных значениях проходящего через нее тока и, следовательно, при разных значениях подводимой к ней мощности. Лампа питается от понижающего трансформатора, дающего на выходе 4 в при включении его в цепь переменного тока с напряжением 220 в. Имеющаяся на крышке трансформатора регулирующая ручка всегда устанавливается в положение «ярче». Ток накала в исследуемой лампе регулируется двумя реостатами в 10 и 20 ом, включенными параллельно друг другу. Первый реостат служит для грубого управления током накала, второй — для более тонкой регулировки того же тока. Кроме того, в цепь накала лампы включен еще амперметр и параллельно нити включен вольтметр. Эта комбинация приборов позволяет измерять электрическую мощность, выделяющуюся в спирали исследуемой лампы.

При рассмотрении монтажной схемы питания исследуемой лампы обратим внимание, что понижающий трансформатор обслуживает еще одну осветительную маленькую лампочку. О назначении ее будет сказано ниже.

Спектроскоп прямого зрения и изменение спектра тела по мере его нагревания. Температурные измерения, которые можно производить с пирометром, дополнены в нашей установке еще специальными наблюдениями за спектром излучения нагретого тела в зависимости от его температуры. Для этой цели в установку введен еще спектроскоп прямого зрения.

Схема спектроскопа прямого зрения приведена на рис. 454. Спектроскоп состоит из двух оптических труб, I и II. Основной является труба I, содержащая входную щель спектроскопа 1, линзу 2 и призму прямого зрения 3 для спектрального разложения

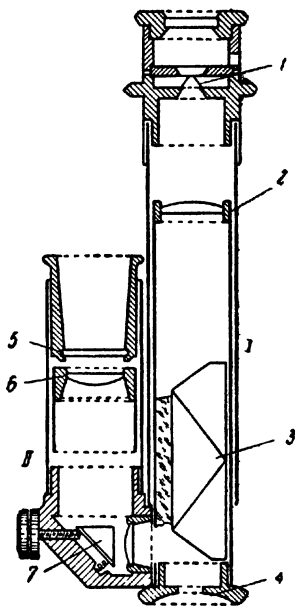


Рис. 454.

света, проходящего в спектроскоп через щель (см. [1]). Спектр прошедшего света получается в плоскости 4. Вторая труба II имеет вспомогательное значение. Она служит для проектирования изображения шкалы длин волн в плоскости изображения спектра. Шкала 5 освещается от вспомогательного источника света. Изображение шкалы, полученное при помощи линзы 6, через поворотную призму 7 и после отражения от задней грани призмы прямого зрения проектируется в плоскость 4, где локализован и полученный спектр.

В нашем случае назначение спектроскопа заключается в последовательном наблюдении спектра теплового излучения спирали исследуемой лампы. При изменениях температуры твердого тела спектр его теплового излучения существенно изменяется: происходит не только возрастание интегрального лучеиспускания, но и перераспределение энергии по спектру источника. Существенно хотя бы качественно проследить за этими изменениями спектра, тем более что в других пирометрах именно распределение энергии в спектре излучения положено в основу измерения температуры. Простейшей качественной характеристикой этих изменений может служить наблюдение за положением видимой границы спектра со стороны коротких волн (синяя граница спектра) при различных температурах. Положение видимой синей границы спектра определяется по шкале длин волн спектроскопа.

**Подготовка установки к измерениям.** После общего осмотра установки поворачивают в крайнее левое положение кольцо движка реостата пирометра (оно расположено под трубой пирометра), зажимают рубильник в цепи накала нити пирометра. Наблюдая в окуляр нить пирометра, постепенно вращают по часовой стрелке кольцо упомянутого реостата до тех пор, пока петля нити пирометрической лампы не будет накалена до красного каления. Продольным перемещением окуляра прибора фокусируют нить по глазам наблюдателя. Затем, на время подготовки к измерениям остальных частей установки, размыкают рубильником цепь накала нити, не изменяя положения кольца реостата.

Вводят полностью в цепь исследуемой лампочки сопротивление обоих реостатов 10 и 20 *ом*. Включают в розетку с напряжением 220 *в* провод от трансформатора этой лампочки. При этом загорается также вспомогательная лампочка, служащая для подсветки шкалы спектроскопа. Добиваются хорошей видимости шкалы спектроскопа, регулируя освещение вспомогательной трубы II этого прибора. Затем начинают постепенно уменьшать сопротивление реостата на 10 *ом*, наблюдая одновременно за накалом спирали исследуемой лампочки. Когда она накалится до красного каления, наводят на нее пирометр и перемещением его объектива (вместе с передним тубусом трубы) фокусируют спираль лампочки, пока она не будет резко видна в окуляр трубы пирометра. При наводке пирометра

на объект наблюдения оба светофильтра (в окуляре и в тубусе трубы) удобно выключать.

После этого вновь включают накал пирометрической лампочки и проверяют, совпадают ли условия хорошей видимости нити пирометрической лампочки и спирали исследуемой лампочки. Небольшими перемещениями объектива и окуляра вокруг ранее найденных их положений можно добиться нужного условия. Следует иметь в виду, что пирометр может быть сфокусирован только на объекты, расположенные не ближе 0,8 м от его корпуса. На установке, в практикуме, это условие, разумеется, соблюдено.

**Измерения.** Вводят в трубу пирометра оба светофильтра, затем, пользуясь реостатами в цепи накала исследуемой лампочки, устанавливают поочередно значения силы тока накала, рекомендованные в таблице, помещенной на установке. Одновременно с измерениями значения силы тока надо измерять с точностью до 0,1 а также и падение напряжения на спирали лампы. Отсчеты значений силы тока и напряжения надо производить через 1—2 минуты после перемещения движков реостатов, когда режим в цепи исследуемой лампы вполне установится.

Для каждого установленного значения силы тока производят измерения пирометром температуры спирали исследуемой лампы. Для этого регулируют накал нити пирометрической лампы до тех пор, пока изображение нити не исчезнет на фоне спирали исследуемой лампы. При этом условии отсчитывают по миллиамперметру пирометра значение температуры нити пирометрической лампы с точностью до 10°.

Надо и в этом случае иметь в виду, что нить лампы пирометра обладает тепловой инерцией и регулировка ее накала должна быть медленной.

Каждое измерение температуры необходимо производить не менее трех раз, изменяя накал нити пирометра и вновь отыскивая условие исчезновения нити.

Параллельно с измерениями температуры спирали исследуемой лампочки надо вести наблюдения и за ее спектром с помощью спектроскопа. Для каждого значения измеренной температуры надо записать положение синей границы спектра по шкале длин волн спектроскопа.

**Обработка результатов измерений.** 1. С помощью формулы (3) находят термодинамические температуры нити по измеренным значениям ее яркостной температуры. Необходимо помнить, что на шкале пирометра температура указана в градусах Цельсия, а в формулу (3) входит абсолютная температура нити.

2. Вычисляют с точностью до 0,1 *вт* мощность, подводимую к спирали исследуемой лампочки для каждого значения термодинамической температуры этой спирали.

3. Строят график зависимости расходуемой в лампе мощности от термодинамической температуры нити лампы.

4. Строят график зависимости длины волны видимой синей границы спектра от термодинамической температуры.

5. Зависимость интегральной лучеиспускательной способности вольфрама от его термодинамической температуры находят следующим образом. Как показывает опыт и термодинамическая теория излучения, развитая для абсолютно черного тела, должно иметь место следующее соотношение:

$$E_{\text{ч.т}} = \sigma T^4, \quad (4)$$

где  $\sigma$  — постоянная Стефана — Больцмана.

Для нечерного тела значение  $E$  можно записать так:

$$E = BT^n. \quad (5)$$

При этом величины  $B$  и  $n$  оказываются различными для разных температурных интервалов. Но, конечно,  $BT^n$  всегда меньше  $\sigma T^4$ . Приведенные измерения позволяют найти значение  $n$  в изученном интервале температур. Это можно сделать следующим путем. При высокой температуре подводимая к исследуемой спирали лампы мощность  $W$  почти полностью расходуется на излучение, т. е.

$$W \approx E.$$

Поэтому из (5) и (6) имеем:  $\lg W = \lg B + n \lg T_{\text{терм}}$ . Построив графически найденную на опыте зависимость  $\lg T_{\text{терм}}$  от  $\lg W$ , можно найти  $n$  как тангенс угла наклона полученного графика к оси абсцисс.

**Технические данные об установке.** Задача может быть поставлена с оптическим пирометром ОППИР-09. Применяется спектроскоп прямого зрения. Параметры приборов, входящих в электрическую схему установки, определяются свойствами исследуемого объекта. Желательно применение приборов, дающих непосредственно эффективные значения силы тока и напряжения.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Г. С. Л а н д с б е р г, Оптика, Гостехиздат, 1957.
2. Г. Р и б о, Оптическая пирометрия, ГТТИ, 1934.
3. «Методы измерения температуры», сб., ч. 2, ИЛ, 1954.

## З А Д А Ч А 135

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ДИФФУЗИИ ОПТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

Предлагаемый в задаче метод определения коэффициента диффузии  $D$  основан на явлении, наблюдаемом при прохождении монохроматического параллельного пучка света через жидкую среду с непрерывно меняющимся по высоте показателем преломления.



**Метод и теория.** Если в плоскопараллельный сосуд налита жидкость 1 с показателем преломления  $n_1$ , а над ней более легкая жидкость 2 с показателем преломления  $n_2$ , то граница между жидкостями, резкая в начальный момент, с течением времени будет размываться вследствие д и ф ф у з и и. В соответствии с этим будет изменяться и закон, по которому показатель преломления  $n$  меняется с высотой  $x$  от значения  $n_1$  внизу до значения  $n_2$  наверху. Как будет показано ниже, слой вещества с переменным показателем преломления будет отклонять нормально падающие на него параллельные лучи под разными углами.

Наибольшее отклонение испытывают лучи, проходящие в том месте, где градиент показателя преломления  $dn/dx$  максимален. Наоборот, в тех местах (наверху и внизу), где  $\frac{dn}{dx} \approx 0$ , лучи пройдут практически без отклонения (рис. 455).

По мере хода диффузии будет изменяться максимальный градиент показателя преломления, а следовательно, и угол отклонения луча (угол  $\gamma$ ). Измерение  $\gamma$  для известных моментов времени позволяет определить коэффициент диффузии.

Рассмотрим искривление и отклонение луча при его прохождении через слой с переменным показателем преломления. Пусть  $A$  и  $A'$  — две весьма близкие точки волновой поверхности падающей нормально плоской волны (рис. 456). Для нахождения волновой поверхности через время  $\Delta t$  следует провести огибающую элементарных сферических волн. Так как скорость света в точке  $A$  есть  $c/n$ , а в точке  $A'$  — уже  $\frac{c}{n + \Delta n}$ , то через время  $\Delta t$  радиус элементарной волны, расходящейся из  $A$ , будет

$$AB = \frac{c\Delta t}{n},$$

а расходящейся из  $A'$  —

$$A'B' = \frac{c\Delta t}{n + \Delta n}.$$

Из подобия треугольников  $A_0AB$  и  $A_0A'B'$  следует, что

$$A_0A' = \Delta x \frac{A'B'}{AB - A'B'} = n \frac{\Delta x}{\Delta n}.$$

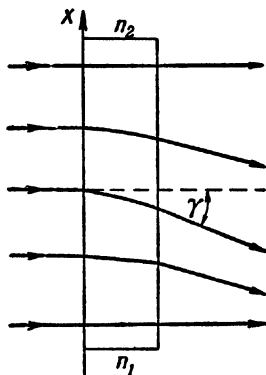


Рис. 455.

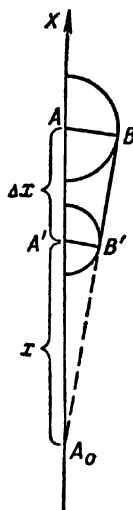


Рис. 456.

Легко видеть, что предел  $A_0A'$  при  $\Delta x \rightarrow 0$  есть радиус кривизны луча в точке  $A'$ ; таким образом,

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} A_0A' = R(x) = \frac{n}{\frac{\partial n}{\partial x}}.$$

Если толщина слоя  $\delta$  достаточно мала, то угол  $\alpha$ , на который отклоняется луч при прохождении слоя (рис. 457), можно считать равным  $\frac{\delta}{R}$ . Обозначая через  $\beta$  угол отклонения луча после его преломления при выходе в воздух и заменяя (ввиду малости  $\alpha$  и  $\beta$ ) синусы самими углами, мы можем написать:

$$\beta = n\alpha = \frac{n\delta}{R} = \delta \frac{\partial n}{\partial x}.$$

Следовательно, максимальное значение  $\beta$ , обозначенное выше (рис. 455) через  $\gamma$ , действительно соответствует наибольшему значению  $\frac{\partial n}{\partial x}$ :

$$\gamma = \delta_{\max} = \delta \left( \frac{\partial n}{\partial x} \right)_{\max}. \quad (1)$$

Для выяснения того, как изменяется  $\left( \frac{\partial n}{\partial x} \right)_{\max}$  со временем, рассмотрим задачу о диффузии в интересующем нас случае.

Количество вещества  $\Delta M$ , протекающее через площадку  $\Delta s$  за промежуток времени  $\Delta t$ , определяется, как известно, соотношением

$$\Delta M = -D \frac{\partial c}{\partial x} \Delta s \Delta t, \quad (2)$$

где  $D$  — коэффициент диффузии, а  $c$  — концентрация. Знак минус показывает, что диффузионный поток направлен в сторону убывания концентрации. Этим уравнением удобно пользоваться в случае, если мы имеем дело со стационарным (постоянным во времени) процессом, но если распределение концентрации  $\frac{\partial c}{\partial x}$  меняется в течение времени, процесс диффузии описывается другим дифференциальным уравнением, которое легко получить из уравнения (2).

Выделим элемент объема  $\Delta v = \Delta s \Delta x$ , ограниченный двумя площадками  $\Delta s_1$  и  $\Delta s_2$ , равными и параллельными друг другу; расстояние между площадками  $\Delta x$  (рис. 458), ось  $X$  перпендику-

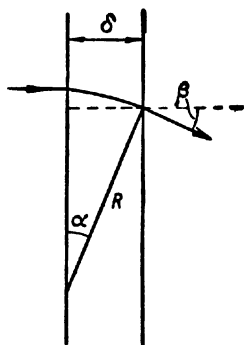


Рис. 457.

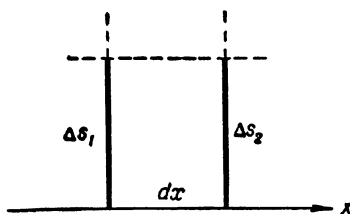


Рис. 458.

лярна к поверхности равной концентрации. Согласно уравнению (2) через площадку  $\Delta s_1$  в объем  $\Delta v$  продиффундирует количество вещества

$$\Delta M_1 = -D \left( \frac{\partial c}{\partial x} \right)_x \Delta s \Delta t^1),$$

а через площадку  $\Delta s_2$  из объема уйдет количество вещества

$$\Delta M_2 = -D \left( \frac{\partial c}{\partial x} \right)_{x+\Delta x} \Delta s \Delta t.$$

Так как концентрация  $c$  убывает с  $x$ , то количество вещества в объеме  $\Delta v$  изменится на величину, равную

$$\Delta M = |\Delta M_1| - |\Delta M_2| = D \left[ \left( \frac{\partial c}{\partial x} \right)_{x+\Delta x} - \left( \frac{\partial c}{\partial x} \right)_x \right] \Delta s \Delta t = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \Delta x \Delta s \Delta t,$$

или

$$\Delta c = \frac{\Delta M}{\Delta v} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \Delta t.$$

Отсюда получим уравнение, определяющее скорость изменения концентрации  $\partial c / \partial t$ :

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2}. \quad (3)$$

Для достаточно разбавленных растворов можно принять (как и для разреженных газов), что показатель преломления линейно зависит от концентрации и удовлетворяет, следовательно, тому же дифференциальному уравнению

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \frac{\partial^2 n}{\partial x^2}. \quad (4)$$

Начальные условия задачи при  $t = 0$  дают:

$$\begin{aligned} n &= n_1 & \text{при } x < 0; \\ n &= n_2 & \text{при } x > 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Решение будем искать в виде

$$n = f(z), \quad \text{где } z = \frac{x}{\sqrt{t}}; \quad (6)$$

при  $t = 0$

$$z = \begin{cases} -\infty & (x < 0), \\ +\infty & (x > 0). \end{cases}$$

Подставляя решение (6) в (4) и учитывая, что

$$\begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial t} &= f'(z) \left( -\frac{x}{2t^{3/2}} \right) = -\frac{z}{2t} f'(z), \\ \frac{\partial n}{\partial x} &= \frac{1}{\sqrt{t}} f'(z) \quad \text{и} \quad \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} = \frac{1}{t} f''(z), \end{aligned}$$

<sup>1)</sup> Коэффициент диффузии можно считать не зависящим от концентрации.

получаем обыкновенное дифференциальное уравнение вида

$$Df''(z) = -\frac{z}{2}f'(z) \quad (7)$$

при начальных условиях

$$f(-\infty) = n_1, \quad (5')$$

$$f(\infty) = n_2. \quad (5'')$$

Проинтегрируем уравнение (7):

$$\begin{aligned} \frac{f''(z)}{f'(z)} &= \frac{d \ln f'(z)}{dz} = -\frac{z}{2D}, \\ \ln f'(z) &= -\frac{z^2}{4D} + \ln C, \\ f'(z) &= Ce^{-\frac{z^2}{4D}}. \end{aligned} \quad (8)$$

Интегрируя далее уравнение (8) от  $-\infty$  до  $z$ , находим:

$$f(z) - f(-\infty) = \bar{C} \int_{-\infty}^z e^{-\frac{z^2}{4D}} dz. \quad (9)$$

Сделав в интеграле замену переменных  $\frac{z}{2\sqrt{D}} = \xi$  и учитывая (5'), получаем:

$$f(z) = \bar{C} \int_{-\infty}^{\frac{z}{2\sqrt{D}}} e^{-\xi^2} d\xi + n_1, \quad (10)$$

где

$$\bar{C} = 2\sqrt{DC}.$$

Определим  $\bar{C}$  из условия (5''). Переходя в (10) к пределу при  $z \rightarrow \infty$  и учитывая (5''), будем иметь:

$$n_2 = \bar{C} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\xi^2} d\xi + n_1$$

или

$$n_2 = \bar{C} \sqrt{\pi} + n_1,$$

откуда

$$\bar{C} = \frac{n_2 - n_1}{\sqrt{\pi}}.$$

Возвращаясь к старым переменным, получаем формулу

$$n(x, t) = \frac{n_2 - n_1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{x}{2\sqrt{Dt}}} e^{-\xi^2} d\xi + n_1. \quad (11)$$

Из (11) следует, что

$$\frac{\partial n}{\partial x} = \frac{n_2 - n_1}{2\sqrt{\pi Dt}} e^{-\frac{x^2}{4Dt}}.$$

Это выражение максимально при  $x = 0$ , так что

$$\left(\frac{\partial n}{\partial x}\right)_{\max} = \frac{n_2 - n_1}{2\sqrt{\pi Dt}}$$

и согласно (1)

$$\gamma = \delta \frac{n_2 - n_1}{2\sqrt{\pi Dt}}. \quad (12)$$

Полученная формула не может служить для вычисления  $D$ , так как в нее входит  $t$  — время, протекшее от начала диффузии, а в условиях опыта начальный момент не известен с достаточной точностью. Но если измерить значения  $\gamma$  по крайней мере для двух произвольных моментов времени, то это уже позволит определить коэффициент диффузии.

Пусть  $\gamma = \gamma'$  при  $t = t'$  и  $\gamma = \gamma''$  при  $t = t''$ . Отсюда легко получить формулу, содержащую только промежуток времени  $t'' - t'$ , а именно:

$$D = \frac{\delta^2 (n_2 - n_1)^2}{4\pi (t'' - t')} \left( \frac{1}{\gamma'^2} - \frac{1}{\gamma''^2} \right). \quad (13)$$

Это окончательное выражение должно, таким образом, сохранять постоянную величину для любой пары значений  $t$ .

**Описание установки.** Установка схематически изображена на рис. 459. Параллельный световой пучок, даваемый коллиматором  $K$ , падает на плоскопараллельный сосуд  $T$ . Свет, прошедший через сосуд, попадает в оптическую трубу  $R$ , установленную на бесконечность. Вследствие преломления в диффузионном сосуде в поле зрения трубы видна картина, изображенная на рис. 460. Непрерывный ряд изображений коллиматорной щели заполняет весь промежуток от изображения, даваемого неотклоненными лучами ( $\beta = 0$ ), до изображения, даваемого наиболее отклоненными лучами ( $\beta = \gamma$ ). Таким образом, поле зрения, соответствующее углам  $\beta$  от 0 до  $\gamma$ , освещено, а вне этих пределов освещения нет.

Для устранения окраски на границе  $\beta = \gamma$  применяется светофильтр  $F$  (рис. 459). Окраска получается вследствие дисперсии света при преломлении в сосуде  $T$ .

Труба  $R$  с винтовым окулярным микрометром  $O$  может вращаться вокруг горизонтальной оси. Труба  $R$  устанавливается на бесконечность, а щель коллиматора передвигается до тех пор, пока ее изображение, видимое в фокальной плоскости трубы  $R$ , не делается вполне резким, после чего щель сужается и устанавливается

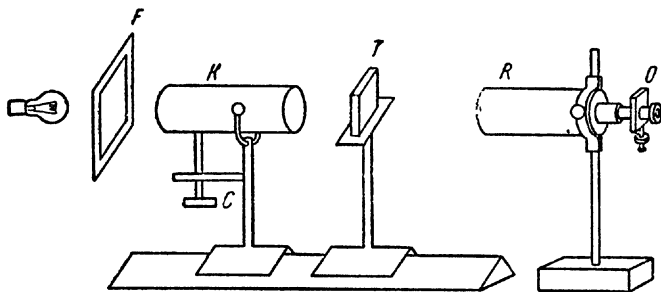


Рис. 459.

на перекрестии нитей окуляра. Труба и коллиматор должны быть установлены горизонтально с помощью винтов  $C$  и  $C_1$  (не виден на рисунке) так, чтобы их оптические оси совпали.

Сосуд  $T$  до половины наполняется дистиллированной водой (показатель преломления  $n_2 = 1,333$ ). При помощи пипетки с длинным оттянутым кончиком (которую следует опустить до дна) по каплям сосуд дополняется 20%-ным раствором NaCl (показатель преломления  $n_1 = 1,364$ ) с таким расчетом, чтобы линия раздела жидкостей пришлась на уровень оптической оси системы.

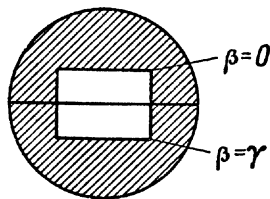


Рис. 460.

Пипетку следует вынимать медленно, чтобы жидкости не перемешались.

**Измерения.** Вращением микрометрического винта окуляра крест последовательно наводится на неотклоненное изображение щели (граница  $\beta = 0$ ) и на наиболее отклоненное (граница  $\beta = \gamma$ ). По разности обоих отсчетов положения трубы определяется угол  $\gamma$ . Промеры угла  $\gamma$  производятся примерно через каждые 10—15 минут. Так как изменение  $\gamma$  с течением времени замедляется, то и промежутки между промерами следует делать соответственно больше<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Верхняя граница фактически также может несколько смещаться, так как в процессе диффузии возникает градиент концентрации и в областях, достаточно далеких от границы раздела жидкостей. Очевидно, однако, что отсчеты во всех случаях нужно производить от неотклоненного изображения щели.

Для вычисления  $D$  по формуле (13) достаточно двух пар значений  $t'$ ,  $\gamma'$  и  $t''$ ,  $\gamma''$ . Однако для увеличения точности производят большое число измерений (в течение 1,5—2 часов). Чтобы устранить при расчете  $D$  систематическую ошибку, надо комбинировать между собой различные  $\gamma'$  и  $\gamma''$ , а не относить разные  $\gamma''$  к одному и тому же  $\gamma'$ . Кроме того, для уменьшения относительной ошибки следует брать для расчета не слишком близкие значения  $\gamma'$ .

Необходимо иметь в виду, что в формуле (13) углы  $\gamma$  выражены в радианах, а время  $t$  — в секундах. Переводной множитель целесообразно включить в постоянный коэффициент формулы (13) и вычислять каждый раз только множитель

$$\frac{1}{t'' - t'} \left( \frac{1}{\gamma'^2} - \frac{1}{\gamma''^2} \right).$$

Взяв затем среднее из всех этих величин и умножив его на постоянный коэффициент, получим искомое значение коэффициента диффузии  $D$ .

**Технические данные установки.** В качестве коллиматора и наблюдательной трубы в задаче могут быть использованы зрительные трубы марки ОТ-1. Распоры помещаются в плоскопараллельные кюветы из зеркального стекла.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. С. Э. Фриш и А. В. Тиморева, Курс общей физики, т. I, Гостехиздат, 1955.
2. А. Б. Млодзеевский, Молекулярная физика, Гостехиздат, 1941.
3. Е. А. Штрауф, Молекулярная физика, Гостехиздат, 1949.
4. И. К. Кикоин, Конспект лекций по молекулярной физике, ч. I, Изд. МГУ (на правах рукописи).

#### ЗАДАЧА 136

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОТЕНЦИАЛОВ ВОЗБУЖДЕНИЯ И ИОНИЗАЦИИ

**Введение.** Целью настоящей задачи является определение потенциалов возбуждения и ионизации (см. [1—3]) аргона.

Как известно, у атомов и атомных систем устойчивыми являются только состояния с определенными значениями энергии. Эти состояния называются стационарными. Поглощение или излучение энергии атомами сопровождаются переходом из одного стационарного состояния в другое. Таким образом, поглощение и излучение энергии атомами возможно только вполне определенными порциями, равными разностям энергий соответствующих стационарных состояний. Основным стационарным состоянием является состояние с

наименьшей энергией. После поглощения энергии и перехода в стационарное состояние с большей энергией атом отдает избыток энергии в виде кванта электромагнитного излучения и вновь возвращается в основное состояние или состояние с меньшей энергией. Частота излучаемого света  $\nu$  связана с разностью энергий  $\varepsilon_1 - \varepsilon_2$  двух стационарных состояний известным соотношением

$$h\nu = \varepsilon_1 - \varepsilon_2, \quad (1)$$

где  $h$  — постоянная Планка.

Передача атому дополнительной энергии и переход его из основного состояния в стационарное состояние с большей энергией называется возбуждением атома. Энергию возбуждения можно характеризовать потенциалом возбуждения, представляющим собой величину указанной энергии, выраженную в электроновольтах.

Расчет (см. [2]) энергий стационарных состояний и использование соотношения (1) прекрасно подтверждаются известными закономерностями в спектре водорода. Хотя для более сложных атомов произвести расчет энергий стационарных состояний значительно труднее, наличие этих состояний является твердо установленным.

Одним из методов обнаружения стационарных состояний и измерения соответствующих уровней энергии атомов является метод электронного удара, заключающийся в бомбардировке исследуемых атомов электронами, энергию которых можно изменять. Последнее легко осуществить путем изменения ускоряющей разности потенциалов, пройденной электронами, полученными при термоэлектронной эмиссии. Так как в этом случае начальные скорости электронов невелики, то после ускорения в электрическом поле все электроны будут иметь приблизительно одинаковые скорости, определяемые величиной ускоряющего напряжения.

При малых энергиях электронов столкновения их с атомами происходят упруго. Электроны изменяют направление скорости, величина ее остается практически неизменной. В этих случаях при столкновении с атомами электроны передают им весьма незначительную часть своей энергии, что связано с большой разницей масс электронов и атомов. Но при достижении определенного значения энергии электронов столкновения становятся неупругими: электроны передают атомам всю свою энергию. При дальнейшем повышении энергии электронов величина энергии, передаваемой атомам при каждом столкновении, остается постоянной. Такие опыты убедительно подтверждают наличие определенных стационарных состояний атомов и то, что переход из одного состояния в другое может происходить только скачком. Если энергия электронов, бомбардирующих атомы, достаточно велика, может произойти не только возбуждение, но и ионизация атомов. В этом случае электрон полностью выбивается из атома, который превращается в положительный ион. Величина необходимой для этого энергии характеризуется



потенциалом ионизации, соответствующим разности потенциалов, пройденной электроном, способным ионизовать атом.

В настоящей задаче для определения потенциалов возбуждения и ионизации используется установка, аналогичная установке Франка — Герца (см. [1—3]). После перехода атомов в состояние с избыточной энергией очень быстро происходит их возвращение в основное или стационарное состояние с меньшей энергией, сопровождающееся излучением кванта электромагнитной энергии. Это излучение возбужденных атомов попадает на коллектор и вызывает фотоэффект. Фототок коллектора измеряется чувствительным гальванометром. Величина ускоряющего электроны напряжения между сеткой и катодом, при которой возникает фототок, определяет потенциал возбуждения. В этой схеме величина задерживающего напряжения на коллекторе должна быть такой, чтобы первичные электроны ни при каких условиях не могли попадать на него. Потенциал ионизации определяется либо по резкому возрастанию коллекторного тока (так как положительные ионы притягиваются к коллектору), либо по резкому возрастанию электронного тока на сетку. Последнее обстоятельство связано с тем, что положительные ионы нейтрализуют отрицательный пространственный заряд у поверхности катода (см. задачу 61).

**Описание установки.** Схема для проведения измерений представлена на рис. 461. Используется тиратрон (газонаполненный триод с накаливаемым катодом) типа ТГ-212м, наполненный аргонном. Ускоряющее напряжение между сеткой и катодом регулируется потенциометром и измеряется вольтметром  $V$ . Источником этого напряжения является батарея аккумуляторов. Сеточный ток измеряется миллиамперметром  $mA$ . Коллектор (электрод, являющийся при обычном использовании тиратрона анодом) имеет потенциал, настолько меньший потенциала катода, что электроны на него попадать не могут. Источником небольшой задерживающей разности потенциалов являются гальванические элементы или аккумуляторы. Последовательно с чувствительным гальванометром  $G$  в цепи коллектора включено большое сопротивление  $R$  (несколько мегомов) для предохранения гальванометра от перегрузок при возникновении ионного тока. Источником напряжения накала является аккумулятор или понижающий трансформатор. Ток накала регулируется реостатом и измеряется амперметром.

Перед включением тока накала необходимо убедиться в том, что напряжение между сеткой и катодом равно нулю. После включения тока накала и прогрева катода в течение 1—2 минут (ток накала  $I_a$ ) можно постепенно увеличивать сеточное напряжение, записывая величину сеточного тока и наблюдая за показаниями гальванометра в цепи коллектора. После окончания измерений необходимо сначала уменьшить до нуля сеточное напряжение, а затем только выключить ток накала.

**Измерения и их обработка.** 1. Собрать схему для измерений согласно рис. 461.

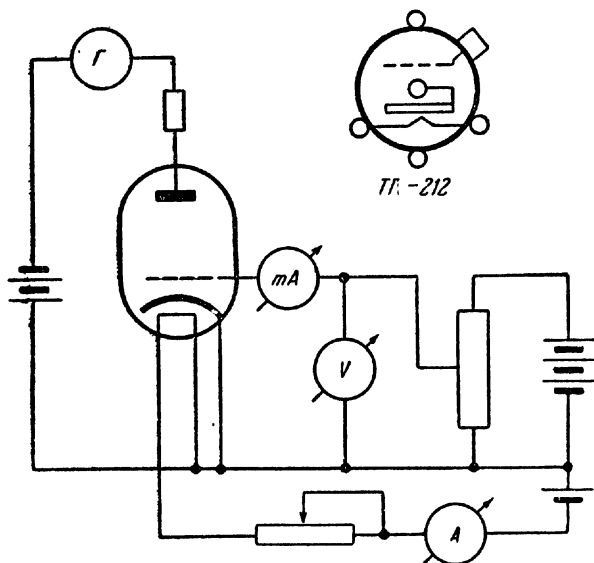


Рис. 461.

2. Изучить зависимость сеточного тока и тока коллектора от величины ускоряющего напряжения и построить соответствующие графики.

3. По полученным графикам определить потенциалы возбуждения и ионизации аргона. Рассчитать по формуле (1) частоту света, излучаемого при возвращении атома в основное состояние.

**Технические данные установки.** Тиратрон типа ТГ-212. Гальванометр в цепи коллектора чувствительностью  $10^{-10}$  а/мм. Ограничительное сопротивление в цепи коллектора 1—10 Мом. Миллиамперметр в сеточной цепи на 15 ма, вольтметр на 15—30 в. Амперметр в цепи накала на 1 а, реостат на 10 ом. Вместо чувствительного гальванометра можно использовать простой ламповый вольтметр (например, на двойном триоде по дифференциальной схеме, как показано на рис. 446), обладающий входным сопротивлением 10 Мом. Это сопротивление включается непосредственно в цепь коллектора.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Г. С. Ландсберг, Оптика, Гостехиздат, 1952.

#### СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

2. Э. В. Шпольский, Атомная физика, т. I, Гостехиздат, 1951.
3. Н. А. Капцов, Электрические явления в газах и вакууме, Гостехиздат, 1950; Электроника, Гостехиздат, 1956.

## ЗАДАЧА 137

ДИФРАКЦИЯ РЕНТГЕНОВСКИХ ЛУЧЕЙ  
НА МОНОКРИСТАЛЛЕ

**Введение.** Самым общим случаем дифракции является дифракция в среде с трехмерным распределением неоднородностей. Такую картину мы имеем в случае дифракции рентгеновских лучей в кристаллах. Так как величины межплоскостных расстояний в кристаллах того же порядка, что и длины волн рентгеновского излучения, то кристаллы являются естественными дифракционными решетками для рентгеновских лучей. Зная строение кристалла (закономерность расположения в нем атомов), можно рассчитать дифракционную картину и решать таким образом чисто оптические задачи (определение длины волн излучения, естественной ширины спектральной линии и т. д.). Наоборот, по полученной дифракционной картине можно определить строение, атомную структуру кристалла. Целью настоящей работы является ознакомление со способами получения и расчета лауэграммы.

Положение дифракционных максимумов на рентгенограмме, как известно, определяется уравнениями Лауэ:

$$\left. \begin{aligned} a(\cos \alpha - \cos \alpha_0) &= H\lambda, \\ b(\cos \beta - \cos \beta_0) &= K\lambda, \\ c(\cos \gamma - \cos \gamma_0) &= L\lambda, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $a, b, c$  — периоды решетки по осям координат,  $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$  и  $\cos \alpha_0, \cos \beta_0, \cos \gamma_0$  — направляющие косинусы дифрагированного и падающего лучей соответственно,  $\lambda$  — длина волны рентгеновского излучения, а  $H, K, L$  — индексы интерференции.

Рассмотрение дифракционных максимумов как селективных отражений под углами, при которых разность хода между лучами, отраженными от двух соседних параллельных кристаллографических плоскостей, равна целому числу длин волн, приводит к уравнению Брэгга—Вульфа

$$n\lambda = 2d \sin \theta, \quad (2)$$

где  $\theta$  — угол скольжения, а  $d$  — величина межплоскостного расстояния.

Положение любой кристаллографической плоскости может быть определено тремя отрезками  $A, B, C$ , отсекаемыми этой плоскостью на осях координат. Так как трансляции по разным осям могут быть разными, то отрезки измеряются в долях единиц  $a, b, c$ . Все семейство таких параллельных плоскостей характеризуется, очевидно, отрезками  $A, B, C$ , измеренными в осевых единицах, т.е. отношениями  $\frac{A}{a}, \frac{B}{b}, \frac{C}{c}$ . В кристаллографии принято для

определения плоскости брать не сами отношения  $A/a$ ,  $B/b$  и  $C/c$ , а величины, обратные им, называемые миллеровскими индексами. Миллеровские индексы обозначают буквами  $h$ ,  $k$ ,  $l$  и их принято заключать в круглые скобки и писать без запятых.

Зная систему, к которой принадлежит кристалл, и величины основных трансляций  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , можно вычислить расстояние любой заданной плоскости ( $hkl$ ) от соседней параллельной плоскости. Это расстояние, обозначаемое буквой  $d$ , называется межплоскостным расстоянием и входит в состав основной формулы рентгеноструктурного анализа. В простейшем случае кубической решетки связь между  $d$ ,  $a$  и  $hkl$  выражается следующим равенством:

$$\frac{1}{d^2} = \frac{h^2 + k^2 + l^2}{a^2}. \quad (3)$$

Спектр рентгеновского излучения, так же как и видимого света, может быть сплошным и линейчатым. Рентгеновское излучение, характеризующееся сплошным спектром, часто, по аналогии с видимым светом, называют белым, а излучение с линейчатым спектром называют характеристическим, так как он определяется материалом анода рентгеновской трубки. Минимальная длина волны рентгеновских лучей в сплошном спектре определяется величиной приложенного к полюсам рентгеновской трубки напряжения,

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{eV} = \frac{12,395}{V} \text{ \AA}, \quad (4)$$

где  $h$  — постоянная Планка,  $c$  — скорость света,  $e$  — заряд электрона,  $V$  — напряжение в киловольтах.

Максимум интенсивности на спектральной кривой соответствует длинам волн, примерно в 1,5 раза большим, чем минимальная длина волны. Граница непрерывного спектра со стороны длинных волн в основном определяется величиной поглощения в веществе, из которого сделаны окошки рентгеновской трубки.

Характеристический спектр появляется только, если напряжение на рентгеновской трубке больше определенного критического значения. Величина критического напряжения определяется материалом анода. Трубки с медным и железным анодом в аппарате УРС-70 обычно работают на напряжениях, превышающих в 3—4 раза  $V$  критическое. Трубки с вольфрамовым анодом обычно используются для получения белого рентгеновского спектра.

**Рентгеновский аппарат.** Все современные рентгеновские высоковольтные аппараты — это трансформаторные установки, преобразующие переменный ток напряжением в 120—220 в в ток высокого напряжения (обычно постоянный ток).

Основными частями рентгеновского аппарата, помимо рентгеновской трубки и выпрямителя (кенотрона), являются высоковольтный трансформатор, трансформаторы накала трубки и кено-



5. При помощи корректора сети 2 регулируется напряжение. Полагается устанавливать 220 в.

6. Переключатель 7 вольтметра устанавливается на контроль напряжения на первичной обмотке высоковольтного трансформатора.

7. С помощью автотрансформатора вращением ручки 3 регулируется напряжение, подаваемое на первичную обмотку высоковольтного трансформатора. Сначала подается не более 50 в.

8. Выключателем 4 включается напряжение на первичную обмотку высоковольтного трансформатора и, следовательно, подается высокое напряжение на трубку.

9. Наблюдая за показаниями миллиамперметра 6, регулируют ток через трубку, меняя ток накала трубки, что осуществляется вращением движка 5 реостата, находящегося в первичной цепи трансформатора накала трубки. (Режим работы каждой трубки дается в паспорте трубки.)

10. Вращением ручки 3 устанавливается рабочий режим на высоковольтном трансформаторе (режим смотреть в паспорте).

Рентгеновская установка УРС-70 снабжена блокировкой, не позволяющей включать высокое напряжение в случае, если недостаточен напор воды для охлаждения трубки или если открыта или не плотно закрыта дверца оперативного стола. При выключателе 4, повернутом в положение включения, аппарат в указанных случаях подает звуковой сигнал.

Счетчик 9 позволяет определять истинное время работы трубки. Этот счетчик имеет своей основой

синхронный мотор типа СД-2, который включается одновременно с включением высоковольтного трансформатора и, таким образом, измеряет время работы трубки, а не астрономическое время.

Выключается УРС-70 в порядке, обратном включению.

Экспериментальная часть. На рис. 464 схематически показано взаимное расположение первичного пучка рентгеновских лучей, кристалла и фотографической пленки при съемке лауэграммы.

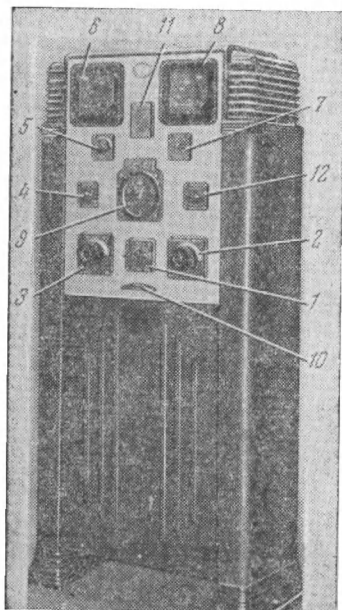


Рис. 463. Пульт управления аппарата УРС-70:

1—9 — пояснены в тексте. 10 — тумблер для перевода включения высоковольтного трансформатора с пульта на оперативный стол. 11 — градуировочный график. Используется для определения падения напряжения на трубке. 12 — токоограничитель. Включается только при работе с разборными трубками.

Пучок рентгеновских лучей, выходящий из трубки, проходит через коллиматор *А* и попадает на кристалл *К*. По другую сторону кристалла на некотором расстоянии от него помещается кассета *Б* с фотопленкой, плоскость которой перпендикулярна к первичному пучку рентгеновских лучей. Металлический экран *Э*, в который вставляется коллиматор, защищает кристалл и фотопленку от излишнего облучения рентгеновскими лучами. Кристалл укрепляется в специальном держателе, позволяющем устанавливать его желаемым образом относительно падающего пучка лучей.

Лауэграмма отображает симметрию кристалла в том направлении, вдоль которого направлен первичный пучок рентгеновских лучей. Например, если кристалл кубической системы установить

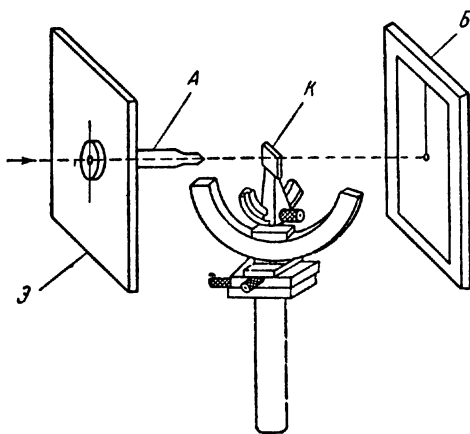


Рис. 464.

так, чтобы направление падающего пучка совпадало с осью 4-го порядка, то полученная на снимке дифракционная картина обнаружит эту симметрию, т. е. каждое пятно снимка может быть совмещено с аналогичным четыре раза поворотами на  $90^\circ$  вокруг нормали к плоскости снимка, проходящей через центральное пятно (след прошедшего через кристалл первичного пучка).

Для получения лауэграммы существует много различных конструкций рентгеновских камер. В данной задаче применяется камера РКСО, снабженная гониометрической головкой.

Специальный держатель кристалла — гониометрическая головка предназначена для точной центрировки и юстировки <sup>1)</sup> кристалла. Винты, которые служат для центрировки, сообщают образцу поступательное перемещение в двух взаимно-перпендикулярных направлениях. Повороты по дугам гониометрической

<sup>1)</sup> Юстировкой кристалла называется точная угловая установка кристалла относительно оси гониометрической головки.

головки дают возможность осуществлять угловую установку кристалла. Гониометрическая головка съемная. Ее можно или свинтить с оси, или вынуть из камеры вместе с осью, для чего предварительно надо ослабить закрепляющий ее винт.

Кассета камеры РКСО приспособлена для снимков на фотопленку размером  $10 \times 12$  см. Расстояние кассеты от кристалла строго фиксировано и равно 40 мм. Это расстояние необходимо знать для расчетов снимков. Перпендикулярность кассеты направлению пучка рентгеновских лучей обеспечивается при сборке камеры. На кассете со стороны, обращенной к лучам, перпендикулярно к оси головки туго натянута тонкая проволока. Получающееся наряду с интенсивными дифрагированными пучками слабое рассеянное излучение вызывает общее незначительное почернение (вуалирование) пленки. Проволока поглощает это излучение, благодаря чему на снимке получается светлая тень. Параллельно этой тени выбирается одна из осей внешней координатной системы, относительно которой рассчитывается направление осей кристалла. Чтобы определить на снимке верх и низ, правую и левую стороны, на кассету (в центре ее) наклеивается тонкая фигурная пластинка свинца, которая также дает тень на снимке. Одновременно эта пластинка служит для ослабления первичного пучка в месте встречи его с пленкой.

Камера в целом собрана таким образом, что правильность взаимного расположения отдельных ее частей обеспечивается с большой точностью, поэтому разрешается повертывать только те винты, которые служат для установки кристалла. Все винты, имеющие головки со шлицами для отвертки, предназначены для сборки и юстировки камеры, поэтому повертывать их запрещается.

**Центрировка и юстировка кристалла.** В данной задаче в качестве образца применяется кристалл каменной соли, поэтому установка кристаллов сравнительно проста. Известно, что кристаллы каменной соли откалываются по плоскостям куба и имеют форму прямоугольных параллелепипедов. Таким образом, ребра кристаллов являются осями 4-го порядка, а грани — плоскостями типа  $\{100\}$ <sup>1)</sup>. Зная направление осей 4-го порядка, можно легко рассчитать все другие кристаллографические направления и, следовательно, установить кристалл в любой заданной ориентировке. Для нашей задачи удобно иметь кристалл в виде длинного параллелепипеда размером примерно  $1 \times 1 \times 7$  мм. Такой кристалл прикрепляется воском или пластилином к столику гониометрической головки так, чтобы длинное ребро было примерно параллельно

<sup>1)</sup> Семейство кристаллографически эквивалентных плоскостей обозначается индексами типичной плоскости, заключенными в фигурные скобки. Так, например, все семейство плоскостей, образующих огранку куба: (100), (010), (001), ( $\bar{1}00$ ), (0 $\bar{1}0$ ), (00 $\bar{1}$ ), обозначается  $\{100\}$ . Заметим, что при написании индексов Миллера знак «—» ставится над числом.



оси гониометрической головки, а грани кристалла параллельны плоскостям дуг гониометрической головки. Для дальнейшей работы удобно начальное положение дуг головки устанавливать так, чтобы их плоскости были взаимно-перпендикулярны, причем плоскость верхней дуги была бы перпендикулярна к оси коллиматора камеры.

Рентгенографируемый участок кристалла должен быть установлен на расстоянии  $\sim 5$  мм от плоскости столика, так как тогда этот участок будет находиться в центре кривизны дуговых салазок гониометрической головки. Приклеенный к столику кристалл центрируется так, чтобы он находился против отверстия диафрагмы. Уточнить центровку можно, наблюдая через коллиматор перемещения кристалла и добиваясь, чтобы при любом повороте кристалл оставался в центре поля зрения. Далее, пользуясь дугами гониометрической головки, устанавливают длинные ребра кристалла параллельно оси вращения головки. Более точная установка возможна с помощью зрительной трубы, которая имеет в окуляре шкалу и может ввинчиваться в камеру РКСО вместо коллиматора.

Кристалл устанавливают так, чтобы все три координатные оси кристалла (оси 4-го порядка) были параллельны внешним координатным осям: направлению первичного пучка рентгеновских лучей, оси поворотов гониометрической головки и оси, которая параллельна натянутой на кассете проволоке. Точность установки кристалла легко может быть проверена рентгенографически. При выбранной установке кристалла плоскость, перпендикулярная к оси гониометрической головки, является также плоскостью симметрии <sup>1)</sup>, поэтому верхняя и нижняя части лауэграммы должны быть симметричны. Выбрав на снимке две симметричные точки  $L_1$  и  $L_2$ , расположенные возможно ближе к вертикали и подальше от центра снимка  $O$ , измеряем расстояния  $OL_1$  и  $OL_2$  (рис. 465). По расстояниям  $OL_1$  и  $OL_2$  и расстоянию от кристалла до пленки  $D$  легко определить угол наклона кристалла  $\varepsilon$ :

$$\frac{OL_1}{D} = \operatorname{tg} 2\vartheta_1, \quad \frac{OL_2}{D} = \operatorname{tg} 2\vartheta_2, \dots \quad (5)$$

$$\varepsilon = \frac{\vartheta_2 - \vartheta_1}{2}. \quad (6)$$

При точном расположении кристалла, соответствующем выбранной установке, вертикальная плоскость, совпадающая с направлением первичного пучка, также является плоскостью симметрии. При этом правая и левая половины снимка должны быть симметричны. Ошибку установки можно определять аналогично описанному выше, но нужно выбирать пятна  $L_3$ ,  $L_4$ , расположенные близ горизонтальной линии, проходящей через след первичного пучка.

<sup>1)</sup> Все координатные плоскости кристалла каменной соли являются плоскостями симметрии.

Определив углы деюстировки кристалла, необходимо с помощью поворотов по дугам гониометрической головки (для исправления «вертикальной» деюстировки) и поворотов всей гониометрической

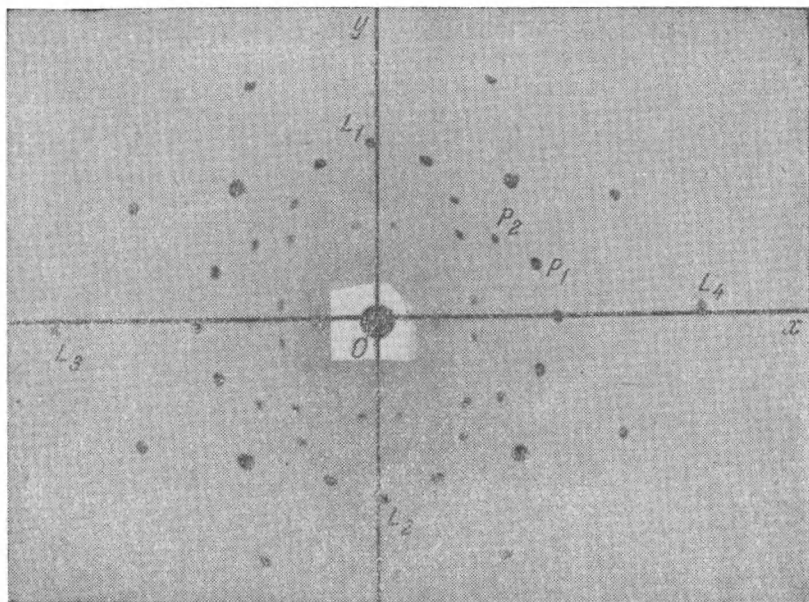


Рис. 465.

головки вокруг ее оси (для исправления «горизонтальной» деюстировки) уточнить установку кристалла. Деюстировку менее  $10'$  можно не выправлять.

**Расчет рентгенограмм.** Определение индексов интерференции. Рассмотрим кубический кристалл: оси  $a$ ,  $b$ ,  $c$  равны и взаимно-перпендикулярны. Пусть кристалл установлен так, что направления внешних координатных осей  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  совпадают с направлениями осей  $a$ ,  $b$ ,  $c$  кристалла. Пусть первичный пучок рентгеновских лучей направлен вдоль одной из координатных осей, скажем, вдоль оси  $Z$ . Другая ось ( $X$ ) пусть совпадает с осью гониометрической головки. Тогда третья ось ( $Y$ ) будет параллельна проволоке, натянутой на кассете. Проведем на фотопленке оси  $X'$  и  $Y'$  параллельно осям  $X$  и  $Y$  кристалла. Расстояние от центра кристалла (начало координат) до фотопленки обозначим буквой  $D$ .

Любое интерференционное пятно  $P$  рентгенограммы может быть задано тремя координатами  $X_1$ ,  $Y_1$ ,  $D$ , а направление интерференционного луча проще всего задать косинусами углов  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , которые



Обозначив эти углы буквой  $\varphi$ , напишем:

$$OA = \frac{OC}{\cos \varphi}; \quad OB = \frac{OC}{\sin \varphi}.$$

Уравнения (9) преобразуются к следующему виду:

$$h:k:l = \frac{1}{OC/\cos \varphi} : \frac{1}{OC/\sin \varphi} : \frac{1}{OC/\operatorname{tg} \varphi} = \cos \varphi : \sin \varphi : \operatorname{tg} \varphi.$$

Заменив  $\operatorname{tg} \varphi$  через синус и косинус двойного угла, получаем:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{1 - \cos 2\vartheta}{\sin 2\vartheta} = \frac{1 - \frac{D}{KP}}{OP/KP} = \frac{KP - D}{\sqrt{X_1^2 + Y_1^2}},$$

из треугольников  $OPX_1$  и  $OPY_1$  получаем:

$$\cos \varphi = \frac{X_1}{\sqrt{X_1^2 + Y_1^2}}, \quad \sin \varphi = \frac{Y_1}{\sqrt{X_1^2 + Y_1^2}},$$

и окончательно

$$h:k:l = \frac{X_1}{\sqrt{X_1^2 + Y_1^2}} : \frac{Y_1}{\sqrt{X_1^2 + Y_1^2}} : \frac{-KP + D}{\sqrt{X_1^2 + Y_1^2}} = X_1:Y_1:(-KP + D). \quad (10)$$

Сопоставление выражений (10) и (8) показывает, что индексы интерференций и индексы отражающей плоскости совпадают.

Приведем в качестве примера подсчет индексов пятен  $P_1$  и  $P_2$  рентгенограммы, приведенной на рис. 465.

Лауэграмма, приведенная на этом рисунке, получена при расстоянии от кристалла до пластинки  $D = 30,0$  мм.

Координаты пятна  $P_1$ :  $X_1 = 20,5$  мм;  $Y_1 = 6,8$  мм; координаты пятна  $P_2$ :  $X_2 = 15,3$  мм,  $Y_2 = 10,0$  мм. Результаты подсчетов сведены в таблицу. В этой же таблице указаны полученные значения индексов. Точность измерения такова, что все расчеты можно проводить на логарифмической линейке.

№ пятна	$X'$	$Y'$	$(KP)^2$	$KP$	$KP - D$	$hkl$
$P_1$	20,5	6,8	1370	37,0	7,0	311
$P_2$	15,3	10,0	1230	35,1	5,1	321

Определение длин волн, участвующих в отражении. Спектральный состав белого излучения определяется напряжением, на котором работала трубка при съемке рентгенограммы. Минимальная длина волны вычисляется из соотношения (4). Граница спектра со стороны длинных волн определяется поглощением в стекле трубки. При употреблении трубок с окошками из специального стекла (гетан) или бериллия, пропускающих мягкое

рентгеновское излучение, практически граница спектра проходит где-то близ  $2,5 \text{ \AA}$ <sup>1)</sup>). Обычное стекло пропускает лучи с длинами волн не больше  $0,8 - 1 \text{ \AA}$ . Лауэвское пятно на снимке может получиться вследствие наличия нескольких интерференций с кратными индексами:  $HKL$ ,  $2H\ 2K\ 2L$  и т. д. Эти интерференции возникают при разных длинах волн. Если известна величина  $a$  и интервал длин волн, легко определить длины волн, участвующих в создании данного пятна лауэграммы, из условия

$$a_i \cos \alpha_i = H\lambda \quad \text{или} \quad n\lambda = 2d \sin \vartheta.$$

При выполнении работы необходимо:

1. Ознакомиться с камерой для съемки лауэграмм.
2. Выколоть кристалл каменной соли размером  $\sim 1 \times 1 \times 7 \text{ мм}$  и установить его в камере так, чтобы направления ребер кристалла совпадали с осью гониометрической головки и направлением первичного пучка.
3. Получить три рентгенограммы: в исходном положении, затем повернув головку вокруг ее оси на  $45^\circ$  и на  $90^\circ$ .  
Определить на каждой из трех рентгенограмм элементы симметрии, соответствующие данному направлению съемки.
4. Получить при определенном напряжении лауэграмму в положении, когда ось 4-го порядка совпадает с направлением первичного пучка рентгеновских лучей, и определить индексы интерференций нескольких пятен одной четверти снимка, индексы отражающих плоскостей, соответствующих этим интерференциям, и длины волн, участвующих в образовании пятен, индексы которых определялись.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Г. С. Ландсберг, Оптика, Гостехиздат, 1957.

#### СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

2. Г. С. Жданов и Я. С. Уманский, Рентгенография металлов, ч. I, Металлургиздат, 1941.

#### ЗАДАЧА 138

### ДИФРАКЦИЯ РЕНТГЕНОВСКИХ ЛУЧЕЙ В ПОЛИКРИСТАЛЛАХ

Целью настоящей задачи является получение и расчет рентгеновской дифракционной картины от поликристаллического образца. Общие сведения о рентгеновских спектрах, о дифракции рентгеновских лучей в кристаллах и о применяемом рентгеновском аппарате см. в описании предыдущей задачи и рекомендованной литературе.

<sup>1)</sup>  $1 \text{ \AA} = 1,002 \text{ \AA}$ .

Поликристаллическое вещество представляет собой конгломерат большого числа отдельных беспорядочно ориентированных мелких кристалликов. В природе кристаллические вещества встречаются в большинстве случаев именно в виде поликристаллов.

В данной работе будет изучаться поликристаллический образец из кристаллов кубической системы. По полученной рентгенограмме (дебаеграмме) должен быть рассчитан размер элементарной ячейки, определены индексы плоскостей, давших отражения, и вычислено число атомов, приходящихся на элементарную ячейку.

**Получение дебаеграммы.** Пусть на поликристалл падает пучок строго монохроматического излучения с длиной волны  $\lambda$ . В случае, если в облучаемом объеме поликристалла находится достаточно большое число беспорядочно расположенных кристаллитов, то среди

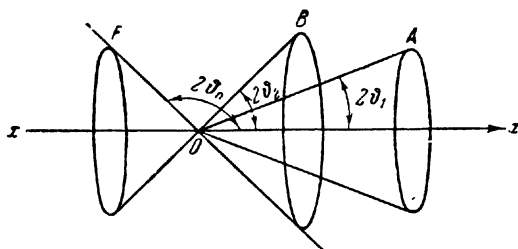


Рис. 467.

них обязательно найдется некоторое количество ориентированных таким образом, что некоторая плоскость, скажем плоскость с индексами  $h_1k_1l_1$  и межплоскостным расстоянием  $d_1$ , окажется в отражающем положении, т. е. составит с падающим лучом угол  $\vartheta_1$ , удовлетворяющий уравнению Брэгга — Вульфа:  $n\lambda = 2d \sin \vartheta_1$ . От остальных кристалликов облучаемого объема, ориентированных неблагоприятным (для данной длины волны  $\lambda$ ) образом, отражений от плоскости  $h_1k_1l_1$  не получится. Однако часть из этих кристалликов окажется ориентированной так, что какая-то другая группа плоскостей с индексами  $h_2k_2l_2$  и межплоскостным расстоянием  $d_2$  будет для данной длины волны  $\lambda$  находиться в отражающем положении. Еще какая-то часть кристалликов будет расположена так, что отражения дадут плоскости с индексами  $h_3k_3l_3$ , и т. д. В результате облучения какого-либо поликристалла монохроматическим рентгеновским светом получим ряд характерных дискретных дифракционных максимумов. Дифракционные лучи, полученные от одинаковых плоскостей  $hkl$  различных кристалликов, будут располагаться по поверхности конуса, у которого угол при вершине будет равен  $4\vartheta$ , а осью будет направление падающего пучка лучей (рис. 467). При достаточно большом числе кристалликов в облуча-

емом объеме и полностью хаотическом их распределении дифракционные лучи покроют всю коническую поверхность без промежутков. Если перпендикулярно к оси такой конической поверхности поместить фотопластинку, то на ней после проявления появится сплошное темное кольцо — след пересечения дифракционного конуса с плоскостью пластинки.

Число и положение концентрических колец, получаемых на рентгенограмме поликристалла, зависит от строения кристаллической решетки исследуемого поликристалла и от применяемого излучения. Обычно рентгенограммы поликристаллов снимаются на пленку, расположенную по цилиндрической поверхности, ось которой перпендикулярна — падающему на образец пучку рентгеновских лучей (рис. 468). Тогда на рентгенограмме видны расположенные симметрично относительно следа первичного пучка дуги — линии пересечения цилиндра фотопленки и дифракционного конуса.

Рентгенограммы с поликристаллов снимают на характеристическом излучении  $K$ -серии, содержащем небольшое число спектральных линий. Достаточно интенсивны и практически наблюдаются всего три линии:  $K_{\alpha_1}$ ,  $K_{\alpha_2}$  и  $K_{\beta}$ . Чтобы получить на снимке линии, соответствующие только одному значению  $\lambda$ , и таким образом упростить расчет, излучение  $K_{\beta}$  можно отфильтровать, поставив перед диафрагмой камеры селективно поглощающий фильтр. Длины волн  $K_{\alpha_1}$  и  $K_{\alpha_2}$  очень близки и при углах  $\vartheta < \sim 60^\circ$  отражения их сливаются в одну линию. Поэтому присутствие двух линий дублета  $K_{\alpha}$  практически не усложняет расчет снимка.

**Экспериментальная часть.** Для получения рентгенограмм поликристаллов существует много различных типов камер. В данной задаче применяется камера РКД. Образец цилиндрической формы прикрепляется воском, пластилином и т. п. к съемному сделанному из мягкого железа столику приблизительно перпендикулярно к

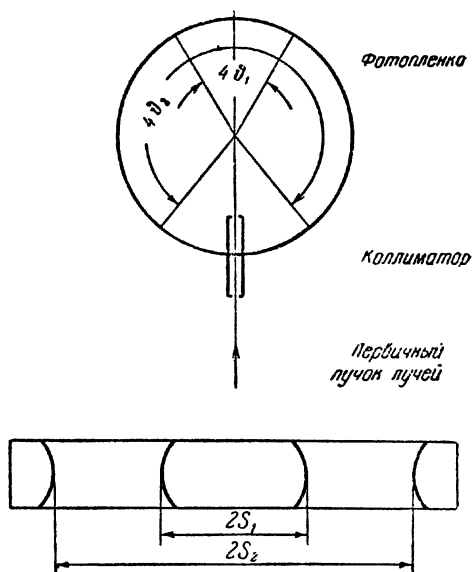


Рис. 468.

его плоскости. Затем столик прикладывается к магниту, укрепленному на конце вращающейся оси камеры. Столик с образцом можно перемещать по пластинке магнита специальным винтом. Образец центрируют, наблюдая его вращение через лупу, надетую на коллиматор. Образец отцентрирован, когда при вращении он кажется неподвижным<sup>1)</sup>.

После того как образец отцентрирован, камера заряжается пленкой и ставится к трубке. Затем путь лучей между окошком трубки и коллиматором тщательно экранируется цилиндром из свинцовой фольги, после чего включается рентгеновский аппарат и проверяется, не сбилась ли установка камеры на лучи во время центровки образца и зарядки.

**Расчет рентгенограммы.** На рентгенограмме поликристалла, снятой на цилиндрическую пленку, ось которой совпадает с осью образца и перпендикулярна к первичному пучку рентгеновских лучей, могут быть зарегистрированы дифракционные максимумы в широком интервале углов  $\vartheta$ . Интервал углов регистрируемых отражений для камеры РКД — от 4 до  $84^\circ \vartheta$ . Следы пересечения дифракционных конусов с цилиндрической поверхностью пленки будут представлять собой попарно симметричные дуги, расстояния между которыми  $2S$  пропорциональны соответствующим углам отражений (рис. 468). Дуга  $2S$  связана с измеренным в радианах углом при вершине дифракционного конуса  $4\vartheta$  следующим соотношением:

$$2S = 4R\vartheta, \quad (1)$$

где  $R$  — радиус цилиндра, по которому изогнута пленка. Отсюда угол отражения  $\vartheta$ , выраженный в градусах, определяется формулой

$$\vartheta^\circ = 57,3 \frac{S}{2R}. \quad (2)$$

В камере РКД диаметр цилиндрической поверхности, по которой ложится фотопленка, равен 57,3 мм, поэтому число градусов угла равно числу миллиметров в половине расстояния между симметричными линиями рентгенограммы, т. е. числу миллиметров в  $S$ . Межплоскостное расстояние  $d$ , индексы плоскости ( $hkl$ ) и основной период решетки  $a$  связаны между собой соотношением (3) (задача 137). Подставляя его в уравнение Брэгга—Вульфа, получим:

$$\sin^2 \vartheta = \frac{\lambda^2}{4a^2} (h^2 + k^2 + l^2). \quad (3)$$

<sup>1)</sup> Быстрой центровки образца можно добиться, применяя следующий прием поворотом оси со столиком выводят образец на самое высокое его положение; после этого винтом опускают образец к центру. Далее поднимают винт, толкаящий столик с образцом, поворачивают ось с образцом и снова смещают образец к центру. Обычно нескольких смещений достаточно для центровки образца. Биения образца примерно на  $1/4$  его диаметра мало мешают и устранять их не обязательно.



При расчете снимка для каждой линии рентгенограммы находим:  $2S_n$ ,  $\vartheta_n$ ,  $\sin^2 \vartheta_n$ . Формула (3) показывает, что для кубического кристалла значения  $\sin^2 \vartheta$  пропорциональны  $h^2 + k^2 + l^2$ .

Индексы плоскостей всегда целые и в большинстве случаев небольшие числа. Вычислив ряд значений для  $\sin^2 \vartheta$  и зная, что все эти величины имеют общий множитель  $\frac{\lambda^2}{4a^2}$ , подбираем величину этого общего множителя, и следовательно, находим приближенно значения  $(h^2 + k^2 + l^2)$  для каждой линии. Зная величины сумм квадратов индексов, легко определяем и сами индексы плоскостей, отражением от которых образованы линии рентгенограмм. Для простой кубической решетки возможны любые значения индексов; для объемно-центрированной кубической решетки наблюдаются отражения только от тех плоскостей, для которых сумма индексов четная; для гранецентрированной кубической решетки наблюдаются отражения только от тех плоскостей, для которых все три индекса четные или все три нечетные. Таким образом, для простой кубической решетки значения  $(h^2 + k^2 + l^2)$  представляют ряд 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 и т. д., для объемноцентрированной 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18 и т. д., для гранецентрированной 3, 4, 8, 11, 12, 16, 19, 20 и т. д. Далее, найдя индексы, определяем для каждой линии величину  $a$ , пользуясь соотношением (3). Чем больше угол  $\vartheta$ , тем точнее определяется период решетки  $a$ . Анализ наблюдаемых экспериментально индексов ( $hkl$ ) позволяет решить, к какому типу (примитивная, гране- или объемноцентрированная) принадлежит решетка исследуемого вещества.

Вместо вышеописанного метода индирования рентгенограммы можно воспользоваться весьма простым графическим методом. Перепишем формулу (3) в виде

$$\sin \vartheta = \frac{\lambda}{2a} \sqrt{h^2 + k^2 + l^2}. \quad (4)$$

Построим семейство прямых (рис. 469)  $\sin \vartheta = f\left(\frac{\lambda}{a}\right)$ . По оси абсцисс будем откладывать  $\frac{\lambda}{a}$ , по оси ординат  $\sin \vartheta$ . Очевидно, для любых индексов функция  $\sin \vartheta = f\left(\frac{\lambda}{a}\right)$  будет выражаться прямой, проходящей через начало координат. Для расчета рентгенограмм наносят на полоску бумаги экспериментально найденные значения  $\sin \vartheta$ , взятые в масштабе графика. Наложив такую линейку на график, как это показано на рис. 469, и передвигая ее так, чтобы нуль линейки совпадал с нулевой линией графика ( $\sin \vartheta = 0$ ), находим на графике вертикальный разрез, при котором все экспериментальные значения  $\sin \vartheta$  совпадают с прямыми графика <sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Очевидно, что линии  $K_\alpha$  излучения дадут один разрез, а линии  $K_\beta$  — другой.

При этом сразу определяются суммы квадратов индексов линий и величина  $\frac{\lambda}{a}$ . Так как индексы могут иметь только целочисленные значения, то некоторая неточность совпадения экспериментальных значений с линиями на графике не скажется на правильности определения индексов. Значения же периода  $a$  следует брать не из полученной величины  $\frac{\lambda}{a}$ , а вычислять по формулам

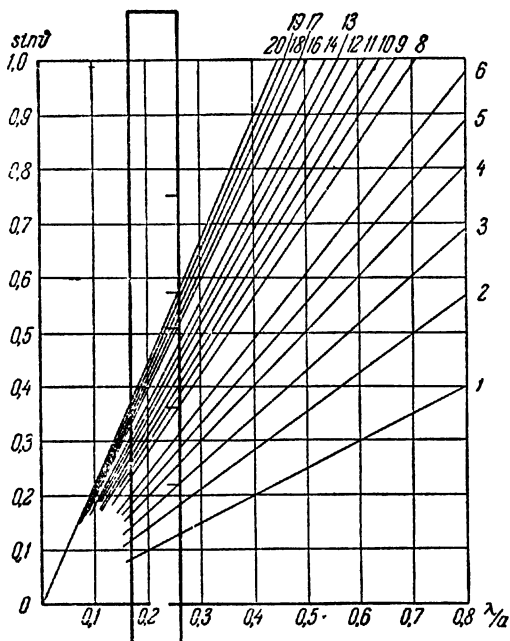


Рис. 469.

независимо для каждой рассматриваемой линии, используя для этого найденные по графику значения индексов  $hkl$ .

Определив период  $a$ , вычисляем объем элементарной ячейки  $v = a^3$ . Зная объем элементарной ячейки и плотность исследуемого вещества, легко определить число атомов в ячейке. Плотность вещества — это масса вещества в единице объема, следовательно это отношение массы вещества, содержащегося в объеме элементарной ячейки, к объему ячейки. Масса вещества в элементарной ячейке — это произведение из числа атомов  $N$  в элементарной ячейке на атомный (молекулярный) вес  $M$  и на массу атома водорода  $m_H$ , следовательно, плотность  $\rho$  может быть выражена следующим

образом:

$$\rho = \frac{NMm_{\text{я}}}{v}. \quad (5)$$

Из соотношения (5) получаем:

$$N = \frac{\rho v}{Mm_{\text{я}}} = 0,607 \frac{\rho v}{M} \cdot 10^{24}. \quad (6)$$

### Порядок работы.

1. Получить рентгенограмму какого-либо поликристалла кубической системы.

2. Проиндифицировать полученную рентгенограмму, определить основной период решетки, тип ячейки (примитивная, гранецентрированная или объемноцентрированная) и объем элементарной ячейки.

3. Зная (по таблицам) плотность вещества, определить число атомов в элементарной ячейке.

4. Сравнить число атомов в элементарной ячейке, полученное в пункте 3 задания, с числом атомов, полученным по определению типа ячейки (пункт 2 задания).

### ЛИТЕРАТУРА

1. Г. С. Ландсберг, Оптика, Гостехиздат, 1957.

### СПЕЦИАЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

2. Г. С. Жданов и Я. С. Уманский, Рентгенография металлов, ч. 1, Металлургиздат, 1941.
3. Н. Н. Качанов и Л. И. Миркин, Рентгеноструктурный анализ, Машгиз, 1960.

## ЗАДАЧА 139

### ИЗМЕРЕНИЕ СКОРОСТИ СВЕТА

Измерение скорости света в настоящей задаче производится фазометрическим методом. Применяется специальный источник света, интенсивность которого изменяется по гармоническому закону с частотой  $\nu_1$ :

$$I(t) = I_0 \sin 2\pi \nu_1 t, \quad (1)$$

В результате от источника распространяется волна интенсивности света:

$$I(x, t) = I_0 \sin 2\pi \nu_1 \left( t - \frac{x}{c} \right). \quad (2)$$

Эта искусственно созданная волна интенсивности света, которую, разумеется, не следует путать со световой волной, направляется

к возможно более удаленным зеркалам и, отражаясь, возвращается к поставленному рядом с источником приемнику света (фотоумножителю). Если свет при этом прошел путь  $L$ , то колебание его интенсивности, пришедшее к приемнику, запишется так:

$$I(t) = I_0 \sin 2\pi\nu_1 \left( t - \frac{L}{c} \right). \quad (3)$$

Разность фаз  $\Delta\varphi$  между колебаниями (1) и (3):

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi\nu_1 L}{c}. \quad (4)$$

Если расстояние  $L$  и частота изменения интенсивности света источника  $\nu_1$  определены, то измерение разности фаз  $\Delta\varphi$  позволяет вычислить значение скорости света  $c$  из формулы (4).

Так как используется свет, интенсивность которого периодически изменяется, то подобно методу Физо фазометрический метод позволяет определить значение групповой скорости света.

Из формулы (4) видно, что для получения сколько-нибудь заметной и измеримой разности фаз  $\Delta\varphi$  на доступных в пределах лаборатории расстояниях (20—30 м) необходимо использовать возможно большую частоту изменения интенсивности света  $\nu_1$  (порядка нескольких мегагерц). Непосредственное определение разности фаз колебаний таких частот затруднительно, поэтому в описываемой установке применен радиотехнический метод преобразования колебаний высокой частоты  $\nu_1$  в колебания значительно более низкой «промежуточной» частоты  $\nu_n$ , на которой и определяется при помощи того или иного метода разность фаз  $\Delta\varphi$ .

Наиболее сложную часть установки составляет источник и приемник света с радиотехническими устройствами, обеспечивающими их работу. Блок-схема этой части установки изображена на рис. 470.

Ее главные части: источник света  $I$ , приемник света  $II$  и фазометр. В качестве источника света  $S$  используется газоразрядная лампа с накаливаемым катодом. На ее анод кроме постоянного напряжения подается переменное напряжение от радиочастотного генератора  $G_1$ , что и обеспечивает изменение интенсивности света лампы с частотой  $\nu_1$  (порядка нескольких мегагерц). Для измерения разности фаз  $\Delta\varphi$  электрические колебания генератора  $G_1$  преобразуются в колебания значительно более низкой «промежуточной» частоты (порядка 50—100 кГц). Преобразование осуществляется в смесителе при помощи напряжения с частотой  $\nu_2$ , поступающего от вспомогательного генератора  $G_2$ , расположенного в блоке приемника света. Напряжение промежуточной частоты усиливается в УПЧ и поступает в фазовращатель ФВ. Из фазовращателя выходное напряжение блока источника света поступает в фазометр.

В блоке приемника света использован специальный фотоумножитель ФЭУ, у которого имеется управляющий электрод, расположенный непосредственно около фотокатода. (С устройством и принципом действия фотоумножителя необходимо ознакомиться по описанию задачи 133). Главное назначение фотоумножителя заключается в преобразовании колебания интенсивности света, попадающего на его фотокатод, в переменный фототок. Кроме того, непосредственно в фотоумножителе производится преобразование колебаний фототока катода частоты  $\nu_1$  в колебания промежуточной

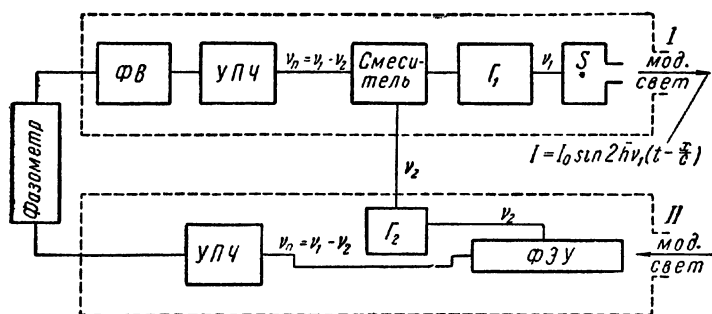


Рис. 470.

частоты  $\nu_n$ . Для этого на управляющий электрод фотоумножителя подается напряжение от генератора  $\Gamma_2$  с частотой  $\nu_2$ . Составляющая фототока промежуточной частоты, усиленная в 12 каскадах фотоумножителя, выделяется на электрическом контуре, включенном в цепь анода фотоумножителя и настроенном на частоту  $\nu_n$ . После усиления в УПЧ выходное напряжение блока приемника поступает на фазометр.

Для измерения разности фаз между выходными напряжениями блока источника света и блока приемника света служит фазометр. В качестве источников питания радиотехнических устройств установки и фотоумножителя используются стабилизированные выпрямители на 250 в и 1600 в, не показанные на блок-схеме.

Оптическая схема установки изображена на рис. 471. Свет от источника света  $S$  попадает на линзу, которая направляет его к удаленным зеркалам 2, ориентированным так, чтобы свет, отразившись от них, попал на фотокатод фотоумножителя ФЭУ.

Для того чтобы исключить дополнительные сдвиги фаз, появляющиеся в результате прохождения сигналов в радиоканалах и каскадах усиления фотоумножителя, в непосредственной близости к источнику и приемнику света могут вводиться зеркала 1. В этом случае свет проходит сравнительно небольшой путь между источником и приемником.

Измерения сдвига фаз, связанного с распространением света в пространстве между зеркалами 1 и зеркалами 2, практически выполняются в следующем порядке. Сначала вводят зеркала 1 и при помощи фотовращателя ФВ устанавливают по фазометру некоторый удобно отсчитываемый (например нулевой) сдвиг фаз  $\varphi_1$ . Затем

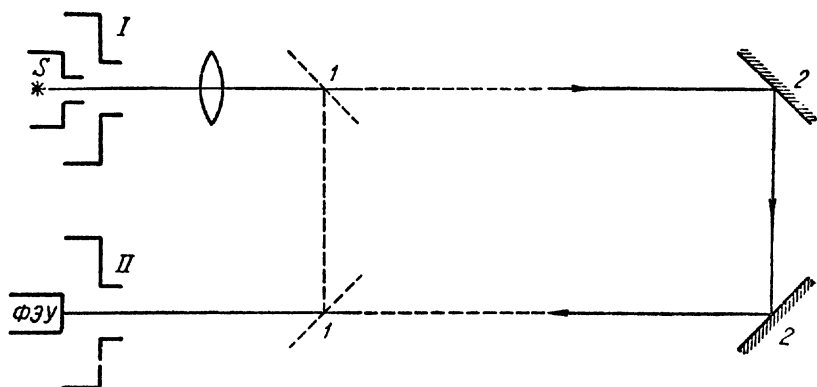


Рис. 471.

убирают зеркала 1 и дают возможность свету дойти до зеркал 2 и обратно к приемнику. В этих условиях измеряется сдвиг фаз  $\varphi_2$ , отличающийся от  $\varphi_1$  на  $\Delta\varphi$ . Это значение разности фаз  $\Delta\varphi$ , обязанное только прохождению света в пространстве между зеркалами 1 и 2, и используется для вычисления скорости света из формулы (4).

\* \* \*

Более подробные сведения об установке (схемы радиотехнических устройств и др.) и дополнительные указания о порядке измерений прилагаются в специальной инструкции к установке. Это в значительной степени вызвано тем, что для измерения разности фаз могут быть использованы различные методы и приборы (электронный фазометр, осциллограф и др.).

**Технические данные установки.** Источник света — газоразрядная лампа, предназначенная для фототелеграфной аппаратуры, фотоумножитель — ФЭУ-11Б; линза с фокусным расстоянием 150 мм.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Л а н д с б е р г Г. С., Оптика, Гостехиздат, 1957.

# ТАБЛИЦЫ

## 1. Международная система единиц (СИ) по ГОСТу 9867-61

Величина	Единица измерения	Сокращенные обозначения единиц		Размерность производных единиц
		русские	латинские или греческие	
	<b>Основные единицы</b>			
Длина	Метр	<i>м</i>	m	—
Масса	Килограмм	<i>кг</i>	kg	—
Время	Секунда	<i>сек</i>	s	—
Сила электрического тока	Ампер	<i>а</i>	A	—
Термодинамическая температура	Градус Кельвина	$^{\circ}\text{К}$	$^{\circ}\text{K}$	—
Сила света	Свеча	<i>св</i>	cd	—
	<b>Дополнительные единицы</b>			
Плоский угол	Радан	<i>рад</i>	rad	—
Телесный угол	Стерadian	<i>стер</i>	sr	—
	<b>Производные единицы</b>			
Площадь	Квадратный метр	$\text{м}^2$	$\text{м}^2$	$(1 \text{ м})^2$
Объем	Кубический метр	$\text{м}^3$	$\text{м}^3$	$(1 \text{ м})^3$
Частота	Герц	<i>гц</i>	Hz	$1 : (1 \text{ сек})$
Плотность (объемная масса)	Килограмм на кубический метр	$\text{кг/м}^3$	$\text{kg/m}^3$	$(1 \text{ кг}) : (1 \text{ м})^3$
Скорость	Метр в секунду	<i>м/сек</i>	m/s	$(1 \text{ м}) : (1 \text{ сек})$
Угловая скорость	Радан в секунду	<i>рад/сек</i>	rad/s	$(1 \text{ рад}) : (1 \text{ сек})$
Ускорение	Метр на секунду в квадрате	$\text{м/сек}^2$	$\text{m/s}^2$	$(1 \text{ м}) : (1 \text{ сек})^2$
Угловое ускорение	Радан на секунду в квадрате	<i>рад/сек<sup>2</sup></i>	rad/s <sup>2</sup>	$(1 \text{ рад}) : (1 \text{ сек})^2$
Сила	Ньютон	<i>н</i>	N	$(1 \text{ кг}) \cdot (1 \text{ м}) : (1 \text{ сек})^2$

Величина	Единица измерения	Сокращенные обозначения единиц		Размерность производных единиц
		русские	латинские или греческие	
Давление (механическое напряжение)	Ньютон на квадратный метр	$н/м^2$	$N/m^2$	$(1 н) : (1 м)^2$
Динамическая вязкость	Ньютон · секунда на квадратный метр	$н · сек/м^2$	$N · s/m^2$	$(1 н) · (1 сек) : (1 м)^2$
Кинематическая вязкость	Квадратный метр на секунду	$м^2/сек$	$m^2/s$	$(1 м)^2 : (1 сек)$
Работа, энергия, количество теплоты	Джоуль	дж	J	$(1 н) · (1 м)$
Мощность	Ватт	вт	W	$(1 дж) : (1 сек)$
Количество электричества, электрический заряд	Кулон	к	C	$(1 а) · (1 сек)$
Электрическое напряжение, разность электрических потенциалов, электродвижущая сила	Вольт	в	V	$(1 вт) : (1 а)$
Напряженность электрического поля	Вольт на метр	$в/м$	V/m	$(1 в) : (1 м)$
Электрическое сопротивление	Ом	ом	$\Omega$	$(1 в) : (1 а)$
Электрическая емкость	Фарада	ф	F	$(1 к) : (1 в)$
Поток магнитной индукции	Вебер	вб	Wb	$(1 к) · (1 ом)$
Индуктивность	Генри	гн	H	$(1 вб) : (1 а)$
Магнитная индукция	Тесла	тл	T	$(1 вб) : (1 м)^2$
Напряженность магнитного поля	Ампер на метр	$а/м$	A/m	$(1 а) : (1 м)$
Магнитодвижущая сила	Ампер	а	A	$(1 а)$
Световой поток	Люмен	лм	lm	$(1 св) · (1 стср)$
Яркость	Свеча на квадратный метр, или нит	$св/м^2$ , или нт	$cd/m^2$ , или nt	$(1 св) : (1 м)^2$
Освещенность	Люкс	лк	lx	$(1 лм) : (1 м)^2$



## 2. Приведение показаний барометра к 0°C

Из высоты барометра  $H$ , отсчитанной при  $t^\circ$  по масштабу, верному при 0°C, отнято  $(0,000182 - \beta) \cdot H$ . Коэффициент расширения  $\beta$  масштаба (латунного) принят равным 0,000019; для стеклянного масштаба числа должны быть увеличены на 0,008  $t$  (см. последний столбец).

Отсчитанная высота $H$ в мм												0,008 $\times t$
$t^\circ \text{ C}$	680	690	700	710	720	730	740	750	760	770	780	
1	0,11	0,11	0,11	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,13	0,13	0,01
2	0,22	0,22	0,23	0,23	0,23	0,24	0,24	0,24	0,25	0,25	0,25	0,02
3	0,33	0,34	0,34	0,35	0,35	0,36	0,36	0,37	0,37	0,38	0,38	0,02
4	0,44	0,45	0,46	0,46	0,47	0,48	0,48	0,49	0,50	0,50	0,51	0,03
5	0,55	0,56	0,57	0,58	0,59	0,59	0,60	0,61	0,62	0,63	0,64	0,04
6	0,67	0,67	0,68	0,69	0,70	0,71	0,72	0,73	0,74	0,75	0,76	0,05
7	0,78	0,79	0,80	0,81	0,82	0,83	0,84	0,86	0,87	0,88	0,89	0,06
8	0,89	0,90	0,91	0,93	0,94	0,95	0,96	0,98	0,99	1,00	1,02	0,06
9	1,00	1,01	1,03	1,04	1,06	1,07	1,09	1,10	1,11	1,13	1,14	0,07
10	1,11	1,12	1,14	1,16	1,17	1,19	1,21	1,22	1,24	1,26	1,27	0,08
11	1,22	1,24	1,26	1,27	1,29	1,31	1,33	1,34	1,36	1,38	1,40	0,09
12	1,33	1,35	1,37	1,39	1,41	1,43	1,45	1,47	1,49	1,51	1,53	0,10
13	1,44	1,46	1,48	1,50	1,53	1,55	1,57	1,59	1,61	1,63	1,65	0,10
14	1,55	1,57	1,60	1,62	1,64	1,67	1,69	1,71	1,73	1,76	1,78	0,11
15	1,66	1,69	1,71	1,74	1,76	1,78	1,81	1,83	1,86	1,88	1,91	0,12
16	1,77	1,80	1,83	1,85	1,88	1,90	1,93	1,96	1,98	2,01	2,03	0,13
17	1,88	1,91	1,94	1,97	2,00	2,02	2,05	2,08	2,11	2,13	2,16	0,14
18	2,00	2,02	2,05	2,08	2,11	2,14	2,17	2,20	2,23	2,26	2,29	0,14
19	2,11	2,14	2,17	2,20	2,23	2,26	2,29	2,32	2,35	2,38	2,42	0,15
20	2,22	2,25	2,28	2,31	2,35	2,38	2,41	2,45	2,48	2,51	2,54	0,16
21	2,33	2,36	2,40	2,43	2,46	2,50	2,53	2,57	2,60	2,64	2,67	0,17
22	2,44	2,47	2,51	2,55	2,58	2,62	2,65	2,69	2,73	2,76	2,80	0,18
23	2,55	2,59	2,62	2,66	2,70	2,74	2,77	2,81	2,85	2,89	2,92	0,18
24	2,66	2,70	2,74	2,78	2,82	2,86	2,89	2,93	2,97	3,01	3,05	0,19
25	2,77	2,81	2,85	2,89	2,93	2,97	3,02	3,06	3,10	3,14	3,18	0,20
26	2,88	2,92	2,97	3,01	3,05	3,09	3,14	3,18	3,22	3,26	3,31	0,21
27	2,99	3,04	3,08	3,12	3,17	3,21	3,26	3,30	3,34	3,39	3,43	0,22
28	3,10	3,15	3,19	3,24	3,29	3,33	3,38	3,42	3,47	3,51	3,56	0,22
29	3,21	3,26	3,31	3,36	3,40	3,45	3,50	3,55	3,59	3,64	3,69	0,23
30	3,33	3,37	3,42	3,47	3,52	3,57	3,62	3,67	3,72	3,77	3,81	0,24
31	3,44	3,49	3,54	3,59	3,64	3,69	3,74	3,79	3,84	3,89	3,94	0,25
32	3,55	3,60	3,65	3,70	3,76	3,81	3,86	3,91	3,96	4,02	4,07	0,26
33	3,66	3,71	3,77	3,82	3,87	3,93	3,98	4,03	4,09	4,14	4,20	0,26
34	3,77	3,82	3,88	3,93	3,99	4,05	4,10	4,16	4,21	4,27	4,32	0,27
35	3,88	3,94	3,99	4,05	4,11	4,16	4,22	4,28	4,34	4,39	4,45	0,28

## 3. Поправка отсчета барометра на капиллярность

(Поправка дана в мм, ее всегда нужно прибавлять к отсчитанной высоте.)

Диаметр трубки в мм	Высота мениска в мм							
	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,9
4	0,83	1,22	1,54	1,98	2,37	—	—	—
5	0,47	0,65	0,86	1,19	1,45	1,80	—	—
6	0,27	0,41	0,56	0,78	0,98	1,21	1,43	—
7	0,18	0,28	0,40	0,53	0,67	0,82	0,97	1,13
8	—	0,20	0,29	0,38	0,46	0,56	0,65	0,77
9	—	0,15	0,21	0,28	0,33	0,40	0,46	0,52
10	—	—	0,15	0,20	0,25	0,29	0,33	0,37
11	—	—	0,10	0,14	0,18	0,21	0,24	0,27
12	—	—	0,07	0,10	0,13	0,15	0,18	0,19
13	—	—	0,04	0,07	0,10	0,12	0,13	0,14

## 4. Приведение веса тела к пустоте

Истинный вес 1 см<sup>3</sup> лагуновых разновесов принят равным 8,4 Г; истинный вес 1 см<sup>3</sup> воздуха 0,00120 Г. Если тело, истинный вес 1 см<sup>3</sup> которого есть  $d$  Г, весит в воздухе  $m$  Г, то к его весу следует добавить  $mk$  мГ, где  $k$  определяется формулой

$$k = 1,20 \left( \frac{1}{d} - \frac{1}{8,4} \right).$$

$d$	$k$	$d$	$k$	$d$	$k$
0,7	+ 1,57	2,0	+ 0,457	8	+ 0,007
0,8	1,36	2,5	0,337	9	— 0,010
0,9	1,19	3,0	0,257	10	— 0,023
1,0	1,06	3,5	0,200	11	— 0,034
1,1	0,95	4,0	0,157	12	— 0,043
1,2	0,86	4,5	0,124	13	— 0,051
1,3	0,78	5,0	0,097	14	— 0,057
1,4	0,71	5,5	0,075	15	— 0,063
1,5	0,66	6,0	0,057	16	— 0,068
1,6	0,61	6,5	0,042	17	— 0,072
1,7	0,56	7,0	0,029	18	— 0,076
1,8	0,52	7,5	0,017	19	— 0,080
1,9	0,49	8,0	+ 0,007	20	— 0,083
2,0	+ 0,46	—	—	21	— 0,086

## 5. Плотность сухого воздуха при разных температурах

Плотность  $\delta$  сухого воздуха при  $t^\circ$  и давлении  $H$  мм ртутного столба вычисляется по формуле

$$\delta = \frac{0,0012932}{1 + 0,00367 \cdot t} \cdot \frac{H}{760}.$$

$t, ^\circ\text{C}$	$H$ в мм								
	700	710	720	730	740	750	760	770	780
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
1	1191	1208	1225	1242	1259	1276	1293	1310	1327
2	1187	1204	1221	1238	1255	1272	1288	1305	1322
3	1182	1199	1216	1233	1250	1267	1284	1300	1318
4	1178	1195	1212	1229	1245	1262	1279	1296	1313
5	1174	1191	1207	1224	1241	1258	1274	1291	1308
6	1170	1186	1203	1220	1236	1253	1270	1287	1303
7	1165	1182	1199	1215	1232	1249	1265	1282	1299
8	1161	1178	1194	1211	1228	1244	1261	1277	1294
9	1157	1174	1190	1207	1223	1240	1256	1273	1289
10	1153	1169	1186	1202	1219	1235	1252	1268	1285
11	1149	1165	1182	1198	1215	1231	1247	1264	1280
12	1145	1161	1178	1194	1210	1227	1243	1259	1276
13	1141	1157	1173	1190	1206	1222	1239	1255	1271
14	1137	1153	1169	1186	1202	1218	1234	1251	1267
15	1133	1149	1165	1181	1198	1214	1230	1246	1262
16	1129	1145	1161	1177	1193	1210	1226	1242	1258
17	1125	1141	1157	1173	1189	1205	1221	1238	1254
18	1121	1137	1153	1169	1185	1201	1217	1233	1249
19	1117	1133	1149	1165	1181	1197	1213	1229	1245
20	1113	1129	1145	1161	1177	1193	1209	1225	1241
21	1110	1126	1141	1157	1173	1189	1205	1221	1236
22	1106	1122	1137	1153	1169	1185	1201	1216	1232
23	1102	1118	1134	1149	1165	1181	1197	1212	1228
24	1098	1114	1130	1145	1161	1177	1193	1208	1224
25	1095	1110	1126	1142	1157	1173	1189	1204	1220
26	1091	1107	1122	1138	1153	1169	1185	1200	1216
27	1087	1103	1118	1134	1149	1165	1181	1196	1212
28	1084	1099	1115	1130	1146	1161	1177	1192	1208
29	1080	1096	1111	1126	1142	1157	1173	1188	1204
30	1077	1092	1107	1123	1138	1153	1169	1184	1200
31	1073	1088	1104	1119	1134	1150	1165	1180	1196

## 6. Плотность воды при разных температурах

$t$	Плотность, $г/см^3$	$t$	Плотность, $г/см^3$	$t$	Плотность, $г/см^3$
0	0,99987	12	0,99952	24	0,99732
1	0,99993	13	0,99940	25	0,99707
2	0,99997	14	0,99927	26	0,99681
3	0,99999	15	0,99913	27	0,99654
4	1,00000	16	0,99897	28	0,99626
5	0,99999	17	0,99880	29	0,99597
6	0,99997	18	0,99862	30	0,99567
7	0,99993	19	0,99843	31	0,99537
8	0,99988	20	0,99823	32	0,99505
9	0,99981	21	0,99802	33	0,99472
10	0,99973	22	0,99780	34	0,99440
11	0,99963	23	0,99757	35	0,99406

7. Плотность ртути ( $г/см^3$ ) при разных температурах ( $^{\circ}C$ )

Градусы	Градусы									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	13,5955	5930	5905	5880	5856	5831	5806	5772	5747	5722
10	5698	5683	5658	5634	5609	5584	5560	5535	5511	5486
20	5461	5437	5412	5388	5363	5339	5314	5290	5265	5241
30	5216	5191	5167	5142	5118	5094	5069	5045	5020	4996
40	4971	4947	4922	4898	4873	4849	4825	4800	4776	4751
50	4727	4703	4678	4654	4630	4605	4581	4557	4532	4508
60	4484	4459	4435	4411	4386	4362	4338	4314	4289	4265
70	4241	4217	4192	4168	4144	4120	4095	4071	4047	4023
80	3999	3975	3950	3926	3902	3878	3854	3830	3806	3781
90	3757	3733	3709	3685	3661	3637	3613	3589	3565	3541
100	3516	3492	—	—	—	—	—	—	—	—

## 8. Плотность некоторых жидкостей

Название	Химическая формула	t °C	$\rho$ , г/см <sup>3</sup>
Амиловый спирт . . . . .	$C_5H_{12}O$	0	0,815
Анилин . . . . .	$C_6H_7N$	0	1,015
Ацетон . . . . .	$C_3H_6O$	20	0,792
Бензол . . . . .	$C_6H_6$	20	0,879
Вода . . . . .	$H_2O$	4	1,000
Глицерин . . . . .	$C_3H_8O_3$	0	1,260
Керосин . . . . .		0	0,8
Ксилол . . . . .	$C_8H_{10}(CH_3)_2$	18	0,85
Метиловый спирт . . . . .	$CH_3O$	0	0,792
Нитробензол . . . . .	$C_6H_5O_2N$	18	1,21
Ртуть . . . . .	Hg	0	13,596
Серный (этиловый) эфир . . . . .	$C_4H_{10}O$	0	0,716
Сероуглерод . . . . .	$CS_2$	0	1,263
Скипидар . . . . .	$C_{10}H_{16}$	16	0,858
Толуол . . . . .	$C_7H_8$	18	0,87
Уксусная кислота . . . . .	$C_2H_4O_2$	18	1,049
Хлороформ . . . . .	$CHCl_3$	18	1,483
Этиловый спирт . . . . .	$C_2H_6O$	0	0,789

9. Плотность некоторых водных растворов (г/см<sup>3</sup>)

(при 18° C)

%	КОН	KCl	KJ	$K_2Cr_2O_7$	%
0	0,999	0,9986	0,9986	0,999	0
5	1,045	1,0308	1,0363	1,035	5
10	1,091	1,0638	1,0762	1,072	10
15	1,139	1,0978	1,1200	1,109	15
20	1,188	1,1335	1,1679		20
25	1,238	—	1,218	—	25
30	1,290	—	1,273	—	30
35	1,344	—	1,332	—	35
40	1,400	—	1,397	—	40
45	1,45	—	1,468	—	45
50	1,51	—	1,545	—	50
55	1,57	—	1,630	—	55
60	—	—	1,731	—	60

Продолжение

%	NH <sub>4</sub> Cl	NaOH	NaCl	%
0	0,9986	0,9986	0,9986	0
5	1,0142	1,0545	1,0345	5
10	1,0289	1,1098	1,0711	10
15	1,0430	1,1650	1,1090	15
20	1,0571	1,2202	1,1485	20
25	1,0710	1,2751	1,1897	25
30	—	1,3290	—	30
35	—	1,3811	—	35
40	—	1,4314	—	40
45	—	1,4794	—	45
50	—	1,5268	—	50

%	ZnSO <sub>4</sub>	CuSO <sub>4</sub>	%
0	0,999	0,999	0
5	1,051	1,051	5
10	1,107	1,107	10
15	1,167	1,167	15
20	1,232	1,23	20
25	1,305	(пересыщен- ный)	25
30	1,379	—	30
35	—	—	35
40	—	—	40

%	AgNO <sub>3</sub>	HCl	HNO <sub>3</sub>	H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	H <sub>3</sub> PO <sub>4</sub>	Спирт	%
0	0,9986	0,9986	0,999	0,9986	0,999	0,9986	0
5	1,0422	1,0236	1,027	1,0323	1,027	0,9898	5
10	1,0893	1,0482	1,056	1,0669	1,054	0,9824	10
15	1,1404	1,0734	1,086	1,1030	1,083	0,9760	15
20	1,1958	1,0989	1,118	1,1406	1,114	0,9696	20
25	1,2555	1,1248	1,151	1,1796	1,145	0,9628	25
30	1,3213	1,1508	1,184	1,2199	1,179	0,9551	30
35	1,3945	1,1757	1,217	1,2614	1,214	0,9463	35
40	1,4773	1,199	1,250	1,3043	1,251	0,9367	40
45	1,5705	—	1,283	1,349	1,290	0,9264	45
50	1,6745	—	1,314	1,397	1,330	0,9155	50
55	1,7895	—	1,344	1,447	1,373	0,9043	55
60	1,9158	—	1,372	1,500	1,418	0,8928	60
65	—	—	1,397	1,555	1,464	0,8811	65
70	—	—	1,418	1,612	1,512	0,8693	70
75	—	—	1,438	1,671	1,562	0,8574	75
80	—	—	1,457	1,729	1,615	0,8452	80
85	—	—	1,473	1,781	1,672	0,8327	85
90	—	—	1,489	1,817	—	0,8197	90
95	—	—	1,50	1,836	—	0,8060	95
100	—	—	1,52	1,838	—	0,7911	100

10. Плотность некоторых твердых веществ (в г/см<sup>3</sup>)

Алебастр . . . . .	2,25—2,87	Латунь . . . . .	8,3—8,7
Алмаз . . . . .	3,4—3,6	Лед . . . . .	0,88—0,92
Алюминиевая бронза (90% меди + 10% алюминия) . . . . .	7,7	Магний . . . . .	1,74
Алюминий . . . . .	2,69	Манганин . . . . .	8,4
» литой . . . . .	2,56	Марганец . . . . .	7,8
» вальцованный . . . . .	2,62—2,80	Медь литая . . . . .	8,6—8,9
» кованный . . . . .	2,70—2,80	» вальцованная . . . . .	8,9—9,0
» химически чистый . . . . .	2,58	» электролитическая . . . . .	8,88—8,96
Асбест . . . . .	1,2—2,8	Мрамор . . . . .	2,52—2,84
Баббит белый . . . . .	7,1	Натрий . . . . .	0,97
Береза сухая . . . . .	0,51—0,77	Нашатырь . . . . .	1,52
Бор . . . . .	2,4	Нейзильбер . . . . .	8,4—8,7
Бром . . . . .	3,12	Никелин . . . . .	8,77
Бронза . . . . .	8,7	Никель . . . . .	8,4—9,2
Бук сухой . . . . .	0,62—0,83	Олово литое . . . . .	7,23
Бумага писчая . . . . .	0,70—1,15	» вальцованное . . . . .	7,3—7,5
Висмут . . . . .	9,76—9,93	Парафин . . . . .	0,87—0,93
Вольфрам . . . . .	19,1	Платина . . . . .	21,2—21,7
Воск . . . . .	0,95—0,99	Пробка . . . . .	0,24
Гипс кристаллический . . . . .	2,17—2,31	Сахар . . . . .	1,59
Гипс обожженный . . . . .	1,8	Свинец . . . . .	11,22—11,44
Гранит . . . . .	2,4—2,8	Сера ромбическая . . . . .	2,07
Графит . . . . .	1,9—2,3	» моноклинная . . . . .	1,96
Дуб сухой . . . . .	0,7—1,03	Серебро . . . . .	10,42—10,57
Ель сухая . . . . .	0,37—0,75	Слюда . . . . .	2,6—3,2
Железо химич. чистое . . . . .	7,86	Соль поваренная . . . . .	2,08—2,20
» сварочное . . . . .	7,8	» каменная . . . . .	2,28—2,41
» литое . . . . .	7,85	Сплав Вуда . . . . .	9,7
Золото . . . . .	19,3	Сосна сухая . . . . .	0,35—0,60
Известковый шпат . . . . .	2,71	Сталь литая . . . . .	7,7—8,0
Исландский шпат . . . . .	2,71	Стекло крон . . . . .	2,4—2,6
Каменный уголь (в ку-сках) . . . . .	1,2—1,5	» флинтглас . . . . .	3,0—5,9
Каучук . . . . .	0,92—0,96	Сурьма . . . . .	6,6
Калий . . . . .	0,86	Фосфор белый . . . . .	1,8
Кварц . . . . .	2,65	Цинк . . . . .	6,86—7,24
Константан . . . . .	8,8	Чугун . . . . .	6,6—7,3
		Эбонит . . . . .	1,8

## П. Некоторые постоянные газов

Плотность  $\delta$  (масса 1 л в г); плотность  $d$  в жидком состоянии; термический коэффициент давления  $\sigma$ ; удельная теплота  $C_p$  при 18° С (в кал/град·г) и отношение  $\frac{C_p}{C_v}$ ; коэффициент внутреннего трения  $\eta$  при 0° С (в г/см·сек); теплопроводность  $k$  при 0° С (в кал/см·град·сек); точка плавления  $\theta^\circ$  С; точка кипения  $\theta^\circ$  С; точка кипения  $\theta^\circ$  С; теплота парообразования  $\lambda$  (в кал/г); критическое давление  $p$  (в атмосферах); критическая температура  $t^\circ$  С.

	$\delta$	$d$	$\sigma$	$C_p$	$\frac{C_p}{C_v}$	$\eta$	$k$	$\theta^\circ$	$\theta^\circ$	$\lambda$	$p$	$t^\circ$
Азот . . . . .	1,2507	0,79	0,00 3674	0,249	1,40	0,000 167	0,000 0567	—	—	—	—	—
Аммиак . . . . .	0,7708	0,68	3802	0,52	1,31	093	049	—	—	—	—	—
Водород . . . . .	0,0899	0,06	3662	3,41	1,41	084	376	—	—	—	—	—
Воздух (своб. от CO <sub>2</sub> ) . . .	1,2928	—	3674	0,241	1,40	172	0565	—	—	—	—	—
Гелий . . . . .	0,1786	0,15	3660	1,25	1,66	189	338	—	—	—	—	—
Закись азота . . . . .	1,9777	—	368	0,210	1,28	138	0351	—	—	—	—	—
Кислород . . . . .	1,4290	1,13	3674	0,218	1,40	192	0572	—	—	—	—	—
Метан . . . . .	0,7168	0,47	—	0,53	1,31	104	074	—	—	—	—	—
Окись азота . . . . .	1,3402	—	—	0,242	1,38	172	0555	—	—	—	—	—
Окись углерода . . . . .	1,2504	0,79	367	0,250	1,40	167	052	—	—	—	—	—
Углекислый газ . . . . .	1,9768	—	3726	0,202	1,30	140	0331	—	—	—	—	—
Хлор . . . . .	3,214	1,56	—	0,124	1,36	129	0183	—	—	—	—	—



## 12. Некоторые постоянные жидких тел

Коэффициент поверхностного натяжения  $\alpha$  при 18°С (в *дин/см*); коэффициент внутреннего трения  $\eta$  при 18°С (в *г/см·сек*); коэффициент расширения  $\beta$  при 18°С; удельная теплоемкость  $q$  при 18°С (в *кал/град·г*); точка плавления  $\theta$  °С; теплота плавления  $\rho$  (в *кал/г*); точка кипения  $\tau$  °С; теплота парообразования  $\lambda$  (в *кал/г*); критическая температура  $t$  °С; критическое давление  $p$  (в атмосферах).

	$\alpha$	$10^3 \eta$	$\beta$	$q$	$\theta$	$\rho$	$\tau$	$\lambda$	$t$	$p$
Анилин . . . . .	43	4,6	0,0085	0,50	— 6,2	21	184,2	104	426	52,3
Ацетон . . . . .	23,3	0,337	131	0,52	— 94,3	—	56,7	125	235	47
Бензол . . . . .	29,0	0,673	124	0,407	+ 5,50	30,4	80,2	94	288	47,7
Бром . . . . .	44	1,02	112	0,11	— 7,3	16,2	63,0	43	302	131
Вода . . . . .	72,8	1,05	018	0,999	0	79,7	100,0	539,1	374	218
Глицерин . . . .	66	1393	050	0,58	— 20	42	290	—	—	—
Ксилол ( <i>m</i> ) . .	28,4	0,647	101	0,40	— 49,3	39	138,5	81	350	27
Нефть . . . . .	26	—	092	0,51	—	—	—	—	—	—
Пентан . . . . .	—	0,244	160	0,52	—160	—	27,9	—	201	33,7
Ртуть . . . . .	$5 \cdot 10^8$	1,59	0181	0,033	— 38,9	2,8	356,7	68	1470	—
Сероуглерод . .	32	0,382	121	0,24	—112,0	—	46,2	85	273	73
Спирт метиловый . . . . .	22,8	0,632	122	0,60	— 97	—	64,7	265	240	78,7
Спирт этиловый . . . . .	22,0	1,22	110	0,58	—114	—	78,3	202	243	63
Спирт пропиловый . . . . .	23,6	2,39	095	0,57	—127	—	96	163	263	49,9
Толуол . . . . .	28,6	0,613	109	0,414	— 95,1	—	110,8	87	320	41,6
Уксусная кислота . . . . .	26	1,27	107	0,50	+ 16,6	45	118,5	90	322	57,2
Хлороформ . .	27	0,579	126	0,23	— 63,7	47	61,2	58	260	—
Эфир этиловый	17,0	0,238	163	0,56	—116,3	27	34,6	202	194	35

## 13. Некоторые тепловые постоянные твердых тел

Название	Коэффициент расширения 0°—100° $\alpha \cdot 10^4$	Тепло- емкость при 18°, кал/Г	Теплопроводн. при 18°, $\frac{\text{кал}}{\text{град} \cdot \text{см} \cdot \text{сек}}$	Точка плавления, °С	Теплота плавления, кал/Г
Алюминий . . . . .	0,238	0,214	0,48	658,7	76,8
Бронза . . . . .	0,171—0,212	0,104	0,14	—	—
Висмут . . . . .	0,135	0,031	0,019	271	12,64
Вольфрам . . . . .	0,045	0,037	0,38	33 380	—
Воск . . . . .	7,1—15,2	—	—	63	42,3
Вуда сплав . . . . .	—	0,04	0,3	65,5	8,4
Дерево черное . . . . .	—	0,33	0,0005	—	—
> дубовое . . . . .	0,05—0,5			—	—
> еловое . . . . .	0,04—0,58			—	—
Золото . . . . .	0,145	0,032	0,70	1 063	15,9
Железо . . . . .	0,121	0,119	0,14	1 530	23—33
Сталь . . . . .	0,106	0,12	0,11	—	—
Чугун . . . . .	0,114	—	0,12	—	—
Инвар . . . . .	0,009	—	0,011	—	—
Иридий . . . . .	0,066	0,032	0,14	2 350	—
Кадмий . . . . .	0,316	0,057	0,22	320,9	13,66
Калий . . . . .	0,83	0,17	0,23	62,3	15,7
Кальций . . . . .	—	0,17	—	810	—
Кварц   оси . . . . .	0,134	0,19	0,016	—	—
>    оси . . . . .	0,08		0,033	—	—
> плавленый . . . . .	0,0057		0,0024	—	—
Кобальт . . . . .	0,124	0,103	—	1 480	58,2
Константан . . . . .	0,1523	0,10	0,054	—	—
Латунь . . . . .	0,188—0,193	0,0917	0,26	около 900	—
Лед . . . . .	0,51	0,50	0,006	0	79,63
Магналий . . . . .	0,238	—	—	—	—
Магний . . . . .	0,261	0,25	0,38	651	72
Манганин . . . . .	0,181	0,10	0,052	—	—
Медь . . . . .	0,167	0,094	0,92	1 083	42
Натрий . . . . .	2,26	0,295	0,32	97,5	31,7
Нейзильбер . . . . .	0,184	0,095	0,07	около 1 000	—
Никель . . . . .	0,128	0,11	0,14	1 452	58,3—73
Нихром . . . . .	0,123	—	—	около 1 100	—
Олово . . . . .	0,230	0,055	0,157	231,9	14,0
Осмий . . . . .	0,0679	0,031	—	2 500	—
Палладий . . . . .	0,118	0,059	0,168	1 557	—
Парафин . . . . .	1,07—4,7	—	0,0005	38—56	35,10
Платина . . . . .	0,091	0,028	0,166	1 770	—
Пробка . . . . .	—	0,69	0,001	—	—
Свинец . . . . .	0,293	0,03	0,083	327	5,36
Сера . . . . .	1,18	0,175	0,0005	106,8—119,2	9,37
Серебро . . . . .	0,197	0,056	1,01	960,5	21
Стекло крон. . . . .	0,09	0,16	0,0016	—	—
> флинт. . . . .	0,079	0,12	0,0014	—	—
Тантал . . . . .	66	0,033	0,13	2 800	—
Углерод { алмаз . . . . .	0,0118	0,11	—	—	—
{ графит . . . . .	0,079	0,16	0,037	—	—
Фарфор . . . . .	0,04	—	0,0025	—	—
Цинк . . . . .	0,291	0,093	0,265	419,4	28,1
Эбонит . . . . .	0,84	—	0,0004	—	—

## 14. Приведение объема газа к 0° и давлению 760 мм рт. ст.

Если объем газа и его плотность при  $t^\circ$  и давлении  $H$  мм равны  $v$  и  $\delta$ , то объем газа  $v_0$  и плотность  $\delta_0$  при 0° и давлении 760 мм вычисляются по формулам

$$v_0 = \frac{v}{1 + \alpha t} \cdot \frac{H}{760} \text{ и } \delta_0 = \delta (1 + \alpha t) \cdot \frac{760}{H}, \text{ где } \alpha = 0,00367.$$

$t, ^\circ\text{C}$	$1 + \alpha t$	$t, ^\circ\text{C}$	$1 + \alpha t$	$t, ^\circ\text{C}$	$1 + \alpha t$	$H$ мм	$\frac{H}{760}$	$H$ мм	$\frac{H}{760}$
0	1,0000	40	1,1468	80	1,2936	700	0,9211	740	0,9737
1	1,0037	41	1,1505	81	1,2973	701	0,9224	741	0,9750
2	1,0073	42	1,1541	82	1,3009	702	0,9237	742	0,9763
3	1,0110	43	1,1578	83	1,3046	703	0,9250	743	0,9776
4	1,0147	44	1,1615	84	1,3083	704	0,9263	744	0,9789
5	1,0183	45	1,1651	85	1,3119	705	0,9276	745	0,9803
6	1,0220	46	1,1688	86	1,3156	706	0,9289	746	0,9816
7	1,0257	47	1,1725	87	1,3198	707	0,9303	747	0,9829
8	1,0294	48	1,1762	88	1,3230	708	0,9316	748	0,9842
9	1,0330	49	1,1798	89	1,3266	709	0,9329	749	0,9855
10	1,0367	50	1,1835	90	1,3303	710	0,9342	750	0,9868
11	1,0404	51	1,1872	91	1,3340	711	0,9355	751	0,9882
12	1,0440	52	1,1908	92	1,3376	712	0,9368	752	0,9895
13	1,0477	53	1,1945	93	1,3413	713	0,9382	753	0,9908
14	1,0514	54	1,1982	94	1,3450	714	0,9395	754	0,9921
15	1,0550	55	1,2018	95	1,3486	715	0,9408	755	0,9934
16	1,0587	56	1,2055	96	1,3523	716	0,9421	756	0,9947
17	1,0624	57	1,2092	97	1,3560	717	0,9434	757	0,9961
18	1,0661	58	1,2129	98	1,3597	718	0,9447	758	0,9974
19	1,0697	59	1,2165	99	1,3633	719	0,9461	759	0,9987
20	1,0734	60	1,2202	100	1,3670	720	0,9474	760	1,0000
21	1,0771	61	1,2239	101	1,3707	721	0,9487	761	1,0013
22	1,0807	62	1,2275	102	1,3743	722	0,9500	762	1,0026
23	1,0844	63	1,2312	103	1,3780	723	0,9513	763	1,0039
24	1,0881	64	1,2349	104	1,3817	724	0,9526	764	1,0053
25	1,0917	65	1,2385	105	1,3853	725	0,9539	765	1,0066
26	1,0954	66	1,2422	106	1,3890	726	0,9553	766	1,0079
27	1,0991	67	1,2459	107	1,3927	727	0,9566	767	1,0092
28	1,1028	68	1,2496	108	1,3964	728	0,9579	768	1,0105
29	1,1064	69	1,2532	109	1,4000	729	0,9592	769	1,0118
30	1,1101	70	1,2569	110	1,4037	730	0,9605	770	1,0132
31	1,1138	71	1,2606	111	1,4074	731	0,9618	771	1,0145
32	1,1174	72	1,2642	112	1,4110	732	0,9632	772	1,0158
33	1,1211	73	1,2679	113	1,4147	733	0,9645	773	1,0171
34	1,1248	74	1,2716	114	1,4184	734	0,9658	774	1,0184
35	1,1284	75	1,2752	115	1,4220	735	0,9671	775	1,0197
36	1,1321	76	1,2789	116	1,4257	736	0,9684	776	1,0211
37	1,1358	77	1,2826	117	1,4294	737	0,9697	777	1,0224
38	1,1395	78	1,2863	118	1,4331	738	0,9711	778	1,0237
39	1,1431	79	1,2899	119	1,4367	739	0,9724	779	1,0250
40	1,1468	80	1,2936	120	1,4404	740	0,9737	780	1,0263

## 15. Температура кипения воды при разных давлениях

*H* — барометрическое давление в мм

	<i>H, мм</i>											
	680	690	700	710	720	730	740	750	760	770	780	790
0	96,92	7,32	7,71	8,11	8,49	8,88	9,26	9,63	100,00	0,37	0,73	1,09
1	6,96	7,36	7,75	8,14	8,53	8,91	9,29	9,67	0,04	0,40	0,76	1,12
2	7,00	7,40	7,79	8,18	8,57	8,95	9,33	9,70	0,07	0,44	0,80	1,16
3	7,04	7,44	7,83	8,22	8,61	8,99	9,37	9,74	0,11	0,48	0,84	1,19
4	7,08	7,48	7,87	8,26	8,65	9,03	9,41	9,78	0,15	0,51	0,87	1,23
5	7,12	7,52	7,91	8,30	8,69	9,07	9,44	9,82	0,18	0,55	0,91	1,26
6	7,16	7,56	7,95	8,34	8,72	9,10	9,48	9,85	0,22	0,58	0,94	1,30
7	7,20	7,60	7,99	8,38	8,76	9,14	9,52	9,89	0,26	0,62	0,98	1,33
8	7,24	7,63	8,03	8,42	8,80	9,18	9,56	9,93	0,29	0,66	1,02	1,37
9	7,28	7,67	8,07	8,45	8,84	9,22	9,59	9,96	0,33	0,69	1,05	1,41
10	7,32	7,71	8,11	8,49	8,88	9,26	9,63	0,00	0,37	0,73	1,09	1,44

## 16. Теплоемкость воды при различных температурах

<i>t, °C</i>	<i>c, кал/Г</i>	<i>t, °C</i>	<i>c, кал/Г</i>
0	1,0091	55	0,9982
5	50	60	88
10	20	65	94
15	1,0000	70	1,0001
20	0,9987	75	07
25	78	80	14
30	73	85	21
35	71	90	28
40	71	95	35
45	73	100	43
50	77		

## 17. Теплоемкость меди при разных температурах

Температура, °C	0	100	200	300	400	500	600
Теплоемкость, кал/г · град	0,0910	0,0940	0,0975	0,1008	0,1038	0,1070	0,1090

### 18. Давление и плотность насыщенного водяного пара при разных температурах

Температуры даны по Цельсию; давления  $p$  выражены в миллиметрах ртутного столба;  $m$  — масса в 1  $\text{м}^3$  пара, выраженная в граммах.

$t, ^\circ\text{C}$	$p$	$m$	$t, ^\circ\text{C}$	$p$	$m$	$t, ^\circ\text{C}$	$p$	$m$
—30	0,28	0,33	0	4,58	4,84	30	31,82	30,3
—29	0,31	0,37	1	4,93	5,22	31	33,70	32,1
—28	0,35	0,41	2	5,29	5,60	32	35,66	33,9
—27	0,38	0,46	3	5,69	5,98	33	37,73	35,7
—26	0,43	0,51	4	6,10	6,40	34	39,90	37,6
—25	0,47	0,55	5	6,54	6,84	35	42,18	39,6
—24	0,52	0,60	6	7,01	7,3	36	44,56	41,8
—23	0,58	0,66	7	7,51	7,8	37	47,07	44,0
—22	0,64	0,73	8	8,05	8,3	38	49,69	46,3
—21	0,70	0,80	9	8,61	8,8	39	52,44	48,7
—20	0,77	0,88	10	9,21	9,4	40	55,32	51,2
—19	0,85	0,96	11	9,84	10,0	45	71,88	65,4
—18	0,94	1,05	12	10,52	10,7	50	92,5	83,0
—17	1,03	1,15	13	11,23	11,4	55	118,0	104,3
—16	1,13	1,27	14	11,99	12,1	60	149,4	130
—15	1,24	1,38	15	12,79	12,8	65	187,5	161
—14	1,36	1,51	16	13,63	13,6	70	233,7	198
—13	1,49	1,65	17	14,53	14,5	75	289,1	242
—12	1,63	1,80	18	15,48	15,4	80	355,1	293
—11	1,78	1,96	19	16,48	16,3	85	433,6	354
—10	1,95	2,14	20	17,54	17,3	90	525,8	424
— 9	2,13	2,33	21	18,65	18,3	95	633,9	505
— 8	2,32	2,54	22	19,83	19,4	100	760,0	598
— 7	2,53	2,76	23	21,07	20,6			
— 6	2,76	2,99	24	22,38	21,8			
— 5	3,01	3,24	25	23,76	23,0			
— 4	3,28	3,51	26	25,21	24,4			
— 3	3,57	3,81	27	26,74	25,8			
— 2	3,88	4,13	28	28,35	27,2			
— 1	4,22	4,47	29	30,04	28,7			

## 19. Психрометрическая таблица относительной влажности воздуха (в %)

Показ. сухого термометра, °C	Разность показаний сухого и влажного термометров, °C									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	100	81	63	45	28	11				
2	100	84	68	51	35	20				
4	100	85	70	56	42	28	14			
6	100	86	73	60	47	35	23	10		
8	100	87	75	63	51	40	28	18	7	
10	100	88	76	65	54	44	34	24	14	4
12	100	89	78	68	57	48	38	29	20	11
14	100	90	79	70	60	51	42	33	25	17
16	100	90	81	71	62	54	45	37	30	22
18	100	91	82	73	64	56	48	41	34	26
20	100	91	83	74	66	59	51	44	37	30
22	100	92	83	76	68	61	54	47	40	34
24	100	92	84	77	69	62	56	49	43	37
26	100	92	85	78	71	64	58	50	45	40
28	100	93	85	78	72	65	59	53	48	42
30	100	93	86	79	73	67	61	55	50	44

## 20. Растворимость некоторых солей в воде

В 100 весовых частях воды при насыщении растворяется весовых частей соли, не содержащей воды:

Соль	При температуре			Соль	При температуре		
	0° C	18° C	100° C		0° C	18° C	100° C
KCl . . . . .	28	34	57	CaSO <sub>4</sub> . . . . .	0,18	0,202	0,17
KJ . . . . .	128	142	209	MgCl <sub>2</sub> . . . . .	52	56	—
KClO <sub>3</sub> . . . . .	3	6,9	56	MgSO <sub>4</sub> . . . . .	27	35	74
KNO <sub>3</sub> . . . . .	13	29	250	ZnCl <sub>2</sub> . . . . .	210	360	610
K <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> . . . . .	8	10,5	26	ZnSO <sub>4</sub> . . . . .	43	51	95
K <sub>2</sub> Cr <sub>2</sub> O <sub>7</sub> . . . . .	5	11	94	CdSO <sub>4</sub> . . . . .	75	76	61
K <sub>2</sub> CO <sub>3</sub> . . . . .	89	111	156	CuSO <sub>4</sub> . . . . .	18	23	75
NH <sub>4</sub> Cl . . . . .	28	36	73	NiSO <sub>4</sub> . . . . .	29	39	—
NaCl . . . . .	35,5	36,0	39,6	AgNO <sub>3</sub> . . . . .	122	220	900
NaNO <sub>3</sub> . . . . .	73	86	180	Pb(NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub> . . . . .	38	51	130
NaClO <sub>3</sub> . . . . .	82	98	204	Hg <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> . . . . .	—	0,05	—
Na <sub>2</sub> CO <sub>3</sub> . . . . .	7	20	45	BaSO <sub>4</sub> . . . . .	0,017	0,023	—
LiCl . . . . .	64	79	130	BaC <sub>2</sub> O <sub>4</sub> . . . . .	0,005	0,008	—
Li <sub>2</sub> CO <sub>3</sub> . . . . .	1,5	1,3	0,8	CaC <sub>2</sub> O <sub>4</sub> . . . . .	0,040	0,055	—
BaCl <sub>2</sub> . . . . .	31	35	59	AgCl . . . . .	0,006	0,013	—
SrCl <sub>2</sub> . . . . .	44	52	102	Тростниковый са- хар . . . . .	179	201	490
CaCl <sub>2</sub> . . . . .	50	71	155				

**21. Поверхностное натяжение воды при температурах  
от 0 до 80° С**

Температура, °С	Поверхностное натяжение, дин/см	Температура, °С	Поверхностное натяжение, дин/см
0	75,49	45	68,6
5	74,75	50	67,8
10	74,01	55	66,9
15	73,26	60	66,0
20	72,53	65	65,1
25	71,78	70	64,2
30	71,03	75	63,3
35	70,29	80	62,3
40	69,54		

**22. Коэффициент внутреннего трения воды при разных  
температурах (в г/см·сек)**

$t, ^\circ\text{C}$	$10^4[\eta]$	$\text{Ha} + 1^\circ$	$t, ^\circ\text{C}$	$10^4[\eta]$	$\text{Ha} + 1^\circ$	$t, ^\circ\text{C}$	$10^4[\eta]$	$\text{Ha} + 1^\circ$	$t, ^\circ\text{C}$	$10^4[\eta]$	$\text{Ha} + 1^\circ$
0	1 797	—56	19	1 029	—25	30	803	—15	100	284	—2,8
5	1 518	—42	20	1 004	—24	40	655	—10	110	256	—2,4
10	1 307	—33	21	980	—23	50	551	—8,1	120	232	—2,0
15	1 140	—30	22	957	—21	60	470	—6,3	130	212	—1,6
16	1 110	—28	23	936	—21	70	407	—5,0	140	196	—1,2
17	1 082	—27	24	915	—20	80	357	—4,0	150	184	—1,0
18	1 055	—26	25	895	—18	90	317	—3,3	160	174	
19	1 029		30	803		100	284				

**23. Ускорение силы тяжести  $g$  для разных широт  
на уровне моря (в см/сек<sup>2</sup>)**

Широта, градусы	$g$	Широта, градусы	$g$	Широта, градусы	$g$
0	978,030	35	979,730	70	982,606
5	978,069	40	980,166	75	982,866
10	978,186	45	980,616	80	983,058
15	978,376	50	981,066	85	983,176
20	978,634	55	981,503	90	983,216
25	978,952	60	981,914	Москва	981,523
30	979,321	65	982,285	Ленинград	981,908

## 24. Упругие свойства твердых тел

В таблице даны: 1) модуль упругости  $E$  (в  $\kappa\Gamma/\text{мм}^2$ ); 2) модуль сдвига  $N$  (в  $\kappa\Gamma/\text{мм}^2$ ); 3) коэффициент Пуассона  $\sigma$ ; 4) предел упругости  $R_e$  (в  $\kappa\Gamma/\text{мм}^2$ ); 5) предел прочности  $R$  (в  $\kappa\Gamma/\text{мм}^2$ ) и 6) скорость звука  $v$  (в  $\text{м/сек}$ ) при  $18^\circ$ . Кроме того, для модуля упругости  $E$  и модуля сдвига  $N$  даны изменения этих величин  $\Delta E$  и  $\Delta N$  при повышении температуры на  $1^\circ$  в пределах от 0 до  $100^\circ$ .

	$E$	$\Delta E$	$N$	$\Delta N$	$\sigma$	$R_e$	$R$	$v$
Алюминий . . . . .	6300—7500	—20	2300—2700	—21	0,33	5	10—40	5000
Бронза . . . . .	10600	—	4600	—	0,31	10	18—80	3—4000
Дерево . . . . .	400—1800	—	—	—	—	—	3—22	
Железо ковкое . . . . .	20000—22000	—2	7000—8500	—2 до —5	0,28	20	40—60	5100
Сталь . . . . .	20000—22000		8000—8300	—2 до —5	0,28	20—150	50—160	
Стальная струна . . . . .	—	—	—	—	—	—	до 250	—
Инвар . . . . .	14000	—	5600	—	—	50	78	—
Чугун серый . . . . .	7500—13000	—	5000	—	0,23—0,27	6	12—13	—
Чугун белый . . . . .	18000	—	—	—	—	—	—	—
Золото . . . . .	7000—9500	—3	2600—3900	—3	0,41	—	11	2100
Кварц плавленый . . . . .	6000	—	—	—	—	—	12—66	—
Константан . . . . .	16600	—	6200	—	0,33	30	32	4300
Латунь . . . . .	8000—10000	—4	2700—3700	—5	0,3—0,4	до 13	10—50	3200
Магний . . . . .	7000	—	—	—	—	6	20	—
Манганин . . . . .	12600	—	4700	—	0,33	—	—	3900
Мель . . . . .	10000—13000	—2 до —4	3900—4800	—4 до —6	0,34	0,5—20	16—45	3600
Нейзильбер . . . . .	11000	—	4000	—4	0,37	—	—	3600
Никель . . . . .	20000—22000	—2	7800	—3	0,30	9	50	4900
Олово . . . . .	4000—5500	—	1700	—	0,33	—	1,7—2,5	2600
Платина . . . . .	16000—17500	—1 до —2	6000—7240	—2	0,38	—	24—34	2800
Свинец . . . . .	1500—1700	—	550	—80	0,43	—	2	1300
Серебро . . . . .	7000—8000	—4	2500—2900	—7 до —8	0,37	15	29	2700
Стекло . . . . .	5000—8000	до —4	1800—3000	—	0,2—0,3	—	3—9	5000—6000
Тантал . . . . .	19000	—	—	—	—	—	93	3400
Цинк . . . . .	8000—13000	—	4000	—40	0,2—0,3	—	13—20	3700



## 25. Сопротивления и веса медных проводов

(Удельное сопротивление равно  $0,178 \text{ ом} \cdot \text{мм}^2/\text{м}$ ; плотность равна  $8,89$ )

Сечение, $\text{мм}^2$	Диаметр, $\text{мм}$	Сопротивление при длине в 100 м, ом	Вес 100 м провода, кг
0,5	0,8	3,57	0,445
0,75	1,0	2,38	0,666
1	1,1	1,78	0,889
1,5	1,4	1,19	1,33
2,5	1,8	0,71	2,22
4	2,3	0,45	3,56
6	2,8	0,30	5,33
10	3,6	0,18	8,89
16	4,5	0,11	14,2
25	5,6	0,071	22,2
35	6,7	0,051	31,1
50	8,0	0,036	44,5
70	10,9	0,026	62,2
95	12,6	0,019	84,5
120	14,5	0,015	106,8
150	15,8	0,012	133,2
185	17,6	0,0097	164,4
240	20,4	0,0074	211,5
310	22,8	0,0058	275,5
400	26,3	0,0045	355,5
500	29,4	0,0036	444,5
625	32,9	0,0029	555,0
800	37,2	0,0022	711,0
1000	41,6	0,0018	889,0

## 26. Удельное сопротивление некоторых изоляторов

(в  $\text{ом} \cdot \text{мм}^2/\text{м}$ )

Изоляторы	$\rho$	Изоляторы	$\rho$	Изоляторы	$\rho$
Шифер . . . . .	$1 \cdot 10^8$	Стекло . . . . .	$5 \cdot 10^{12}$	Кварц $\perp$ . . . . .	$3 \cdot 10^{16}$
Фибра . . . . .	$5 \cdot 10^8$	Кварц $\parallel$ . . . . .	$1 \cdot 10^{14}$	Сера . . . . .	$1 \cdot 10^{17}$
Мрамор . . . . .	$1 \cdot 10^{10}$	Миканит . . . . .	$1 \cdot 10^{15}$	Эбонит . . . . .	$1 \cdot 10^{18}$
Целлулоид . . . . .	$2 \cdot 10^{10}$	Шеллак . . . . .	$1 \cdot 10^{16}$	Парафин . . . . .	$3 \cdot 10^{18}$

## 27. Удельное сопротивление некоторых металлов и сплавов

(в ом·см при 18° С)

Чистые металлы и сплавы	10 <sup>4</sup> ρ	Чистые металлы и сплавы	10 <sup>4</sup> ρ	Чистые металлы и сплавы	10 <sup>4</sup> ρ
Серебро . . . .	0,016	Кадмий . . . . .	0,076	Мanganin . . .	0,43
Медь . . . . .	0,017	Латунь . . . . .	0,08	Сурьма . . . . .	0,45
Золото . . . . .	0,023	Железо . . . . .	0,086	Константан . .	0,50
Алюминий . . .	0,029	Кобальт . . . . .	0,090	Ртуть . . . . .	0,958
Иридий . . . . .	0,053	Палладий . . . .	0,107	Висмут . . . . .	1,20
Вольфрам . . .	0,056	Платина . . . . .	0,107	Натрий . . . . .	0,049
Родий . . . . .	0,060	Олово . . . . .	0,113	Калий . . . . .	0,070
Цинк . . . . .	0,060	Тантал . . . . .	0,12	Никелин . . . .	0,42
Никель . . . . .	0,070	Свинец . . . . .	0,21	Нихром . . . . .	1,10

## 28. Удельное сопротивление некоторых водных растворов при 18° С

Сопротивление (в омах) 1 см<sup>3</sup> различных растворов.

Содержание безводной соли или кислоты, %	Наша- тырь NH <sub>4</sub> Cl	Хлористый натрий NaCl	Цинко- вый купорос ZnSO <sub>4</sub>	Медный купорос CuSO <sub>4</sub>	Едкий калий KOH	Едкий натр NaOH	Серная кислота H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>
5	10,9	14,9	52,4	52,9	5,8	5,1	4,8
10	5,6	8,3	31,2	31,3	3,2	3,2	2,6
15	3,9	6,1	24,1	23,8	2,4	2,9	1,8
20	3,0	5,1	21,3	—	2,0	3,0	1,5
25	2,5	4,7	20,8	—	1,9	3,7	1,4
30	—	—	22,7	—	1,8	4,8	1,35
35	—	—	—	—	2,0	6,4	1,4
40	—	—	—	—	2,2	8,3	1,5

**29. Электропроводность водных растворов серной кислоты**  
(в  $\text{ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$ )

$\frac{1}{2} \text{H}_2\text{SO}_4$ , концентрация в %													
5	10	15	20	25	30	35	40	50	60	70	80	90	100
0,208	0,391	0,543	0,653	0,717	0,739	0,724	0,680	0,540	0,373	0,216	0,110	0,107	0,016

**30. Температурные коэффициенты сопротивлений некоторых металлов и сплавов ( $\alpha \cdot 10^3$ )**

Алюминий . . . . .	+ 4,2	Медь . . . . .	+ 4,1
Бронза . . . . .	— 0,5	Никелин . . . . .	+ 0,3
Вольфрам . . . . .	+ 4,5	Никель . . . . .	+ 6,2
Золото . . . . .	+ 3,9	Нихром . . . . .	+ 0,15—0,4
Железо . . . . .	+ 6,0	Платина . . . . .	+ 3,9
Константан . . . . .	+ 0,002	Свинец . . . . .	+ 4,2
Латунь . . . . .	+ 2	Серебро . . . . .	+ 4,0
Манганин . . . . .	+ 0,006	Ртуть . . . . .	+ 0,27

**31. Диэлектрические постоянные при 18° С**

Ацетон . . . . .	21	Соль каменная . . . . .	5,6
Бакелит . . . . .	3,9	Слюда . . . . .	6—9
Бензол . . . . .	2,3	Спирт метиловый . . . . .	33
Бумага . . . . .	2—2,5	»    этиловый . . . . .	26
Вода . . . . .	81	Стекло обычное . . . . .	5—7
Гуттаперча . . . . .	4,4	Оптическое стекло . . . . .	до 10
Дерево (сухое) . . . . .	2—8	Сера . . . . .	3,6—4,3
Касторовое масло . . . . .	4,67	Сероуглерод . . . . .	2,6
Каучук . . . . .	2,2—3	Фарфор . . . . .	6
Кварц . . . . .		Целлулоид . . . . .	3,9
оси . . . . .	4,7	Шеллак . . . . .	3—3,7
⊥ оси . . . . .	4,4	Шифер . . . . .	12—50
Кварц плавлен. . . . .	3,7	Эбонит . . . . .	2,7
Керосин . . . . .	2	Янтарь . . . . .	2,8
Ксилол . . . . .	2,2—2,6	Углекислый газ . . . . .	1,00097
Мрамор . . . . .	8,3	Азот . . . . .	1,000606
Нитробензол . . . . .	36	Воздух . . . . .	1,000590
Парафин . . . . .	2	Кислород . . . . .	1,000547
Парафиновое масло . . . . .	2,2	Водород . . . . .	1,000264
РUTIL . . . . .	170	Гелий . . . . .	1,000074

## 32. Термоэлектродвижущие силы

А. В таблице даны выраженные в  $10^{-6}$  в термоэлектродвижущие силы пар: платина — платинородий и платина — платиноиридий для различных температур одного из спаев; другой спай находится при  $0^{\circ}$  С.

Пара	$t^{\circ}$ , С	0	50	100	150	200	250	300	350	400	450
Pt и PtRh (90% Pt, 10% Rh)	0	0	23	51	83	119	158	199	242	286	331
	500	337	423	470	518	567	617	668	720	773	826
	1500	880	935	991	1048	1106	1225	1165	1286	1348	—
Pt и PtIr (90% Pt, 10% Ir)	9	0	58	125	195	268	343	420	498	577	657
	500	737	818	899	981	1064	1147	1231	1315	1400	1485
	1500	1571	1657	1744	1831	1919	2007	2096	2185	2275	—

Б. В таблице даны выраженные в  $10^{-6}$  в (в микровольтах) термоэлектродвижущие силы пар, составленных из платины и одного из приведенных в таблице металлов. Один из спаев находится при  $0^{\circ}$ С, а другой — при указанной в таблице температуре.

Ток течет через нагретый спай от металла, имеющего (алгебраически) меньший потенциал.

Металл	— $190^{\circ}$	+ $100^{\circ}$	Металл	— $190^{\circ}$	+ $100^{\circ}$
Алюминий . . .	+ 390	+ 380	Медь . . . . .	— 200	+ 700
Бронза . . . . .	—	около	Нейзильбер <sup>а)</sup> . . .	—	около
		+ 400			—1000
Висмут . . . . .	+ 12300	—6500	Никель . . . . .	+2200	—1640
Железо . . . . .	— 2900	около	Олово . . . . .	+ 200	+ 410
		+1600	Палладий . . . . .	+ 790	— 560
Золото . . . . .	— 120	+ 730	Ртуть . . . . .	—	0
Кадмий . . . . .	— 60	+ 900	Свинец . . . . .	+ 210	+ 410
Кобальт . . . . .	—	—1520	Серебро . . . . .	— 140	+ 710
Константан <sup>1)</sup> . . .	—	—3440	Сурьма . . . . .	—	+4700
Магний . . . . .	+ 330	+ 410	Тантал . . . . .	—	+ 330
Манганин <sup>2)</sup> . . .	—	+ 570	Цинк . . . . .	— 120	+ 750

<sup>1)</sup> 60% меди, 40% никеля.  
<sup>2)</sup> 84% меди, 4% никеля, 12% марганца.  
<sup>3)</sup> 60% меди, 15% никеля, 25% цинка.

## 33. Электродвижущие силы элементов

Название элемента	Отрицат. электрод	Растворы	Положит. электрод	Вольты
Даниеля	Амалг. Zn	1 часть $H_2SO_4$ на 4 части $H_2O$	Насыщен. раств. $CuSO_4 + 5H_2O$	1,06
»	»	1 часть $H_2SO_4$ на 12 частей $H_2O$	»	1,09
»	»	5% раствор $ZnSO_4 + 6H_2O$	»	1,08
»	»	1 часть $NaCl$ на 4 части $H_2O$	»	1,05
Потендорфа	»	1 часть $H_2SO_4$ на 12 частей $H_2O$	Уголь	2,03
Грене	»	12 частей $K_2Cr_2O_7 + 25$ частей $H_2SO_4 + 100$ частей $H_2O$	»	2,01
Лекланше	»	Раствор нашатыря. Перекись марганца с угольным порошком	»	1,46
Сухой	Zn	1 часть $ZnO$ , 1 часть $NH_4Cl$ , 3 части гипса, 2 части $ZnCl_2$ и вода до получения пасты	»	1,3
Вестона	Амалг. Cd	Насыщенный раствор $CdSO_4$ , паста из $Hg_2SO_4$ и $CdSO_4$	Ртуть	1,0183
Кларка	Амалг. Zn	Насыщенный раствор $ZnSO_4$ , паста из $Hg_2SO_4$ и $ZnSO_4$	»	При 20°C 1,434
Свинцовый аккумулятор	Губчатый свинец	27—28% раствор свободной от хлора $H_2SO_4$ ; плотность 1,20 (24° Боуэ)	Перекись свинца $Pb_2O_3$	При 15°C 2,0—1,9
Щелочной аккумулятор	Железо	20% раствор едкого кали	Двуокись никеля $NiO_2$	1,2—1,3

## Температурные формулы

Для элемента Вестона:  $E_t = E_{20} - 0,0000406(t - 20) - 0,000000095(t - 20)^2 + 0,000000001(t - 20)^3$ .Для элемента Кларка:  $E_t = E_{15} - 0,00119(t - 15) - 0,000007(t - 15)^2$ .

## 34. Электрохимические эквиваленты

Ток 1 а выделяет мг:					
	Серебра	Меди	Водорода	Воды	см <sup>3</sup> гремучего газа при 0° и 760 мм Hg
В 1 сек. . . . .	1,118	0,3294	0,01036	0,0933	0,1740
В 1 мин. . . . .	67,08	19,76	0,6215	5,60	10,44
В 1 час. . . . .	4025	1186	37,29	335,9	626

35. Длины волн некоторых спектральных линий  
в Å (10<sup>-8</sup> см)

Элемент	λ	Элемент	λ	Элемент	λ
Ba	4554	H	3970	Li	4603
	4934		4102		6104
	5535		4340		6708
	5778	He	4861	Na	5890
	5972		6563		5896
	6142		3889	Sr	4607
	6496		4026		6386
Ca	4455		4471		6408
	4878		4713		
	5270		4922		
	5349		5016		
	5590		5876		
	5857		6578		
	6122		7065		
Cu	6162	K	4045		
	6439		6911		
	4023		6939		
	4063		7665		
	4275		7699		
	4378				
	4587				
	5153				
	5218				
	5700				
	5782				

### 36. Длины волн спектральных линий ртутно-кадмиево цинковой лампы

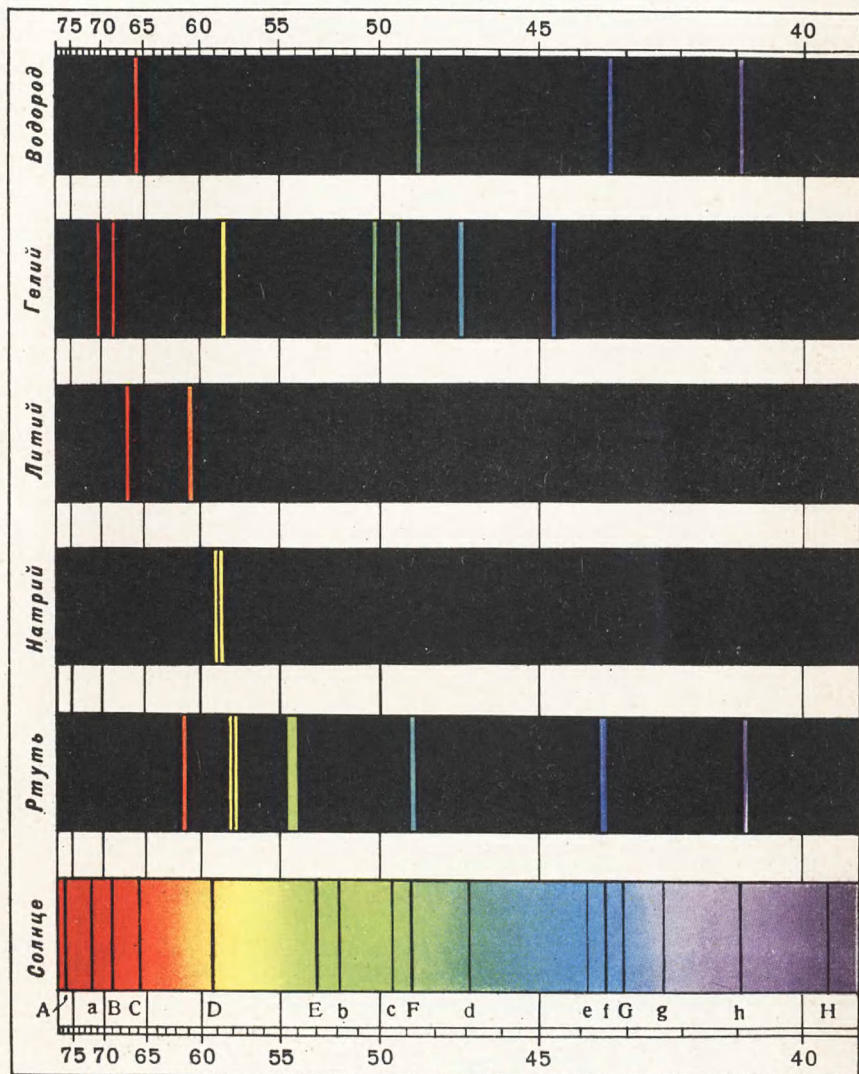
$\lambda$ в Å	Элемент	Интенсивность	$\lambda$ в Å	Элемент	Интенсивность
6438,4696	Cd	10	4799,914	Cd	10
6362,345	Zn	10	4722,163	Zn	10
6234,35	Hg	4	4680,140	Zn	10
6123,46	Hg	5	4678,150	Cd	10
6072,63	Hg	4	4358,343	Hg	10
5790,66	Hg	10	4347,50	Hg	6
5769,60	Hg	10	4339,21	Hg	6
5460,724	Hg	10	4108,07	Hg	5
5085,823	Cd	10	4077,8	Hg	7
4916,0	Hg	10	4046,77	Hg	7
4810,534	Zn	10			

### 37. Длины волн некоторых линий в спектре неона

№ п/п	Положение и окраска линии	Относительная яркость	Длина волны, мкм
1	Яркокрасная . . . . .	10	640,2
2	Красно-оранжевая, левая из двух близких линий . . . . .	10	614,3
3	Оранжевая, первая заметная влево от 4-й . . . . .	5	594,5
4	Желтая . . . . .	20	585,2
5	Светлозеленая, первая заметная вправо от 4-й . . . . .	4	576,0
6	Зеленая левая из двух одиноких линий . . . . .	6	540,0
7	Зеленая правая из двух одиноких линий . . . . .	8	533,0 <sup>1)</sup>
8	Зеленая правая из пяти равноудаленных линий . . . . .	5	503,1
9	Сине-зеленая одинокая . . . . .	8	484,9

<sup>1)</sup> Эта линия двойная (дублет). Здесь дано среднее значение длин волн обеих компонент.

38. Спектры водорода, гелия, лития, натрия, ртути и солнца.





## 39. Длины волн главных фраунгоферовых линий

Обозначение линии	Элемент	Длина волны в Å	Обозначение линии	Элемент	Длина волны в Å
<i>A</i>	Кислород . . . .	7621	<i>b<sub>1</sub></i>	Железо, магний . .	5167,4
<i>a</i>		7185	<i>c</i>	Железо . . . . .	4957,6
<i>B</i>	Кислород . . . .	6870	<i>F</i>	Водород . . . . .	4861,3
<i>C</i>	Водород . . . .	6562,8	<i>d</i>	Железо . . . . .	4668
<i>α</i>	Кислород . . . .	6278,1	<i>e</i>	» . . . . .	4383,6
<i>D<sub>1</sub></i>	Натрий . . . . .	5895,9	<i>f</i>	Водород . . . . .	4340,5
<i>D<sub>2</sub></i>	» . . . . .	5890,0	<i>G'</i>	Железо . . . . .	4325,8
<i>D<sub>3</sub></i>	Гелий . . . . .	5875,6	<i>G</i>	Железо, кальций	4307,9
<i>E</i>	Железо . . . . .	5269,6	<i>g</i>	Кальций . . . . .	4226,7
<i>b<sub>1</sub></i>	Магний . . . . .	5183,6	<i>h</i>	Водород . . . . .	4101,7
<i>b<sub>2</sub></i>	» . . . . .	5172,7	<i>H</i>	Кальций . . . . .	3968,6
<i>b<sub>3</sub></i>	Железо . . . . .	5169,0	<i>K</i>	» . . . . .	3933,6

40. Коэффициенты преломления некоторых твердых тел  
при 18° С относительно воздуха и вращательная способность  
кварца в 1 мм толщины

Длина волн в м	<i>A</i> 0,760	<i>B</i> 0,687	<i>C</i> (H) 0,6503	<i>D</i> (Na) 0,5893	<i>E</i> 0,5270	<i>F</i> (H) 0,4861	<i>f</i> (H) 0,4341	<i>G</i> 0,4308	<i>H</i> 0,3968
Кронглас { легкий	1,5099	1,5118	1,5127	1,5153	1,5186	1,5214	1,5264	1,5267	1,5312
{ тяжелый	1,6097	1,6117	1,6126	1,6152	1,6185	1,6213	1,6262	1,6265	1,6308
Флинт-глас { легкий	1,5986	1,6020	1,6038	1,6085	1,6145	1,6200	1,6302	1,6308	1,6404
{ тяжелый	1,7351	1,7406	1,7434	1,7515	1,7623	1,7723	1,7910	1,7922	1,8110
Известк. шпат { обыкн.	1,6500	1,6530	1,6545	1,6585	1,6685	1,6679	1,6755	1,6762	1,6833
{ необыкн.	1,4827	1,4840	1,4846	1,4864	1,4887	1,4908	1,4943	1,4946	1,4978
Кварц { обыкн.	1,5391	1,5409	1,5418	1,5442	1,5471	1,5496	1,5539	1,5543	1,5581
{ необыкн.	1,5481	1,5500	1,5509	1,5533	1,5563	1,5589	1,5634	1,5637	1,5677
Вращение в кварце при 18° С . . .	12,7°	15,7°	17,3°	21,71°	27,5°	32,7°	42,0°	42,6°	51,2°

## 41. Показатели преломления некоторых жидкостей

Наименование	Формула	$t, ^\circ\text{C}$	$n_D$
Ацетон . . . . .	$\text{CH}_3\text{COCH}_3$	20	1,359
Анилин . . . . .	$\text{C}_6\text{H}_5\text{NH}_2$	20	1,586
Бензол . . . . .	$\text{C}_6\text{H}_6$	20	1,501
Вода . . . . .	$\text{H}_2\text{O}$	20	1,333
Иодистый метилен . . . . .	$\text{CH}_2\text{I}_2$	19	1,742
Канадский бальзам . . . . .	—	—	1,53
Ксилол . . . . .	$\text{C}_8\text{H}_4(\text{CH}_3)_2$	15,7	1,50
Метиловый спирт . . . . .	$\text{CH}_3\text{OH}$	18	1,330
Нитробензол . . . . .	$\text{C}_6\text{H}_5\text{NO}_2$	20	1,553
Серная кислота . . . . .	$\text{H}_2\text{SO}_4$	23	1,429
Сероуглерод . . . . .	$\text{CS}_2$	15,7	1,631
Соляная кислота . . . . .	$\text{HCl}$	10,5	1,254
Четыреххлористый углерод . . . . .	$\text{CCl}_4$	20	1,460
Этиловый спирт . . . . .	$\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$	17,5	1,362
$\alpha$ -монобромнафталин . . . . .	$\text{C}_{10}\text{H}_7\text{Br}$	20	1,65820

## 42. Интерференционные окраски кварцевого клина при скрещенных и параллельных николях

Толщина клина в миллиметрах		При скрещенных николях	При параллельных николях	
0,15 0,14 0,13 0,12 0,11		Красный	Зеленый	Третий порядок
		Желтый	Серо-голубой	
		Зеленый	Красный	
		Синий	Желтый	
		Пурпуровый	Зеленый	
0,10 0,09 0,08 0,07 0,06 0,05 {		Красный	Голубовато-зеленый	Второй порядок
		Оранжевый	Темно-голубой	
		Зеленый	Пурпуровый	
		Небесно-голубой	Золотисто-желтый	
		Синий	Желтый	
		Пурпуровый	Зеленый	
		Красный		
0,04 0,03 0,02 0,01		Оранжевый	Синий	Первый порядок
		Желтый	Голубой	
		Зеленый	Бурый	
		Черный	Белый	

## 43. Геометрические, механические и тепловые единицы

Название величин и их определение	Размерность единицы в системе LMT	Размерность единицы в системе CGS и название единицы	Некоторые употребительные единицы, не входящие в систему CGS, их отношение к единицам системы CGS и их название	Сокращенные обозначения единиц
Длина $L$	$[L]$	$см$		
Масса $M$	$[M]$	$г$		
Время $T$	$[T]$	$сек$		
Площадь $S \sim L^2$	$[S] = L^2$	$см^2$		
Объем $V \sim L^3$	$[V] = L^3$	$см^3$		
Угол $\varphi$	Нулевая размерность			
Плотность $\delta \sim \frac{M}{V}$	$[\delta] = L^{-3}M$	$см^{-3} \cdot г$		
Удельный вес	$[\rho] = L^{-2}MT^{-2}$	$г \cdot см^{-2} \cdot сек^{-2}$		
Концентрация				
$q \sim \frac{M}{V}$	$[q] = L^{-3}M$	$см^{-3} \cdot г$		
Скорость $v \sim \frac{L}{T}$	$[v] = LT^{-1}$	$см \cdot сек^{-1}$		
Количество движения $U \sim Mv$	$[U] = LMT^{-1}$	$см \cdot г \cdot сек^{-1}$		
Угловая скорость	$[\dot{\varphi}] = T^{-1}$	$сек^{-1}$		
$\dot{\varphi} \sim \frac{\varphi}{T}$				
Частота $\nu \sim \frac{1}{T}$	$[\nu] = T^{-1}$	$сек^{-1}$		
Ускорение $a \sim \frac{v}{T}$	$[a] = LT^{-2}$	$см \cdot сек^{-2}$		
Угловое ускорение $\ddot{\varphi} \sim \frac{\dot{\varphi}}{T}$	$[\ddot{\varphi}] = T^{-2}$	$сек^{-2}$		
Сила $F \sim M \cdot a$	$[F] = LMT^{-2}$	$см \cdot г \cdot сек^{-2}$ (дина)	1 грамм (вес) = 981 дина	дин
Давление $P \sim \frac{F}{S}$	$[P] = L^{-1}MT^{-2}$	$см^{-1} \cdot г \cdot сек^{-2}$ (бар)	1 атмосфера = 1 013 200 дин на 1 $см^2$	
Работа, энергия			1 джоуль = $10^7$ эрг	дж э
$W \sim F \cdot L \sim \frac{1}{2} M \cdot v^2$	$[W] = L^2MT^{-2}$	$см^2 \cdot г \cdot сек^{-2}$ (эрг)	1 кГм = 1 кГ $\times$ 1 м = 9,81 $\times$ $10^7$ эрг; 1 электрон-вольт = 1,60 $\times$ $10^{-12}$ эрг; 1 Мэв = $10^6$ эв	эв

Продолжение

Название величин и их определение	Размерность единицы в системе LMT	Размерность единицы в системе CGS и название единицы	Некоторые употребительные единицы, не входящие в систему CGS, их отношение к единицам системы CGS и их название	Сокращенные обозначения единиц
Мощность $P \sim \frac{W}{T}$	$[P] = L^2MT^{-3}$	$см^2 \cdot г \cdot сек^{-3}$ $\left(\frac{эрг}{сек}\right)$	1 ватт = $\frac{джоуль}{сек.} =$ $= 10^7 \frac{эрг}{сек.}$	вт
Момент вращения или момент силы $\mu \sim F \cdot L$	$[\mu] = L^2MT^{-2}$	$см^2 \cdot г \cdot сек^{-2}$		
Момент инерции $K \sim L^2M$	$[K] = L^2M$	$см^2 \cdot г$		
Модуль упругости $E \sim \frac{F}{S}$	$[E] = L^{-1}MT^{-2}$	$см^{-1} \cdot г \cdot сек^{-2}$	$\frac{кг}{мм^2} =$ $= 9,81 \cdot 10^7 CGS$	
Модуль сдвига $N \sim \frac{F}{S}$	$[N] = L^{-1}MT^{-2}$	$см^{-1} \cdot г \cdot сек^{-2}$	$\frac{кг}{мм^2} =$ $= 9,81 \cdot 10^7 CGS$	
Коэффициент поверхностного натяжения $\alpha \sim \frac{F}{L}$	$[\alpha] = MT^{-2}$	$г \cdot сек^{-2}$	$\frac{мГ}{мм} =$ $= 9,81 CGS$	
Коэффициент трения $\eta \sim \frac{FL}{S \cdot v}$	$[\eta] = L^{-1}MT^{-1}$	$см^{-1} \cdot г \cdot сек^{-1}$		
Коэффициент диффузии $D \sim \frac{LM}{q \cdot ST}$	$[D] = L^2T^{-1}$	$см^2 \cdot сек^{-1}$		
Количество теплоты $Q \sim W$	$[Q] = L^2MT^{-2}$	$см^2 \cdot г \cdot сек^{-2}$ (эрг)	калория (грамм-калория) = $= 4,19 \cdot 10^7 эрг =$ $= 4,19 джоуля =$ $= 0,427 кгМ$	Малая калория—кал Большая калория—ккал

## 44. Формулы размерностей электромагнитных единиц

Название величин и их определение	Размерность единиц в системе ЛМТ	Размерность единицы в системе CGS и название единицы	Некоторые употребляемые единицы, входящие в систему CGS, их отношение к единицам системы CGS и их название	Сокращенные обозначения единиц
<p>Количество магнетизма  <math>m \sim \sqrt{L^2 F}</math></p> <p>Магнитный момент  <math>\mathfrak{M} \sim mL</math></p> <p>Напряженность магнитного поля  <math>H \sim \frac{F}{m}</math></p>	$[m] = L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$ $[\mathfrak{M}] = L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$ $[H] = L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$	$cm^{\frac{1}{2}} \cdot g^{\frac{1}{2}} \cdot сек^{-1}$ $cm^{\frac{1}{2}} \cdot g^{\frac{1}{2}} \cdot сек^{-1}$ $cm^{-\frac{1}{2}} \cdot g^{\frac{1}{2}} \cdot сек^{-1}$ (эрстед) (гаусс) $cm^{\frac{1}{2}} \cdot g^{\frac{1}{2}} \cdot сек^{-1}$ (максвелл)	<p>вебер = <math>10^8</math> макс</p>	<p>э ес мкс</p>
<p>Индукция магнитного поля</p> <p>Магнитный поток</p>	$[B] = L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$ $[\Phi] = L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$			
Электрические единицы в электростатической системе				
<p>Количество электричества  <math>e_e \sim \sqrt{L^2 F}</math></p> <p>Поверхностная плотность электричества  <math>\sigma_e \sim \frac{e}{S}</math></p> <p>Электрический потенциал, электродвижущая сила  <math>V_e \sim \frac{e}{L}</math></p> <p>Напряженность, индукция электростатического поля  <math>E_e \sim \frac{F}{e_e}</math></p>	$[e_e] = L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$ $[\sigma_e] = L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$ $[V_e] = L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$ $[E_e] = L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$	$cm^{\frac{1}{2}} \cdot g^{\frac{1}{2}} \cdot сек^{-1}$ $cm^{-\frac{1}{2}} \cdot g^{\frac{1}{2}} \cdot сек^{-1}$ $cm^{\frac{1}{2}} \cdot g^{\frac{1}{2}} \cdot сек^{-1}$ $cm^{-\frac{1}{2}} \cdot g^{\frac{1}{2}} \cdot сек^{-1}$	<p>кулон = <math>3 \cdot 10^9</math> CGSE</p> <p>вольт = <math>\frac{1}{300}</math> CGSE</p>	<p>кулон — к</p> <p>вольт — в</p>

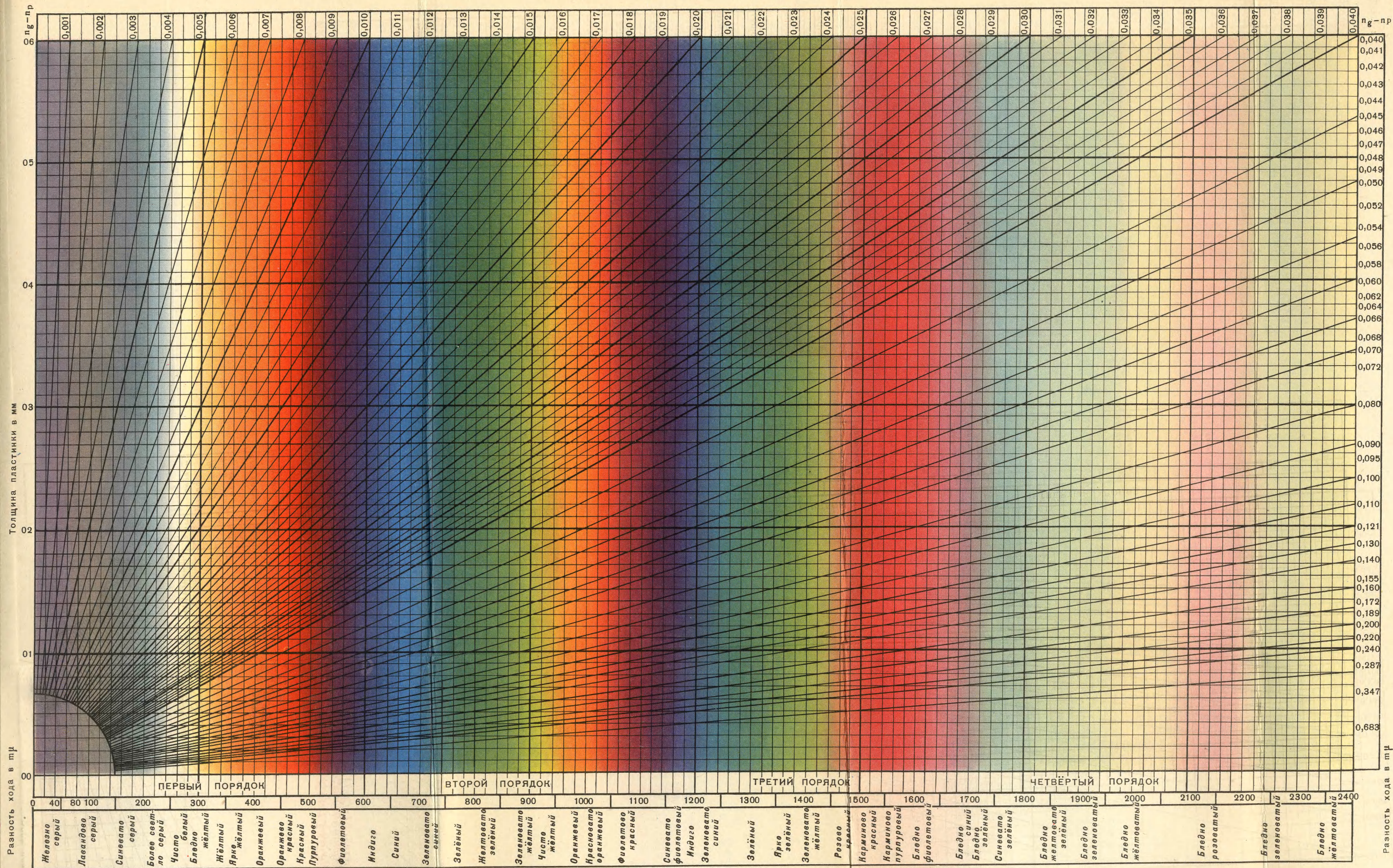
Емкость $C_e \sim \frac{e_e}{V_e}$	$[C_e] = L$	см	фарада = $10^9$ микрофарадам = $9 \cdot 10^{11}$ CGSE	фарада — ф
Сила тока $I_e \sim \frac{e_e}{t_e}$	$[I_e] = L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$	$\frac{1}{\text{см}^{\frac{1}{2}} \cdot \text{с}^{\frac{1}{2}}} \cdot \text{сек}^{-1}$	ампер = $\frac{\text{кулон}}{\text{сек.}}$ = $3 \cdot 10^9$ CGSE	ампер — а
Сопротивление $R_e \sim \frac{V_e}{I_e}$	$[R_e] = L^{-1} T$	$\text{см}^{-1} \cdot \text{сек}$	ом = $\frac{\text{вольт}}{\text{ампер}}$ = $\frac{1}{9} 10^{-11}$ CGSE	ом
Удельное сопротивление $\rho_e \sim R_e \frac{S}{L}$	$[\rho_e] = T$	сек		
Электрические единицы в электромагнитной системе				
Количество электричества $e_m \sim I_m T$	$[e_m] = L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}}$	$\frac{1}{\text{см}^{\frac{1}{2}} \cdot \text{с}^{\frac{1}{2}}} = 3 \cdot 10^{10} [e_e]$	кулон = $0,1$ CGSM	
Потенциал, электродвижущая сила $V_m \sim \frac{W}{e_m}$	$[V_m] = L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$	$\frac{1}{\text{см}^{\frac{1}{2}} \cdot \text{с}^{\frac{1}{2}}} \cdot \text{сек}^{-1} = \frac{1}{3} 10^{-10} [V_e]$	вольт = $10^8$ CGSM	
Емкость $C_m \sim \frac{e_m}{V_m}$	$[C_m] = L^{-1} T^2$	$\text{см}^{-1} \cdot \text{сек}^2 = 9 \cdot 10^{20} [C_e]$	фарада = $10^{-9}$ CGSM	
Сила тока $I_m \sim \frac{FL}{m}$	$[I_m] = L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$	$\frac{1}{\text{см}^{\frac{1}{2}} \cdot \text{с}^{\frac{1}{2}}} \cdot \text{сек}^{-1} = 3 \cdot 10^{10} [i_e]$	ампер = $10^{-1}$ CGSM	
Сопротивление $R_m \sim \frac{V_m}{I_m}$	$[R_m] = LT^{-1}$	$\text{см} \cdot \text{сек}^{-1}$	ом = $\frac{\text{вольт}}{\text{ампер}}$ = $10^9$ CGSM	
Удельное сопротивление $\rho_m \sim R_m \frac{S}{L}$	$[\rho_m] = L^3 T^{-1}$	$\text{см}^3 \cdot \text{сек}^{-1}$		
Коэффициенты индукции и самондукции $L_m \sim L$	$[L_m] = L$	см	генри = $10^9$ CGSM	генри — гн

**45. Плотность водных растворов сахара в интервале температур  
от 0 до 50° С**

С, %	Температура, °С							
	0	10	15	20	25	30	40	50
0	0,99987	0,99973	0,99913	0,99823	0,99707	0,99567	0,99232	0,98813
1	1,00390	1,00365	1,00301	1,00212	1,00093	1,99952	0,99615	0,99197
2	1,00798	1,00760	1,00693	1,00602	1,00481	1,00340	1,00001	0,99575
3	1,01207	1,01157	1,01087	1,00993	1,00872	1,00731	1,00387	0,99958
4	1,01619	1,01557	1,01484	1,01388	1,01266	1,01124	1,00777	1,00340
5	1,02033	1,01960	1,01884	1,01785	1,01661	1,01518	1,01169	1,00735
6	1,02449	1,02366	1,02287	1,02186	1,02060	1,01916	1,01563	1,01127
7	1,02867	1,02774	1,02692	1,02588	1,02461	1,02316	1,01960	1,01521
8	1,03287	1,03185	1,03100	1,02994	1,02864	1,02717	1,02359	1,01918
9	1,03710	1,03599	1,03512	1,03403	1,03271	1,03122	1,02761	1,02198
10	1,04135	1,04016	1,03925	1,03814	1,03679	1,03530	1,03165	1,02319
11	1,04564	1,04437	1,04343	1,04229	1,04092	1,03940	1,03573	1,03126
12	1,04994	1,04859	1,04762	1,04646	1,04507	1,04353	1,03982	1,03533
13	1,05429	1,05286	1,05186	1,05066	1,04925	1,04770	1,05043	1,03943
14	1,05865	1,05714	1,05612	1,05490	1,05346	1,05189	1,04809	1,04356
15	1,06305	1,06146	1,06041	1,05917	1,05772	1,05612	1,05229	1,04772
16	1,06746	1,06581	1,06473	1,06346	1,06198	1,06035	1,05650	1,05191
17	1,07191	1,07020	1,06909	1,06779	1,06629	1,06464	1,06074	1,05614
18	1,07640	1,07461	1,07347	1,07215	1,07062	1,06896	1,06502	1,06038
19	1,08092	1,07906	1,07789	1,07654	1,07499	1,07329	1,06933	1,06467
20	1,08546	1,08353	1,08233	1,08096	1,07940	1,07767	1,07366	1,06898
22	1,09466	1,09260	1,09134	1,08990	1,08830	1,08652	1,08244	1,07771
24	1,10398	1,10178	1,10046	1,09897	1,09731	1,09550	1,09135	1,08657
26	1,11343	1,11110	1,10972	1,10818	1,10647	1,10461	1,10039	1,09557
28	1,12302	1,12056	1,11911	1,11751	1,11575	1,11386	1,10957	1,10470
30	1,13274	1,13014	1,12863	1,12698	1,12517	1,12324	1,11888	1,11398
32	1,14262	1,13988	1,13831	1,13660	1,13474	1,13276	1,12834	1,12340
34	1,15262	1,14975	1,14811	1,14634	1,14443	1,14241	1,13794	1,13295
36	1,16278	1,15976	1,15806	1,15624	1,15427	1,15221	1,14768	1,14265
38	1,17307	1,16990	1,16814	1,16627	1,16425	1,16214	1,15756	1,15249
40	1,18349	1,18020	1,17837	1,17645	1,17439	1,17214	1,16759	1,16248
42	1,19406	1,19063	1,18875	1,18677	1,18468	1,18248	1,17777	1,17215
44	1,20477	1,20121	1,19927	1,19725	1,19512	1,19287	1,18809	1,18290
46	1,21562	1,21194	1,20994	1,20787	1,20570	1,20341	1,19856	1,19334
48	1,22661	1,22281	1,22076	1,21864	1,21644	1,21411	1,20919	1,20392
50	1,23775	1,23382	1,23173	1,22957	1,22732	1,22495	1,21996	1,21465
55	1,26621	1,26203	1,25981	1,25753	1,25516	1,25271	1,24756	1,24211
60	1,29560	1,29117	1,28884	1,28646	1,28399	1,28144	1,27615	1,27058



46. Цветная номограмма двойного светопреломления.





47. Тепловые единицы в системе LMT $\theta$ 

Наименование и определение величины	Размерность единицы в системе LMT $\theta$	Размерность единицы в системе CGS-градус	Некоторые употреби- тельные единицы, не входящие в систему CGS-градус
Абсолютная тем- пература $\theta$ (основ- ная единица)	$\theta$	градус Цельсия	
Удельная тепло- емкость $c \sim \frac{Q}{M\theta}$	$L^3 T^{-2} \theta^{-1}$	$см^3 \cdot сек^{-2} \cdot градус^{-1}$	$\frac{кал}{г \cdot градус}$
Теплоемкость $C \sim \frac{Q}{\theta}$	$L^3 M T^{-2} \theta^{-1}$	$см^3 \cdot г \cdot сек^{-2} \cdot градус^{-1}$	$\frac{кал}{град}$
Теплопровод- ность $\lambda \sim \frac{QL}{TS\theta}$	$LMT^{-3} \theta^{-1}$	$см \cdot г \cdot сек^{-3} \cdot градус^{-1}$	$\frac{кал}{см \cdot сек \cdot градус}$
Коэффициент ли- нейного расшире- ния $\alpha \sim \frac{\Delta L}{L\theta}$	$\theta^{-1}$	$град^{-1}$	

# 48. Периодическая система

Периоды	Ряды	Группы					
		I —R <sub>3</sub> O	II —RO	III —R <sub>3</sub> O <sub>3</sub>	IV RH <sub>4</sub> RO <sub>3</sub>	V RH <sub>3</sub> R <sub>3</sub> O <sub>3</sub>	
I	1	H Водород 1,0080					
II	2	Li Литий 6,940	Be Бериллий 9,013	B Бор 10,82	C Углерод 12,011	N Азот 14,008	
III	3	Na Натрий 22,991	Mg Магний 24,32	Al Алюминий 26,98	Si Кремний 28,09	P Фосфор 30,98	
IV	4	K Калий 39,100	Ca Кальций 40,08	Sc Скандий 44,96	Ti Титан 47,90	V Ванадий 50,95	
	5	Cu Медь 63,54	Zn Цинк 65,38	Ga Галлий 69,72	Ge Германий 72,60	As Мышьяк 74,91	
V	6	Rb Рубидий 85,48	Sr Стронций 87,63	Y Иттрий 88,92	Zr Цирконий 91,22	Nb Ниобий 92,91	
	7	Ag Серебро 107,880	Cd Кадмий 112,41	In Индий 114,76	Sn Олово 118,70	Sb Сурьма 121,76	
VI	8	Cs Цезий 132,91	Ba Барий 137,36	La Лантан 138,92	Hf Гафний 178,6	Ta Тантал 180,95	
	9	Au Золото 197,0	Hg Ртуть 200,61	Tl Таллий 204,39	Pb Свинец 207,21	Bi Висмут 209,00	
VII	10	Fr Франций (222)	Ra Радий 226,05	Ac Актиний 227			

Лантаниды	Ce Церий 140,13	58	Pr Празеодим 140,92	59	Nd Неодим 144,27	60	Pm Прометий (146)	61
	Tb Тербий 158,93	65	Dy Диспрозий 162,46	66	Ho Гольмий 164,94	67	Er Эрбий 167,2	68

Актиниды	Th Торий 232,05	90	Pa Протактиний 231	91	U Уран 238,07	92	Np Нептуний (237)	93
	Bk Берклий (249)	97	Cf Калифорний (249)	98	Es Эйнштейний (254)	99	Fm Фермий (253)	100

элементов Д. И. Менделеева

Элементов									
VI RH <sub>2</sub> RO <sub>3</sub>		VII RH R <sub>3</sub> O <sub>7</sub>		VIII RO <sub>4</sub>			0		
							2 Гелий 4,003 He		
8 Кислород 16,0000 O		9 Фтор 19,00 F					10 Неон 20,183 Ne		
16 Сера 32,066 S		17 Хлор 35,457 Cl					18 Аргон 39,944 Ar		
Cr Хром 52,01 24		Mn Марганец 54,94 25		26 Железо 55,85 Fe		27 Кобальт 58,94 Co		28 Никель 58,69 Ni	
34 Селен 78,96 Se		35 Бром 79,916 Br					36 Криптон 83,80 Kr		
Mo Молибден 95,96 42		Tc Технеций (98) 43		44 Рутений 101,7 Ru		45 Родий 102,91 Rh		46 Палладий 106,7 Pd	
52 Теллур 127,61 Te		53 Иод 126,91 J					54 Ксенон 131,3 Xe		
W Вольфрам 183,92 74		Re Рений 186,31 75		76 Осмий 190,2 Os		77 Иридий 192,2 Ir		78 Платина 195,23 Pt	
84 Полоний 210,0 Po		85 Астатин (210) At					86 Радон 222 Rn		

Sm Самарий 150,43		62 Eu Европий 152,0		64 Gd Гадолиний 156,9	
Ti Титий 168,94		69 Yb Иттербий 173,04		71 Lu Лютеций 174,99	
Pu Плутоний (244)		94 Am Америций (243)		96 Cm Кюрий (245)	
Mv Менделевий (256)		101 No Нобелий (254)		103 (Лоуренсий)	

Изотопы водорода		
H Протий 1,0079	D Дейтерий 2,0142	T Тритий 3,0170

## 49. Универсальные физические константы

1	Гравитационная постоянная	$6,67_0 \cdot 10^{-8} \text{ г}^{-1} \cdot \text{см}^3 \cdot \text{сек}^{-2}$
2	Ускорение силы тяжести на широте $45^\circ$ на уровне моря	$980,616 \text{ см} \cdot \text{сек}^{-2}$
3	1 килограмметр	$0,980616 \cdot 10^8 \text{ г}$
4	Нормальная атмосфера	$1,033254 \text{ кг} \cdot \text{см}^{-2}$
5	Объем грамм-молекулы идеального газа при нормальных условиях	$22,4146 \text{ л}$
6	Газовая постоянная для грамм-молекулы	$8,31436 \cdot 10^7 \text{ э} \cdot \text{град}^{-1} \cdot \text{моль}^{-1}$
7	Энергия, эквивалентная 1 калории при $15^\circ \text{C}$	$4,185_3 \text{ дж} \cdot \text{кал}^{-1}$
8	Постоянная Фарадея	$96501_{12} \pm 10 \text{ к} \cdot \text{г} \cdot \text{э} \cdot \text{э} \cdot \text{э}^{-1}$
9	Число Авогадро	$(6,0228_9 \pm 0,0011) \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
10	Постоянная Больцмана $k$	$(1,38047 \pm 0,00026) \cdot 10^{-16} \text{ э} \cdot \text{град}^{-1}$
11	Масса атома водорода $\text{H}^1$	$(1,67339_3 \pm 0,00031) \cdot 10^{-24} \text{ г}$
12	Масса протона	$(1,67248_2 \pm 0,00031) \cdot 10^{-24} \text{ г}$
13	Масса электрона	$(9,1066_0 \pm 0,0032) \cdot 10^{-28} \text{ г}$
14	Заряд электрона	$(4,8025_1 \pm 0,0010) \cdot 10^{-10} \text{ CGSE}$ $(1,60203_3 \pm 0,00034) \cdot 10^{-20} \text{ CGSM}$
15	Удельный заряд электрона $\frac{e}{m}$	$(1,7592 \pm 0,0005) \cdot 10^7 \text{ CGSM} \cdot \text{г}^{-1}$
16	Скорость света (в пустоте)	$(2,99776 \rightarrow 0,00004) \cdot 10^{10} \text{ см} \cdot \text{сек}^{-1}$
17	Квантовая постоянная $h$	$6,55 \cdot 10^{-27} \text{ э} \cdot \text{сек}$



